



**RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

Martin Fritz

Berechnung der Auflagerkräfte  
und der Muskelkräfte des  
Menschen bei ebenen Bewegungen  
aufgrund von kinematographischen  
Aufnahmen

Heft Nr. 16



Mitteilungen  
aus dem  
Institut für Mechanik

**Institut für Mechanik  
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

**Martin Fritz**

**Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte  
des Menschen bei ebenen Bewegungen aufgrund  
von kinematographischen Aufnahmen**

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik Nr.16**

**Juli 1979**

Herausgeber:

Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit in der Arbeitsgruppe für Funktionelle Morphologie der Ruhr-Universität Bochum.

Herrn Prof. Dr. H. Preuschoft danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Waller für die vielfältige Unterstützung bei mathematischen und mechanischen Fragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Th. Lehmann danke ich für die Übernahme eines Referates.

Mein Dank gilt ebenso Frau H. Schepers und Frau M. Wischniwetzki, die das Manuskript geschrieben und die Abbildungen gezeichnet haben, sowie Herrn B. Ungerechts, Herrn K. Gockel und Frau U. Maul, die sich als Versuchspersonen zur Verfügung gestellt haben.

Referenten:

Prof. Dr. H. Preuschoft

Prof. Dr.-Ing. H. Waller

Prof. Dr.-Ing. Th. Lehmann

Tag der Einreichung: 15.1.1979

Tag der mündlichen Prüfung: 7.5.1979

© 1979 Dipl. Ing. M. Fritz

Kegenhoffweg 4, 4700 Hamm 5

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanischeervielfältigung des Werkes (Fotokopie, Mikrokopie) oder von Teilen daraus bedarf der vorherigen Zustimmung des Autors.

### Zusammenfassung

Die Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen Bewegungen aufgrund von kinemato-graphischen Aufnahmen wird behandelt. Nach einem Überblick über die Anatomie des menschlichen Bewegungsapparates und die Kinematik und die Kinetik starrer Körper werden spezielle Gleichungen zur Berechnung der gesuchten Kräfte entwickelt. Die Bedingungen für die Filmaufnahmen werden dargestellt. Die bei der Auswertung der einzelnen Filmbilder gewonnenen Daten sind mit Meßfehlern behaftet. Die fehlerhaften Daten werden mit Hilfe von zwei Verfahren korrigiert, welche die Eigenschaften der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate und der Fouriertransformation ausnutzen. Von beiden Korrekturverfahren wird ein Differentiationsverfahren abgeleitet. Als Anwendungsbeispiele werden die Auflagerkräfte und die Muskelkräfte für mehrere Hochsprungstile berechnet und mit gemessenen Werten verglichen.

### Summary

Topic of this study are the possibilities to compute the ground foot forces and the muscles forces in the human body during plane motions on the basis of film recordings. The human locomotor system is described from a mechanical point of view and the kinematics and the kinetics of rigid bodies are surveyed. Equations are developed to calculate the desired forces. The conditions which determine the quality of the film recordings are discussed. The data obtained by analysing and measuring each frame of the motion picture contain errors. These errors are corrected by two methods, one of which is based on the Gauss least square method, the other on the Fourier transformation. From them, two procedures for differentiation are deduced. As examples, the ground foot forces and the muscle forces for individuals performing high jumps in different styles are computed and compared with measurements.

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
1. Einleitung	4
2. Anatomie des menschlichen Bewegungsapparates unter Berücksichtigung der ebenen Bewegungen	10
3. Teilgebiete der Mechanik zur Bewegungsanalyse	17
3.1. Systeme starrer Körper	18
3.1.1. Der Mensch als System starrer Körper	20
3.2. Kinematik der starren Körper	24
3.2.1. Bestimmung der Bewegungsgrößen aus experimentellen Daten	27
3.3. Statik der starren Körper	30
3.4. Kinetik der starren Körper	33
4. Allgemeine Muskelmechanik	37
4.1. Der ruhende oder passive Muskel	41
4.2. Der aktive Muskel	46
5. Modell des menschlichen Körpers	49
5.1. Der funktionelle Aufbau dieses Modells	50
5.2. Das mechanische Gleichgewicht an diesem Modell	53
6. Filmaufnahmen	57
6.1. Linsen- und Abbildungsfehler	60
6.2. Bestimmung der Abbildungsfunktion	65

	Seite	
7.	Mathematische Meßfehlerkorrektur	67
7.1.1.	Ausgleichsrechnung nach der "Methode der kleinsten Quadrate"	69
7.1.2.	Numerisches Differenzieren mittels Ausgleichsparabeln	75
7.2.	Die Fourier-Transformation	77
7.2.1.	Bereinigung des Signals vom Rauschen	80
7.2.2.	Differentiation mittels "Fast Fourier Transform"	86
7.3.	Diskussion der beiden Korrektur- verfahren	90
8.	Aufbau und Durchführung der Versuche	97
8.1.	Filmaufnahmen	98
8.2.	Kontrollmessungen	99
9.	Darstellung und Diskussion der Er- gebnisse	101
9.1.1.	Die gemessenen und die berechneten Auflagerkräfte, Trägheitskräfte und Beschleunigungen	101
9.1.2.	Diskussion der Auflagerkräfte, der Trägheitskräfte und der Beschleuni- gungen	109
9.2.1.	Die berechneten Muskelkräfte	112
9.2.2.	Diskussion der Muskelkräfte	118
9.3.	Die aus den Auflagerkräften, den Trägheitskräften und den Muskel- kräften resultierenden Beanspruchun- gen des Beinskelettes	121

	Seite
10. Anwendung des Verfahrens bei aktuellen Problemen	123
11. Zusammenfassung	129
12. Anhang	133
12.1. Programmbeschreibung	133
12.2. Tabellen mit den Daten des menschlichen Körpers	147
12.3. Formelzeichen	152
13. Literaturverzeichnis	155

## 1. Einleitung

Alle Bewegungen von Körpern unterliegen den Gesetzen der Mechanik. Diese Gesetze gelten natürlich auch für die Bewegungen von belebten Körpern (Menschen und Tiere), da auch bei ihnen Ortsveränderungen von Masseteilen in Raum und Zeit stattfinden. In der Biomechanik werden die Bewegungen von Menschen und Tieren unter Berücksichtigung der Gesetze der Mechanik analysiert; die durch Einwirkung von Kräften hervorgerufenen Beanspruchungen des Bewegungsapparates werden bestimmt und zur Gestalt und Festigkeit der Knochen, Muskeln und Sehnen in Beziehung gesetzt.

Schon im fünfzehnten Jahrhundert hat sich Leonardo da Vinci für die Bewegungen des menschlichen Körpers vom Standpunkt der Mechanik interessiert. Borelli, ein italienischer Arzt und Mathematiker, bestimmte als erster (1680) experimentell die Lage des Schwerpunktes im menschlichen Körper. Er versuchte auch, das an jedem Gelenk bestehende Gleichgewicht zwischen Muskelkraft und Last auf graphischem Wege zu ermitteln.

Ungefähr 200 Jahre später wurden seine Forschungen wieder aufgegriffen. In der Zeit von 1887 bis 1895 erarbeiteten Braune und Fischer zahlreiche Studien über die Mechanik der menschlichen Bewegungen. 1889 bestimmten sie erneut den Schwerpunkt des menschlichen Körpers. Unter Berücksichtigung dieser Studie sollte die Ausrüstung des deutschen Infanteristen verbessert werden. Mit der experimentellen Untersuchung der menschlichen Gehbewegungen beschäftigten sich 1836 die Physiologen W. und E. Weber. Sie betrachteten die Beine als reine Pendel, deren Bewegung allein durch die Schwerkraft der Erde hervorgerufen wird. Diese Annahme ist jedoch durch Fischer (1903) widerlegt worden.

Zu dieser Zeit stand die Kinematographie noch am Anfang ihrer Entwicklung. Mit einer speziellen Aufnahmeanordnung hat Muybridge (1899) etwa 20.000 Momentaufnahmen von Mensch und Tier in der Bewegung hergestellt. Mit Hilfe dieser Fotoserien war die Berechnung der mechanischen Beanspruchungen von Mensch und Tier noch nicht möglich. Eine statische Analyse einzelner Körperhaltungen bereitete keine Schwierigkeiten. Sie wurde aber nur für wenige Sonderfälle und unter Vernachlässigung der Muskelkräfte durchgeführt (u. a. Meyer 1867, 1873 und 1882, Roux 1895, Wolff 1869, 1899 und 1900). In wirklich befriedigender Form hat erst Pauwels (1935) die statische Betrachtung bei seiner Analyse des Oberschenkelhalsbruches eingesetzt. Später bezog er in seine Betrachtungen auch die Oberextremitäten ein (1954). Pauwels führte aufgrund der statischen Betrachtungsweise auch die schlüssigen Beweise für den kausalen Zusammenhang zwischen den mechanischen Beanspruchungen und der Gestalt des menschlichen Körpers, insbesondere des Skelettes.

Daß die von Pauwels herausgearbeiteten Bauprinzipien auch bei anderen Säugetierskeletten gelten, zeigen unter anderem die Arbeiten von Kummer (1959 a, 1959 b und 1960) und Preuschoft (1970 b und 1973 a). Die differenten Skelettformen konnten als Anpassung an die Beanspruchungen durch die unterschiedlichen Bewegungsweisen und Körperhaltungen der Tiere erklärt werden. Anhand der Skelette von ausgestorbenen Tieren konnte sogar auf deren Lebens- und Bewegungsweisen geschlossen werden (Preuschoft 1971, 1973b und 1975).

In der Zwischenzeit wurden die Kinematographie und die Meßtechnik weiter entwickelt. Das Streben zu immer höheren Leistungen im Sport brachte es mit sich, daß diese Techniken

dann auch bei der Analyse und zum Zwecke der Optimierung von Bewegungsabläufen beim Menschen angewandt wurden.

So haben Donskoi (1961) und Hochmuth (1971) die Auflagerkräfte zwischen den Füßen und dem Erdboden gemessen und aus dem Kraftverlauf Folgerungen für den günstigen Verlauf sportlicher Bewegungen gezogen. Gleichzeitig mit den Kraftmessungen haben Alexander (1974), Gavanagh und Gregor (1975), Groh (1977), Morrison (1968, 1970a u. 1970 b) und Seireg und Arvikar (1975) die Bewegungen gefilmt. Hierdurch konnten sie für einzelne Bewegungsphasen die Muskelkräfte in der Beinmuskulatur berechnen. Plagenhoef (1971, 1973 u. 1976) hat nur mit Hilfe der Kinematographie die Belastungen bestimmt. Bei seinen Rechnungen ersetzte er den Menschen durch ein einfaches Modell, das nur aus seriellen Körperelementen besteht. Aufgrund seiner Berechnungen bei Pferden schätzte er für einzelne Bewegungsphasen die minimalen und maximalen Muskelkräfte ab (Plagenhoef 1978).

Dieses lückenhafte Bild der Belastungen und der Muskelkräfte ist nicht zufriedenstellend. Nur anhand eines vollständigen Beanspruchungsbildes während eines ganzen Bewegungszyklus kann entschieden werden, ob die von Pauwels gut untersuchten statischen Beanspruchungen oder die bei schnellen Bewegungen auftretenden Beanspruchungen die maßgeblichen Reize zur Formentstehung darstellen (Preuschhof und Fritz 1977).

Auch in den einzelnen Sportdisziplinen ist eine Analyse der Beanspruchungen des ganzen Bewegungsapparates während eines vollständigen Bewegungszyklus unerlässlich. Hierdurch lassen sich im Grenzbereich extreme sportliche Beanspruchungen und damit körperliche Schäden vermeiden. Andererseits können aus der Kenntnis über das Zusammenspiel der einzelnen Elemente des Bewegungsapparates Leistungssteigerungen im Sport erzielt werden.

Ein vollständiges Bild der Beanspruchungen des menschlichen Bewegungsapparates ist nur indirekt zu gewinnen. Um die Muskelkräfte und die Spannungen in den Knochen messen zu können, müßten die Meßfühler operativ in den Körper eingepflanzt werden. Fleagle (1978) hat Miniaturdehnungsmeßstreifen auf die Schlüsselbeine und die Ellen lebender Affen geklebt, um die Verformungen in diesen Knochen während unterschiedlicher Bewegungen messen zu können. Einer direkten Messung der Muskelkräfte am nächsten kommt die Elektromyographie (Basmajian 1962, Floyd und Silver 1955). Die Proportionalität zwischen den gemessenen Aktionspotentialen und den Muskelkräften ist jedoch umstritten (Donskoi 1961, Groh 1977, Hof und Berg 1977, Hünerberg 1975). Ein weiterer Nachteil dieser Technik ist der apparative Aufwand, der nur Messungen im Labor ermöglicht.

In der vorliegenden Arbeit werden die Belastungen des menschlichen Körpers und die Muskelkräfte für einen vollständigen Bewegungszyklus nur aus filmischen Aufzeichnungen bestimmt. Durch die Filmaufnahmen kann die Bewegungsanalyse ohne aufwendige Versuchsvorbereitungen und Behinderungen der Testpersonen durch Meßapparaturen erfolgen. Bei einer direkten Messung der gesuchten mechanischen Größen wären zur Synchronisation der Meßsignale mit den Bewegungsabläufen ebenfalls Filmaufzeichnungen notwendig. Die Erhebung soll sich auf den Bewegungsablauf in der Sagittalebene beschränken. Eine räumliche Auswertung von Filmen ist wegen der Lokomotion des Menschen in der Sagittalebene kaum möglich.

Die Lösung der gestellten Aufgabe ist nur mit Kenntnis der Anatomie des menschlichen Bewegungsapparates und der Mechanik, insbesondere der Statik und Kinetik starrer Körper möglich. Die ersten Abschnitte dieser Arbeit geben eine kurze Einführung in die Anatomie und die Mechanik. Zum besseren Verständnis der Arbeit der Muskeln folgt danach eine Darstellung der Muskelmechanik.

Wegen des komplexen Aufbaues des Bewegungsapparates des Menschen war es notwendig, das in Abschnitt 5.1. beschriebene einfache Modell des Menschen zu entwickeln. Für dieses Modell werden in Abschnitt 5.2. die "kinetischen Gleichgewichtsbedingungen" zwischen den durch die Bewegung hervorgerufenen äußeren Kräften und den Muskelkräften aufgestellt.

Für die Berechnung der Kräfte muß jedes Filmbild genau vermessen werden. Dabei sind die Abbildungsfehler der verwendeten Aufnahme und Wiedergabegeräte zu berücksichtigen. Die auftretenden Abbildungsfehler werden beschrieben. Neben diesen systematischen Fehlern werden die ermittelten Daten durch zufallsbedingte Meßfehler verfälscht.

Die Meßfehler können durch zwei unterschiedliche Korrekturrechnungen beseitigt werden. Aus den mathematischen Verfahren, die bei den Korrekturrechnungen verwendet werden, ergaben sich außerdem zwei Verfahren zur numerischen Differentiation der Bewegungsfunktionen. Die Genauigkeit der mit diesen Verfahren berechneten Beschleunigungen und Trägheitskräfte wurde geprüft.

Ohne Einschränkung können diese Verfahren auch bei technischen und physikalischen Problemen angewandt werden. Mit ihnen lassen sich die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen von gekennzeichneten Teilchen in Flüssigkeits- und Gasströmungen sowie in Schüttungen fester Materialien berechnen. Ránky und Ergi (1978) und das Institut für den wissenschaftlichen Film (Göttingen, 1978) filmten den Bewegungsablauf bei Telefonrelais und Autoschlössern. Eine Bestimmung der Bewegungsgrößen und der Beanspruchungen der Bauteile ist mit dem entwickelten Berechnungsverfahren möglich.

Im zweiten Teil der Arbeit werden die bei einem Sprung aus dem Stand auftretenden Belastungen des menschlichen Körpers und die erforderlichen Muskelkräfte in ihrem zeitlichen Verlauf dargestellt. Die Kraftkurven werden mit Angaben in der Literatur (u.a. Pauwels 1950, Hochmuth 1960, Basmajian 1962, Morrison 1968, Cavanagh und Gregor 1975) verglichen und diskutiert. Anschließend wird ein Einblick in Arbeiten gegeben, bei denen mit Hilfe des hier entwickelten Verfahrens aus Filmaufnahmen die Belastungen von Sportlern und Pferden ermittelt werden.

## 2. Anatomie des menschlichen Bewegungsapparates unter Berücksichtigung der ebenen Bewegungen

Im folgenden werden die Elemente des Bewegungsapparates nur insoweit skizziert, als das für die weiteren Ausführungen unumgänglich ist.

Beim menschlichen Bewegungsapparat unterscheiden wir den aktiven Teil, nämlich die Skelettmuskulatur mit ihren Sehnen, vom passiven Teil, dem Skelett (Abb. 1). Das Skelett wird gebildet aus formkonstanten Knochen und aus knorpeligen Skelettelementen. Die Knochen sind durch Gelenke getrennt, welche die Beweglichkeit des Körpers gewährleisten. Die einfachsten Gelenke (Synarthrosen) sind unverknöcherte Skelettzonen, bei denen die Lage der verknöcherten Teile zueinander durch Muskeln kontrolliert wird.

Bei den echten Gelenken (Diarthrosen) sind die beteiligten Knochen durch einen Gelenkspalt getrennt. Die Knochenenden überzieht der Gelenkknorpel. Die Skeletthaut, die alle Knochen umhüllt, überspannt auch den Gelenkspalt. Sie wird hier als Gelenkkapsel bezeichnet, und ihre äußere, faserige Lage ist erheblich verstärkt. Der Gelenkinnenraum ist durch die Gelenkschmiere (Synovia) ausgefüllt. Ungenauigkeiten zwischen der Gelenkpfanne und dem Gelenkkopf werden durch Faserknorpel, der einen Teil der Gelenkpfanne bedeckt (Menisken), ausgeglichen. Die Form der Gelenkflächen und die Anordnung der Bänder bestimmen die Bewegungsmöglichkeiten dieser Gelenke. Beim Scharniergelenk ist die Bewegung nur um eine Achse möglich. Drehbewegungen um beliebig viele Achsen ermöglichen hingegen die Kugelgelenke. Daneben existieren noch mehrere Zwischenformen von Gelenken.

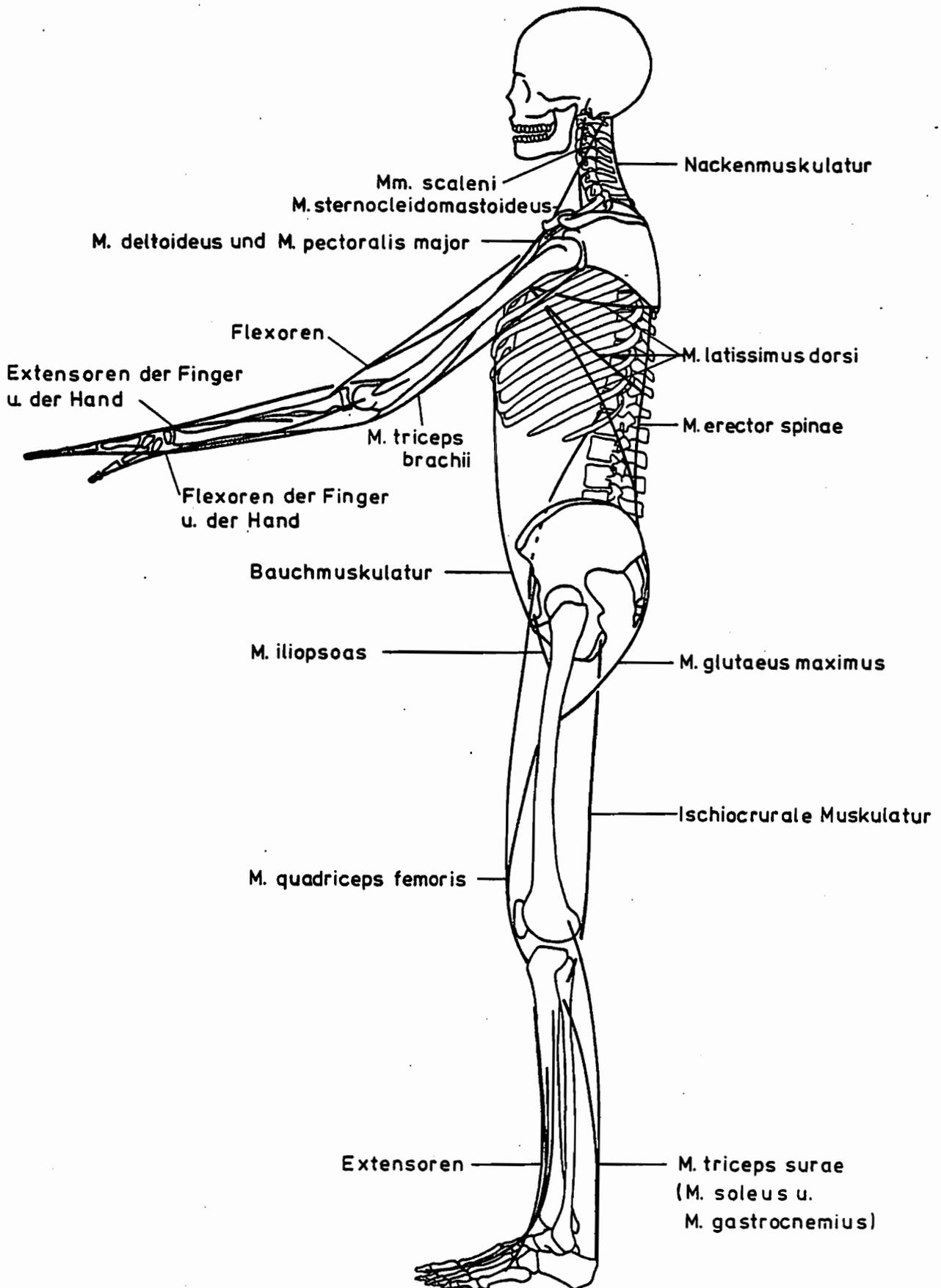


Abb. 1: Seitenansicht des menschlichen Bewegungsapparates  
(Übersichtszeichnung)

Der Fuß besteht aus mehreren Knochen, die durch Gelenke gegeneinander beweglich sind. Eine Reihe von Muskeln erlaubt die Fixierung des Fußes in unterschiedlichen Stellungen (Preuschoft 1969 u. 1970 a). Die Bewegungsmöglichkeiten des Fußes werden durch Schuhe stark eingeschränkt. Der Fuß kann daher als starres Körperelement betrachtet werden, welches durch das obere Sprunggelenk vom Unterschenkel getrennt ist. Dieses Sprunggelenk ist ein Scharniergelenk zwischen Talus und Tibia, das lateral durch das distale Ende der Fibula begrenzt ist.

Bei den meisten Körperhaltungen liegt der Gesamtkörperschwerpunkt vor dem Sprunggelenk, und ein Einknicken dieses Gelenkes wird zum größten Teil durch die kräftige Wadenmuskulatur verhindert (Pauwels 1950 b). Sie besteht aus dem M. soleus und dem zweigelenkigen M. gastrocnemius. Die beiden Muskeln haben ihren Ursprung distal und proximal des Kniegelenkes und enden gemeinsam in der Achillessehne, welche am Fersenbein ansetzt. Die Muskulatur an der Vorderseite des Unterschenkels ist nicht so stark ausgebildet, ihre größten Muskeln sind der M. tibialis anterior, der M. extensor digitorum longus und der M. extensor hallucis longus. Sie entspringen auf der Vorderseite der Tibia und der Fibula, laufen in Höhe des Sprunggelenkes unter dem Kreuzband hindurch und setzen am Mittelfuß an oder erstrecken sich auf die fünf Zehen.

Das Kniegelenk kann als reines Scharniergelenk betrachtet werden. Bei der Beugung bis  $20^{\circ}$  rollt der Femur auf der Tibia ab und gleitet danach bis zur vollen Beugung (Benninghoff u. Goerttler 1968). Eine Ab- oder Adduktionsbewegung wird durch die Seitenbänder verhindert, und auch eine eng begrenzte Rotation um die Unterschenkel längsachse ist nur unter bestimmten Voraussetzungen möglich.

Die gleiche Funktion wie der M. triceps surae am Sprunggelenk haben die drei femoralen Köpfe des M. quadriceps am Kniegelenk. Dieser Muskel setzt mit einer Sehne an der Kniescheibe (Patella) an. Distal von der Kniescheibe setzt sich die Sehne als Ligamentum patellae fort und inseriert an der Tuberositas tibiae. Durch die Kniescheibe wird erreicht, daß der Abstand zwischen der Sehne und der Drehachse des Kniegelenkes einen bestimmten Wert nicht unterschreitet. Eine Beugung des Kniegelenkes erfolgt passiv durch das Körpergewicht, aktiv durch den bereits erwähnten M. gastrocnemius sowie durch den M. biceps femoris, den M. semitendinosus und den M. semimembranosus. Der lange Bicepskopf sowie die beiden zuletzt genannten Muskel führen auch zu einer Streckung im Hüftgelenk ( ischiocrurale Muskelgruppe ).

Das Hüftgelenk ist ein Kugelgelenk, dessen Bewegungsfreiheit jedoch stark eingeschränkt ist. In die Gelenkkapsel ist die sogenannte "Bänderschraube" eingewebt. Diese "Bänderschraube" wird bei der Streckung zu- und bei der Beugung aufgedreht, und erlaubt nur nach Beugung differenzierte Bewegungen. Für die zu untersuchenden Bewegungsabläufe ist auch hier nur die Drehung um eine zur Sagittalebene senkrechte Achse wichtig. Ebenso wie das Sprunggelenk wird auch das Hüftgelenk bei aufrechter Körperhaltung passiv gebeugt. Deshalb ist die Streckmuskulatur, die aus dem M. gluteus maximus und der "ischiocruralen" Muskelgruppe besteht, besonders kräftig ausgebildet. Die Beugemuskulatur, bestehend aus M. iliopsoas und dem langen Kopf des M. quadriceps femoris, ist hingegen schwächer ausgebildet, da sie das Bein meist im unbelasteten Zustand beugt.

Das wichtigste Stützelement im Rumpf ist die Wirbelsäule. Sie besteht aus hintereinander geschalteten zylindrischen Wirbelkörpern. Die dazwischen liegenden, verformbaren Bandscheiben verleihen ihr Beweglichkeit. Kontrolliert werden diese Bewegungen durch die Rücken- oder Bauchmuskulatur. So verhindert die Rückenmuskulatur, daß der Rumpf durch das Gewicht der Oberextremitäten und des Oberkörpers bauchwärts gekrümmt wird. Zur Erfüllung dieser Aufgabe müssen die Rückenmuskeln hohe Kräfte aufwenden, da sie in nur geringer Entfernung von der Wirbelsäule verlaufen (Preuschoft, Fritz und Niemitz 1978).

Die Bauchhöhle wird nicht wie der Brustraum von Skelettelementen, sondern von einem kompakten Muskel-Sehnen-Mantel umschlossen. Die Bauchmuskulatur reguliert den Druck in der Leibeshöhle und beugt bei gleichzeitiger Kontraktion der linken und der rechten Muskelstränge den Rumpf.

Die Sinnesorgane am Kopf und die Nahrungsaufnahme erfordern eine besonders genaue Einstellung und völlige Bewegungsfreiheit des Kopfes. Beides wird durch den M. sternocleidomastoideus, durch die Nackenmuskulatur und ventral durch den M. longus colli, die Unterzungenbeinmuskeln sowie die Mm. scaleni ermöglicht.

Die einzige knöcherne Verbindung des Schultergürtels mit dem Rumpf ist das Sternoclaviculare-Gelenk. Fast jede Armbewegung hat dieses Gelenk als Bewegungszentrum und ruft Verschiebungen des Schulterblattes gegenüber dem Rumpf hervor. Um ein Abheben des Schulterblattes vom Rumpf zu vermeiden, ist dieses durch mehrere Muskeln am Rumpf angebunden. Da die Bewegungen des Schulterblattes nur im Röntgenfilm genau zu verfolgen sind, wird es hier als ein Teil des Rumpfes betrachtet.

Obwohl das Schultergelenk ein Kugelgelenk ist, sollen hier, ebenso wie beim Hüftgelenk, nur Bewegungen erlaubt sein: um eine Drehachse senkrecht zur Sagittalebene. Eine Rückführung des Oberarms um diese Achse wird durch den *M. latissimus dorsi*, den *M. deltoideus* und den langen Kopf des *M. triceps brachii* hervorgerufen. An einer Vorhebung sind der *M. deltoideus* und der *M. pectoralis major* mit ihren am Schlüsselbein entspringenden Teilen sowie der *M. biceps brachii* beteiligt.

Im Ellbogengelenk ist wie bei einem Scharnier eine Drehung nur um eine Achse, also Beugung und Streckung möglich. Für die Streckbewegung ist der *M. triceps brachii* zuständig. Sein Hebelarm wird von der Stellung des Olecranon bestimmt. Der *M. biceps brachii* und der *M. brachialis* führen eine Beugung im Ellbogengelenk herbei. Bei einer Beugestellung zwischen  $0^{\circ}$  und  $20^{\circ}$  (Pauwels 1954) liegen diese beiden Muskeln auf der Oberarmrolle auf, so daß ihr Hebelarm einen festen Wert nicht unterschreiten kann.

Von größter Bedeutung für die menschliche Lebensweise ist der große Bewegungs- und Verkehrsraum der Hand. Dies wird unterstützt durch die Rotation des Unterarms bei festgestelltem Ellbogengelenk. Doch soll hier die Hand nur in der Pronationsstellung betrachtet werden. Auch sie wird wie der Fuß als starres Körperelement behandelt.

Eine Streckung der Hand erfolgt durch die *Mm. extensores carpi radiales*, den *M. extensor carpi ulnaris*, den *M. extensor digitorum* und den *M. extensor indicis*. Bei festgestelltem Handgelenk können die zuerst genannten Muskeln auch den Unter-

arm gegenüber der Hand bewegen. Der M. flexor digitorum superficialis et profundus, der M. flexor carpi ulnaris und der M. flexor carpi radialis beugen die Hand. Durch die Retinacula werden die Sehnen der Unterarmmuskulatur bei jeder Bewegung im konstanten Abstand zum Handgelenk gehalten.

Die beschriebenen Muskeln lassen sich zu einzelnen gelenk-überspannenden Muskelgruppen zusammenfassen. Zu einer Muskelgruppe gehören jeweils diejenigen Muskeln, die das entsprechende Gelenk beugen oder strecken (Abb. 1, Beispiel: M. tibialis anterior, M. extensor digitorum longus und M. extensor hallucis longus → Extensoren des Fußes).

### 3. Teilgebiete der Mechanik zur Bewegungsanalyse

Die Mechanik beschreibt die Bewegungen und den inneren Zustand von festen, flüssigen und gasförmigen Körpern unter der Einwirkung von Kräften. Dabei ist der Zustand der Ruhe bzw. der gleichförmigen Bewegung als Sonderfall mit eingeschlossen.

Die festen Körper verformen sich bei der Belastung durch Kräfte elastisch oder plastisch. In vielen praktischen Fällen sind jedoch die Formänderungen, verglichen mit den Abmessungen des Körpers, gering und können vernachlässigt werden. Man spricht dann von einem starren Körper. Die Vorstellung eines starren Körpers ist eine Idealisierung, durch welche die Behandlung praktischer Probleme vereinfacht wird.

Die Mechanik der starren Körper, auch Stereomechanik genannt, wird unterteilt in die Kinematik und die Dynamik. Die Kinematik ist die Lehre von der Geometrie der Bewegungen. Sie beschreibt die Bewegungen mathematisch, ohne auf die Ursachen der Bewegungen einzugehen. Die Dynamik gliedert sich in die beiden Teilgebiete Statik und Kinetik. Es ist Aufgabe der Statik festzustellen, unter welchen Bedingungen sich ein Körper im Gleichgewicht befindet, d.h. in Ruhe bzw. in gleichförmiger Bewegung bleibt, sich also nicht beschleunigt bewegt. Dagegen wird in der Kinetik der kausale Zusammenhang zwischen den Bewegungen von Körpern und den auf diese einwirkenden Kräften untersucht.

### 3.1. Systeme starrer Körper

Maschinen, Fahrzeuge, Tragwerke und andere Konstruktionen können als Systeme aus starren Körpern verstanden werden. In diesen Systemen sind benachbarte Körper durch "Hinges" verbunden. Das englische Wort "Hinge" wird hier stellvertretend für alle mechanisch möglichen Koppelungen benachbarter Körper benutzt. Durch die "Hinges" werden Kräfte und Momente übertragen und die Bewegungsmöglichkeiten der Körper eingeschränkt.

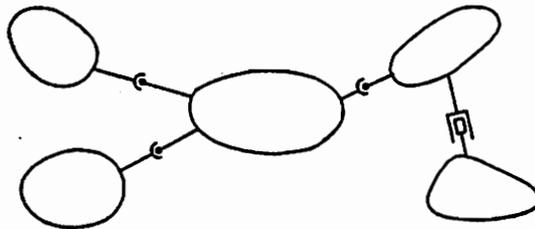
Die Beschreibung der Lage und der Bewegungen der Körper ist nur innerhalb eines Bezugssystems möglich. In dieser Arbeit soll die Erde das Bezugssystem sein, da sie als ruhendes System betrachtet werden kann. Die Lage der Körper eines Systems wird durch einen Satz generalisierter Koordinaten  $q_i$  eindeutig festgelegt. Die generalisierten Koordinaten  $q_i$  sind definitionsgemäß voneinander unabhängig. Manchmal ist es vorteilhaft, zunächst eine Anzahl überzähliger Koordinaten  $x_j$  einzuführen, etwa für jeden Körper eigene Lagekoordinaten. Dann bestehen zwischen diesen Koordinaten  $x_j$  kinematische Bindungen, die abhängig sind vom Aufbau der "Hinges". Sind die Bindungen holonom, so können sie allgemein in der Form

$$f_k(x_j; t) = 0$$

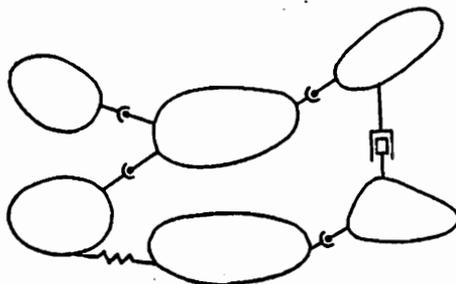
geschrieben werden (Budó 1967, Hamel 1967). Ein Beispiel für holonome Bindungen ist die in einer Ebene rollende Walze. Kommt in der obigen Gleichung die Zeit expliziert vor, so wird die Bindung skelronom genannt; andernfalls wird die Bindung (z.B. die Bindung an eine bewegte Fläche) als rheonom bezeichnet (Lehmann 1977).

Nichtholonome kinematische Bindungen sind nur in Differentialform angebar. Sie können nicht allgemein integriert werden. Als Beispiel sei hier das in einer Ebene rollende Rad genannt.

Doch nicht nur durch die Bindungen in den "Hinges" sondern auch durch die Anordnung der einzelnen Körper unterscheiden sich die Systeme voneinander. Als "Pfad zwischen zwei Körpern" bezeichnet man die zwischen zwei beliebigen Körpern des Systems liegenden "Hinges", wenn beim Verbinden dieser Körper jedes "Hinge" nur einmal passiert wird. Existiert zwischen jeweils zwei Körpern nur ein "Pfad", so hat das System den Aufbau eines Baumes (Abb. 2 a). Sind dagegen jeweils zwei verschiedene "Pfade" möglich, so bildet das System geschlossene Ketten (Abb. 2 b). Doch kann jedes System mit geschlossenen Ketten umgeformt werden in einen Baum, indem geeignete "Hinges" aufgeschnitten werden (Wittenburg 1977).



a)



b)

Abb. 2: Systeme starrer Körper  
a) mit Baumstruktur  
b) mit geschlossener Kette

### 3.1.1. Der Mensch als System starrer Körper

Bei jeder Bewegung des Menschen werden seine Körpersegmente deformiert. Diese Deformationen sind jedoch klein gegenüber den bei den Bewegungen zurückgelegten Wegen. Deshalb können bei einer Analyse der Bewegungen im "Großen" die Deformationen vernachlässigt werden. Der Mensch kann als System starrer Körper aufgefaßt werden (Wittenburg 1977). Von der Zahl seiner Berührungspunkte mit dem Bezugssystem hängt es ab, ob der Mensch ein System mit Baumstruktur oder mit geschlossenen Ketten darstellt.

Zwischen den kartesischen Koordinaten, die die Lage des Menschen im Bezugssystem beschreiben, bestehen Bindungsgleichungen. So lautet die Gleichung zwischen den Koordinaten der Gelenke

$$(x_{g+1} - x_g)^2 + (y_{g+1} - y_g)^2 + (z_{g+1} - z_g)^2 = l_k^2$$

Diese Bindungen sind zeitlich unveränderlich. Als mechanisches Ersatzmodell für den Menschen kann ein System starrer Körper mit holonom-skleronomen Bindungen in den "Hinges" verwendet werden. Dieses Modell läßt sich noch genauer festlegen, da die Gelenke des Menschen als reine Kugel- oder Scharniergelenke behandelt werden können.

Es bietet sich an, den Menschen in fünfzehn starre Körper zu unterteilen (Abb. 3). Dabei sollte jeder Körper zwischen zwei Gelenken liegen. Fünf Ersatzgelenke mußten an den Füßen, den Händen und am Kopf eingeführt werden. Diese Ersatzgelenke können jedoch bei verschiedenen Bewegungen zu wirklichen Gelenken zwischen dem Menschen und seiner Umgebung

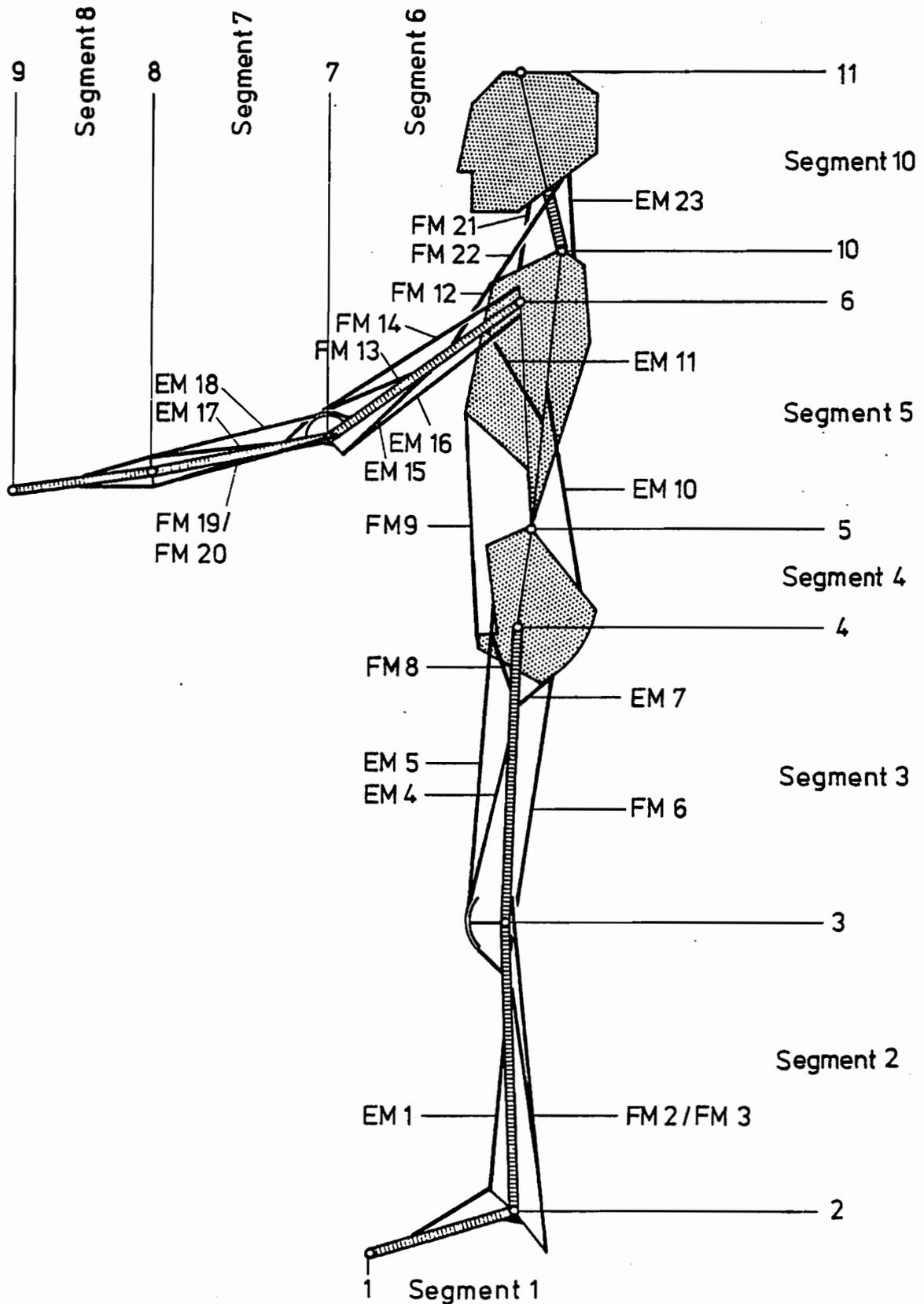


Abb. 3: Modell des menschlichen Bewegungsapparates.  
Die Segmente und Gelenke sind entsprechend Abschnitt 3.1.1. nummeriert.  
Die Muskelgruppen der Abb. 1 sind durch Seile ersetzt worden. Die Seile sind nummeriert. Die Abkürzungen EM und FM geben die Funktion der Muskelgruppen an.

werden. Jedes Gelenk und jeder Körper wurde durch eine Zahl gekennzeichnet. Es wird der Körper  $k$  durch die Gelenke  $g$  und  $g+1$  begrenzt, und zwischen den Körpern  $k$  und  $k+1$  liegt das  $g+1^{\text{te}}$  Gelenk. Von dieser Regel weichen das rechte Hüftgelenk, das rechte Schultergelenk und das Gelenk zwischen Rumpf und Kopf ab. Die genaue Numerierung der Körper und Gelenke geht aus der Tabelle I und der Abbildung 3 hervor.

Tabelle I:

Körpersegment	starrer Körper	Gelenk	Gelenkname
linker Fuß	1	1	Zehen
linker Unterschenkel	2	2	Sprunggelenk
linker Oberschenkel	3	3	Kniegelenk
Becken	4	4	Hüftgelenk
Oberkörper	5	5	oberer Beckenrand
linker Oberarm	6	6	Schultergelenk
linker Unterarm	7	7	Ellbogengelenk
linke Hand	8	8	Handgelenk
		9	Fingerspitzen
Kopf	10	10	Gelenk zwischen den Wirbeln C <sub>7</sub> u. Th <sub>1</sub>
		11	
rechter Fuß	12	12	Zehen
rechter Unterschenkel	13	13	Sprunggelenk
rechter Oberschenkel	14	14	Kniegelenk
		15	Hüftgelenk
rechter Oberarm	16	16	Schultergelenk
rechter Unterarm	17	17	Ellbogengelenk
rechte Hand	18	18	Handgelenk
		19	Fingerspitzen

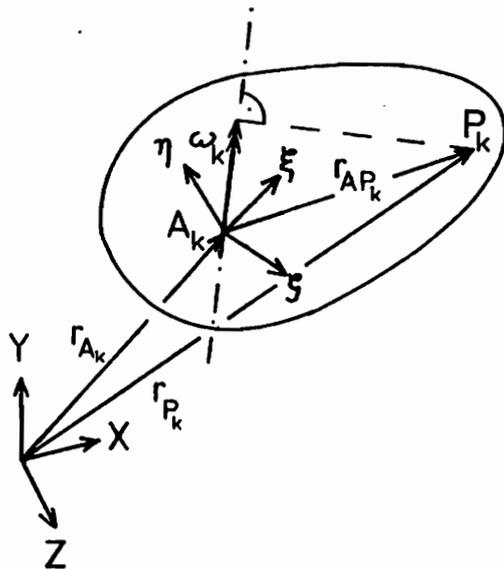
### 3.2. Kinematik der starren Körper

Die starren Körper des mechanischen Systems bewegen sich gegenüber dem ruhenden Bezugssystem Erde und den benachbarten Körpern. Dabei führen die verschiedenen Körper zur gleichen Zeit unterschiedliche Bewegungen aus. Eine vollständige Beschreibung der Bewegungen des Systems ist nur möglich durch die Angabe der Bewegungen jedes einzelnen Körpers im Bezugssystem.

Die Lage zweier beliebiger Punkte  $A_k$  und  $P_k$  eines starren Körpers  $k$  in Bezug auf ein erdfestes räumliches Koordinatensystem kann bestimmt werden durch die Vektorgleichung (Abb. 4)

$$\vec{r}_{P_k} = \vec{r}_{A_k} + \vec{r}_{P_k A_k}$$

Dabei ist  $\vec{r}_{P_k A_k}$  der Ortsvektor des Punktes  $P_k$  im körperfesten Koordinatensystem  $\xi, \eta, \zeta$ .



Bezugssystem  $X, Y, Z$

Körpersystem  $\xi, \eta, \zeta$

Ortsvektoren  $\vec{r}_{A_k}, \vec{r}_{P_k}$

Winkel -

geschwindigkeit  $\vec{\omega}_k$

Abb. 4: Der starre Körper im räumlichen Bezugssystem

Aus der obigen Gleichung erhält man durch Differentiation im Bezugssystem den Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_{P_k}$

$$\vec{v}_{P_k} = \vec{v}_{A_k} + \vec{v}_{PA_k}$$

Bei einem starren Körper können sich die einzelnen Teile nicht gegeneinander verschieben. Der Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}_{PA_k}$  kann nur von einer Drehung des starren Körpers herrühren. Folglich lautet die Grundformel der Kinematik der starren Körper

$$\vec{v}_{P_k} = \vec{v}_{A_k} + \vec{\omega}_k \times \vec{r}_{PA_k}$$

Der Geschwindigkeitszustand des starren Körpers  $k$  wird also beschrieben durch die Translationsgeschwindigkeit  $\vec{v}_{A_k}$  eines beliebigen Punktes  $A_k$  und die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}_k$  der momentanen Drehung um eine Achse durch den Punkt  $A_k$ .

Um die Beschleunigung  $\vec{a}_{P_k}$  des Körperpunktes  $P_k$  beschreiben zu können, wird die Grundformel der Kinematik ebenfalls im Bezugssystem differenziert. Die Beschleunigung  $\vec{a}_{P_k}$  des starren Körpers ergibt sich aus

$$\vec{a}_{P_k} = \vec{a}_{A_k} + \dot{\vec{\omega}}_k \times \vec{r}_{PA_k} + \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_k \times \vec{r}_{PA_k})$$

Das letzte Glied dieser Gleichung stellt die Zentripetalbeschleunigung der Momentandrehung um den Punkt  $A_k$  dar.

Der momentane Bewegungszustand des starren Körpers wird also vollständig beschrieben durch die Bewegungsgrößen

$$\begin{aligned} \vec{v}_{A_k} &= \text{Translationsgeschwindigkeit,} \\ \vec{a}_{A_k} &= \text{Translationsbeschleunigung,} \\ \vec{\omega}_k &= \text{Rotationsgeschwindigkeit} \\ \text{und} \quad \dot{\vec{\omega}}_k &= \text{Rotationsbeschleunigung} \end{aligned}$$

Aus den räumlichen Bewegungen der Körper werden ebene Bewegungen, wenn folgende kinematische Bindungen auftreten:

- a) alle "Hinges" des Systems sind Scharniergelenke, deren Achsen parallel zueinander verlaufen.
- b) Die Gelenkachsen stehen senkrecht zur Translationsebene
- c) Verschiebungen der Körper relativ zueinander entlang der Gelenkachsen sind nicht möglich.

Die ebenen Bewegungen werden durch die gleichen Vektorgleichungen wie die räumlichen Bewegungen beschrieben. Doch liegen jetzt die Vektoren  $\vec{r}_{P_k}, \vec{r}_{A_k}, \vec{v}_{P_k}, \vec{v}_{A_k}, \vec{a}_{P_k}$  und  $\vec{a}_{A_k}$  in der Bewegungsebene. Die Vektoren  $\vec{\omega}_k$  und  $\dot{\vec{\omega}}_k$  stehen immer senkrecht auf dieser Ebene im Punkt  $A_k$ .

### 3.2.1. Bestimmung der Bewegungsgrößen aus experimentellen Daten

Von den betrachteten Bewegungen des Menschen liegen Filmaufnahmen vor. Durch die Filmbilder ist die Lage der Körpersegmente, sprich der starren Körper im Absolutsystem Erde zu diskreten Zeiten  $t_i, i=1,2,\dots,n$  gegeben. Gesucht sind die im vorherigen Abschnitt besprochenen kinematischen Größen für die ebene Bewegung des starren Körpers.

Legt man in die Filmebene ein ebenes erdfestes Koordinatensystem, so ist z.Zt.  $t_i$  die Lage des Körpers  $k$  durch die Koordinatenpaare  $(x,y)$  zweier körperfester Punkte  $A_{ki}$  und  $P_{ki}$  gegeben (Abb. 5). Beim Menschen entsprechen diese beiden Punkte  $A_{ki}$  und  $P_{ki}$  den zum Körpersegment  $k$  gehörenden Gelenken. Der Schwerpunkt  $S_{ki}$  des Körpersegmentes  $k$  liegt auf der Geraden durch die Punkte  $A_{ki}$  und  $P_{ki}$  (Dempster 1955, Plagenhoef 1971, Williams und Lissner 1962).

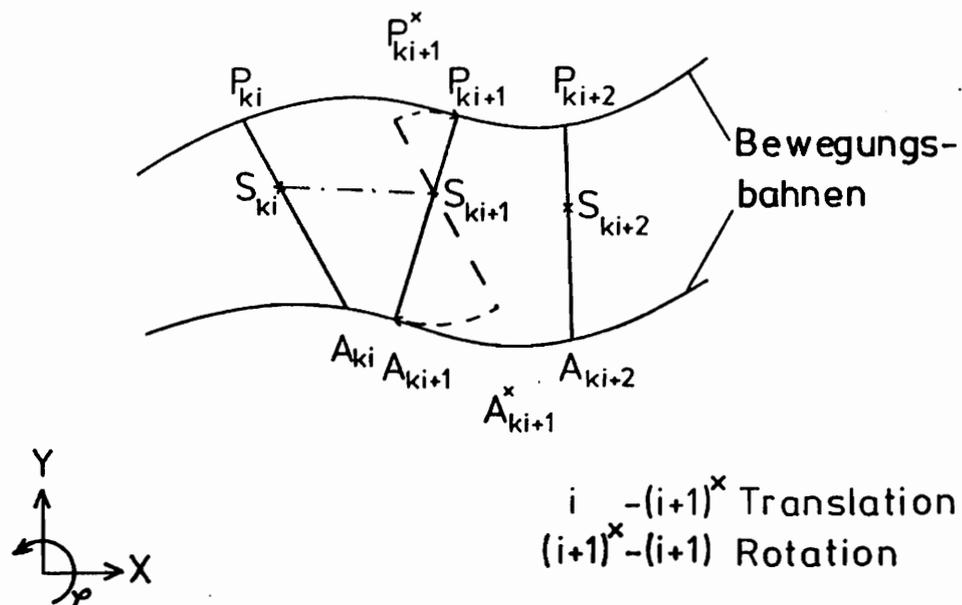


Abb. 5: Zerlegung der ebenen Bewegung des starren Körpers in eine Translation und eine Rotation um den Schwerpunkt.

Zur Zeit  $t_{i+1}$  haben die beiden Punkte des Körpers die Lage  $A_{ki+1}$ ,  $P_{ki+1}$  und  $S_{ki+1}$  eingenommen (Abb. 5). Die Bewegung im Zeitintervall  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  läßt sich dann zerlegen in die beiden nacheinander ausgeführten Bewegungen:

1) Verschiebung des Körpers  $k$  parallel zu sich selbst um die Strecke  $\overline{S_{ki} S_{ki+1}}$ . Dabei gehen der Punkt  $A_{ki}$  über in  $A_{ki+1}^x$  und der Punkt  $P_{ki}$  in  $P_{ki+1}^x$

2) Rotation um den Schwerpunkt  $S_{ki+1}$  mit dem Winkel

$$\Delta \varphi_{ki} = \overset{x}{A}_{ki+1} S_{ki+1} A_{ki+1} = \overset{x}{P}_{ki+1} S_{ki+1} P_{ki+1}$$

Der Winkel  $\Delta \varphi_{ki}$  der Rotation ist unabhängig vom gewählten Rotationspunkt, die Größe und Richtung der Translation dagegen nicht.

Mit Hilfe der Koordinatenpaare der Körperpunkte  $A_{ki}$ ,  $P_{ki}$  und  $S_{ki}$  können die Translation und die Rotation dargestellt werden durch die Gleichungen

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i = \text{const}$$

$$\Delta x_{S_{ki}} = x_{S_{ki+1}} - x_{S_{ki}}$$

$$\Delta y_{S_{ki}} = y_{S_{ki+1}} - y_{S_{ki}}$$

und  $\Delta \varphi_{ki} = \varphi_{ki+1} - \varphi_{ki}$  mit

$$\varphi_{ki} = \text{arctg} \frac{y_{P_{ki}} - y_{A_{ki}}}{x_{P_{ki}} - x_{A_{ki}}}$$

Daraus ergeben sich für die Geschwindigkeiten die Differenzenquotienten

$$\dot{x}_{S_{ki}} = \frac{\Delta x_{S_{ki}}}{\Delta t}$$

$$\dot{y}_{S_{ki}} = \frac{\Delta y_{S_{ki}}}{\Delta t}$$

und  $\dot{\varphi}_{ki} = \frac{\Delta \varphi_{ki}}{\Delta t} = \dot{\omega}_{ki}$

Bei den gegebenen Bewegungen ändert sich der Betrag der Geschwindigkeiten von Zeitintervall zu Zeitintervall. Für die Beschleunigungen ergeben sich dann die Differenzenquotienten

$$\ddot{x}_{S_{ki}} = \frac{x_{S_{ki-1}} - 2x_{S_{ki}} + x_{S_{ki+1}}}{\Delta t^2}$$

$$\ddot{y}_{S_{ki}} = \frac{y_{S_{ki-1}} - 2y_{S_{ki}} + y_{S_{ki+1}}}{\Delta t^2}$$

und  $\ddot{\varphi}_{ki} = \frac{\varphi_{ki-1} - 2\varphi_{ki} + \varphi_{ki+1}}{\Delta t^2} = \dot{\dot{\omega}}_{ki}$

Je kleiner das Zeitintervall  $\Delta t$  wird, desto genauer wird der momentane Bewegungszustand durch die Differenzenquotienten beschrieben.

### 3.3. Statik des starren Körpers

Die an einem System starrer Körper wirkenden Kräfte können in äußere Kräfte und innere Kräfte unterteilt werden.

Die äußeren Kräfte wirken von außen auf die Körper des Systems ein. Entsprechend ihrer Verteilung wird unterschieden zwischen (Lehmann 1974):

- a) flächenhaft verteilt angreifenden Kräften, die an der Oberfläche auf die Körper einwirken und durch Berührungen mit anderen Körpern zustande kommen, also auf Nahwirkung beruhen (z.B. Auflagerkräfte, vom Gasdruck ausgeübte Kräfte oder Federkräfte).
- b) räumlich verteilt angreifende Kräfte, die durch Fernwirkung auf die Körperelemente einwirken (z.B. Gewichtskräfte, Trägheitskräfte oder elektro-magnetische Kräfte)

In den Sammelbegriff Kräfte sind in dieser Arbeit auch singuläre Kräftepaare einbezogen. Diese Kräftepaare können auch schlicht als Momente bezeichnet werden. Der Angriffspunkt der Momente ist eindeutig festgelegt.

Die inneren Kräfte treten als Reaktion auf die Belastungen der Körper auf. Um Aufschluß über die inneren Kräfte zu gewinnen, werden die Körper durch gedachte Schnitte in je zwei Teilkörper zerlegt (Abb. 6). Damit werden die auf den Schnittufern flächenhaft verteilt angreifenden inneren Kräfte zu äußeren Kräften gemacht. Nach dem allgemeinen Äquivalenzsatz der Stereostatik lassen sich die flächenhaft verteilten Kräfte zusammenfassen zu einer resultierenden Schnittkraft  $\bar{X}$  und einem resultierenden Schnittmoment  $\bar{Y}$ .



Der im Gleichgewicht befindliche Körper  $k$  wird durch einen gedachten Schnitt in die Teilkörper  $k$  und  $k+1$  zerlegt. Für jeden dieser Teilkörper müssen die angreifenden Kräfte und Momente ein Gleichgewichtssystem bilden. Es muß gelten:

$$\vec{F}_k + \vec{X}_k = 0$$
$$\vec{M}_k + \vec{Y}_k + \vec{h}_{S_k} \times \vec{X}_k = 0$$

Dabei sind:

$\vec{F}_k$  die Summe der äußeren Kräfte, die am Teilkörper  $k$  angreift. Ihre Wirkungslinie verläuft durch den Schwerpunkt des Teilkörpers  $k$

$\vec{X}_k$  die Schnittkraft, die am Teilkörper  $k$  angreift

$\vec{M}_k$  das resultierende Moment der am Teilkörper  $k$  angreifenden Kräfte in Bezug auf den Schwerpunkt  $S_k$

$\vec{Y}_k$  das Schnittmoment, das am Teilkörper  $k$  angreift

und  $\vec{h}_{S_k}$  der Hebelarm der Schnittkraft  $\vec{X}_k$  bezüglich des Schwerpunktes des Teilkörpers  $k$

Die in den "Hinges" der Systeme starrer Körper übertragenen Kräfte und Momente können in gleicher Weise wie die Schnittkräfte  $\vec{X}_k$  und die Schnittmomente  $\vec{Y}_k$  berechnet werden. Dazu werden gedachte Schnitte durch die "Hinges" geführt, und das System in seine einzelnen Körper zerlegt. Beim Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen ist darauf zu achten, ob in den jeweils vorhandenen "Hinges" Kräfte und Momente oder Kräfte oder nur Momente übertragen werden.

### 3.4. Kinetik der starren Körper

In diesem Abschnitt soll nun die Frage gestellt werden, wie sich ein starrer Körper unter dem Einfluß gegebener Kräfte und Momente bewegt.

Aus dem zweiten Newtonschen Axiom ergibt sich die Bewegungsgleichung für die Translation des starren Körpers  $k$

$$m_k \vec{a}_{S_k} = \vec{F}_k + \sum \vec{X}_g$$

Dabei sind  $m_k$  die Masse des Körpers  $k$ ,  $\vec{a}_{S_k}$  die Beschleunigung des Körperschwerpunktes  $S_k$ ,  $\vec{F}_k$  die resultierende äußere Kraft und  $\vec{X}_g$  die in den Gelenken  $g$  des Körpers  $k$  angreifenden Gelenkkräfte.

Mit dem resultierenden Moment  $\vec{M}_k$ , den Kräften  $\vec{X}_g$  und den Momenten  $\vec{Y}_g$  läßt sich für den Körper  $k$  die zeitliche Änderung des Dralls  $\vec{B}_{S_k}$  in der Form schreiben

$$\dot{\vec{B}}_{S_k} = \vec{M}_k + \sum \vec{Y}_g + \sum \vec{h}_{S_{kg}} \times \vec{X}_g$$

mit  $\vec{h}_{S_{kg}}$  als den Hebelarmen der Kräfte  $\vec{X}_g$  zum Körperschwerpunkt  $S_k$ .

Andererseits läßt sich der Drall  $\vec{B}_{S_k}$  in Bezug auf den Körperschwerpunkt  $S_k$  und ein raumfestes Koordinatensystem berechnen aus

$$\begin{aligned} \vec{B}_{S_k} &= \int_V (\vec{r} - \vec{r}_{S_k}) \times [\vec{\omega}_k \times (\vec{r} - \vec{r}_{S_k})] dm \\ &= J_{S_k} \vec{\omega}_k \end{aligned}$$

$J_{S_k}$  ist der Trägheitstensor des starren Körpers  $k$ . Ist das Koordinatensystem ein kartesisches System, dessen Ursprung momentan mit dem Schwerpunkt  $S_k$  zusammenfällt, so können die Maßzahlen des Trägheitstensors  $J_{S_k}$  aufgespalten werden in die Massenträgheitsmomente

$$\Theta_{xx_k} = \int_V (y_k^2 + z_k^2) dm$$

$$\Theta_{yy_k} = \int_V (z_k^2 + x_k^2) dm$$

$$\Theta_{zz_k} = \int_V (x_k^2 + y_k^2) dm$$

und den Deviationsmomenten

$$\Theta_{xy_k} = \Theta_{yx_k} = -\int_V x_k y_k dm$$

$$\Theta_{yz_k} = \Theta_{zy_k} = -\int_V y_k z_k dm$$

$$\Theta_{zx_k} = \Theta_{xz_k} = -\int_V z_k x_k dm$$

Entsprechen die Koordinatenachsen den Hauptachsen des Körpers, so ist

$$\Theta_{xy_k} = \Theta_{yz_k} = \Theta_{zx_k} = 0$$

Differenziert man den Drall  $\vec{B}_{S_k}$  nach der Zeit, so erhält man

$$\dot{\vec{B}}_{S_k} = J_{S_k} \dot{\vec{\omega}}_k + \vec{\omega}_k \times J_{S_k} \vec{\omega}_k$$

Aus den beiden Gleichungen für die Dralländerung  $\dot{\vec{B}}_{S_k}$  ergibt sich die Bewegungsgleichung für die Rotation um den Körperschwerpunkt

$$J_{S_k} \dot{\vec{\omega}}_k + \vec{\omega}_k \times J_{S_k} \vec{\omega}_k = \vec{M}_k + \sum \vec{Y}_g + \sum \vec{h}_{S_{kg}} \times \vec{X}_g$$

Bei der ebenen Bewegung hat die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}_k$  nur eine Komponente senkrecht zur Bewegungsebene, und der Trägheitstensor  $J_{S_k}$  reduziert sich auf das Massenträgheitsmoment

$$\theta_{S_k} = \int_V (x_k^2 + y_k^2) dm$$

mit  $x_k$  und  $y_k$  als Hauptachsen.

Die Bewegungsgleichung für die Rotation lautet dann

$$\theta_{S_k} \dot{\vec{\omega}}_k = \vec{M}_k + \sum \vec{Y}_g + \sum \vec{h}_{S_{kg}} \times \vec{X}_g$$

Die Bewegungsgleichung für die Translation kann auch in der Form

$$\vec{F}_k + \sum \vec{X}_g + m_k(-\vec{a}_{S_k}) = 0$$

geschrieben werden. Dann wird der Term  $m_k(-\vec{a}_{S_k})$  Trägheitskraft  $\vec{F}\vec{T}_k$  genannt und beschreibt den Widerstand der Masse gegen die beschleunigenden Kräfte. In gleicher Weise läßt sich auch ein Moment  $\vec{M}\vec{T}_k$  definieren.

$$\vec{M}\vec{T}_k = -(J_{S_k} \vec{\omega}_k + \vec{\omega}_k \times J_{S_k} \vec{\omega}_k)$$

Für die ebene Bewegung lautet dieses Moment

$$\vec{M}\vec{T}_k = \theta_{S_k} (-\dot{\vec{\omega}}_k)$$

Mit der Trägheitskraft  $\vec{F}\vec{T}_k$  und dem Moment  $\vec{M}\vec{T}_k$  läßt sich das d'Alembertsche Prinzip für den starren Körper schreiben als

$$\vec{F}_k + \sum \vec{X}_g + \vec{F}\vec{T}_k = 0$$

und

$$\vec{M}_k + \sum \vec{Y}_g + \sum \vec{h}_{S_{kg}} \times \vec{X}_g + \vec{M}\vec{T}_k = 0$$

Diese Gleichungen sind in ihrem Aufbau von der gleichen Art wie die Gleichgewichtsbedingungen der Statik. Man könnte sie kinetische Gleichgewichtsbedingung nennen. Sind die Translations- und die Rotationsbeschleunigung bekannt, so können mit Hilfe des d'Alembertschen Prinzips die Kräfte und Momente berechnet werden, durch die die Bewegung des Körpers hervorgerufen werden.

Für das System mit  $N$  starren Körpern lautet das d'Alembertsche Prinzip

$$\sum_{k=1}^N \vec{F}_k + \overline{F T}_k = 0$$

und

$$\sum_{k=1}^N \vec{M}_k + \overline{M T}_k = 0$$

In dieser Gleichung erscheinen die Schnittkräfte und -momente des Systems nicht. Ihre Summen sind über das ganze System summiert gleich Null.

#### 4. Allgemeine Muskelmechanik

Die Muskeln überspannen ein Gelenk oder mehrere Gelenke. Als Mittellinie eines Muskels wird die Verbindungslinie zwischen den Schwerpunkten der einzelnen Querschnittsflächen bezeichnet. Der Abstand der Mittellinie zum Gelenk hängt von der jeweiligen Gelenkstellung ab, wird aber durch Fascienbinden in engen Grenzen gehalten. Durch Kontraktion stellen die Muskeln zuerst das statische Gleichgewicht an den Körpersegmenten her und führen bei anschließender Verkürzung zu einer Stellungsänderung der Segmente.

Die Drehbewegungen in den Gelenken werden mindestens durch zwei entgegengesetzt wirkende Muskeln verursacht (Abb. 7). Der sich kontrahierende Muskel muß nicht nur der äußeren

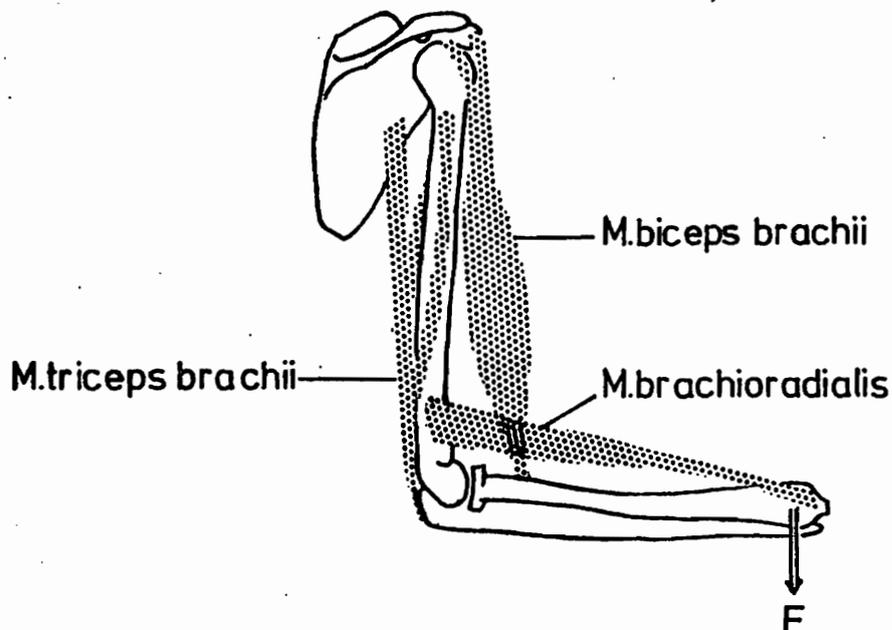


Abb. 7: Die Extensoren und Flexoren des Unterarms im Ellbogengelenk

Kraft  $\vec{F}$  entgegenwirken, sondern er muß zusätzlich bei der Bewegung auch den gegenüberliegenden Muskel dehnen. Deshalb muß bei einer Bewegung unterschieden werden zwischen den sich aktiv, synergistisch kontrahierenden Muskeln und den passiv gedehnten Muskeln, die die Funktion der Antagonisten übernehmen. Außerdem können die Antagonisten eine abgestufte Innervation erfahren. Hierdurch wird erst ein wohl koordinierter Bewegungsablauf möglich.

Mit Hilfe von Sehnen wird die Muskelkraft auf die Skelettelemente übertragen. Die Sehnen splitteln sich auf und vergrößern dadurch ihre Haftfläche am Muskel (Abb. 8). Die Muskelfasern setzen stets unter einem mehr oder minder großen Winkel am Sehnenblatt an (Abb. 9). Würden die Muskelfasern in gerader Fortsetzung und auf gleicher Querschnittshöhe in die gebündelten Fasern der Sehnen übergehen, so würden bei einer Kontraktion die Sehnen auseinandergesprengt, weil bei einer Kontraktion das Muskelvolumen konstant bleibt und die Muskelfasern dicker werden (Benninghoff und Goerttler 1968).

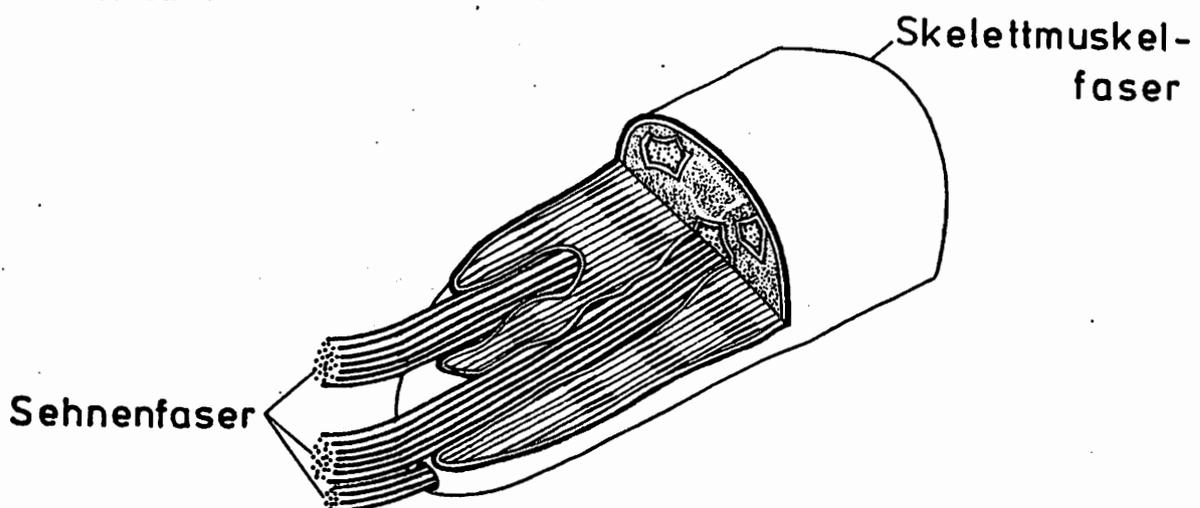


Abb. 8: Schematische Darstellung der Verbindung zwischen Skelettmuskelfasern und Sehnenfasern (nach Bucher 1973 )

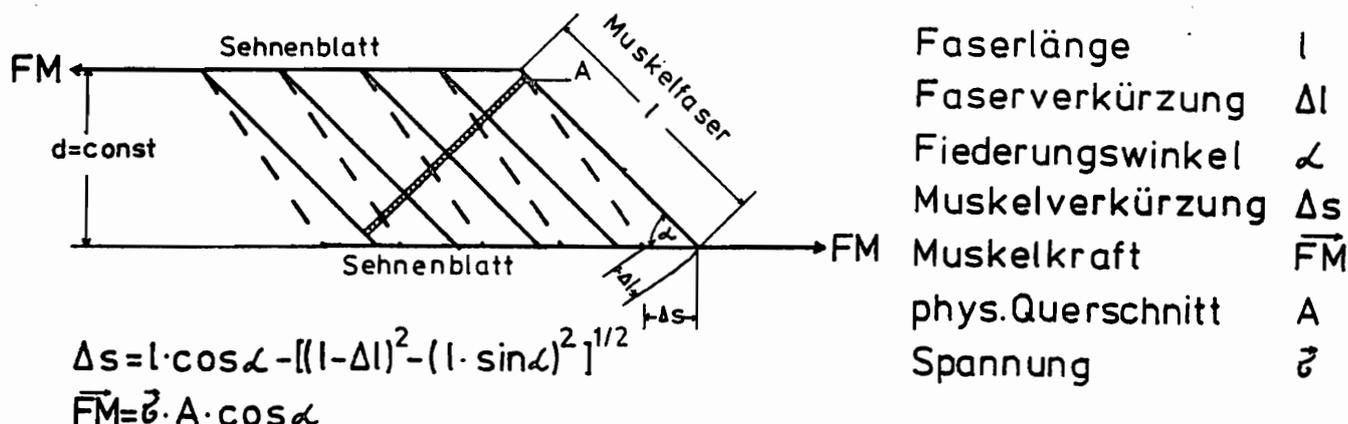


Abb. 9: Die Kontraktion des gefiederten Muskels

Durch die Fiederung des Muskels wird außerdem erreicht, daß die Verkürzung  $\Delta s$  des Muskelbauches größer werden kann, als die Längenabnahme  $\Delta l$  der einzelnen Muskelfasern (Abb. 9). Für Fiederungswinkel  $\alpha$  unter  $12^\circ$  ist dieser Unterschied jedoch vernachlässigbar klein (Pfuhl 1937). Die Spanne der prozentualen Verkürzung des Gesamtmuskels liegt beim Menschen zwischen 56 % für den M. brachialis und 4,7 % für den M. flexor hallucis longus (Grefrath 1977). Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Länge des Gesamtmuskels gleich der Summe aus der Muskelbauchlänge und der Länge der muskelfreien Sehnen ist. Die Länge der Sehnen kann als konstant angenommen werden.

Die maximale Kraft  $\overline{FM}$  eines Muskels ist abhängig vom Fiederungswinkel  $\alpha$  und von seinem physiologischen Querschnitt  $A$  (Abb. 9). Zur Bestimmung des physiologischen Querschnittes werden die Querschnittsflächen bei allen Fasern quer zur Längsachse gemessen. Für die wichtigsten Skelettmuskeln haben Schumacher und Wolff (1966) die physiologischen Querschnitte nach einem von Buchner (1877) angegebenen und von ihnen modifizierten Verfahren bestimmt. Nach Havener (1970) ist die auf eine Flächeneinheit bezogene absolute Muskelkraft für alle Skelettmuskeln fast gleich groß. So gibt Reichel (1960) für den M. biceps brachii einen Wert von  $\sigma = 79,7 \text{ N/cm}^2$  an.

Im menschlichen Bewegungsapparat gibt es auch Gelenke, die von mehreren Muskeln mit gleichem Wirkungssinn überspannt werden. Als Beispiel seien hier der M. biceps brachii und der M. brachioradialis genannt (Abb. 7).

MacConnaill (1946 u. 1949) unterteilte diese Muskeln in "Spurt" und "Shunt" Muskeln, wobei der M. brachioradialis als "Shunt" Muskel bei schnellen Bewegungen den Zusammenhalt des Gelenkes sichern soll. Dieser Ansicht widerspricht jedoch Stern (1971), da nach seiner Meinung die Bänder den Zusammenhalt des Gelenkes sichern. Pauwels (1963) hält die Doppelbesetzung des Ellbogengelenkes durch die beiden Muskeln für die ideale Lösung zur Herabsetzung schädlicher Dauerbeanspruchungen des Gelenkknorpels und der artikulierenden Skelettelemente.

Zum Bewegungsablauf im Ellbogengelenk schreibt Stern 1974, daß Muskeln mit langem Hebelarm geeignet sind, ein Gelenk in kürzester Zeit in eine bestimmte Stellung zu bringen. In dieser Stellung sind dann die Muskeln mit kurzem Hebelarm für schnelle Bewegungen verantwortlich. Jackson et al (1977) zeigen, daß der M. brachioradialis sich erst kontrahiert, wenn der M. bicepsbrachii einen bestimmten aktiven Zustand überschreitet. Hieraus abgeleitet möchte ich die Kombination dieser beiden Muskeln mit dem Benzinmotor und dem Getriebe beim Auto vergleichen. Ähnlich dem Motor entwickelt der Muskel seine maximale Kraft nur in einem kleinen Längenbereich (s. Abschnitt 4.2.). Um jedoch über einen möglichst großen Bewegungsbereich im Gelenk eine konstante Kraft zur Verfügung zu stellen, sind hier mehrere Muskeln vorhanden, die nacheinander aktiv werden. Dies entspräche den einzelnen Getriebestufen.

#### 4.1. Der ruhende oder passive Muskel

Um die mechanischen Eigenschaften des Muskels besser erklären und durch mathematische Formeln erfassen zu können, ist das in Abb. 10 dargestellte Modell für eine Muskelfaser entwickelt worden (Hill 1949, Fung 1970 u. 1971, Glantz 1974 u. 1977). Dieses Modell besteht aus einem kontraktilem Element KE und zwei in Serie und parallel dazu geschalteten Elementen SE und PE. Die Elemente SE und PE simulieren das Verhalten des Bindegewebes in den Muskelfasern.

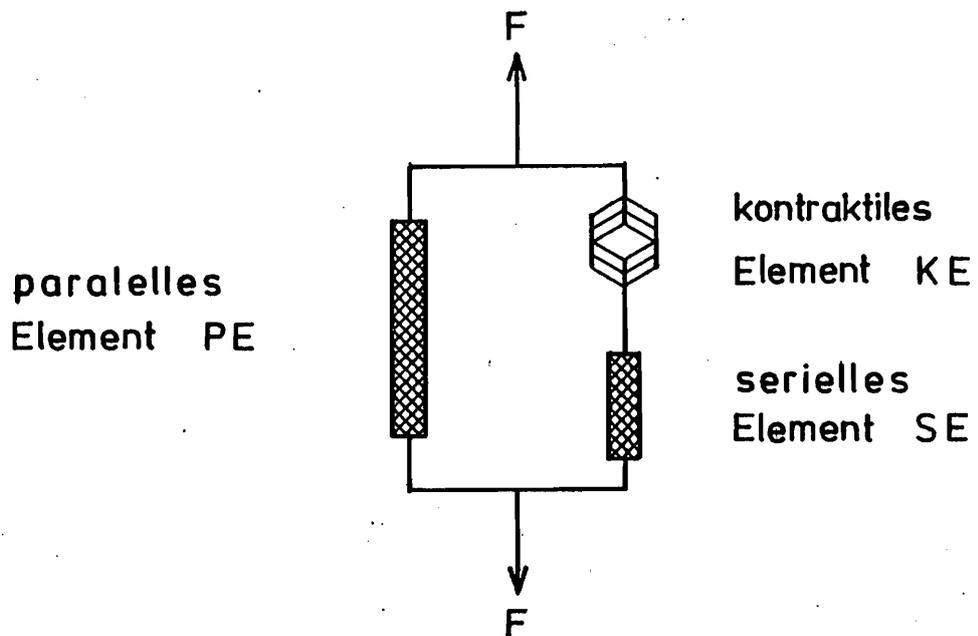


Abb. 10: Anordnung des kontraktilem, des seriellen und des parallelen Elementes im Muskelfasermodell (nach Glantz 1977)

Das kontraktile Element KE der ruhenden Muskelfaser kann ohne Kraft gedehnt werden (Fung 1970, Glantz 1974 u. 1977). Dies bedeutet, daß bei einer Dehnung die aufzuwendende Kraft allein von den mechanischen Eigenschaften des parallelen Elementes PE abhängt. Nach einer aktiven Verkürzung läßt sich der Muskel widerstandslos bis zur Ausgangslänge, der sogenannten "Ruhelänge"  $l_0$  dehnen (Abb. 11). Die "Ruhelänge"  $l_0$  ist ungefähr 15 % kleiner als die Muskellänge, die bei Mittelstellung der Gelenke zwischen maximaler Beugung und maximaler Streckung erreicht wird. Die Muskellängen bei Mittelstellung der Gelenke werden als Körperlängen der Muskeln bezeichnet (Reichel 1960, Hasselbach 1975). Wird der Muskel über die "Ruhelänge"  $l_0$  gedehnt, so nimmt sein Dehnungswiderstand beträchtlich zu (Abb. 11).

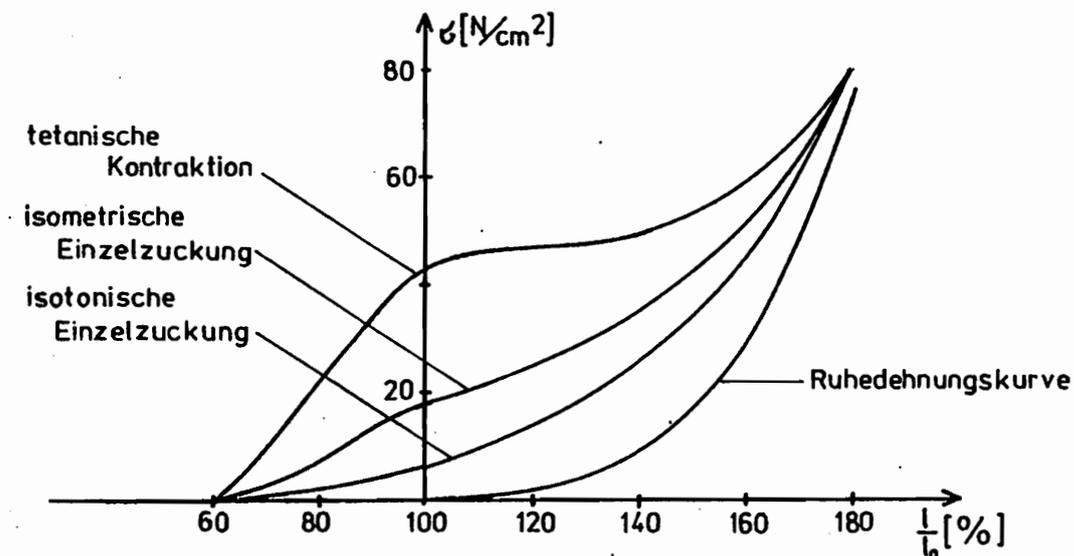


Abb. 11: Spannungs-Längenänderungs-Diagramm für die Skelettmuskulatur (nach Reichel 1960).

Wie bei einem viscoelastischen Stoff gehören zu den Eigenschaften des parallelen Elementes die Spannungs-Relaxation und das Kriechen. Zusätzlich treten noch Hysteresen zwischen den Be- und Entlastungszyklen und Ermüdungserscheinungen auf. Dies bedeutet, daß die Spannungen nicht nur von den Dehnungen, sondern auch vom zeitlichen Verlauf der Dehnungen abhängen. Die Beziehung zwischen den Spannungen und den Dehnungen kann formal geschrieben werden als

$$\zeta(t) = F[\varepsilon(t)] + F'[\varepsilon(t-\tau); t; \tau]$$

Dabei ist  $\zeta(t)$  die Zugspannung zur Zeit  $t$  entsprechend dem bisherigen Verformungsverlauf,  $\varepsilon(t)$  ist die Dehnung zur Zeit  $t$ , und  $F[\varepsilon(t)]$  ist eine Funktion der Dehnungen  $\varepsilon(t)$ . Dagegen ist  $F'[\varepsilon(t-\tau); t; \tau]$  ein Funktional des zurückliegenden Dehnungsverlaufes. Der Term  $F[\varepsilon(t)]$  stellt den thermodynamisch reversiblen Teil der Spannungs-Dehnungs-Beziehung dar. Zu jedem Zeitpunkt gibt er die elastische Spannung

$$\zeta^x(t) = F[\varepsilon(t)]$$

an.

Der Anteil der elastischen Spannung  $\zeta^x(t)$  beträgt 80 - 90 % der Gesamtspannung im parallelen Element (Fung 1967). Die einzigen mir bekannten Spannungs-Längenänderungs-Diagramme für den menschlichen Skelettmuskel sind bei Ralston et al (1947) erwähnt. Die Versuche sind direkt am lebenden Menschen durchgeführt worden. Über den zeitlichen Verlauf der Spannungen  $\zeta(t)$  und Dehnungen  $\varepsilon(t)$  für den ruhenden Muskel ist nichts erwähnt. Aus diesen Gründen scheint es mir sinnvoll, nur die Beziehungen zwischen den elastischen Spannungen  $\zeta^x$  und den Dehnungen  $\varepsilon$  herzuleiten.

Bei den Muskelfasern handelt es sich nicht um infinitesimal kleine, sondern um endliche Längenänderungen, die bis 80 % der Ursprungslänge betragen können (Abb. 11). Die Verformungen der Muskelfasern lassen sich dann folgendermaßen darstellen.

Zur Beschreibung der unverformten Muskelfaser ist ein körperfestes Koordinatensystem  $(x_1, x_2, x_3)$  gegeben, dessen Achse parallel zur Faserlängsachse liegt. Die Muskelfaser wird nun parallel zu den Koordinatenachsen gedehnt, so daß aus einem Würfel, der aus der Faser ausgeschnitten ist und die Kantenlänge "1" hat, ein Quader mit den Kantenlängen  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  wird. Dann lassen sich die Koordinaten der verformten Faser in Bezug auf ein Koordinatensystem  $(y_1, y_2, y_3)$ , dessen Achsen mit den Achsen  $(x_1, x_2, x_3)$  zusammenfallen, schreiben als

$$y_1 = \lambda_1 x_1$$

$$y_2 = \lambda_2 x_2$$

und 
$$y_3 = \lambda_3 x_3$$

Das Volumen der Muskelfaser verändert sich bei der Verformung nicht. Folglich ist auch das Volumen des Quaders konstant, und es ist

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 = 1$$

Die Muskelfaser wird nun parallel zur Achse  $x_1$  gedehnt, so daß

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}$$

Wird nun  $\lambda_1 = \lambda$  gesetzt, und ist

$$\lambda = \frac{\text{Länge der gedehnten Muskelfaser}}{\text{Länge der Muskelfaser}} = \frac{l}{l_0}$$

so kann für die Skelettmuskeln des Menschen die Beziehung zwischen den elastischen Spannungen  $\sigma^*$  in den parallelen Elementen und den Längenänderungen  $\lambda$  beschrieben werden durch die von Fung (1967) entwickelte Gleichung

$$\sigma^* = \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\lambda} - \frac{1}{\tilde{\lambda}^2}} \left( \lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) e^{\gamma(\lambda - \tilde{\lambda})}$$

mit der elastischen Spannung  $\tilde{\sigma}$  bei der Längenänderung  $\tilde{\lambda}$  und der Variablen  $\gamma$ , die von der Dehnungsgeschwindigkeit beim Be- und Entlasten des Muskels abhängt (Fung, 1970).

Für die Werte  $\tilde{\lambda}$  und  $\tilde{\sigma}$  kann ein beliebiger Punkt auf der Spannungs-Längenänderungs-Kurve (Abb. 11) gewählt werden. Dabei ist jedoch zu beachten, daß für  $\lambda > \tilde{\lambda}$  die Spannungswerte  $\sigma^*$  wesentlich schneller ansteigen als sie bei  $\lambda < \tilde{\lambda}$  abfallen. Die Werte  $\gamma$  können durch Einsetzen weiterer Längenänderungswerte  $\lambda$  und entsprechender Spannungswerte  $\sigma^*$  in die obige Gleichung ermittelt werden.

#### 4.2. Der aktive Muskel

Im Versuch wird unterschieden zwischen einer isometrischen und einer isotonischen Kontraktion der isolierten aktiven Muskelfaser (Abb. 11). Bei der isotonischen Kontraktion wird die Längenänderung bei konstanter Last und bei der isometrischen Kontraktion die Kraft bei konstanter Länge gemessen. Die isometrische Kraft erreicht zwischen 90 % und 110 % der "Ruhelänge"  $l_0$  ihr relatives Maximum. Wird die Muskelfaser vorgedehnt, so steigt die passive Kraft an, der Kraftzuwachs während der Kontraktion wird jedoch kleiner. Er verschwindet bei etwa 180 % der "Ruhelänge". Bei Längen, die kleiner als die "Ruhelänge" sind, nimmt die Kraft erst allmählich, dann steil ab.

Im Körper jedoch erreichen die Muskelfasern die im Versuch ermittelten minimalen und maximalen Längen nicht. Sie können sich hier aus dem gedehnten Zustand nur um 50 % verkürzen (Fick 1910).

Während der Kontraktion mobilisiert der Muskel aus chemischen Umsetzungen schnell Energie. Diese gibt er als Wärme bzw. als mechanische Arbeit und Wärme, falls er sich verkürzt, ab.

Wird die Muskelfaser durch einen elektrischen Impuls gereizt, so verkürzt sie sich nach einer kurzen Latenzzeit. Für die einzelnen Muskelfasern gilt das Alles- oder Nichts-Gesetz. Jedem überschwelligem Reiz folgt eine Kontraktion, deren Stärke und Dauer von der Reizstärke unabhängig ist. Dies gilt jedoch nicht für die Kontraktion des ganzen Muskels. Sie ist abhängig von der Anzahl der Nervenfasern, die den Muskel aktivieren, und der Reizstärke.

Die größte Kraft entwickelt der aktive Muskel, wenn eine wiederholte Reizung des Muskels erfolgt. Ist der Abstand zwischen den aufeinanderfolgenden Reizen größer als die Dauer der Einzelzuckung, so erschlafft der Muskel zwischen den Reizen vollständig. Wird der Reizabstand verkleinert, so summieren sich die späteren zu den vorangegangenen Kontraktionen. Die Kontraktion nach dem zweiten Reiz schließt sich glatt an die erste an, wenn der zweite Reiz in den steilen Anstieg der ersten Kontraktion fällt. Nach 3 - 5 solchen Reizen erreicht die Kraft ihren Maximalwert (Abb. 11). Durch eine längere Serie solcher Reize wird eine Dauerkontraktion, der vollständige oder glatte Tetanus erzeugt, die den natürlichen Bedingungen im Körper entspricht.

Der Muskel verkürzt sich unter isotonischen Bedingungen nach einer Reizung sofort mit der maximal möglichen Geschwindigkeit  $v$ . Die maximale Geschwindigkeit  $v$  ist abhängig von der am Muskel angreifenden Gesamtkraft  $F$ . Diese Abhängigkeit hat der Physiologe Hill (1938) beschrieben durch die Gleichung

$$v = b(F_0 - F) / (F + a)$$

mit  $F_0$  als mögliche Kraft bei der Geschwindigkeit  $v=0$  und den Parametern  $a$  und  $b$ , die die speziellen Eigenschaften der einzelnen Muskeln charakterisieren.

Mit Hilfe dieser Gleichung ließe sich nun die zur Durchführung der Bewegung nötige Muskelkraft berechnen, wenn die Kontraktionsgeschwindigkeit des Muskels bekannt ist. Alexander (1973 u. 1974) und Morrison (1970) schlagen diesen Weg ein, den ich jedoch für ungeeignet halte. Denn diese Lösung ist nur unter der Annahme möglich, daß alle Muskelfasern gleichzeitig aktiv sind und die vom Muskel ausgeübte Kraft über längere

Zeit konstant ist. Auch ist die Berechnung der Kontraktionsgeschwindigkeit aus den momentanen Muskellängen und der für die Kontraktion benötigten Zeit nur mit großen Fehlern möglich. Statt dessen werden in Abschnitt 5.2. die Muskelkräfte mit Hilfe der mechanischen Gleichgewichtsbedingungen berechnet.

## 5. Modell des menschlichen Körpers

Durch die Annahme, daß sich die Segmente des menschlichen Körpers bei den Bewegungen im "Großen" wie starre Körper verhalten, wird die Berechnung der an den Segmenten angreifenden Kräfte und Momente wesentlich vereinfacht. Um auch die Berechnung der Muskelkräfte möglichst einfach durchführen zu können, muß ein idealisiertes Modell des menschlichen Bewegungsapparates entwickelt werden (Abb. 3). Dieses Modell soll alle betrachteten Bewegungen wie der Mensch ausführen können. Es muß deshalb die in Abschnitt 2 erwähnten Körperbauteile enthalten.

### 5.1. Der funktionelle Aufbau dieses Modells

Der hier betrachtete Modell-Mensch besteht aus fünfzehn starren Segmenten, die durch Scharniergelenke verbunden sind (s. auch Abschnitt 3.1.1.). Die Massen und die Lage der Schwerpunkte der Segmente können anhand der Angaben in Braune und Fischer (1889) sowie Dempster (1955) berechnet werden. Die Gestalt der einzelnen Segmente wird durch die folgenden geometrischen Körper beschrieben.

- a) elliptischer Kegelstumpf: Ober- und Unterschenkel, Ober- und Unterarm
- b) elliptischer Kegel: Füße
- c) elliptische Scheibe: Hände
- d) elliptischer Zylinder: Becken und Oberkörper
- e) Ellipsoid: Kopf

Jeweils eine Hauptachse des Ersatzkörpers ist gleich der Längsachse des betreffenden Körpersegmentes.

Die Extremitätenknochen sind durch dünne, starre Stäbe ersetzt (Abb. 3). Die Drehachsen der natürlichen Gelenke stimmen meist nicht mit den Gelenkfugen überein, so daß einzelne Stäbe in der Länge von den entsprechenden Extremitätenknochen abweichen. Das Rumpfskelett besitzt durch die Wirbelsäule die Beweglichkeit einer Gliederkette, doch kann es im Modell durch zwei Scheiben dargestellt werden, die durch ein einziges Gelenk verbunden sind.

Anstelle der Muskeln sollen Seile die einzelnen Stäbe des Skelettmodells verbinden (Abb. 3). Diese Seile verlaufen nach Möglichkeit geradlinig zwischen dem Ursprung und Ansatz

der jeweiligen Muskelgruppe (Sonderfälle s. weiter unten). Die Seile sind auf die physiologischen Eigenschaften und Dimensionen dieser Muskeln abgestimmt. Jensen und Davy (1975) haben den gekrümmten Verlauf der Muskelmittellinien von drei Muskeln des Hüftgelenkes für eine einzige Gelenkstellung bestimmt. Hierdurch konnten sie den genauen Winkel zwischen der Wirkungslinie der Muskelkraft und der Knochenachse berechnen. Es zeigte sich jedoch, daß die Drehmomente bei gradlinigem Verlauf der Muskelmittellinien maximal um 12 % von den Drehmomenten, die sich bei gekrümmten Muskelmittellinien ergaben, abwichen. Für die Extensoren und Flexoren der Extremitäten-Gelenke wird dieser Fehler sogar noch kleiner sein, da sie auch im Körper fast gradlinig verlaufen.

Die Muskelursprünge und -ansätze erstrecken sich immer über eine größere Fläche auf dem beteiligten Knochen. Im Modell sind diese Flächen zu Punkten verkleinert worden. Unter der Annahme, daß sich alle Muskelfasern gleich stark kontrahieren, entsprechen diese Punkte den Schwerpunkten der Ursprungs- und Ansatzflächen. Zur Bestimmung der Schwerpunkte habe ich die Ursprungs- und Ansatzflächen an mehreren Skeletten vermessen.

An einigen Stellen im Körper wird der Verlauf der Muskeln durch besondere Strukturen umgelenkt. Zum Beispiel verläuft die Sehne des M. quadriceps femoris (EM 4) über die Patella. An dieser Stelle ist auch im Modell eine Stützstelle eingebaut, um die gleiche Muskelwirkung zu erreichen (Abb. 3).

Am Modell der Unterextremität sind am Sprunggelenk und am Knie Stützstellen eingebaut (Abb. 3). Der jeweilige Muskelbauch liegt proximal der Stützstelle und geht in eine lange

Ansatzsehne über. Beim M. gluteus maximus (EM 7) und beim M. iliopsoas (FM 8) ist nicht der natürliche Verlauf vollständig berücksichtigt worden. Bei beiden Muskeln ist der Ursprung in Zugrichtung des Muskels verlegt worden, doch wird hierdurch ihre Bewegungsfunktion nicht verändert.

Um den wirklichen Muskelverlauf am Arm möglichst genau simulieren zu können, sind im Hand- und Ellbogengelenk Stützstellen eingebaut (Abb. 3). Bei einer Beugung des Unterarmes zwischen 0 und 20° liegen die Flexoren (FM 13, FM 14) des Oberarmes auf der Oberarmrolle auf. Ist die Beugung jedoch größer, so verlaufen die Seile FM 13 und FM 14 fast gradlinig zwischen Ursprung und Ansatz (Pauwels 1954).

Die Rückenmuskulatur besteht aus kurzen und langen Muskelsträngen. Im Modell (Abb. 3) wird sie nur durch ein Seil (EM 10) dargestellt, dessen Verlauf dem Lendenabschnitt des M. iliocostalis entspricht. Aus der Belastung dieses Seiles in der Seitenansicht kann die Beanspruchung aller Rückenmuskeln in Höhe des "Lendengelenkes" abgeleitet werden.

## 5.2. Das mechanische Gleichgewicht des menschlichen Körpers

Bei den untersuchten Bewegungen sind als Belastungen des menschlichen Körpers die Gewichtskräfte, die Trägheitskräfte und die Momente der einzelnen Segmente und die Auflagerkräfte gegeben. Die Auflagerkräfte greifen an der Berührungsfläche zwischen den Füßen und der Umgebung des Menschen an. Nur im Zustand der Ruhe verläuft die Wirkungslinie der resultierenden Auflagerkraft durch den Gesamtkörperschwerpunkt. Während beschleunigter Bewegungen hat sie einen mehr oder minder großen Abstand zum Gesamtkörperschwerpunkt. Ermöglicht wird dies durch eine geeignete Stellung der Füße zum Schwerpunkt.

Die Beanspruchung der als starre Körper betrachteten Segmente ist abhängig von den Schnittkräften und -momenten des menschlichen Körpers. Diese können berechnet werden, nachdem der menschliche Körper in den Gelenken durchgeschnitten worden ist (s. Abschnitt 3.3.). Durch die Gelenke werden keine Momente in Richtung der Gelenkachse übertragen. Doch überspannen Muskeln die Gelenke des menschlichen Körpers. Die Kräfte  $\vec{FM}$  der Muskeln können ersetzt werden durch ein Moment  $\vec{MM}$ , für das gilt

$$\vec{MM} = \vec{h} \times \vec{FM}$$

mit  $\vec{h}$  als Hebelarm der Muskelkraft  $\vec{FM}$  zum Gelenk, und in eine Kraft  $\vec{FM}^x$ , deren Wirkungslinie parallel zur Wirkungslinie der Kraft  $\vec{FM}$  und durch den Gelenkmittelpunkt verläuft.

Im Gelenk gleiten die beiden Knochenenden aufeinander. Doch kann der Einfluß der Reibung im Gelenk auf die Größe der Muskelkraft vernachlässigt werden, da der Reibungskoeffizient im Gelenk kleiner ist als der Reibungskoeffizient gut geölter Lager im Maschinenbau (Williams und Lissner 1962).

Mit diesen beiden Nebenbedingungen lauten die in Abschnitt 3.4. aufgestellten Gleichungen für das k-te Segment des menschlichen Körpers

$$m_k \vec{g} + \vec{F}\vec{T}_k + \sum (\vec{F}\vec{M}_g^x + \vec{G}_g) = 0$$

$$\text{und } \vec{M}\vec{T}_k + \sum (\vec{M}\vec{M}_g + \vec{h}_{S_{kg}} \times \vec{F}\vec{M}_g^x + \vec{l}_{S_{kg}} \times \vec{G}_g) = 0$$

mit  $\vec{g}$  als Erdbeschleunigung,  $\vec{F}\vec{T}_k$  als Trägheitskraft,  $\vec{F}\vec{M}_g^x$  als parallel verschobene Muskelkräfte im Gelenk  $g=k$  und  $g=k+1$ ,  $\vec{G}_g$  als Gelenkkkräfte,  $\vec{M}\vec{T}_k$  als Moment,  $\vec{M}\vec{M}_g$  als Moment der Muskelkräfte und  $\vec{h}_{S_{kg}}$  und  $\vec{l}_{S_{kg}}$  als Hebelarme der Kräfte  $\vec{F}\vec{M}_g^x$  und  $\vec{G}_g$  bezüglich des Segmenteschwerpunktes  $S_k$ . Die Lage dieser Kräfte und Momente an einem idealisierten Segment  $k$  ist in Abb. 12 dargestellt. Für die Füße müssen diese Gleichgewichtsbedingungen um den Anteil der Auflagekraft erweitert werden.

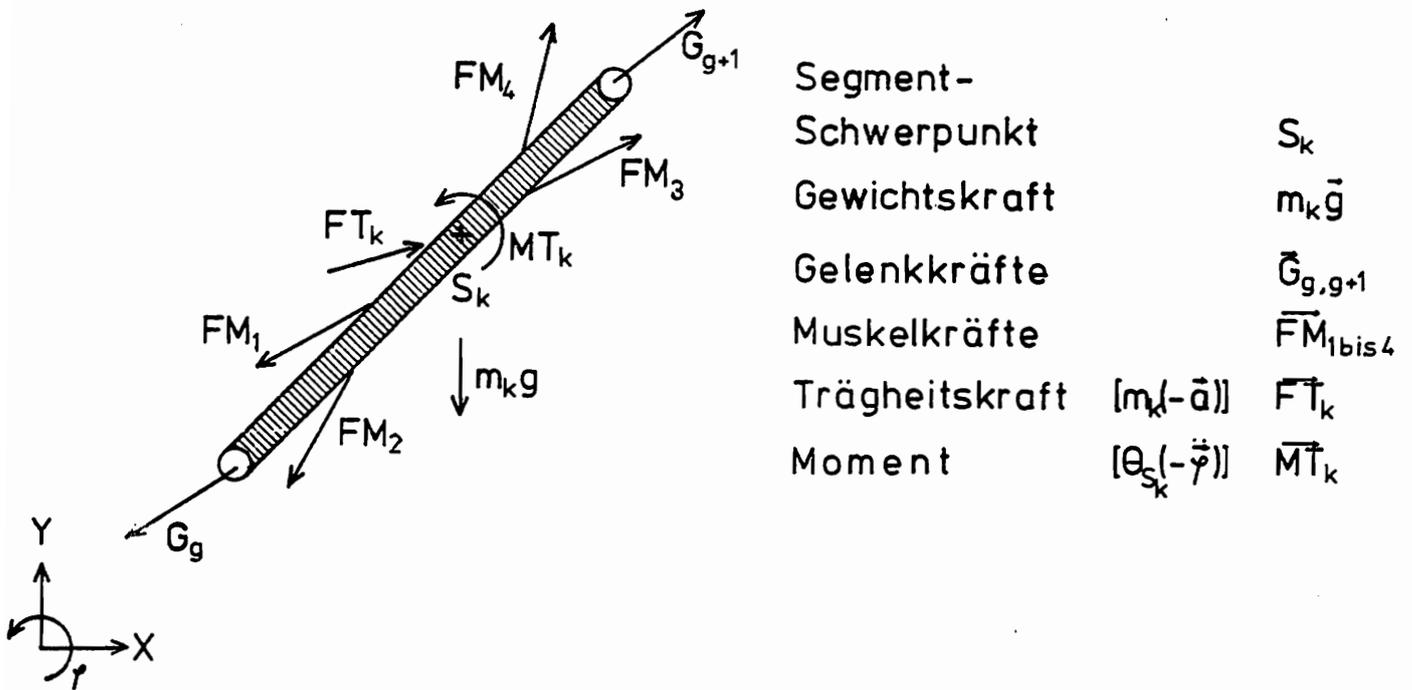


Abb. 12: Kräfte und Momente an einem beliebigen Segment k des menschlichen Körpers

Von den an einem Segment k angreifenden Kräften und Momenten sind bis jetzt nur die Größen der Gewichtskraft  $m_k \vec{g}$ , der Trägheitskraft  $\vec{FT}_k$  und des Momentes  $\vec{MT}_k$  bekannt. Es müssen noch die Größen der vier Muskelkräfte und der beiden Gelenkkräfte berechnet werden. Bei den Füßen und den Händen sind die Muskelkräfte und die Gelenkkraft am distalen Ende gleich Null. Die restlichen drei Unbekannten können mit Hilfe der obigen Gleichungen und einer weiteren Nebenbedingung berechnet werden.

Die Muskelkraft kann nur größer oder gleich Null sein. Der aktive Muskel hat die Aufgabe, unter den gegebenen Bedingungen das Momentengleichgewicht herzustellen. Es muß also vor der eigentlichen Rechnung festgestellt werden, welcher Muskel sich aktiv kontrahiert. Die Kraft des passiven Muskels wird gemäß der Ruhedehnungskurve des Spannungs-Längenänderungs-Diagramms (Abb. 11) bestimmt. Jetzt kann die Kraft des aktiven Muskels und die Gelenkkraft berechnet werden.

Sind die Muskelkräfte und die Gelenkkräfte an Füßen und Händen bekannt, so sind damit drei weitere Größen für die Unterschenkel und die Unterarme bekannt. Die drei verbliebenen Unbekannten können wie bei den Füßen oder Händen berechnet werden. Danach werden in gleicher Weise die Muskel- und Gelenkkräfte für die Oberschenkel und die Oberarme sowie für den Kopf und den Rumpf ermittelt.

## 6. Filmaufnahmen

Eine Analyse der menschlichen Bewegungen, bei der die Testperson nicht durch Meßinstrumente behindert wird, läßt sich günstig mit Hilfe von Filmaufnahmen durchführen. Auf den Filmbildern ist der Bewegungsablauf räumlich und zeitlich festgelegt. Erstreckt sich die Bewegung über eine größere Distanz, oder verläuft sie ausgeprägt dreidimensional, so sind für die Aufnahmen mehrere synchronisierte Filmkameras notwendig.

Die Filmbilder sind Zentralprojektionen der abgebildeten Objekte. Ihr perspektivisches Zentrum liegt im Objektiv der Kamera (Gierloff-Emden und Schroeder-Lanz 1970). Die geometrischen Beziehungen zwischen dem Objekt  $O$  und dem Bild  $B$  werden durch die Strahlensätze beschrieben. Dabei gelten für den Abbildungsmaßstab  $m_b$  die Beziehungen (Abb. 13)

$$\frac{O}{B} = \frac{H}{f}$$

und

$$m_b = \frac{O}{B}$$

mit der Objektweite  $H$  und der Brennweite  $f$ . Es werden also alle Objekte in einer Ebene, die genau senkrecht zur Objektivachse liegt, maßstabsgetreu an jeder Stelle des Bildes wiedergegeben.

Für meine Filmaufnahmen muß die Kameraachse senkrecht auf der Bewegungsebene stehen, in der auch alle Bewegungen ablaufen sollten. Gehen die Bewegungen aus dieser Ebene heraus, so sind die Abbildungen nicht mehr eindeutig auswertbar (Abb. 13, Objekt  $O'$  und  $O''$ ). Die aus den Bildgrößen berechneten Objekt-

größen müssen dann korrigiert werden. Zur Erfassung der Abweichungen aus der Bewegungsebene ist eine zweite Aufnahmekamera notwendig, die im rechten Winkel zur ersten Kamera steht.

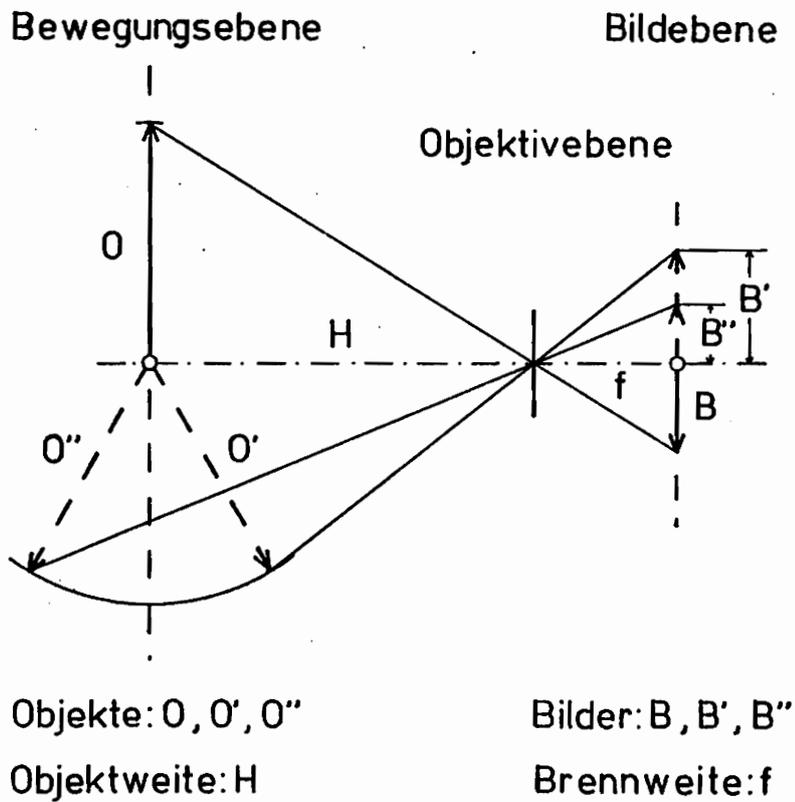


Abb. 13: Geometrische Beziehungen zwischen der Objektgröße und der Bildgröße

Abhängig von der Bewegungsgeschwindigkeit der Testperson ist die Belichtungszeit und die Filmgeschwindigkeit. Die Belichtungszeit muß kurz sein, damit auch bei hohen Bewegungsgeschwindigkeiten die Körpersegmente ohne Bewegungsunschärfen abgebildet werden. Bei meinen Versuchen betrug die Belichtungszeit  $1/160$  s. Die Filmgeschwindigkeit muß so gewählt werden, daß sich der Bewegungsablauf aus den Filmbildern genau rekonstruieren läßt. Auch die schnellste Bewegungsänderung muß auf mehreren Bildern festgehalten werden (s. hierzu auch Abschnitt 9.1.2.). Die höchste mögliche Filmgeschwindigkeit betrug bei mir 64 Bilder/s.

Bei der Auswertung muß auf den einzelnen Filmbildern die Lage der Gelenke, durch die die momentane Körperhaltung bestimmt wird, in einem vorgegebenen Koordinatenkreuz vermessen werden. Dieser Vorgang erfordert sehr viel Zeit. Doch lassen sich aus den gewonnenen Daten mit Hilfe der in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Verfahren alle Belastungen bestimmen.

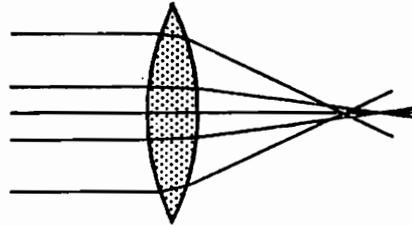
## 6.1. Linsenfehler und Abbildungsfehler der optischen Geräte

Die Gesetze der Zentralprojektion werden nur von Kameras mit idealem Objektiv erfüllt. Bei wirklichen Kameras werden die Proportionen des Objektes nicht an allen Stellen des Bildes genau wiedergegeben. Diese Verzeichnungen werden hervorgehoben durch die Fehler der einzelnen Objektiv-Linsen und durch den Aufbau des Objektivs und der Kamera.

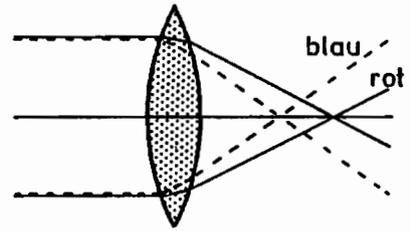
Bei gewöhnlichen Linsen tritt eine Anzahl von Mängeln der optischen Abbildung auf, die man als Linsenfehler bezeichnet. Die hauptsächlichsten Fehler sind (Bergmann und Schäfer 1966, Abb. 14):

- a) Sphärische Abberation
- b) Chromatische Abberation
- c) Krümmung der Bildebene (Bildfeldwölbung)
- d) Astigmatismus

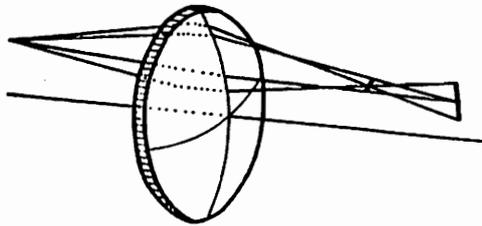
Durch Kombination mehrerer freistehender einzelner und aneinandergekitteter Linsen können die Linsenfehler für das ganze Objektiv weitgehend eliminiert werden. Weitere Fehler treten durch Beugungseffekte an den Blenden des Linsensystems auf. So wird ein Quadrat tonnenförmig verzeichnet, wenn die Blende auf der Objektseite des Objektivs steht. Die Verzeichnung ist kissenförmig, wenn die Blende auf der Bildseite steht (Abb. 15).



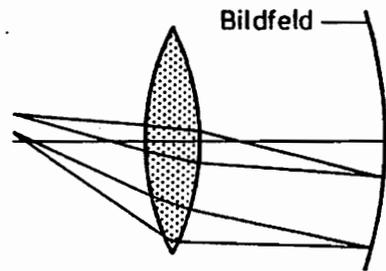
Sphärische Abberation



Chromatische Abberation



Astigmatismus



Bildfeldwölbung

Abb. 14: Linsenfelder bei achsenfernen Strahlen

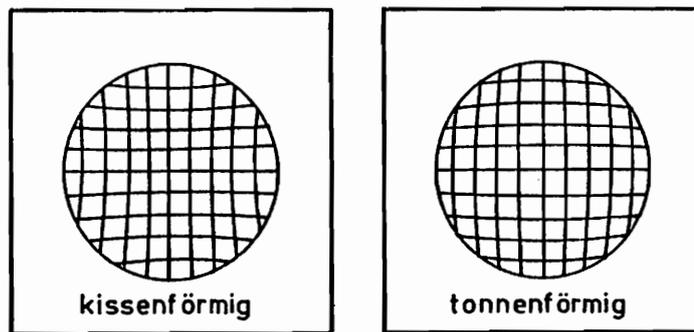


Abb. 15: Verzeichnung eines Kreuzgitters

Nimmt man den Abbildungsmaßstab  $m_b$  für die ganze Bildfläche als konstant an, so läßt sich die Größe der Verzerrungen  $\Delta r$  berechnen nach

$$\Delta r = r - \frac{R_L + R_R}{2m_b}$$

Hierbei sei  $R_L$  und  $R_R$  der Abstand zweier Paßpunkte links und rechts vom Durchstoßpunkt der verlängerten Objektivachse durch die Bewegungsebene und  $r$  der Radialabstand der Bildpunkte von der Bildmitte. In einem Bild können die Verzerrungen  $\Delta r$  als Funktion des Radialabstands  $r$  sowohl positive als auch negative Werte annehmen. Weicht der Bildhauptpunkt vom Bildmittelpunkt ab, so sind die einander entsprechenden Verzerrungen nicht systematisch zum Bildmittelpunkt verteilt. Die Ursache hierfür kann die Nichtparallelität der Objektivanlagefläche an der Kamera zur Filmanlagefläche oder eine fehlerhafte Führung des Filmes am Bildfenster sein (Müller 1968).

Die Entwicklung des Filmes kann ebenfalls zu Verzerrungsfehlern führen. Beim Trocknen schrumpft der Film nicht gleichmäßig. Hierdurch verschieben sich die Bildteilflächen minimal gegeneinander und das Gesamtbild wird verzerrt.

Zur Auswertung der Filmbilder werden diese auf eine Glasscheibe projiziert. Dabei treten ähnliche optische Verzerrungen auf wie bei der Aufnahme der Filme.

Bei meinen Versuchen interessieren diese einzelnen Fehlerquellen nicht so sehr. Wichtig ist der Zusammenhang zwischen der gefilmten Objekt und dem vergrößerten Bild, das vermessen wird. Für die Berechnung der Objektgröße aus der Bild-

größe ist es sinnvoll, den Abbildungsmaßstab  $m_b$  als Funktion des Radialabstandes zu schreiben

$$m_b(r) = \frac{R_L + R_R}{2r}$$

Diese Funktion erfaßt dann alle auf dem Weg vom Objekt zum vergrößerten Bild auftretenden Fehler für den jeweiligen Bildpunkt.

Um den Abbildungsmaßstab  $m_b$  für jeden beliebigen Bildpunkt zu kennen, war es notwendig, eine Abbildungsfunktion aus diskreten Maßstabswerten  $m_b(r_i)$  zu bestimmen. Dies geschah nach der Methode der kleinsten Quadrate (diese Methode wird in Abschnitt 7.1.1. noch genau beschrieben). Als Ausgleichsfunktion eignete sich ein Polynom dritten Grades. Aus der angenäherten Abbildungsfunktion (Abb. 16) ergab sich für den Bereich  $0 \leq r \leq r_{\max}$  ein mittlerer Abbildungsmaßstab von

$$m_b = 14,71 \text{ mm/mm}$$

Die extremen Maßstabswerte  $m_b$  lagen ungefähr 0,5 % oberhalb und unterhalb von diesem Wert. Dies bedeutet, daß der Verzeichnungsfehler des gesamten optischen Systems gering ist. Wesentlich größere Fehler entstehen durch eine falsche Standortwahl oder eine zu niedrige Filmgeschwindigkeit, wie bereits in Abschnitt 6 erwähnt. Deshalb ist bei der Versuchsdurchführung diesen Punkten besondere Aufmerksamkeit zu schenken.

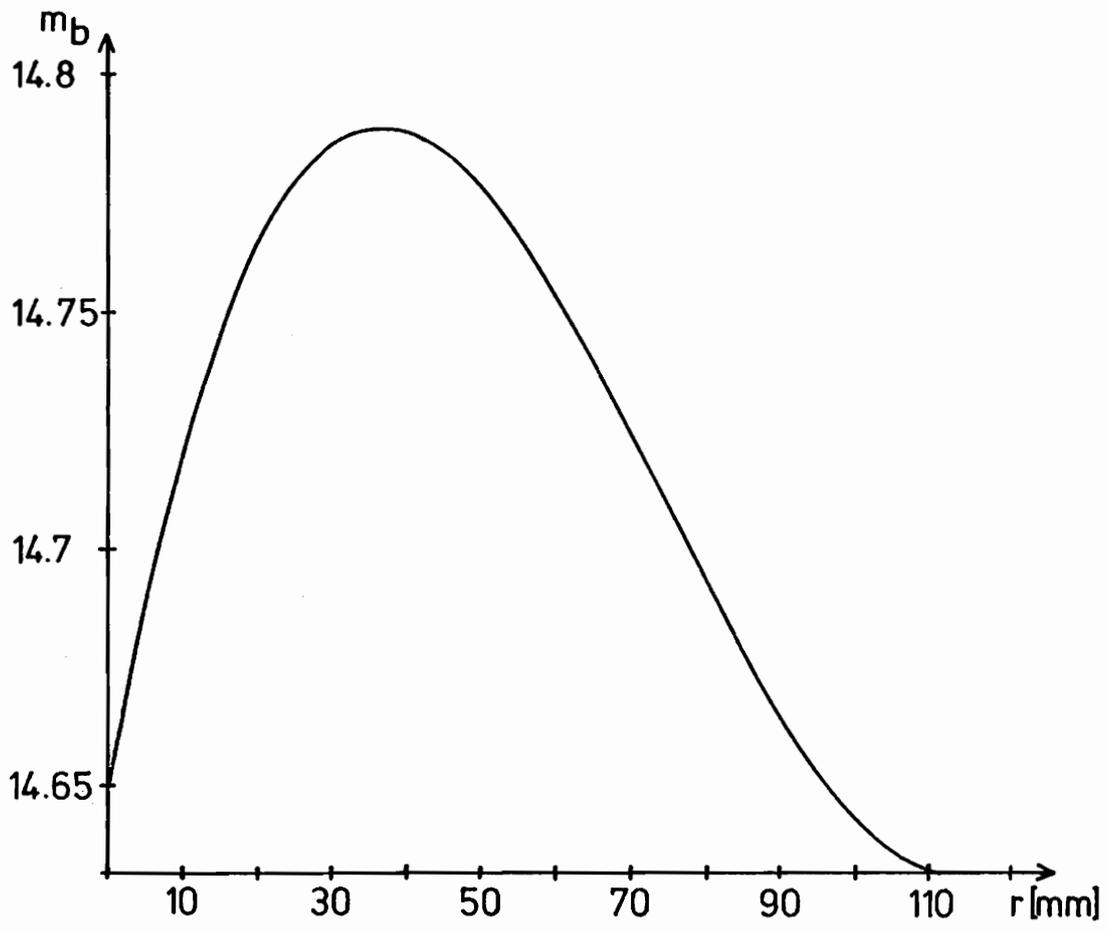


Abb. 16: Die Abbildungsfunktion  $m_b(r)$

## 6.2. Bestimmung der Abbildungsfunktion

Bei jedem Standortwechsel der Filmkamera und bei jedem Filmwechsel ändern sich die Aufnahmebedingungen. Es ist notwendig, die Abbildungsfunktion für jeden Versuch neu zu bestimmen. Hierzu wird ein rechtwinkliges Raster, das parallel zur Bewegungsebene liegt, gefilmt. Als Paßpunkte dienen die Schnittpunkte zwischen den Rasterlinien und den Diagonalen des Rasters (Abb. 17). Auf den Filmbildern wird die Lage der Paßpunkte bezüglich des Bildmittelpunktes vermessen. Aus diesen Daten und den Daten der Paßpunkte auf dem Raster kann die Abbildungsfunktion  $m_b(r)$  berechnet werden.

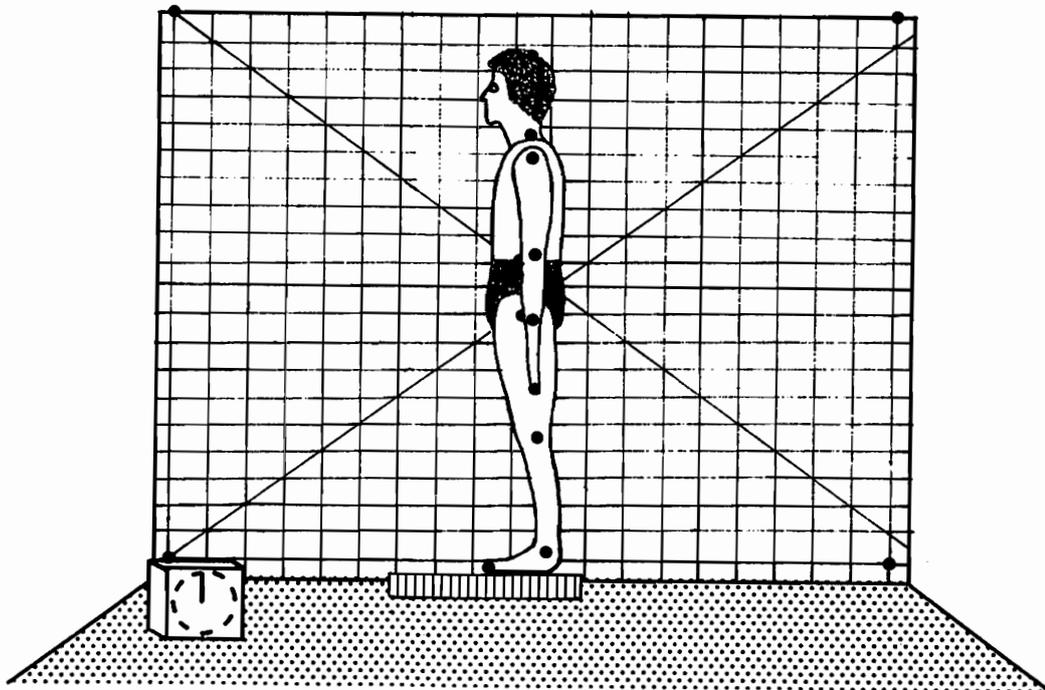


Abb. 17: Filmraster und Versuchsperson in Ausgangsstellung

Bei der Auswertung der Filmbilder konnten keine Verzerrungsasymmetrien zum Bildmittelpunkt festgestellt werden. So konnten zur Berechnung des Abbildungsmaßstabes  $m_b(r_i)$  für Bildpunkte im Abstand  $r_i$  zum Bildmittelpunkt die Meßwerte der entsprechenden Paßpunkte auf den vier Diagonalabschnitten herangezogen werden:

$$m_b(r_i) = \frac{\sum_{k=1}^4 R_{ik}}{\sum_{k=1}^4 r_{ik}}$$

mit  $R_{ik}$  als Abstand der Paßpunkte zum Rastermittelpunkt.

## 7. Mathematischer Ausgleich der Meßfehler

Ein vollständiger Bewegungszyklus der gewählten Bewegungen wird auf ungefähr hundertachundzwanzig Filmbilder abgebildet. Auf jedem Filmbild muß die Lage von neunzehn Körperpunkten und sechs Paßpunkten bestimmt werden. Dies bedeutet, daß für jeden Bewegungszyklus die Lage von 3200 Punkten als  $x, y$  Koordinatenpaar angegeben werden muß. Die hierfür erforderliche Arbeitszeit macht es unmöglich, jeden Punkt mehrmals zu vermessen.

Bei der Messung der  $x_i$ - und  $y_i$ -Werte treten zufallsbedingte Meßfehler auf. Aus der mehrmaligen Messung gleicher Koordinatenpaare ist bekannt, daß jeder Koordinatenwert  $x_i$  oder  $y_i$  mit einer Genauigkeit von  $m_x = \pm 0,5$  mm angegeben werden kann. Da jeder Wert nur einmal gemessen wird, kann der Meßfehler nicht durch Mittelwertbildung eliminiert werden.

Für die Berechnung der kinematischen Größen ist es notwendig, daß die zeitlich und räumlich gegebene Bewegung eines Körperpunktes als Funktionen  $x(t)$  und  $y(t)$  dargestellt werden können (s. Abschnitt 3.2.1.). Die Beschleunigungen ergeben sich aus der zweimaligen Differentiation dieser Funktionen. Der Verlauf der gegebenen diskreten Funktionen  $x(t_i)$  und  $y(t_i)$  ist durch die Meßfehler  $m_x$  aufgerauht. Beim Differenzieren werden die Fehler durch die Fehlerfortpflanzung noch größer. Der mittlere Fehler  $m_u$  einer Größe  $u = f(x, y, z)$  ergibt sich nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz aus

$$m_u = \sqrt{(f_x m_x)^2 + (f_y m_y)^2 + (f_z m_z)^2}$$

Hieraus folgt für den mittleren Fehler  $m_{u(n)}$  des Differenzenquotienten  $n$ -ter Ordnung

$$m_{u(n)} = \sqrt{\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 m_u^2} / \Delta t^n$$

Für die gesuchten Differenzenquotienten zweiter Ordnung (s. Abschnitt 3.2.1.) beträgt der mittlere Fehler  $m_{\ddot{x}}$

$$m_{\ddot{x}} = \sqrt{6} m_x / \Delta t^2 \approx \pm 5016 \text{ mm/s}^2$$

mit  $\Delta t$  als Zeitintervall zwischen den einzelnen Bildern.

Dieser große Fehler würde weitere Rechenschritte sinnlos machen. Es muß deshalb versucht werden, die diskreten Funktionen vor dem Differenzieren zu glätten. Dabei soll der Fehler der korrigierten  $x$ - und  $y$ -Werte gegenüber den idealen Koordinatenwerten möglichst klein sein. Hierzu bieten sich zwei Verfahren an. Das erste steht im Zusammenhang mit einer statistisch orientierten Fehlertheorie und wird nach Gauß die "Methode der kleinsten Quadrate" genannt. Bei dem zweiten Verfahren muß das Amplitudenspektrum der gegebenen Funktion bekannt sein. Dann kann durch einen "Tiefpaßfilter" das Signal vom Rauschen befreit werden.

7.1.1. Ausgleichsrechnung nach der  
"Methode der kleinsten Quadrate"

Die gesuchte Funktion  $u(t)$  ist gegeben durch die zu äquidistanten Zeiten  $t_i$  genommenen, fehlerhaften Meßwerte  $u_i = u(t_i)$ . Da aber der funktionelle Zusammenhang zwischen den Wertepaaren  $(t_i, u_i)$  nicht bekannt ist, wird eine einfache Ersatzfunktion gesucht, die glatt zwischen den Funktionswerten  $u_i$  verläuft, ohne daß diese selbst auf der Kurve liegen müssen (Ludwig 1968). Diese angestrebte Annäherung wird gerade durch eine Ausgleichsrechnung nach der Gaußschen "Methode der kleinsten Quadrate" erreicht.

Als Ausgleichsfunktion  $\bar{u}(t)$  kann ein Polynom des Grades  $n$  gewählt werden

$$\bar{u}(t) = \sum_{k=1}^n a_k t^{k-1}$$

Bei  $N$  Funktionswerten  $u_i$  und  $N > n$  erhält man dann ein überbestimmtes Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten  $a_k$ . Die überschüssige Anzahl der Gleichungen dient zum Ausgleich der Meßfehler  $m_u$ . Als Ausgleichsprinzip für die Berechnung der Koeffizienten  $a_k$  wird gefordert, daß die Summe der Abweichungsquadrate sämtlicher Funktionswerte  $u_i$  zum Minimum wird (Zurmühl 1965)

$$\phi = \sum_{i=1}^n (\bar{u}_i - u_i)^2 = \text{Min}$$

Aus den notwendigen Bedingungen für ein minimales  $\phi$

$$\frac{\partial \phi}{\partial a_k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n$$

ergeben sich mit den Ableitungen

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial a_1} = 1$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial a_k} = t_i^{k-1} \quad k=2,3,\dots,n$$

die Gleichungen

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial a_k} = \sum_{i=1}^N (\bar{u}_i - u_i) t_i^{k-1} = 0 \quad k=1,2,\dots,n$$

oder mit der Ausgleichsfunktion

$$\sum_{i=1}^N \left( \sum_{k=1}^n a_k t_i^{k-1} - u_i \right) t_i^{k-1} = 0 \quad k=1,2,\dots,n$$

Damit gewinnt man ein lineares Gleichungssystem mit symmetrischen Koeffizientenschema für die gesuchten Werte  $a_k$ , das System der Normalgleichungen (Zurmühl 1965). Aus den Normalgleichungen können mit Hilfe der Cramerschen Regel oder dem verketteten Gaußschen Algorithmus die Werte  $a_k$  berechnet und dann in die Ausgleichsfunktion  $\bar{u}(t)$  eingesetzt werden.

Die Ausgleichsfunktion  $\bar{u}(t)$  kann die gesuchte Funktion  $u(t)$  nur fehlerhaft wiedergeben, selbst wenn die Meßwerte  $u_i$  fehlerfrei wären, da ein möglicher komplizierter Aufbau der Funktion  $u(t)$  durch ein einfaches Ausgleichspolynom ersetzt wird. Dieser mathematische Fehler ist abhängig vom Grad  $n$  des Ausgleichspolynoms. Er wird mit zunehmenden Grade  $n$  kleiner (Stange 1948).

Durch eine Verfeinerung des beschriebenen Verfahrens kann jedoch erreicht werden, daß auch bei niedrigem Grad  $n$  des Ausgleichspolynoms der mathematische Fehler gering ist. Es kann nämlich ein einfaches Polynom durch wenige Punkte gelegt und an einer mittleren Argumentenstelle die Ordinate des Ausgleichspolynoms als geglätteter Meßwert benutzt werden. Indem dieses Verfahren auf die jeweils um einen Punkt verschobene Punktfolge angewandt wird, erhält man eine Reihe geglätteter Meßwerte (Abb. 18).

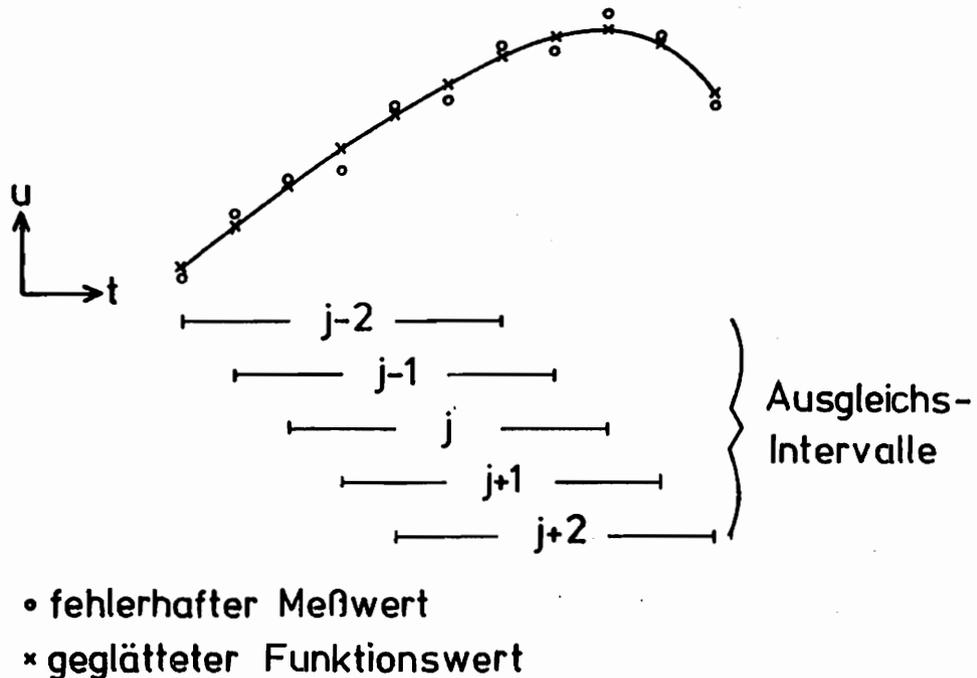


Abb. 18: Punktfolge geglätteter Meßwerte durch Verschieben des Ausgleichspolynoms um jeweils einen Punkt

Am günstigsten geht man von einem Intervall  $j$  mit ungerader Zahl von Meßpunkt aus und legt den Nullpunkt in die Mitte dieses Intervalls

$$z = -m, \dots, -1, 0, +1, \dots, +m$$

Der geglättete Wert in der Mitte des Intervalls  $j$  berechnet sich bei Verwendung eines Ausgleichspolynoms

$$\bar{u}(z) = \sum_{k=1}^n a_k z^{k-1}$$

aus

$$\bar{u}(0) = a_1$$

Wegen der Symmetrie der Argumente  $z$  kann nach Auflösung der Normalgleichungen der Koeffizient  $a_1$  als Summe der im Intervall  $j$  liegenden Meßwerte  $u(z)$  geschrieben werden

$$a_1 = \sum_{z=-m}^{+m} q_z u(z)$$

Für einen kubischen Ausgleich über fünf Punkte ist

$$\begin{aligned} \bar{u}(0) = a_1 = \frac{1}{35} [-3u(-2) + 12u(-1) + 17u(0) \\ + 12u(+1) - 3u(+2)] \end{aligned}$$

Für sieben Punkte lautet die Gleichung

$$\begin{aligned} \bar{u}(0) = a_1 = \frac{1}{21} [-2u(-3) + 3u(-2) + 6u(-1) \\ + 7u(0) + 6u(+1) + 3u(+2) - 2u(+3)] \end{aligned}$$

Bei einer Intervallbreite von  $2m+1$  Punkten erhält man durch die Intervallverschiebung

$$j=1,2,\dots,N-2m$$

Intervalle. Die geglätteten Werte  $\bar{u}_j$  ergeben sich dann aus

$$\bar{u}_j = [\bar{u}(0)]_j$$

für

$$i = j + m$$

mit  $[\bar{u}(0)]_j$  als dem mittleren Ausgleichswert des  $j$ -ten Intervalls (Abb. 18).

Ist das Ausgleichsintervall einmal über den ganzen Meßbereich geschoben worden, so bleiben am Anfang und am Ende jeweils 2 oder 3 Werte übrig. Zum Ausgleich dieser Meßwerte  $u_j$  müssen auch die restlichen Koeffizienten  $a_k$  des Polynoms berechnet werden. Der Ausgleich des Wertes  $u_j$  geschieht in Abhängigkeit von den benachbarten Meßwerten  $u_{j+z}$ ,  $z = -m, \dots, +m$ . Es besteht keine direkte Abhängigkeit zwischen zwei benachbarten geglätteten Werten  $\bar{u}_j$  und  $\bar{u}_{j+1}$ . Deshalb kann es vorkommen, daß beim ersten Durchgang die Ausgleichswerte  $\bar{u}_j$  noch zu große Schwankungen zeigen. Dies kann durch Wiederholungen des Verfahrens behoben werden. Der Glättvorgang kann beendet werden, wenn die Werte  $\bar{u}_j$  bei zwei Durchgängen sich kaum noch ändern.

Der Erfolg der Ausgleichsrechnung kann am verbliebenen Fehler der geglätteten Werte  $\bar{u}_j$  gemessen werden. Mit Hilfe des

Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes kann der Fehler  $m_{\bar{u}}$  des im Intervall  $j$  liegenden Wertes  $\bar{u}$

$$\bar{u}_i = [\bar{u}(0)]_j \quad i = j + m$$

berechnet werden aus

$$m_{\bar{u}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}(0)}{\partial u(z)} m_u\right)^2 + \dots}$$

mit

$$m_u = \sqrt{\frac{\sum_{z=-m}^{+m} \left(u(z) - \sum_{k=1}^n a_k z^{k-1}\right)^2}{2m+1-k}}$$

Nach Abschluß der Ausgleichsrechnung sollte der Fehler  $m_{\bar{u}}$  möglichst klein sein.

Um den verbliebenen Fehler der geglätteten Werte  $\bar{u}_i$  niedrig zu halten, ist es sinnvoll, nur die mittleren Werte  $\bar{u}(0)$  der einzelnen Intervalle  $j$  für die geglättete Funktion zu verwenden. Für die Berechnung der restlichen Ordinatenwerte  $\bar{u}(z)$  des Intervalls  $j$  werden alle Koeffizienten  $a_k$  des Polynoms benötigt. Die Koeffizienten  $a_k, k \neq 1$  sind ebenfalls mit Fehlern behaftet. Folglich sind durch die Fehlerfortpflanzung die Fehler der Werte  $\bar{u}(z)$  wesentlich größer als der Fehler  $m_{\bar{u}}$  des mittleren Wertes  $\bar{u}(0)$ .

### 7.1.2. Numerisches Differenzieren mittels Ausgleichsparabeln

Die Zufallsfehler der Meßwerte  $u_j$  bewirken beim Differenzieren mittels Differenzenquotienten eine Aufrauhung der Kurve für den Differentialquotienten  $du/dt$ . Günstiger ist es, durch wenige Punkte der diskreten Funktion  $u(t_j)$  eine Ausgleichsparabel mit niedrigem Grad  $n$  zu legen (s. Abschnitt 7.1.1.) und dieses Polynom analytisch zu differenzieren. Dadurch wird die Gefahr des Aufrauhsens gemindert.

Für das Ausgleichspolynom

$$\bar{u}(z) = \sum_{k=1}^n a_k z^{k-1}$$

lautet die erste Ableitung

$$\bar{u}'(z) = \sum_{k=1}^n a_k (k-1) z^{k-2}$$

Die Gleichung für den geglätteten Wert der ersten Ableitung  $\bar{u}'(0)$  in der Mitte des Intervalls  $j$  lautet nach Auflösen der Normalgleichungen

$$\bar{u}'(0) = a_2 = \sum_{z=-m}^{+m} q_k u(z)$$

Für einen kubischen Ausgleich über fünf Punkte erhält man

$$\bar{u}'(0) = a_2 = \frac{1}{12\Delta z} [u(-2) - 8u(-1) + 8u(+1) - u(+2)]$$

mit  $\Delta z$  als Differenz zwischen zwei Argumentenwerten.

Der Fehler des im Intervall  $j$  liegenden Ableitungswertes  $\bar{u}'_j$

$$\bar{u}'_j = [\bar{u}'(0)]_j$$

beträgt

$$m_{\bar{u}'} = \sqrt{\left( \frac{\partial \bar{u}'(0)}{\partial u(z)} m_u \right)^2 + \dots}$$

mit dem Fehler  $m_u$  der gegebenen Funktionswerte  $u(t_j)$

Soll die Rauigkeit der Ableitung möglichst gering sein, so ist die durch die fehlerhaften Meßwerte  $u_i$  gegebene Funktion  $u(t_j)$  mehrfach zu glätten. Danach kann sie mit dem obigen Verfahren numerisch differenziert werden. Durch eine anschließende Ausgleichsrechnung kann der Fehler  $m_{\bar{u}'}$  der Ableitung weiter verkleinert werden. Diese Ausgleichsrechnung wird notwendig, wenn die Funktion zweimal numerisch differenziert werden muß.

## 7.2. Die Fourier-Transformation

Jede stetige und periodische Funktion  $u(t)$  kann näherungsweise dargestellt werden durch eine Summe einfacher, sogenannter harmonischer Funktionen

$$u(t) = \frac{1}{T} \left[ \frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \right]$$

Dabei ist  $\omega_0$  die Kreisfrequenz, welche sich aus  $\omega_0 = 2\pi/T$  mit der Periodendauer  $T$  errechnet. Die Konstanten  $a_n$  und  $b_n$  sind die Fourierkoeffizienten der Fourierschen Reihe (FR). Durch Benutzung der Euler-Relation läßt sich diese Reihe auch schreiben als

$$u(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_n e^{j\omega_0 n t} \quad j = \sqrt{-1}$$

mit

$$U_n = \int_0^T u(t) e^{-j\omega_0 n t} dt \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Die Werte  $U_n$  sind komplexe Werte, bestehend aus dem Realteil  $R_n$  und dem Imaginärteil  $I_n$ . Für die Amplituden der einzelnen harmonischen Funktionen folgt daraus

$$|U_n| = \sqrt{R_n^2 + I_n^2}$$

Die Amplitudenwerte ergeben ein diskretes Amplituden-Spektrum. Ist die Funktion  $u(t)$  aperiodisch, also  $T \rightarrow \infty$ , so geht die FR über in

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{\infty} U(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

mit dem Fourier-Integral

$$U(\omega) = \int_0^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

Das Fourier-Integral kann auch gedeutet werden als Transformation der Zeitfunktion  $u(t)$  in den Frequenzbereich. Bei dieser Fourier-Transformation (FT) ergibt sich für die Zeitfunktion  $u(t)$  ein kontinuierliches Amplituden-Spektrum.

In vielen Fällen sind die Funktionen  $u(t)$  wie bei meinem Problem nur durch diskrete Werte  $u_i$  gegeben. Auch ein Digitalrechner kann eine kontinuierliche Funktion nicht direkt verarbeiten. In diesem Falle wird die aus der kontinuierlichen FT entwickelte diskrete FT angewandt.

Für eine im Zeitbereich  $0 \leq t \leq T$  durch  $2 \cdot N$  Werte gegebene Funktion  $u(t_i)$  lautet die diskrete Transformationsgleichung

$$U_n = \frac{T}{2N} \sum_{i=0}^{2N-1} u(t_i) e^{-jni\frac{\pi}{N}}$$

$$n = 0, \pm 1, \dots, \pm(N-1)$$

Hierbei wird die beschränkte Funktion  $u(t_i)$  als periodische Funktion gewertet. Durch die diskrete FT erhält man eine Funktion  $U_n$ , deren Periode über genau  $2 \cdot N$  Werte geht. Im Bereich  $n = 0, \pm 1, \dots, \approx \pm 3N/4$  entsprechen die Werte  $U_n$  näherungsweise den bei einer kontinuierlichen FT berechneten Werten. Doch in den Randbereichen treten durch die Periodizität Abweichungen von den idealen Werten auf. Bei der Rücktransformation in den Zeitbereich wird aus der beschränkten Funktion  $u(t_i)$  eine periodische Funktion mit der Periodendauer  $T$ .

Für die Berechnung der gesamten diskreten Transformation sind etwa  $(2 \cdot N)^2$  Multiplikationen notwendig. Um die hierfür auf dem Digitalrechner benötigte Rechenzeit zu reduzieren, haben Cooley und Tukey (1965) den Algorithmus der "Fast Fourier Transform" (FFT) entwickelt. Bei diesem Algorithmus werden die diskreten Funktionswerte  $u(t_i)$  aufgespalten in zwei Folgen

$$\begin{aligned}v(t_l) &= u(t_{2l}) \\ & \qquad \qquad \qquad l = 0, 1, \dots, N-1 \\ z(t_l) &= u(t_{2l+1})\end{aligned}$$

Eine weitere Verbesserung des Algorithmus ist möglich, wenn  $N$  dargestellt werden kann durch

$$N = 2^r$$

Dann können auch die Folgen  $v_l$  und  $z_l$  weiter aufgespalten werden, bis dann die Folge nur noch aus einem Wert besteht. Die Transformierte dieses Wertes ist gleich dem Wert selbst. Die Zahl der Multiplikationen reduziert sich auf  $2(2N)\log_2(2N)$  Operationen.

### 7.2.1. Bereinigung des Signals vom Rauschen

Die Meßwerte  $u_i$  setzen sich zusammen aus den Daten der Bewegungsfunktion und den Meßfehlern. Man kann also sagen, die gegebene diskrete Funktion  $u(t_i)$  ist gleich der Summe aus dem eigentlichen Signal  $s(t_i)$  und einem Störsignal, das als "weißes Rauschen"  $r_i$  gewertet werden kann

$$u(t_i) = s(t_i) + r_i$$

Charakteristisch für das "weiße Rauschen" sind eine Gaußsche Amplitudenverteilung im Zeitbereich und eine konstante Leistungsdichte für alle Frequenzen. Die diskrete Leistungsdichte  $L_n$  wird berechnet aus

$$L_n = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \frac{|R_n|^2}{2T}$$

mit

$$R_n = \frac{T}{2N} \sum_{i=1}^{2N-1} r_i e^{-jni \frac{\pi}{N}}$$

$$n = 0, \pm 1, \dots, \pm (N-1)$$

Die Beträge  $|R_n|^2$  entsprechen den Quadraten der Amplitudenwerte des Amplitudendiagramms. Durch die diskrete FT werden die Funktionen  $u(t_i)$  in harmonische Funktionen zerlegt, deren Kenngrößen im Amplitudendiagramm dargestellt sind. Es müßte sich also im Amplitudendiagramm der Anteil des "weißen Rauschens" an dem gestörten Signal  $u(t_i)$  erkennen und somit eine obere Grenzfrequenz  $f_G$  für das Signal  $s(t_i)$  bestimmen lassen.

Als obere Grenzfrequenz  $f_G$  des Signals geben Winter et al. (1974) für ihre Laufversuche eine Frequenz von 4,8 Hz an. Bei einer Aufnahmegeschwindigkeit von 64 Bildern/s beträgt die größtmögliche Frequenz 32 Hz, da nach dem Abtasttheorem von Shannon bei jeder Schwingung pro Periode mindestens zwei Bilder vorkommen müssen. Zur Festlegung der Grenzfrequenz  $f_G$  habe ich zusätzlich zu den Körperpunkten einen festen Punkt in der Bewegungsebene auf den Filmbildern abgetastet. Die störungsfreie Zeitfunktion  $s^x(t_i)$  dieses Punktes lautet

$$s^x(t_i) = a$$

Daraus folgt für die Fouriertransformierte  $S_n^x$

$$S_n^x = \frac{T}{2\pi} \frac{a}{jn} \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm(N-1)$$

Für große  $n$  streben die Amplituden der Transformierten  $S_n^x$  gegen Null. Das Amplitudendiagramm für die gemessene Zeitfunktion  $u^x(t_i)$  des festen Punktes hat jedoch für  $n > 20$  einen fast konstanten Verlauf (Abb. 19). Aus diesem Grunde bewerte ich den Bereich oberhalb von  $n = 20$  als "weißes Rauschen", von dem das Signal befreit werden muß. Dies entspricht einer Grenzfrequenz

$$f_G = 10 \text{ Hz} \quad \rightarrow$$

$$\omega_G = 20\pi \text{ s}^{-1}$$

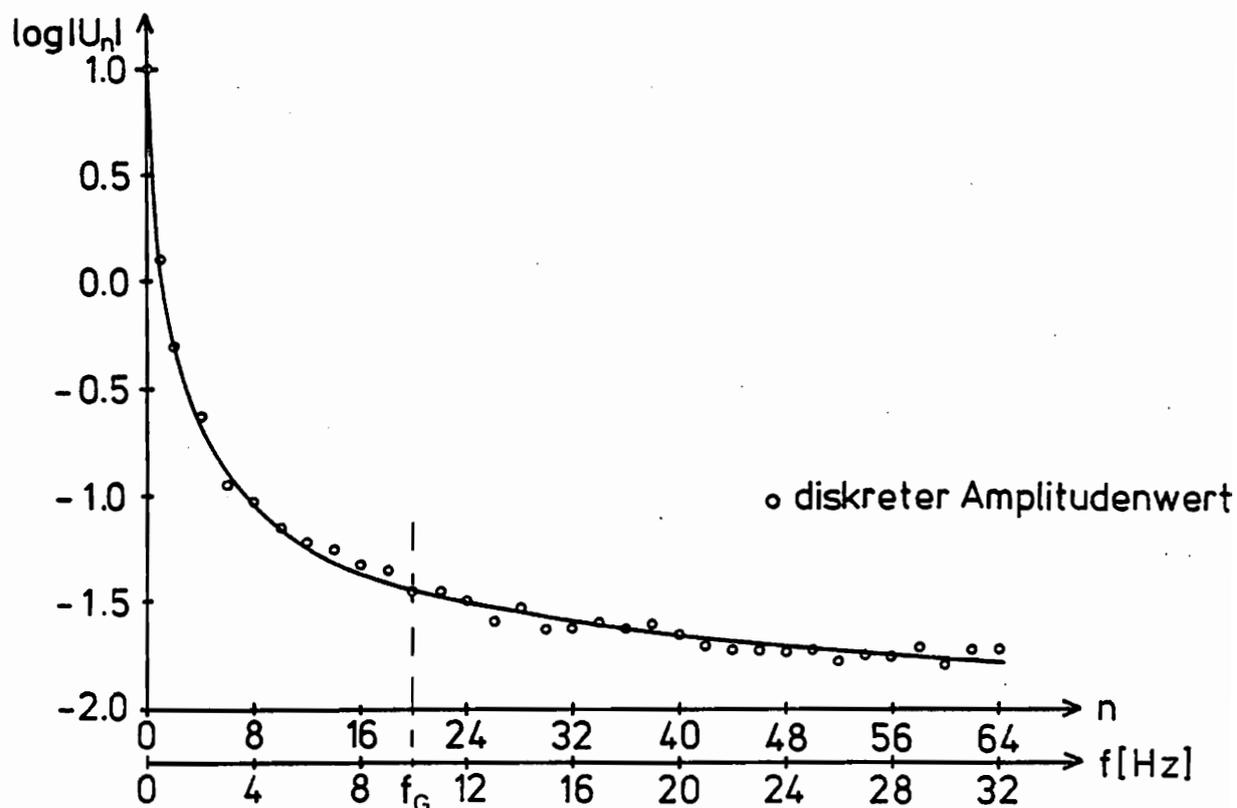


Abb. 19: Amplitudendiagramm für die gestörte Funktion  $u^x(t_i) = a + r_i$

Die Trennung des Signals vom Rauschen geschieht durch ein sogenanntes "Filter". Hierzu wird die Funktion  $u(t)$  in den Frequenzbereich transformiert. Die transformierte  $U(\omega)$  wird mit einer Filterfunktion  $F(\omega)$  multipliziert, so daß  $U(\omega)$  für hohe Frequenzen gleich Null ist.

$$S(\omega) = U(\omega)F(\omega) = 0$$

$$\text{für } \omega > \omega_G$$

Als Filterfunktion habe ich die reale Funktion

$$F(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{j\omega}{\omega_G}\right)^4}$$

mit  $\omega_G$  als der oben angegebenen Kreisfrequenz gewählt. Diese Filterfunktion  $F(\omega)$  ist für kleine  $\omega$ -Werte fast konstant und fällt im Bereich der Kreisfrequenz  $\omega_G$  stark ab. Sie erfüllt die Bedingungen einer wirklichen Filterfunktion mit Tiefpaßverhalten.

Das Produkt aus der Transformierten  $U(\omega)$  und der Filterfunktion  $F(\omega)$  ist die Frequenzfunktion  $S(\omega)$ . Wird diese Funktion  $S(\omega)$  in den Zeitbereich zurück transformiert, so erhält man das vom Rauschen befreite Signal  $s(t)$ . Der Vorgang des Filterns kann im Zeitbereich als Faltung der Funktionen  $u(t)$  und  $s(t)$  angesehen werden

$$s(t) = \int_0^{\infty} u(\tau) f(t-\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega) F(\omega) e^{j\omega t} dt$$

Die beschränkte Funktion  $u(t_i)$  ist durch die Werte  $u_i$  gegeben, und es soll aus Rechenzeitgründen die FFT benutzt werden. Dann muß auch die unbeschränkte Funktion  $f(t)$  diskretisiert werden, und der Faltungssatz lautet

$$\begin{aligned} s(t_i) &= \frac{1}{2N} \sum_{n=0}^i u(t_n) f(t_{i-n}) \quad i=0,1,\dots,2N-1 \\ &= \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{2N-1} U_n F_n e^{jni\frac{\pi}{N}} \quad \text{und } N=2^r \end{aligned}$$

Bei der FFT wird vorausgesetzt, daß jede Wertfolge periodisch zur linken und rechten Seite fortgesetzt werden kann. Es wird also die beschränkte Funktion  $u(t_i)$  wie eine periodische Funktion mit der Periode  $T$  behandelt. Deshalb treten nach der Faltung mit Hilfe der FFT bei der Faltungsfunktion  $s(t_i)$  am linken Rand jeder Periode Verfälschungen auf. Diese Verfälschungen werden als "End-Effekt" bezeichnet.

Vermieden werden kann diese unangenehme Eigenschaft der FFT durch die bei Brigham (1974, S. 219) erwähnte "Overlap-Add" Methode. Die beschränkte Funktion  $u(t_i)$  besteht aus  $2N$  Werten. Dann wird eine natürliche Zahl  $M$  wesentlich größer als  $(2N-1)$  gewählt, und für die fehlenden Werte  $u_i$  gelten die Bedingungen

$$u(t_{2N}) = 0.5 u(t_{2N-1})$$

und

$$u(t_i) = 0.0 \quad i=2N+1, 2N+2, \dots, M-1$$

Anschließend wird diese Wertefolge  $u_i$  mit der FFT transformiert.

Die Funktion  $f(t_i)$  ist bereits als Filterfunktion  $F_n$  im Frequenzbereich definiert worden. Deshalb reicht es hier, die Werte  $F_n$  für  $n=0, \pm 1, \dots, (2N-1)$  zu berechnen und diese dann mit der Transformierten  $U_n$  zu multiplizieren. Da der Imaginärteil  $F_{In}$  der Filterfunktion  $F_n$  gleich Null ist, ergibt sich für die Multiplikation

$$\begin{aligned} S_n &= (U_{Rn} + jU_{In}) F_{Rn} \\ &= U_{Rn} F_{Rn} + jU_{In} F_{Rn} \end{aligned} \quad n=0, \pm 1, \dots, \pm(2N-1)$$

Nach der Rücktransformation von  $S_n$  erhält man die diskrete Signalfunktion  $s(t_i)$  mit  $M$  Werten. Die Werte  $S_i$  entsprechen bis auf eine Zone am rechten Rand der durch eine kontinuierliche Faltung berechneten Funktion  $s(t)$

Bei meinem Problem ist es ausreichend, wenn das vom Rauschen befreite Signal  $s(t_i)$  durch die gleiche Wertezahl gegeben ist wie die angegebene Funktion  $u(t_i)$ . Deshalb kann der Wert  $M$

$$M = 2(2N)$$

gewählt werden. Für die weiteren Berechnungen werden nur die ersten diskreten Signalwerte  $S_i$  mit  $i=0,1,\dots,2N-1$  verwendet. Unter den restlichen Werten tritt die oben beschriebene Abweichung von der kontinuierlichen Faltung auf.

### 7.2.2. Differentiation mittels FFT

Im Frequenzbereich ist ebenfalls eine Differentiation des vom Rauschen befreiten Signals  $s(t)$  möglich. Die erste Ableitung des Signals  $s(t)$  lautet

$$\dot{s}(t) = \frac{ds}{dt}$$

mit dem Transformationsintegral

$$S'(\omega) = \int_0^{\infty} \dot{s}(t) e^{-j\omega t} dt$$

Wird dieses Integral durch eine partielle Integration gelöst, so ergibt sich die Transformierte  $S'(\omega)$  der ersten Ableitung  $\dot{s}(t)$  als

$$\begin{aligned} S'(\omega) &= (j\omega) \int_0^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= S(\omega) D(\omega) \end{aligned}$$

mit  $D(\omega) = j\omega$

Die Transformierte  $S'(\omega)$  der ersten Ableitung  $\dot{s}(t)$  ist also gleich dem Produkt aus der Transformierten des Signals  $s(t)$  mit einer Frequenzfunktion  $D(\omega)$ . Dies entspricht im Zeitbereich einer Faltung zwischen dem Signal  $s(t)$  und einer nur im Frequenzbereich definierbaren Zeitfunktion  $d(t)$ .

Das Signal  $s(t_i)$  ist gegeben durch die Wertefolge  $s_i$  mit  $(2N-1)$  Werten. Durch den Anfangswert  $s(t_0)$  und den Endwert  $s(t_{2N-1})$  wird eine Gerade  $g(t_i)$  gelegt

$$g(t_i) = \frac{s(t_{2N-1}) - s(t_0)}{2N-1} t_i + s(t_0) \quad i=0,1,\dots,2N-1$$

Durch Subtraktion der Geraden  $g(t_i)$  vom Signal  $s(t_i)$  erhält man das Ersatzsignal  $\bar{s}(t_i)$

$$\bar{s}(t_i) = s(t_i) - g(t_i)$$

mit dem Anfangswert

$$\bar{s}(t_0) = 0$$

und dem Endwert

$$\bar{s}(t_{2N-1}) = 0$$

Dadurch bleibt das Ersatzsignal  $\bar{s}(t_i)$  auch bei Vergrößerung der Wertefolge  $\bar{s}_i$  im ganzen Bereich stetig und differenzierbar (Anderssen und Bloomfield 1974).

Für die Faltung der beschränkten Wertefolge  $\bar{s}_i$  mit der diskretisierten und unbeschränkten Funktion  $d(t)$  gelten nun die gleichen Bedingungen wie in Abschnitt 7.2.1. Es wird eine natürliche Zahl  $M$  gewählt,  $M = 2(2N)$ , und die fehlenden Werte  $s_i$  gleich Null gesetzt. Für die Frequenzfunktion  $D_n$  werden die Werte berechnet mit

$$D_n = 0 + j \left( \frac{2\pi}{T} n \right) \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm(2N-1)$$

Der Realteil  $D_{Rn}$  der Frequenzfunktion  $D_n$  ist gleich Null. Damit folgt für die Multiplikation im Frequenzbereich

$$\begin{aligned}\bar{S}'_n &= (\bar{S}_{Rn} + j\bar{S}_{In}) j D_{In} \\ &= -\bar{S}_{In} D_{In} + j\bar{S}_{Rn} D_{In}\end{aligned}\quad n=0, \pm 1, \dots, \pm(2N-1)$$

Bei der Multiplikation von  $\bar{S}_n$  mit  $D_n$  wird der Realteil von  $\bar{S}_n$  zum Imaginärteil von  $\bar{S}'_n$  und umgekehrt der Imaginärteil zum Realteil. Nach der Rücktransformation von  $\bar{S}'_n$  erhält man die Werte  $\dot{\bar{S}}_i$  der ersten Ableitung. Auch hier werden für den weiteren Rechengang nur die ersten  $2N$  Werte benötigt. Die endgültigen Ableitungswerte  $\dot{S}_i$  ergeben sich aus der Summe

$$\dot{S}_i = \dot{\bar{S}}_i + \frac{S_{2N-1} - S_0}{2N-1} \quad i = 0, 1, \dots, 2N-1$$

Die transformierte  $S''(\omega)$  der zweiten Ableitung  $s(t)$  lautet

$$S''(\omega) = (j\omega)^2 \int_0^\infty s(t) e^{-j\omega t} dt$$

Die zweite Ableitung  $\ddot{s}(t_i)$  des Signals  $s(t_i)$  erhält man am besten, indem man vor der Rücktransformation noch einmal mit  $D_n$  multipliziert. Dann ist

$$\bar{S}''_n = -\bar{S}_{Rn} D_{In}^2 - j\bar{S}_{In} D_{In}^2 \quad n=0, \pm 1, \dots, \pm(2N-1)$$

und für die zweite Ableitung folgt

$$\ddot{S}_i = \ddot{\bar{S}}_i \quad i=0,1,\dots,2N-1$$

Bei der numerischen Differentiation mittels FFT ist es möglich, daß die zweite Ableitung einen rauhen Verlauf hat. Doch kann diese Rauigkeit durch einfache Mittelwertbildung von zwei benachbarten Werten  $s(t_i)$  und  $s(t_{i+1})$  wesentlich verringert werden.

### 7.3. Diskussion der beiden Korrekturverfahren

Sowohl das Verfahren nach der "Methode der kleinsten Quadrate" als auch das Verfahren mittels FFT und Tiefpaßfilter führen zum Ziel. Eine durch fehlerhafte Meßwerte  $u_i$  gegebene Funktion  $u(t_i)$  kann mit beiden Verfahren geglättet werden. Doch unterscheiden sich beide Verfahren im Aufwand und in ihren Korrektureigenschaften voneinander.

Bei der "Methode der kleinsten Quadrate" ist es unumgänglich, die gleiche Funktion  $u(t_i)$  mehrmals zu glätten. Durch die Anzahl der Glättvorgänge kann die noch verbleibende Rauigkeit der Kurve gesteuert werden. Doch kostet jeder neue Glättvorgang auch neue Rechenzeit. Die Kurven werden pro Durchgang umso glatter, je mehr Punkte durch eine vorgegebene Parabel ausgeglichen werden. Mit Zunahme des Freiheitsgrades  $f = n - k$  kann die Anzahl der Glättvorgänge abnehmen. Aus den in Abschnitt 7.1.1. genannten Gründen sollte der Freiheitsgrad  $f$  nicht zu groß sein. Für meine Probleme war eine Kombination aus einer kubischen Parabel ( $k = 4$ ) und sieben auszugleichenden Punkten ( $n = 7$ ) am günstigsten.

Um das Verhalten des Verfahrens nach der "Methoden der kleinsten Quadrate" bei einer sprunghaft ansteigenden oder abfallenden Funktion prüfen zu können, wurde die in Abb. 20 a dargestellte Trapezkurve unter den gleichen Bedingungen wie die Bewegungsfunktionen geglättet. Der Verlauf der Trapezkurve nach sieben Glättvorgängen ist in Abb. 20 b wiedergegeben. Der Anstieg und Abfall der Kurve erstreckt sich nach dem Glätten über einen wesentlich breiteren Bereich. Dies bedeutet für die Bewegungsfunktionen, daß plötzliche Bewegungsänderungen durch das Glätten zeitlich gedehnt werden.

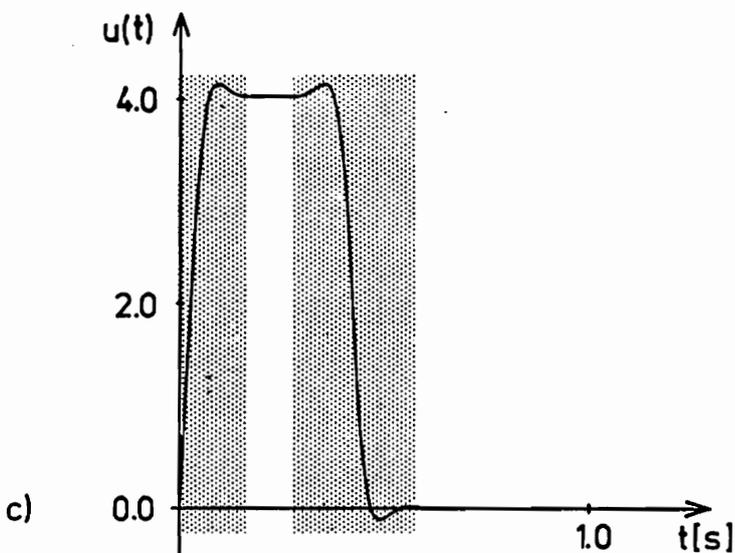
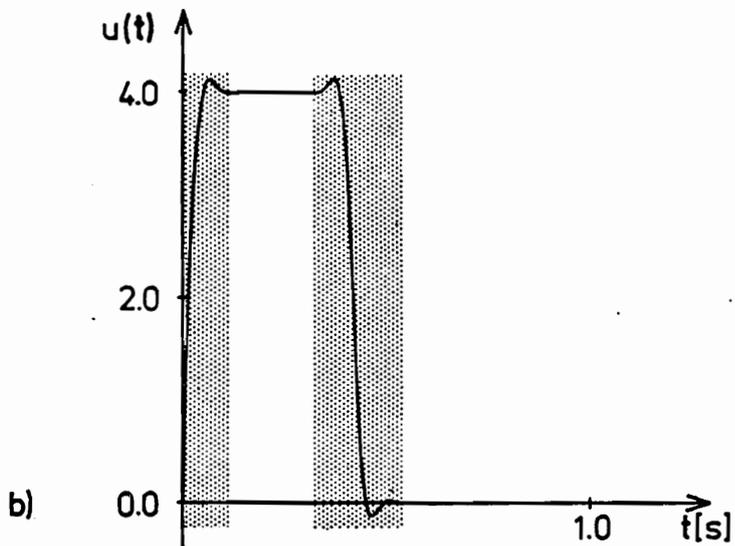
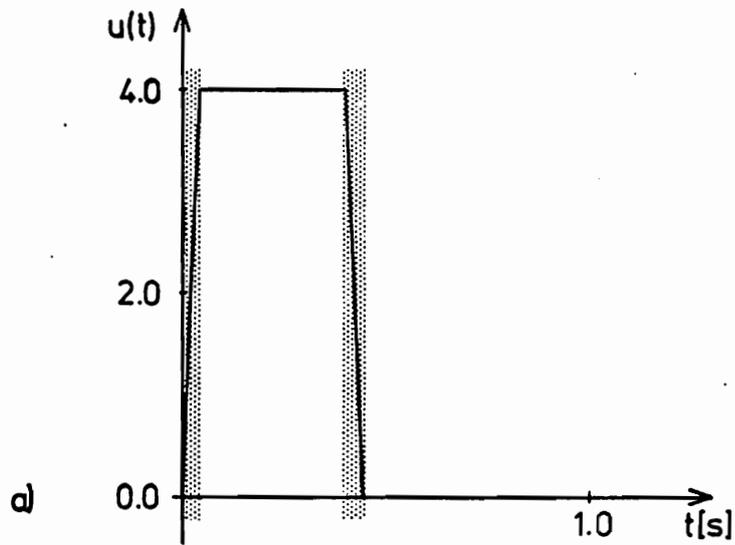


Abb. 20a: gegebene Trapezfunktion

b: geglättet nach der "Methode der kleinsten Quadrate"

c: geglättet mittels Tiefpaßfilter ( $f_G = 10 \text{ Hz}$ )

Beim Differenzieren mittels Ausgleichsparabeln wird angenommen, daß die gegebenen Funktionswerte  $u(t_i)$  fehlerfrei sind. Da jedoch die Funktion selbst unbekannt ist, wird sie durch eine passende Parabel ersetzt und dann analytisch differenziert. Hier ist ein kleiner Freiheitsgrad  $f$  zu wählen. Ich habe eine kubische Parabel ( $k=4$ ) über fünf Stützpunkte ( $n=5$ ) gewählt. Ein Vergleich bei einer Sinus-Funktion zwischen dem eigentlichen Differentialquotienten und der Ableitung mittels Ausgleichsparabeln zeigte, daß die Ableitung dem Differentialquotienten gut entsprach (Abb. 21 a). Nur am Anfang und Ende des gegebenen Intervalls traten größere Fehler auf. Durch eine Vergrößerung des Intervalls können diese Fehler für den betrachteten Bereich vermieden werden.

Bei dem Korrekturverfahren mittels FFT und Tiefpaßfilter sehen die Verhältnisse ganz anders aus. Hier ist für jede Funktion  $u(t_i)$  nur eine Korrekturrechnung nötig. Doch kann hier die verbleibende Rauigkeit der Kurve durch die Grenzfrequenz  $f_G$  gesteuert werden. Bei diesem Verfahren müssen die Meßfehler klein sein, damit im Amplitudendiagramm der Bereich des Signals vom Bereich des Rauschens unterschieden werden kann. Bei zu großem Störsignal kann die Grenze verwischen. Wird die Grenzfrequenz  $f_G$  zu niedrig angesetzt, so verliert das Signal seine charakteristischen Eigenschaften und nimmt im Grenzfall einen konstanten Verlauf an. Die Abb. 20 c zeigt die Trapezkurve nach dem Filtern mittels FFT. Die Grenzfrequenz  $f_G$  betrug 10 Hz. Auch hier ist der Bereich des Kurvenanstiegs und -abfalls stark gedehnt worden.

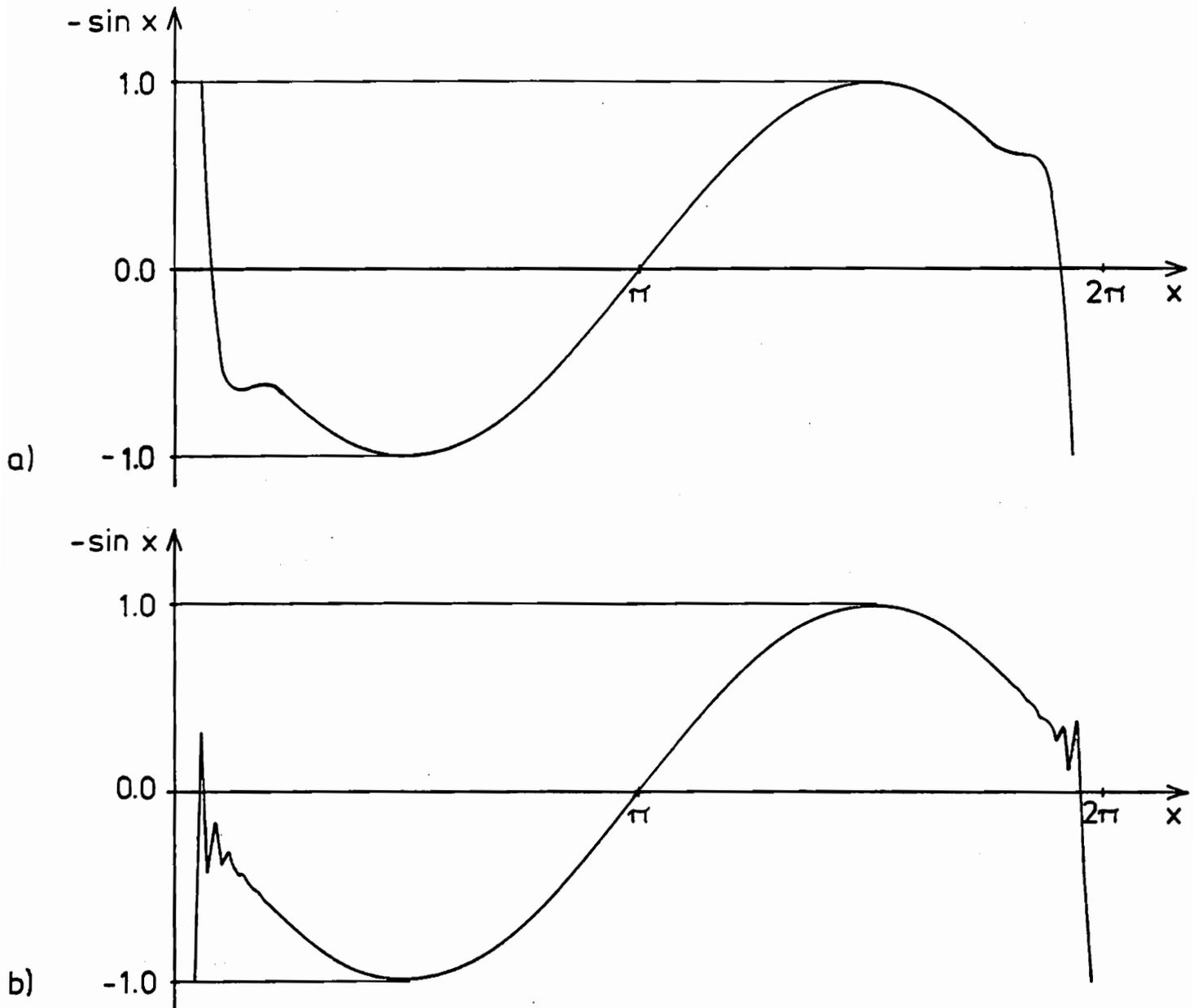


Abb. 21: Zweite Ableitung einer Sinus-Funktion

a) Numerisches Differenzieren mittels  
Ausgleichsparabeln

b) Differenzieren mittels FFT und anschließender  
Mittelwertbildung

Das Differenzieren mittels FFT ist nur bedingt anwendbar. Selbst bei Werten, die mit Hilfe einer gegebenen Sinusfunktion fehlerfrei berechnet wurden, treten beim Differenzieren Fehler auf. Der Verlauf der Ableitung ist rau und muß nachträglich durch Mittelwertbildung geglättet werden (Abb. 21 b).

Auf den Abb. 22 a und 22 b ist der Verlauf der vertikalen Auflagerkraft bei einem Hochsprung aus dem Stand dargestellt. Zur Berechnung der Auflagerkraft wurden die Bewegungsfunktionen mit den oben beschriebenen Verfahren geglättet und differenziert. Ein besseres Verfahren zur Berechnung der Kräfte ergab sich aus der Kombination des Filterns der Bewegungsfunktion und dem Differenzieren mittels Ausgleichsparabeln (Abb. 22 c). Durch die Verwendung des Tiefpaßfilters wird für jede Bewegungsfunktion nur eine Korrekturrechnung benötigt. Die anschließende Differentiation der bereinigten Bewegungsfunktionen mit Ausgleichsparabeln liefert eine gute Annäherung an den idealen Differentialquotienten.

Um einen objektiven Vergleich der drei Verfahren durchführen zu können, habe ich den senkrechten Fall einer Kugel aus 2 m Höhe gefilmt. Die Filmbilder wurden von drei Personen je einmal ausgewertet. Aus diesen Daten errechnete ich mit Hilfe der drei Verfahren die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Kugel in horizontaler und vertikaler Richtung. Aus den physikalischen Bedingungen konnten die genauen Werte dieser Größen berechnet werden. In Tabelle 2 sind die ermittelten Werte der vier betrachteten Größen aufgeführt. Ein Vergleich zeigt, daß die Werte der vierten Zeile die kleinsten Fehler aufweisen. Diese Werte ergaben sich aus dem Glätten der Bewegungsfunktionen mittels Tiefpaßfilter und dem Differenzieren mittels Ausgleichsparabeln.

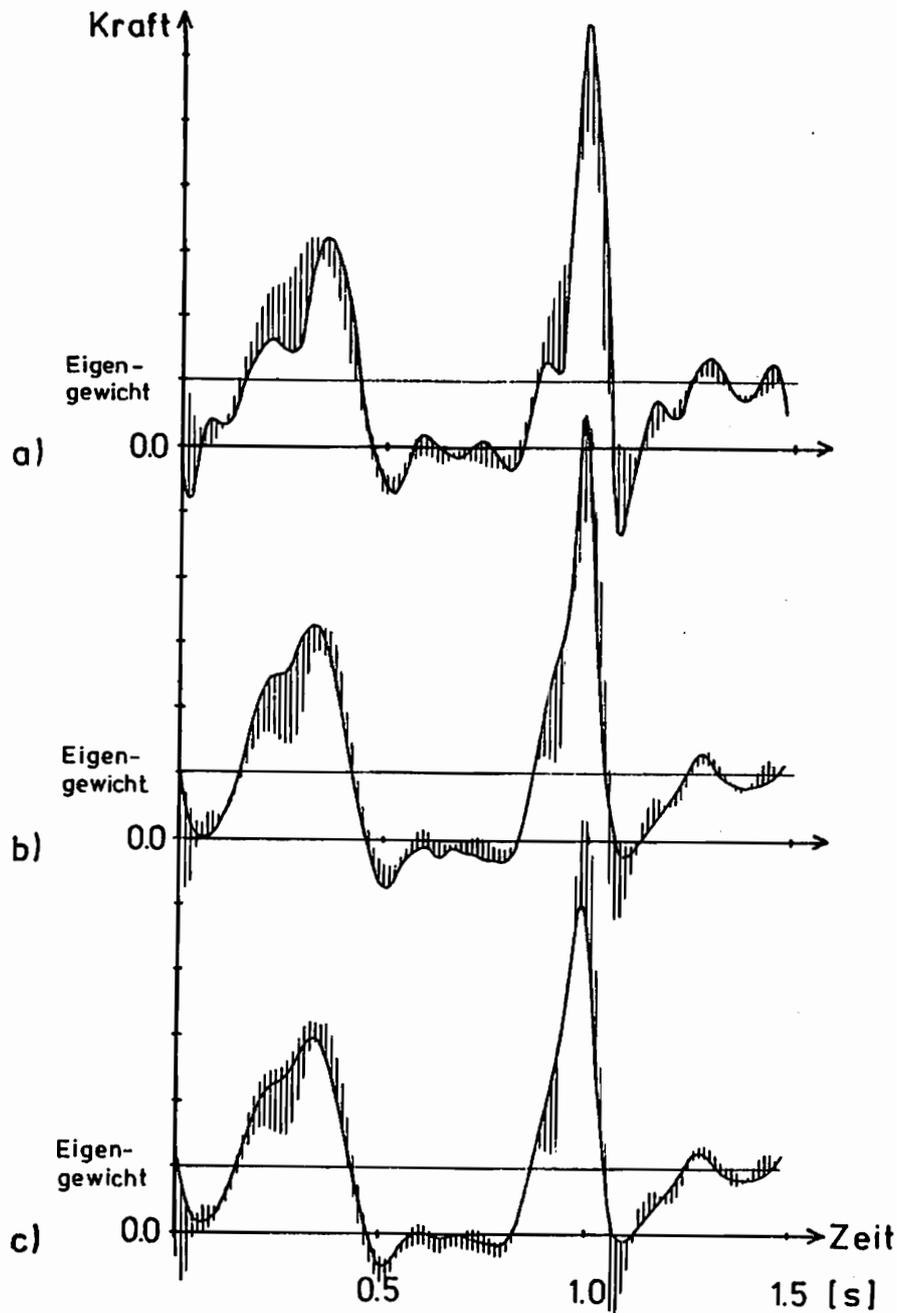


Abb. 22: Verlauf der vertikalen Auflagerkraft bei einem Hochsprung

- a) Fehlerkorrektur nach der "Methode der kleinsten Quadrate" und Differenzieren mittels Ausgleichsparabeln
- b) Fehlerkorrektur durch Tiefpaßfilter ( $f_G = 10 \text{ Hz}$ ) und Differenzieren mittels FFT mit anschließender Mittelwertbildung
- c) Fehlerkorrektur durch einen Tiefpaßfilter ( $f_G = 10 \text{ Hz}$ ) und Differenzieren mittels Ausgleichsparabeln

Der schraffierte Bereich zeigt die Abweichungen der drei Verfahren untereinander.

Tabelle 2

Beschleunigungen und Geschwindigkeiten beim senkrechten Fall einer Kugel aus 2 m Höhe, berechnet nach vier verschiedenen Verfahren

Verfahren	horizontale Beschleunigung [m/s <sup>2</sup> ]	vertikale Beschleunigung [m/s <sup>2</sup> ]	horizontale Geschwindigkeit [m/s]	maximale vertikale Geschwindigkeit [m/s]
physikalische Fallgesetze	0.0	9.81	0.0	6.26
Methode der kleinsten Quadrate und Diff. mittels Ausgleichsp.	± 1.7	9.81 ± 2.2	± 0.35	7.9
Tiefpaßfilter (f <sub>G</sub> =10 Hz) und Diff. mittels FFT	± 1.8	9.81 ± 2.3	± 0.38	4.9
Tiefpaßfilter (f <sub>G</sub> =10 Hz) und Diff. mittels Ausgleichsp.	± 1.4	9.81 ± 1.8	± 0.3	5.7

## 8. Aufbau und Durchführung der Versuche

Nach diesen Ableitungen und Vergleichen der Verfahren sollen einige Beispiel alltäglicher Bewegungen durchgerechnet werden. Als Bewegungsbeispiele wählte ich die folgenden Sprungbewegungen:

- a) Hochsprung aus dem Stand
- b) Weitsprung aus dem Stand
- c) Weitsprung aus dem Stand und  
Landung auf einem Bein
- d) Sprung vom Stuhl

Bei diesen Sprüngen bewegen sich die Körpersegmente der Versuchspersonen auf parallelen Ebenen. Auf den Bewegungsebenen steht die optische Achse der Filmkamera senkrecht. Damit werden die in Abschnitt 6 beschriebenen Aufnahmebedingungen erfüllt. Während der Landung sind die Bewegungen wesentlich schneller und weniger harmonisch als beim Absprung. In der Anfangsphase der Landung erreichen die Bremsbeschleunigungen am Sprunggelenk Werte bis zum achtzehnfachen der Erdbeschleunigung (Gockel 1978). So können durch die Auswertung der Sprünge die Genauigkeit meines Ausgleichs- und Differentiationsverfahren bei verschiedenen schnellen Bewegungen erfaßt und die Anwendungsmöglichkeiten abgegrenzt werden.

Die Beanspruchungen des menschlichen Körpers und die Muskelkräfte, welche bei den obigen Bewegungen auftreten, werden in den Abschnitten 9.1.1. bis 9.2.2. dargestellt und diskutiert. Zuvor jedoch werden die Aufnahmen der Filme, das Abtasten der Filme und einige Kontrollmessungen beschrieben.

### 8.1. Filmaufnahmen

Am Anfang eines jeden Filmes nahm ich nur das Filmraster (s. Abschnitt 6.2.) und die Testpersonen in aufrechter Haltung mit herabhängenden Armen auf (Abb. 17). Diese Haltung der Versuchsperson eignete sich am besten zur Bestimmung der "Ruhelängen"  $l_0$  der verschiedenen Muskelgruppen (s. Abschnitt 4.1. und 5.2.). Nach diesem Vorspann wurden die Sprünge der Versuchspersonen aufgenommen. Für meine Versuche standen mir drei verschieden große und schwere Versuchspersonen zur Verfügung. Jede Versuchsperson sprang die vier Sprünge mehrmals hintereinander. Jeder Sprung wurde aus Zeitgründen nur einmal ausgewertet.

Zur Lagebestimmung der einzelnen Körperpunkte auf den Filmbildern benutzte ich das Filmauswertegerät "HAROMAT". In diesem Gerät werden die Filmbilder auf eine Glasscheibe projiziert. Mit einem Abtastknopf werden die Körperpunkte angefahren und ihre Koordinatenwerte bezüglich eines durch drei Paßpunkte festgelegten Koordinatensystems auf Lochstreifen ausgegeben. Als Paßpunkte dienten drei Eckpunkte des Filmrasters (Abb. 17).

Um die Auswertearbeiten zu erleichtern, sollten die Körperpunkte auf den Filmbildern möglichst kontrastreich und unverwechselbar zu erkennen sein. Hierzu befestigte ich auf dem Raster und an den Gelenken der Versuchspersonen kleine Glühlampen (Abb. 17). Auf die Innenseiten der Extremitäten klebte ich statt der Glühlampen schmale Streifen einer reflektierenden Folie. Beim Aufnehmen der Filme habe ich diese noch zusätzlich unterbelichtet. So wurden die Versuchspersonen nur schemenhaft, die Körperpunkte aber sehr deutlich abgebildet.

## 8.2. Kontrollmessungen

Es war vorauszusehen, daß auch nach der mathematischen Fehlerkorrektur der Meßwerte die berechneten Kräfte mit einem Restfehler behaftet sind. Diese Fehler können aber den zeitlichen Verlauf der Kräfte stark verfälschen. Um ein Maß für diese Verfälschungen zu erhalten, habe ich einige der zu berechnenden Größen beim Versuch direkt gemessen.

Für Kontrollmessungen besonders geeignet erwiesen sich die Auflagerkräfte zwischen den Füßen und dem Untergrund. Ich baute deshalb eine "KRAFTMESSPLATTE" auf, mit der die horizontalen und vertikalen Auflagerkräfte beim Absprung oder bei der Landung gemessen wurden.

Die "KRAFTMESSPLATTE" bestand aus einer dreieckigen Trittplatte, die in einem schweren Eisenrahmen auf drei Biegebalken auflag. Diese Balken bogen sich proportional zur vertikalen Auflagerkraft durch. Ihre Durchbiegung wurde mit Hilfe von Dehnungsmeßstreifen gemessen. Die drei Meßsignale wurden aufsummiert zu einem Signal, welches ich mit einem umgebauten EEG-Gerät aufzeichnete. Die horizontale Auflagerkraft wurde in drei um jeweils  $120^{\circ}$  gedrehte Richtungen mit Hilfe von Biegebalken und Dehnungsmeßstreifen erfaßt. Diese Meßsignale wurden synchron zum Signal der vertikalen Auflagerkraft vom EEG-Gerät aufgezeichnet.

Mit einem "BESCHLEUNIGUNGS-AUFNEHMER" registrierte ich zusätzlich die horizontale und die vertikale Beschleunigung des oberen Beckenrandes (Gelenk 5, Abb. 3). Bei den Sprungbewegungen waren die Drehungen des Beckens um seinen Schwerpunkt

vernachlässigbar klein. Die gemessenen Beschleunigungen waren unter dieser Annahme proportional den Trägheitskräften, die in horizontaler und vertikaler Richtung auf das Becken wirken. Sie konnten als Kontrollmessungen zu den Berechnungen der Trägheitskräfte verwendet werden.

## 9. Darstellung und Diskussion der Ergebnisse

### 9.1.1. Die gemessenen und die berechneten Auflagerkräfte, Trägheitskräfte und Beschleunigungen

Sowohl die gemessenen als auch die berechneten Beschleunigungs- und Kraftkurven erschienen bei allen Sprüngen sehr einheitlich. Interindividuelle Unterschiede traten bei der Länge der einzelnen Bewegungsphasen und den absoluten Werten der Kräfte auf. Doch war der interindividuelle Vergleich nicht Ziel dieser Arbeit. Das entwickelte Verfahren sollte anhand der Versuche getestet werden. Deshalb werden hier nur gemeinsame Charakteristika der Sprünge aufgezeigt.

In Abb. 23 sind sieben markante Körperhaltungen eines Springers in ihrer zeitlichen Reihenfolge dargestellt. Darunter befinden sich für die vertikale Auflagerkraft  $F$ , die horizontale Auflagerkraft  $R$  und die Beschleunigungen des oberen Beckenrandes (Gelenk 5, Abb. 3) typische Kurven. Sie ergeben sich aus der Gesamtheit der für alle Sprünge sämtlicher Versuchspersonen aufgezeichneten Kurven. Der Verlauf der horizontalen Auflagerkraft  $R$  konnte erst nach der vektoriellen Addition von drei Einzelkräften, die mit Hilfe der "KRAFTMESSPLATTE" gemessen wurden (s. Abschnitt 8.2.), aufgezeichnet werden.

Der Sprung wird eingeleitet durch eine abwärtsgerichtete "Schwungbewegung" (Abb. 23 a). Hierbei wird der Körper des Springers nach unten beschleunigt und die Belastung der Beine nimmt ab. Schon während des Abbremsens der Abwärtsbewegung ist die Auflagerkraft  $F$  größer als das Eigengewicht der Versuchsperson ("Bremsstoß", Abb. 23 b). Bei der anschließenden Streckung zum Sprung steigt die Auflagerkraft  $F$  noch

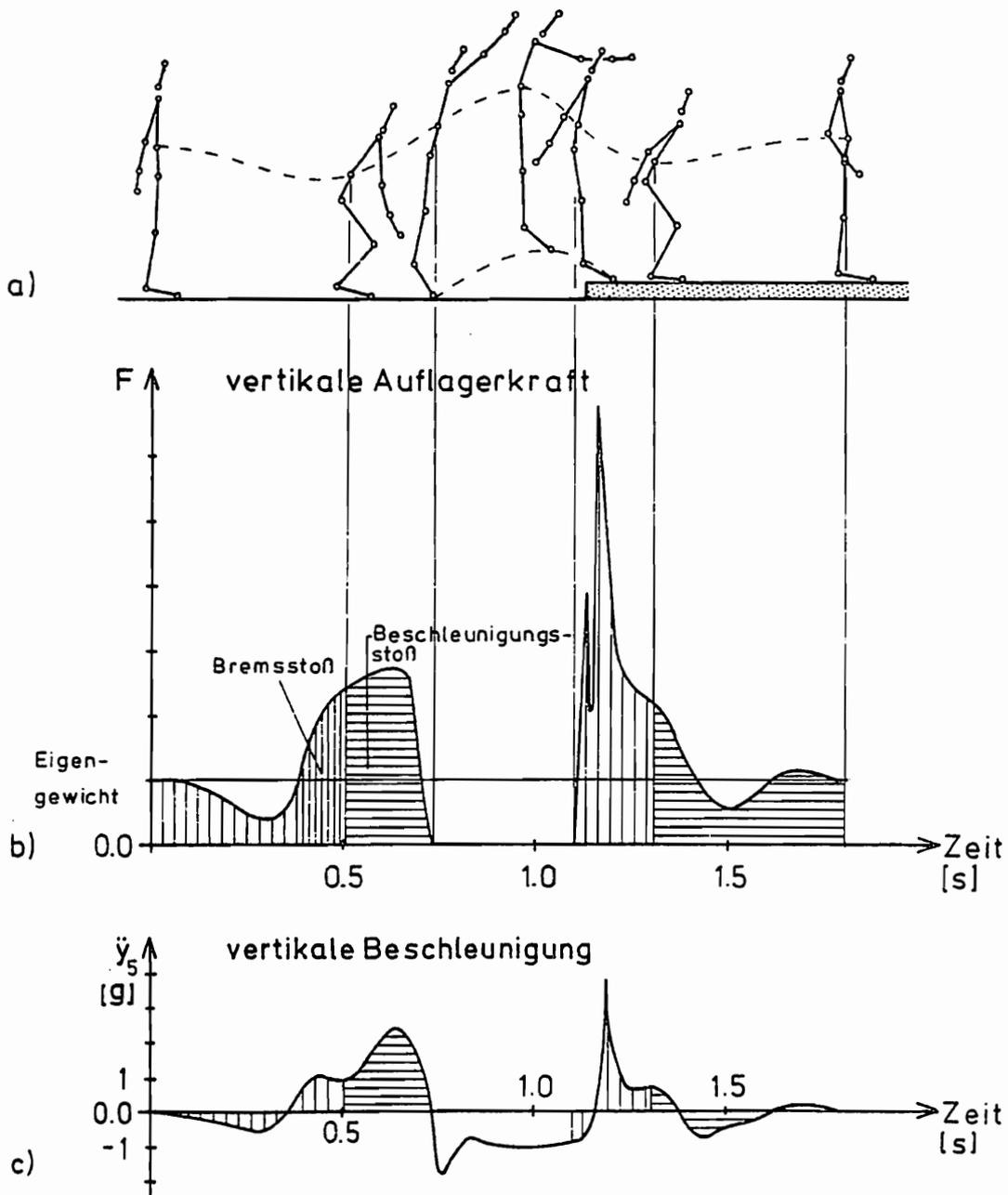


Abb. 23: Weitsprung aus dem Stand  
Abbildung 23e, 23d und Abbildungserklärungen  
siehe Seite 102

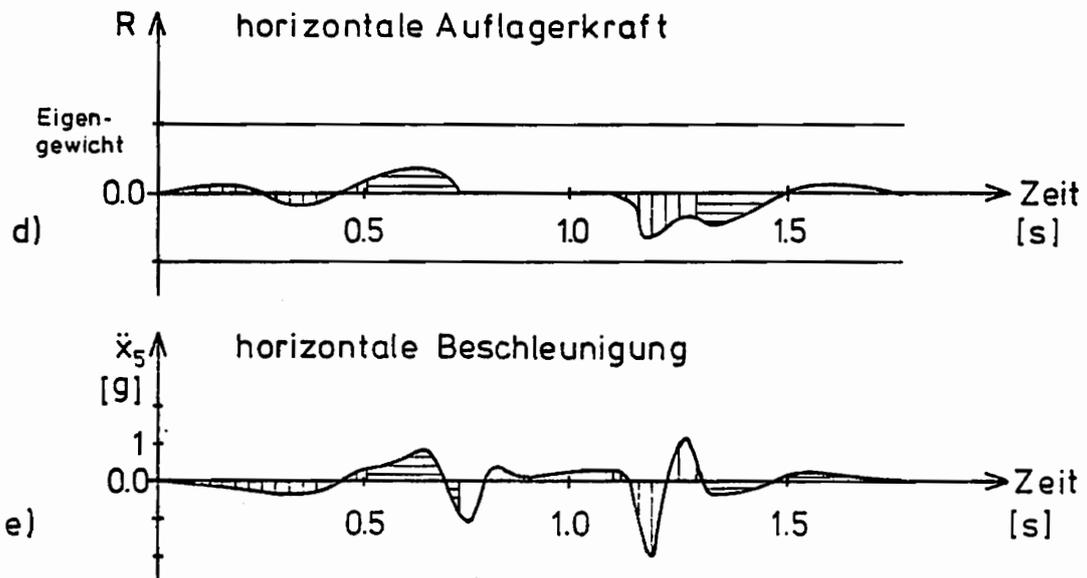


Abb. 23a: Sieben markante Körperhaltungen bei einem Weitsprung  
b: Verlauf der vertikalen Auflagerkraft  $F$   
c: Verlauf der vertikalen Beschleunigung  $\ddot{y}_5$   
d: Verlauf der horizontalen Auflagerkraft  $R$   
e: Verlauf der horizontalen Beschleunigung  $\ddot{x}_5$   
vertikale Schraffur → Beugen der Beine  
horizontale Schraffur → Strecken der Beine

gering an und geht beim Abheben vom Boden auf den Wert Null zurück ("Beschleunigungsstoß", Abb. 23 b). Die Begriffe "Schwungeinleitung", "Bremsstoß" und "Beschleunigungsstoß" sind von Hochmuth (1960) geprägt worden. Aus der Abhängigkeit zwischen dem "Bremsstoß" und dem "Beschleunigungsstoß" entwickelt er das Prinzip der optimalen "Anfangskraft".

Zu Beginn der Landung erreicht die vertikale Auflagerkraft  $F$  innerhalb von 0,05 - 0,06 Sekunden zweimal sehr hohe Werte (Abb. 23 b). Diese Werte sind abhängig von der Sprunghöhe. Bei einem Sprung vom Stuhl kann die Kraft  $F$  auf das achtfache Eigengewicht anwachsen. Hervorgerufen werden die beiden Extremwerte durch das zeitlich verschobene Aufsetzen der Ballen und der Fersen der Füße. Selbst bei der Landung auf nur einem Bein traten zwei Auflagerkraftspitzen auf (Gockel 1978). Nach dieser Phase der schnellen Bewegungsänderungen verläuft die Kraftkurve fast spiegelbildlich zur Kurve beim Absprung. Bevor die Auflagekraft  $F$  ihren kleinsten Wert erreicht, hat der Körperschwerpunkt seinen tiefsten Punkt durchlaufen.

Der vertikale Beschleunigungsverlauf  $\ddot{y}_5$  des oberen Beckenrandes (Abb. 23 c) stimmt mit der Kurve der Auflagerkraft überein. Beim Absprung ist eine Beschleunigung  $\ddot{y}_5$  nach oben oder unten mit einer gleichzeitigen Zu- oder Abnahme der Auflagerkraft  $F$  verbunden. Durch eine Änderung der Körperhaltung zu Beginn des Fluges wird der obere Beckenrand stärker als die Erdbeschleunigung nach unten beschleunigt. Bei der Landung bewirkt das Einfedern der Beine eine zeitliche Verschiebung zwischen den Maximalwerten der Auflagerkraft  $F$  und der Beschleunigung  $\ddot{y}_5$ . Die maximale Beschleunigung  $\ddot{y}_5$  beträgt nur das Vierfache der Erdbeschleunigung. Hat der Beckenrand seinen tiefsten Punkt erreicht, so verlaufen die beiden Kurven wieder fast parallel.

Die Abb. 23 d zeigt den Verlauf der horizontalen Auflagerkraft. Positive Kraftwerte  $R$  entsprechen einer Beschleunigung des Körperschwerpunktes in Sprungrichtung. Während der Schwungeinleitung ist der Anteil der positiven und negativen Werte der Auflagerkraft  $R$  gleich groß. Bei der anschließenden Streckung werden alle Körpersegmente in Sprungrichtung beschleunigt, um die für die Sprungweite notwendige Geschwindigkeit zu erreichen. Die Auflagerkraft  $R$  ist positiv. Mit dem Aufsetzen der Ballen nach der Flugphase wird die Auflagerkraft  $R$  negativ. Gleichzeitig mit der vertikalen Auflagerkraft  $F$  erreicht sie ihren Extremwert beim Aufsetzen der Fersen. Zum Abschluß der Landephase wird die Auflagerkraft  $R$  wieder positiv. In dieser Zeit nimmt der Springer die Anfangshaltung ein.

Wenige Übereinstimmungen mit der horizontalen Auflagerkraft  $R$  zeigt der horizontale Beschleunigungsverlauf  $\ddot{x}_5$  (Abb. 23 e). Dies liegt an der zeitweise entgegengesetzten Bewegung der Körpersegmente in horizontaler Richtung. Besonders deutlich wird dies während der Schwungeinleitung und in der Anfangsphase der Landung (Abb. 23 a, 23 d und 23 e).

Im Gegensatz zum Verlauf der gemessenen Werte in Abbildung 23 ist in der Abb. 24 und 25 der Verlauf der berechneten Kräfte und Momente dargestellt.

Der berechnete Verlauf der vertikalen Auflagerkraft  $F^x$  (Abb. 24 a) entspricht in guter Annäherung dem gemessenen Verlauf der Kraft  $F$ . Gerade in der kritischen Phase zu Beginn der Landung treten jedoch die größten Fehler auf. Die Auflagerkraftspitzen werden abgeschnitten, und die errechnete Kurve hat hier einen stetigeren Verlauf mit einem wesentlich kleineren Maximalwert als die Kurve der Meßwerte  $F$ . Ebenso

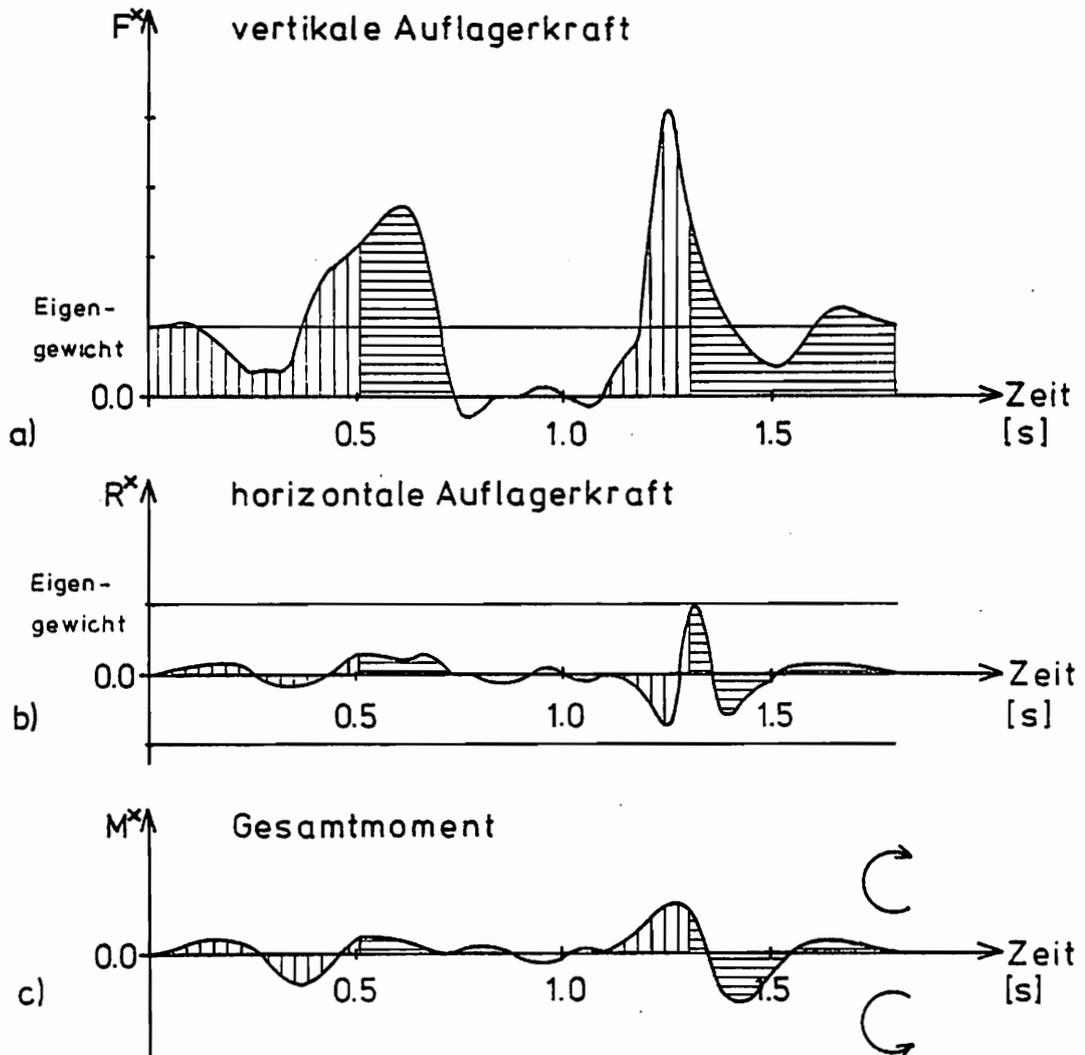


Abb. 24: Verlauf der berechneten Kräfte und Momente  
a) Verlauf der vertikalen Auflagerkraft  $F^x$   
b) Verlauf der horizontalen Auflagerkraft  $R^x$   
c) Verlauf des Gesamtmomentes  $M^x = \sum -MT_k$   
 $MT_k$  ist das bei der Rotation eines Körpersegmentes  $k$  auftretende Moment  
Schraffur wie in Abb. 23.

wird der unstetige Verlauf der Auflagerkraft  $F$  am Anfang und am Ende der Flugphase durch die Berechnung ausgeglichen. Während des Fluges sind die berechneten Werte  $F^x$  nicht konstant, sondern sie schwanken um den Wert Null. Dieser Fehler tritt auch bei der horizontalen Auflagerkraft  $R^x$  und beim Gesamtmoment  $M^x$  auf (Abb. 24 b und 24 c). Das Gesamtmoment  $M^x$  ist gleich der Summe der Momente  $-MT_k$ , die bei der Rotation der Körpersegmente  $k$  auftreten.

Während der Schwungeinleitung und dem Absprung sind die Unterschiede zwischen der berechneten horizontalen Auflagerkraft  $R^x$  (Abb. 24 b) und der gemessenen Kraft  $R$  gering. Auch bei der Kraft  $R^x$  treten die größten Fehler in der kritischen Phase der Landung auf. Hier wird die Kurve nicht geglättet, sondern es treten mehrfach Vorzeichenwechsel der Auflagerkraft  $R^x$  auf.

Bei dem Gesamtmoment  $M^x$  ist nur der qualitative Verlauf dargestellt (Abb. 24 c). Die Auflagerkräfte lassen sich als Vielfaches des Eigengewichtes darstellen, doch gibt es für das Gesamtmoment  $M^x$  keine natürliche Bezugsgröße. Die Momentenwerte  $M^x$  entsprechen einer aus den Drehungen der einzelnen Körpersegmente resultierenden Gesamtdrehung um den Körperschwerpunkt. Positive Werte sind gleichbedeutend mit einer Gesamtdrehung im Uhrzeigersinn. Besonders deutlich ist dies bei der Beugung am Anfang der Landung zu erkennen (Abb. 23 a und 24 c).

Der zeitliche Verlauf der vertikalen und horizontalen Trägheitskräfte des Beckens ( $FT_{y4}$  und  $FT_{x4}$ ) ist in den Abb. 25 a und 25 b dargestellt. Diesen berechneten Kraftkurven entsprechen die gemessenen Beschleunigungskurven der Abb. 23 c und 23 e.

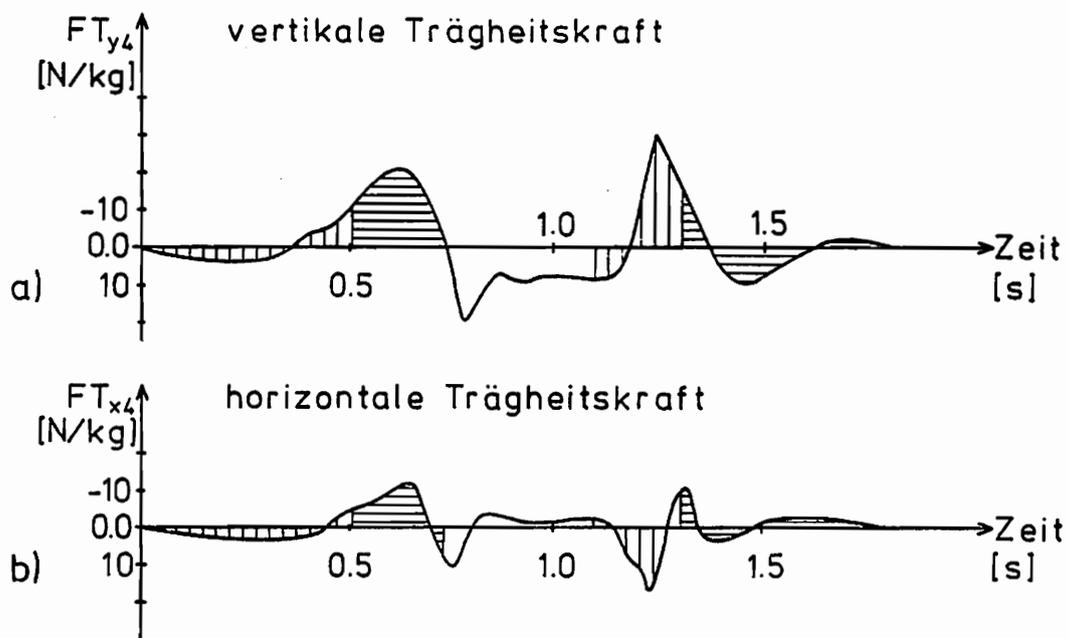


Abb. 25: Verlauf der Trägheitskräfte des Beckens (Segment 4). Die berechneten Kraftwerte wurden durch die Masse des Beckens dividiert

a) Verlauf der vertikalen Trägheitskraft  $FT_{y4}$

b) Verlauf der horizontalen Trägheitskraft  $FT_{x4}$

Schraffur wie in Abb. 23

### 9.1.2. Diskussion der Auflagerkräfte, der Trägheitskräfte und der Beschleunigungen

Bei einem Vergleich sowohl der gemessenen und berechneten Auflagerkräfte (Abb. 23 b und 23 d, 24 a und 24 b) als auch der Beschleunigungen (Abb. 23 c und 23 e) und der Trägheitskräfte (Abb. 25 a und 25 b) ergibt sich eine zufriedenstellende Übereinstimmung dieser Größen. Der Verlauf der berechneten Kurven entspricht weitgehend dem Verlauf der gemessenen Kurven. Durch die Restfehler der berechneten Werte ergeben sich kleine zeitliche Verschiebungen der Nulldurchgänge der Kurven und Vergrößerungen oder Verkleinerungen der Extremwerte.

Die größten Fehler treten bei der vertikalen Auflagerkraft auf (Abb. 23 b und 24 a). Beim Absprung laufen die gemessene und die berechnete Kurve parallel. Die sich am schnellsten bewegenden Körperteile sind in dieser Zeit die Arme. Sie erreichen beim Vorschwingen Geschwindigkeiten, die bei der Aufnahmegeschwindigkeit von 64 Bildern/s zu Bewegungsunschärfen und erheblichen Meßfehlern bei der Bildauswertung führen. Da jedoch die Beschleunigung der Arme niedrig und ihr Massenanteil am Gesamtkörper klein (9,6 %) ist, bleibt der Fehler der Auflagerkraft während der Absprunghase gering.

Der Fuß wird bei der Landung in maximal 0,06 Sekunden aus dem Flug zum Stillstand abgebremst. In dieser Zeit werden drei Filmbilder aufgenommen. Die Bewegungsänderungen des Fußes werden demnach jeweils durch drei mit Meßfehlern behaftete Koordinatenwerte wiedergegeben. Durch die mathematischen Korrekturverfahren werden die Weg-Zeit-Kurven  $x(t)$  und  $y(t)$  abgeflacht, die Beschleunigungswerte kleiner und

die Beschleunigungsintervalle auf die fünffache Länge gedehnt (s. Abschnitt 7.3., Abb. 20 a - 20 ). Diese Rechenfehler werden umso kleiner, je weiter die Körpersegmente von den Füßen entfernt sind, da diese Segmente langsamer abgebremst werden. Die Summe aller Rechenfehler ergibt den Unterschied zwischen der gemessenen und der berechneten Auflagerkraft  $F$  und  $F^x$  zu Beginn der Landung (Abb. 23 b und 24 a).

Die beschriebenen Fehler lassen sich jedoch unabhängig vom mathematischen Korrekturverfahren durch eine höhere Filmgeschwindigkeit vermeiden. Diese muß so hoch sein, so daß die schnellsten Körpersegmente ohne Bewegungsunschärfe abgebildet werden. Für die Sprungaufnahmen müßte die Filmgeschwindigkeit bei mindestens 200 Bildern/s liegen. Dann wird die Abbremsung der Füße auf zwölf Filmbildern festgehalten, und eine Simulationsrechnung ergab, daß durch die Korrekturrechnung das Abbremsintervall auf die doppelte (nicht mehr fünffache) Länge gedehnt wird.

Sowohl bei den betrachteten Hoch- und Weitsprüngen von Menschen als auch bei Sprüngen von Pferden (Preuschott und Fritz 1977) sind die Kurven der vertikalen Auflagerkräfte fast symmetrisch zur Flugphase. Der Absprungimpuls und der Landeimpuls sind annähernd gleich groß. Unterschiede bestehen nur in der Dauer der Absprung- und der Landephase und in den Extremwerten der Kräfte.

Die Absprungbewegung startet der Springer aus einer von ihm selbst gewählten Lage. Für den Sprung strebt er eine bestimmte Sprunghöhe oder Sprungweite an. Der hierzu notwendige Impuls ergibt sich aus der resultierenden Auflagerkraft und der Absprunzeit. Das Verhältnis zwischen diesen beiden Größen kann der Springer durch die Schnelligkeit der Bewegungen seiner

Körpersegmente variieren. Doch setzt die Muskulatur der Höhe der Auflagerkräfte und der Kürze der Absprunzeit Grenzen. Die Kontraktionsgeschwindigkeit der Muskeln nimmt bei hohen Kräften ab (s. Abschnitt 4.2.).

Der Springer kann ebenso wie den Absprung auch den Verlauf der Landung beeinflussen. Landet der Springer unvorbereitet mit gestreckten Beinen, so verläuft die Wirkungslinie der Auflagerkraft in kleinem Abstand zu den Gelenkachsen der Beine. Die geringe Kraft des M. quadriceps femoris, die zuvor das Bein gestreckt hielt, verhindert trotz hoher Auflagerkräfte ein Beugen im Kniegelenk. Will der Springer den Landungsstoß weich abfangen, so winkelt er schon während des Fluges die Beine leicht an. Der Abstand zwischen den Gelenkachsen und der Wirkungslinie der Auflagerkraft vergrößert sich. Das Einknicken der Beine kann nur durch hohe Kräfte in der Beinmuskulatur abgebremst werden. Mit den hohen Muskelkräften sind niedrige Kontraktionsgeschwindigkeiten verbunden (s. Abschnitt 4.2.). Dies führt zu einem zeitlich verschobenen Abbremsen im Sprunggelenk, im Kniegelenk und im Hüftgelenk (Gockel 1978) und damit zu den in Abbildung 23 b und 23 d dargestellten Kraftverläufen.

### 9.2.1. Die berechneten Muskelkräfte

Für die in Abschnitt 2. beschriebenen Muskelgruppen (Abb. 1 und 3) wurden die während der Sprünge auftretenden Kräfte berechnet (s. Abschnitt 5.2.). Es liegen die berechneten, nicht die gemessenen Auflagerkräfte und Beschleunigungen zugrunde. Die Muskelkräfte wurden durch den physiologischen Querschnitt (Schumacher 1966) der jeweiligen Muskeln dividiert. Anhand dieser auf den Querschnitt bezogenen Kräfte ließen sich die Beanspruchungen der einzelnen Muskelgruppen untereinander vergleichen. Bei bekannter maximaler Muskelkraft können die noch vorhandenen Kraftreserven ermittelt werden (s. Abschnitt 4.).

In Tabelle 3 sind die Aktivitätsphasen der Arm- und Nackenmuskulatur während der Sprünge dargestellt. In dieser Zeit beträgt die maximale Belastung der Armmuskulatur nur 40 % der absoluten Muskelkraft von  $79,7 \text{ N/cm}^2$  (s. Abschnitt 4.). Ebenso verhält es sich mit der Belastung der Nackenmuskulatur.

Wesentlich höher wird die Bein- und die Rumpfmuskulatur beansprucht. Der zeitliche Kraftverlauf dieser Muskeln ist in den Abb. 26 - 29 dargestellt. In diesen Abbildungen sind nur die Kräfte der Muskeln wiedergegeben, durch welche die Bewegungen hervorgerufen werden. Die Kräfte der Antagonisten sind nicht abgebildet. Bei den Berechnungen wurde angenommen, daß die Kräfte der Antagonisten nur von den passiven Muskelementen aufgebracht werden (s. Abschnitt 4. und 4.1.). Unter dieser Bedingung haben sie nur einen hemmenden, nicht regelbaren Einfluß auf die Bewegungen.

Bei dem Modellmensch (Abb. 3) wurde von der Bauchmuskulatur nur der M. rectus abdominis berücksichtigt. Dessen Kraft

Tabelle 3:

Aktivitätsphasen der Muskeln beim Sprung

	Schwung- einleitung	Bremsstoß	Beschleunigungs- stoß	Flug	Einfedern der Beine	Streckung zum Stand
M. deltoideus und M. pectoralis major	—	—	—	—	—	—
M. latissimus dorsi M. biceps brachii und M. brachialis	—	—	—	—	—	—
M. triceps brachii	—	—	—	—	—	—
Extensoren der Hand	—	—	—	—	—	—
Flexoren der Hand	—	—	—	—	—	—
Nackmuskulatur	—	—	—	—	—	—

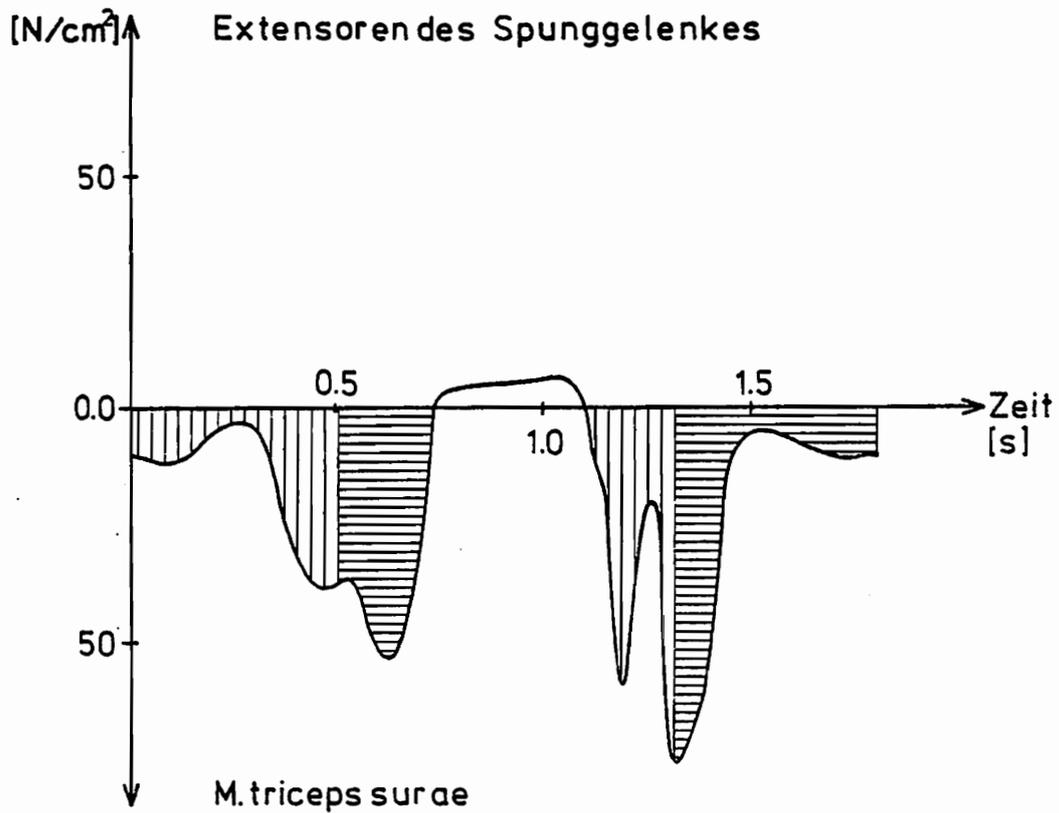


Abb. 26: Verlauf der Muskelkräfte am Sprunggelenk

In den Abbildungen 26 bis 29 sind die Muskelkräfte an der Vorderseite des Menschen jeweils oberhalb der Abszisse dargestellt. Schraffur wie in Abb. 23.

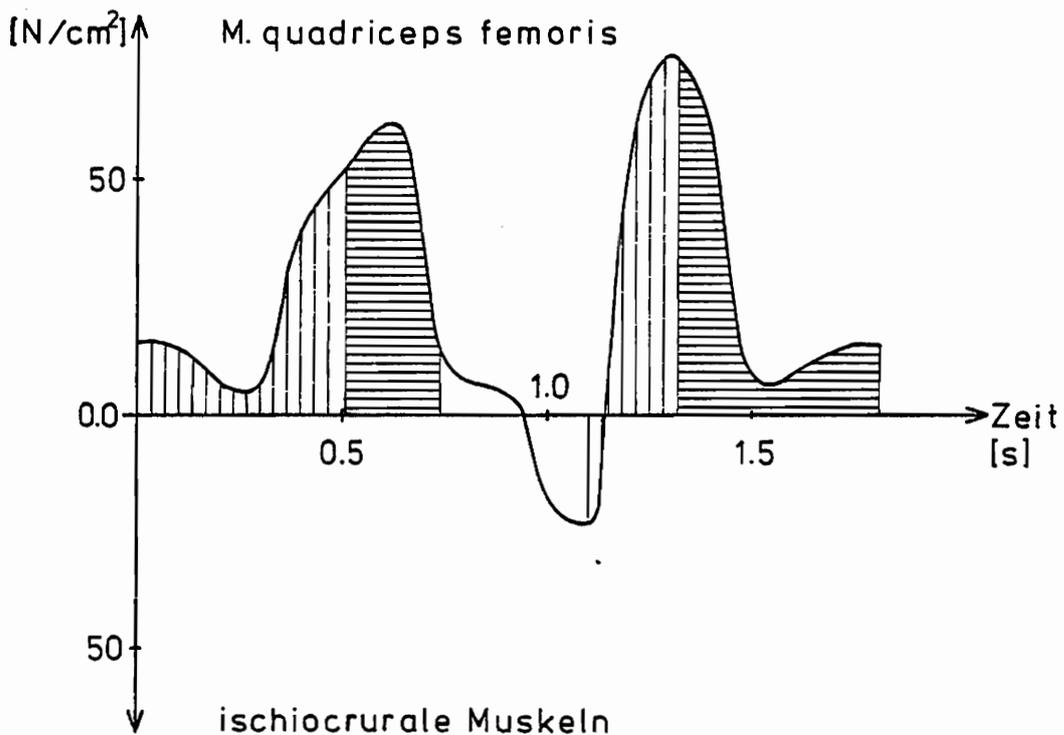


Abb. 27: Verlauf der Muskelkräfte am Knie

Schraffur wie in Abb. 23.

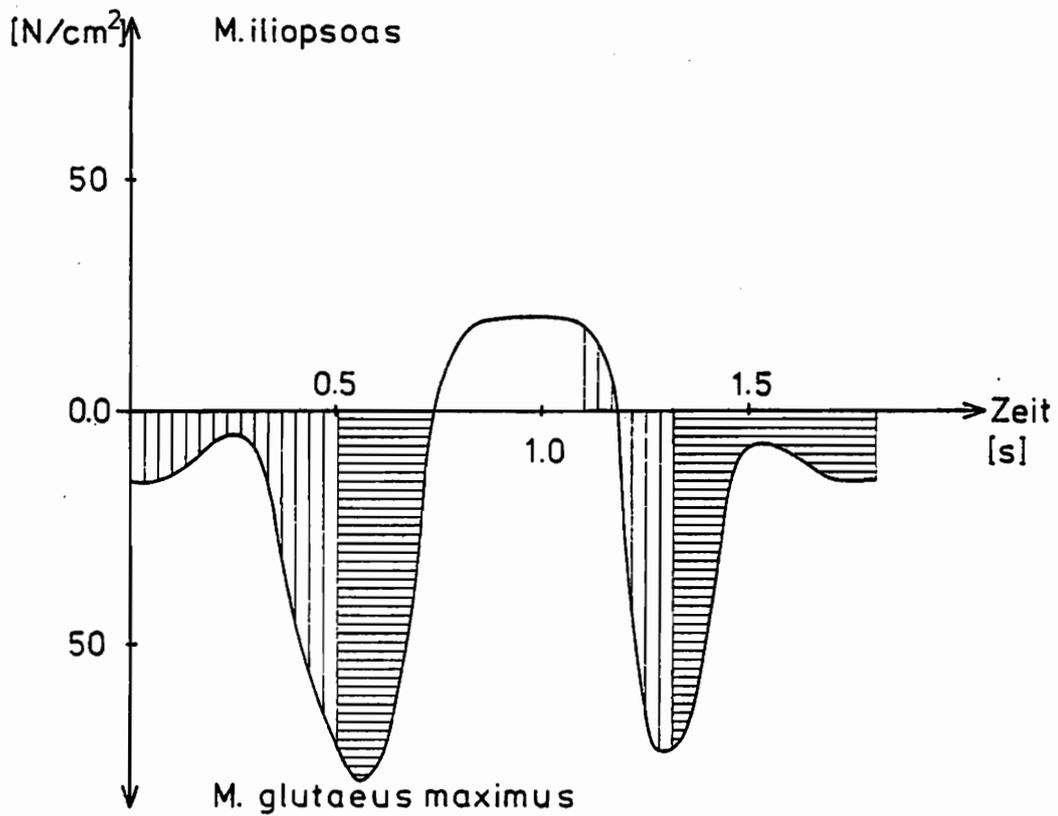


Abb. 28: Verlauf der Muskelkräfte am Hüftgelenk  
Schraffur wie in Abb. 23.

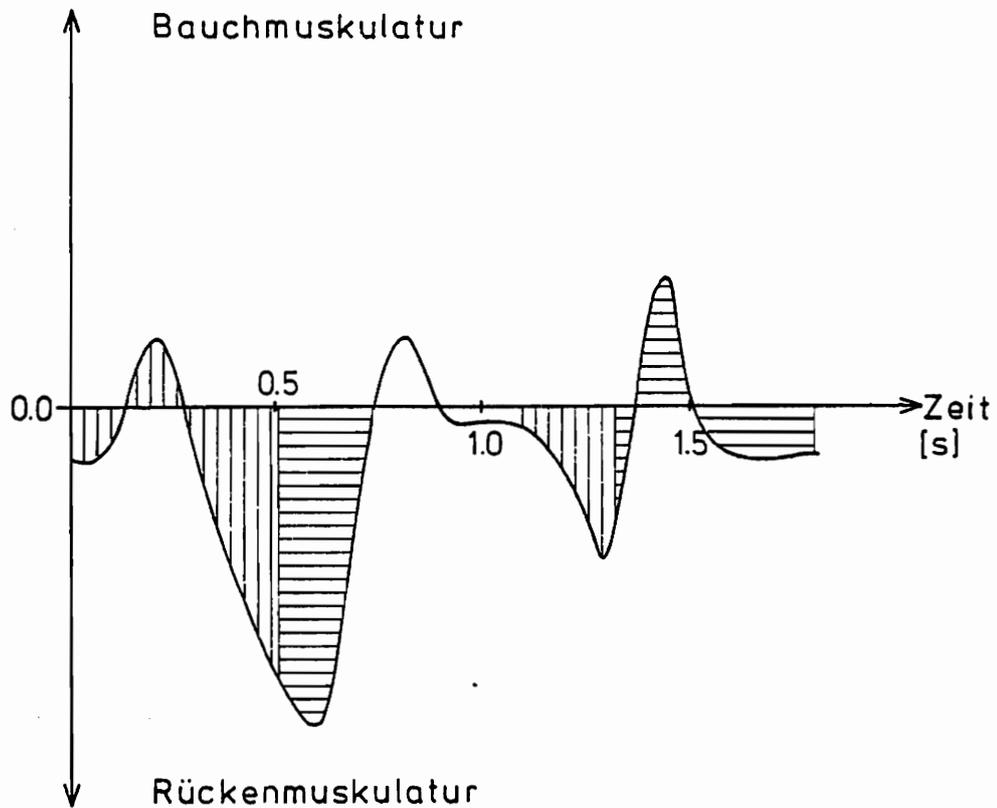


Abb. 29: Verlauf der Muskelkräfte der Bauch- und Rückenmuskulatur  
Schraffur wie in Abb. 23.

alleine reicht jedoch nicht zur Durchführung der Bewegungen. Die berechneten Muskelkräfte sind ungefähr fünfmal größer als die maximale Kraft des M. rectus abdominis ( $79,7 \text{ N/cm}^2$ ). Auch von der Rückenmuskulatur ist in den Berechnungen nur der M. iliocostalis berücksichtigt worden. Die für diesen Muskel berechneten Kräfte entsprechen der Belastung der gesamten Muskelgruppe. Aus diesen beiden Gründen sind in Abb. 29 nur der qualitative Verlauf und keine absoluten Werte dargestellt.

Liegt der Körperschwerpunkt zu Beginn der "Schwungeinleitung" vor dem Hüft- und vor dem Sprunggelenk und hinter dem Kniegelenk, so werden die Beine gebeugt durch Nachlassen der Kräfte im M. triceps surae, M. quadriceps femoris und im M. gluteus maximus (Abb. 26, 27 und 28). Durch erneutes Anspannen dieser Muskeln wird die Beugebewegung abgebremst.

In der halben Hocke sind die drei Muskeln vorgedehnt. Sie können aus dieser Stellung den Körper optimal in Sprungrichtung beschleunigen (s. Abschn. 4.2., Abb. 11). Ein Einknicken des Rumpfes während des Absprungs wird durch die Rückenmuskulatur verhindert (Abb. 29). Doch zu Beginn des Armschwungs kontrahiert sich kurzzeitig die Bauchmuskulatur (Abb. 29).

Hat der Springer vom Boden abgehoben, so wird durch die Bauchmuskulatur die extreme Streckung des Rumpfes aufgehoben (Abb. 29). Gleichzeitig wird die Muskulatur an der Vorderseite der Beine aktiv (Abb. 26, 27 und 28). Durch sie wird ein Schwingen der Beine nach hinten verhindert. Ist der höchste Punkt der Flugbahn durchlaufen, so kontrahiert sich die ischiocrurale Muskelgruppe (Abb. 27). Sie beugt die Knie zur Vorbereitung auf die Landung.

Mit dem zeitlich verschobenen Abbremsen der Beinsegmente bei der Landung ändert sich auch die Kraftentfaltung der einzelnen Beinmuskeln. Nach dem Aufsetzen der Füße bremst der M. triceps surae die Dorsalflexion des Sprunggelenkes ab (Abb. 26). Ungefähr 0,03 Sekunden später steigt die Kraft des M. quadriceps femoris steil an (Abb. 27). Hierdurch wird ein kontrolliertes Einfedern der Beine ermöglicht. Weitere 0,04 Sekunden später kontrahiert der M. gluteus maximus und hält den Rumpf aufrecht (Abb. 28). Ihren maximalen Kraftwert erreichen diese Muskeln in der Hocke. Mit hohen Muskelkräften wird die Streckung des Springers eingeleitet. Danach sinken die Muskelkräfte auf minimale Werte ab, so daß die Streckbewegung verlangsamt wird, und der Springer in die Ausgangsstellung zurückkehrt. Ebenso wie beim Absprung verhält sich das Kräftespiel zwischen der Bauch- und der Rückenmuskulatur bei der Landung (Abb. 29). Die Bauchmuskulatur ist nur während des Vorschwings der Arme kurzzeitig aktiv.

### 9.2.2. Diskussion der Muskelkräfte

Die Berechnung der Muskelkräfte (s. Abschnitt 5.2.) war nur unter der Annahme möglich, daß die Muskeln streng alternativ arbeiten (Sherrington's reziproke Hemmung, Groh 1975). Wenn zwei antagonistische Muskelgruppen gleichzeitig aktiv sind, so läßt sich allein die Differenz der beiden durch sie hervorgerufenen Drehmomente berechnen. Die Aktivität der einzelnen Muskeln ist befriedigend nur elektromyographisch zu kontrollieren. Doch liefert dieses Verfahren keine verlässlichen Informationen über die aufgewandten Kräfte (Donskoi 1961, Groh 1975, Seireg & Arvikar 1975). Hieraus folgt, daß die Verfahren der Elektromyographie und der Berechnung der Muskelkräfte einander sinnvoll ergänzen.

Elektromyographische Messungen beim Gehen und beim Laufen sind unter anderem durchgeführt worden von Basmajian 1962, Gray & Basmajian 1968, Morrison 1968, MacGonail & Basmajian 1969 und Cavanagh & Gregor 1975. Die einzige mir bekannte elektromyographische Messung bei Hochsprüngen aus dem Stand führte Wiemann 1977 durch. Wiemann zeichnete die Aktivität des M. vastus medialis parallel zur vertikalen Auflagerkraft und zum Kniewinkel auf.

In der Dauer der Aktivitätsphasen stimmen seine Aufzeichnungen und meine Berechnungen der Muskelkraft des M. quadriceps femoris überein (Abb. 27). Ein Vergleich zwischen den elektromyographischen Aufzeichnungen beim Gehen oder Laufen (Tabelle 4) mit den berechneten Muskelaktivitäten zeigte nur wenige Übereinstimmungen. Die Aktivität der Beinmuskeln während des Absprungs und der Landung entspricht ungefähr der Muskelaktivität im mittleren Bereich der Standbeinphase. Zu Beginn der Flugphase ist die Aktivität der Beinmuskeln ähnlich der Muskelaktivität zu Beginn der Schwungbeinphase.

Tabelle 4: Aktivitätsphasen der Muskeln beim Gehen  
 (nach MacConaill und Basmajian (1969) und Seireg und Arvikar (1975))

	Standbeinphase	Schwungbeinphase
M. tibialis anterior		
M. extensor digitorum longus		
M. extensor hallucis longus		
M. triceps surae		
M. quadriceps femoris		
M. biceps femoris		
M. semitendinosus		
M. semimembranosus		
M. iliopsoas		
M. gluteus maximus		

Der Zusammenhang zwischen dem Verlauf der Muskelkräfte, den Auflagerkräften  $F$  und  $R$  und den Sprungbewegungen ist eindeutig bis auf den Bereich der Landephase (Abb. 23 u. Abb. 26-29). Die hohen Auflagerkräfte  $F$  und  $R$  am Anfang der Landephase lassen hohe Muskelkräfte erwarten (Abb. 23 b u. 23 d). So müßte in den ersten 0,03 Sekunden die Kraft des *M. triceps surae* am größten sein, da die vertikale Auflagerkraft  $F$  gleich dem Vierfachen des Körpergewichtes ist und am Fuß im Bereich der Ballen angreift. Danach wächst die Auflagerkraft  $F$  noch weiter an, doch nimmt ihr Hebelarm zum Sprunggelenk ab. Der Verlauf der anhand der berechneten Auflagerkräfte  $F^x$  und  $R^x$  ermittelten Muskelkräfte entspricht während der Landephase nicht diesen Erwartungen (Abb. 26 - 29). Der Grund hierfür liegt bei den großen Fehlern der Auflagerkräfte  $F^x$  und  $R^x$  in dieser kritischen Phase (s. Abschnitt 9.1.2., Abb. 24 a u. 24 b).

### 9.3. Die aus den Auflagerkräften und den Muskelkräften resultierenden Beanspruchungen des Beinskelettes

Ohne den Stützapparat des Menschen kann die Arbeit der Muskeln nicht für die Bewegung genützt werden. Für das Zusammenspiel dieser beiden Systeme hat Pauwels (1948, 1950 a und 1950 b) die beiden folgenden Regeln abgeleitet.

1. Durch die Muskeln und Bänder werden zwar die Druckkräfte in den Röhrenknochen erhöht, doch werden die Gesamtbeanspruchungen wesentlich verkleinert, weil die Muskeln und die Bänder als Zuggurtung wirken und die hohe Biegebeanspruchung, die durch die äußeren Kräfte bedingt ist, wesentlich herabsetzen.
2. Zur größtmöglichen Energieersparnis im Stütz- und Bewegungsapparat haben die Muskeln, die bei den Bewegungen jeweils zur Feststellung der Gelenke angespannt sind, auch die gerade erforderliche Zuggurtungswirkung.

Diese beiden Regeln gelten in gleicher Weise für die Beanspruchungen während der Sprünge. Bei diesen Bewegungen sind die Beine die am höchsten beanspruchten Körperglieder. Die möglichen Beanspruchungsmuster hat Pauwels (1950 b) in seinen Abb. 4 d, 5 c u. 5 e dargestellt. Kleine Abweichungen von diesen Beanspruchungsmustern ergeben sich aus der Neigung der Resultierenden aus vertikaler und horizontaler Auflagerkraft gegen die vertikale Achse, die maximal  $\pm 10^\circ$  beträgt. Durch die Neigung der resultierenden Auflagerkraft verringert oder vergrößert sich der Abstand zwischen der Wirkungslinie der Kraft und den jeweiligen Gelenkachsen unterschiedlich stark. Die zusätzliche Beanspruchung des Beinskeletts durch die Trägheitskräfte der Beine ist gering, da die Trägheitskräfte höchstens 14 % der Auflagerkraft betragen (die Auflagerkraft konnte erst nach der Berechnung der Trägheitskräfte ermittelt werden, s. Abschnitt 3.4.).

Die größten äußeren Kräfte treten kurz vor dem Abheben vom Boden und kurz nach dem Aufsetzen der Füße auf. Zu diesen Zeitpunkten sind die Beine gestreckt. Die Wirkungslinie der resultierenden Auflagerkraft verläuft vor den Gelenkachsen der Beine. Ein Vergleich zwischen den berechneten Auflager-, Gelenk- und Muskelkräften (Berechnungsverfahren s. Abschnitt 3.4. und 5.2.) und den von Pauwels (1950 a, Abb. 12) dargestellten und ausführlich diskutierten Kräften ergab bei den Sprüngen eine bis zu dreimal so große Beanspruchung der Tibia.

## 10. Anwendung des Verfahrens bei aktuellen Problemen

Dieser Abschnitt gibt einen kurzen Einblick in noch nicht abgeschlossene Arbeiten. Ziel dieser Arbeiten ist die Bestimmung der mechanischen Beanspruchungen von Hochspringern und von Dressur-, Spring- und Rennpferden. Die hierzu durchgeführten Versuche boten die Möglichkeit, das beschriebene und bisher nur im "Laborversuch" (s. Abschnitt 8.) getestete Verfahren in der Praxis anzuwenden.

Mit Hilfe der "KRAFTMESSPLATTE" (s. Abschnitt 8.2.) sollten bei Straddle-Springern und bei Flop-Springern stilartspezifische Unterschiede im Verlauf der vertikalen Auflagerkraft ermittelt werden. Während der Anlauf- und Absprunghase wurde die Auflagerkraft beim Sprungbeinaufsatz und beim Schwungbeinaufsatz gemessen. Um den momentanen Kräften die entsprechenden Stellungen der Füße auf der "KRAFTMESSPLATTE" zuordnen zu können, wurde der Anlauf und der Absprung der Springer gefilmt.

Die Voraussetzungen für die Filmaufnahmen erfüllten nicht die in Abschnitt 6 beschriebenen Bedingungen. Die Straddle-Springer benötigten zum Anlaufen eine 13 m lange gerade Bahn. Der vollständige Anlauf konnte bei der benutzten Kamera nur gefilmt werden, indem die Kamera während der Aufnahmen um ihre vertikale Achse gedreht wurde. Eine Zuordnung der vom Springer zurückgelegten Strecke zu den einzelnen Filmbildern war dennoch möglich, da die gesamte Anlaufstrecke durch Markierungslatten in kurze Abschnitte unterteilt wurde. Die Flop-Springer liefen auf einem Kreisbogen an. Der Anlauf wurde mit feststehender Kamera gefilmt. Folglich änderte sich bei beiden Sprungstilen ständig der Abstand zwischen Kamera und laufendem Springer, und der Abbildungsmaßstab war nicht konstant (s. Abschnitt 6.).

Trotz dieser unbefriedigenden Voraussetzungen wurden für jeweils einen Sprung der sechs Versuchspersonen die vertikalen und horizontalen Auflagerkräfte berechnet. Die in Abb. 30 dargestellten Kurven für den Straddle und für den Flop ergaben sich jeweils aus der Überlagerung der berechneten Kraftverläufe. In der Anlaufphase ist der stilartspezifische Unterschied im zeitlichen Verlauf der vertikalen Auflagerkraft zu erkennen (Abb. 30 a und 30 c). Beim Straddle-Anlauf setzen die Füße mit der Hacke auf und drücken mit dem Ballen ab (Neuhoff 1978). Dadurch weist der Kurvenverlauf während des Schwungbeinaufsatzes und während des Sprungbeinaufsatzes zwei Gipfel mit dazwischensliegender Entlastung auf (Abb. 30 a). Der Kraftverlauf der Flop-Sprünge weist für jeden Fußaufsatz nur einen Gipfel auf (Abb. 30 c). Dies ist durch den Ballenlauf der Flop-Springer zu erklären. Die berechneten Werte der vertikalen Auflagerkraft weichen um  $\pm 10\%$  von den gemessenen Werten (Neuhoff 1978) ab. Die Zeitintervalle für die Sprungbein- und die Schwungbeinphasen sind immer länger als die gemessenen Intervalle. Die gemessenen Bodenkontaktzeiten der Beine betragen maximal 0,23 Sekunden.

Nach dem Anlauf wird sowohl beim Straddle als auch beim Flop das Schwungbein mit der Hacke aufgesetzt und über den Ballen abgerollt. Mit dem Hackenaufsatz steigt die vertikale Auflagerkraft in 0,02 Sekunden auf den dreifachen Wert des Springergewichtes an. Ebenso schnell fällt sie auf die Hälfte dieses Wertes und ist danach für ungefähr 0,15 Sekunden gleich dem doppelten Springergewicht (Neuhoff 1978). Die berechneten Kräfte zeigen in dieser Phase keinen entsprechenden Verlauf (Abb. 30a und 30 c).

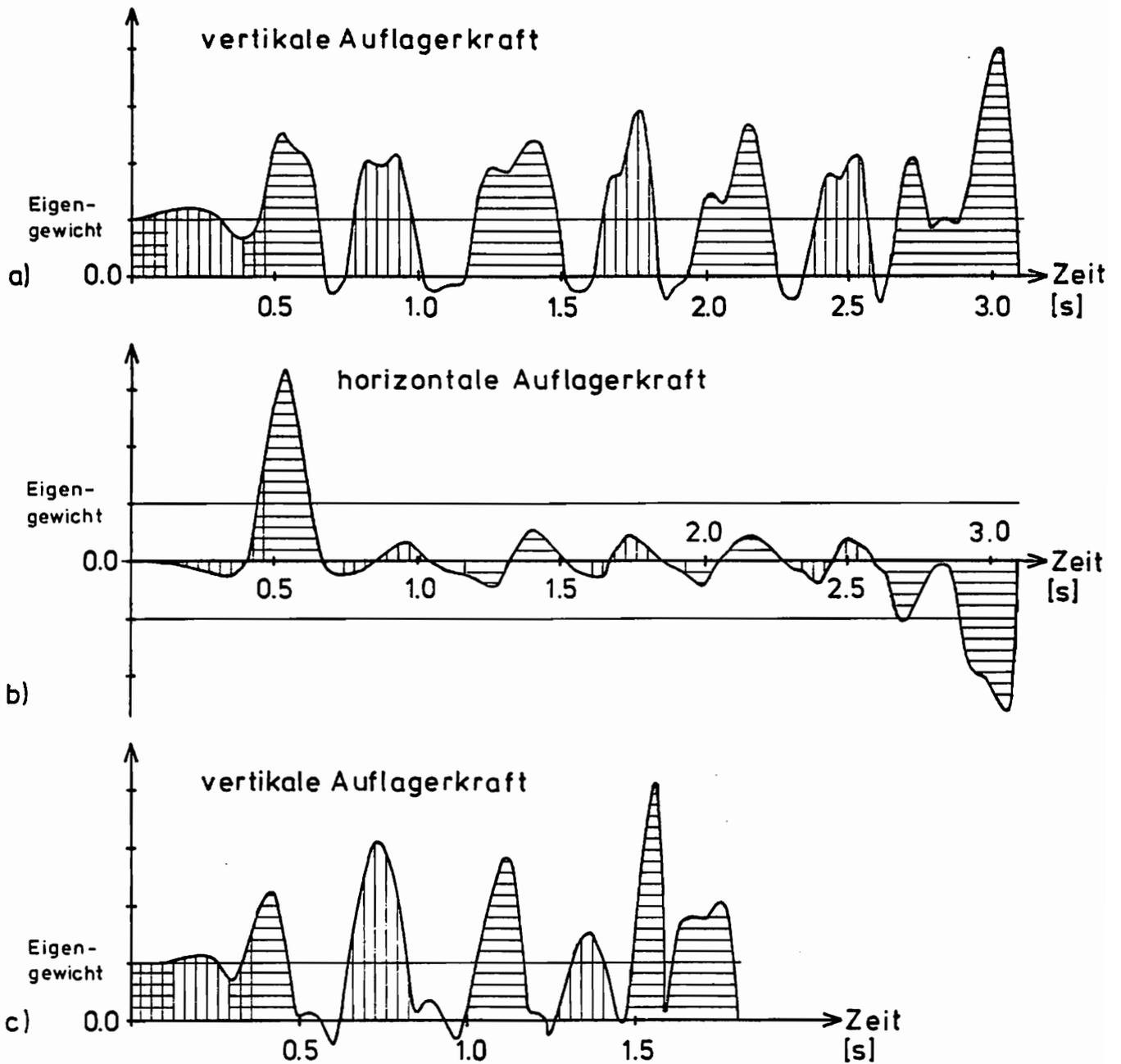


Abb. 30: Zeitlicher Verlauf der Auflagerkräfte bei Straddle- und Flop-Sprüngen  
Abbildung 30d und Abbildungserklärungen  
siehe Seite 126

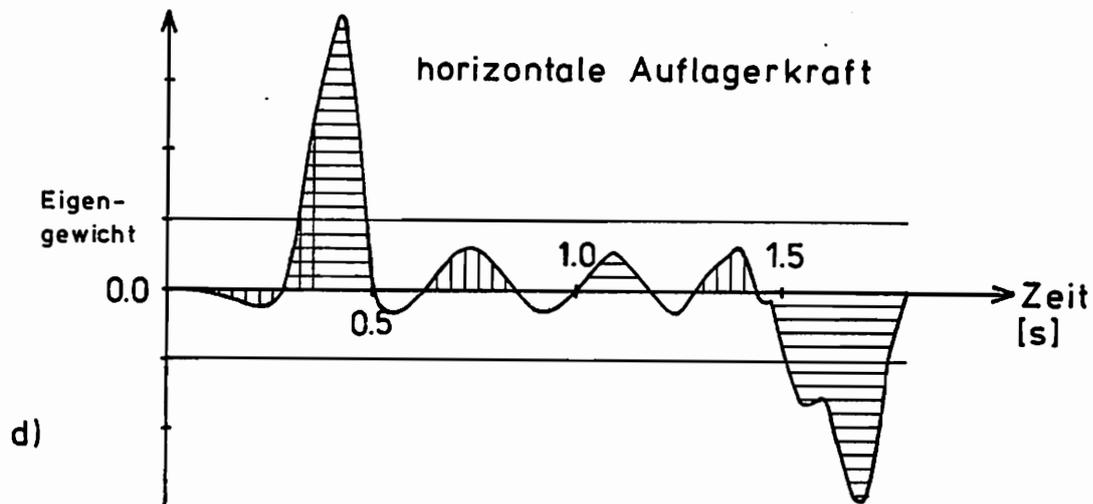


Abb. 30a: Vertikale Auflagerkraft beim Straddle

b: Horizontale Auflagerkraft beim Straddle

c: Vertikale Auflagerkraft beim Flop

d: Horizontale Auflagerkraft beim Flop

Vertikale Schraffur → Schwungbeinaufsatz

Horizontale Schraffur → Sprungbeinaufsatz

Während des Absprunges wird am Kraftverlauf für das Sprungbein das zeitlich verschobene Aufsetzen der Hacke und des Ballen deutlich (Abb. 30 a und 30 c). Nicht zu erkennen sind die von Neuhoff (1978) beschriebenen stilartspezifischen Unterschiede im Kraftverlauf und der Bodenkontaktzeit (0,13 s beim Flop bis 0,27 s beim Straddle).

Die Hochsprünge wurden wie die Sprünge aus dem Stand (s. Abschnitt 6.) mit einer Filmgeschwindigkeit von 64 Bildern/s aufgenommen. Der Bodenkontakt der Beine wird auf maximal 16 Bildern festgehalten. Dies sind aus den in Abschnitt 9.1.2. genannten Gründen zu wenig Bilder, um den Kraftverlauf fehlerfrei berechnen zu können.

In Abb. 30 b und 30 d ist der Verlauf der horizontalen Auflagerkraft für die beiden Sprungstile dargestellt. Die horizontale Auflagerkraft wurde nicht gemessen. Es ist daher nicht möglich, Fehler im zeitlichen Verlauf und in der Größe der Kraft zu beschreiben. Der Verlauf der horizontalen Auflagerkraft zeigt deutlich, daß der Springer sich mit dem ersten Schritt die größte Beschleunigung in Sprungrichtung erteilt. Während der folgenden Laufschriffe beschleunigt er nur wenig. Beim Absprung "stemmt" der Springer das Sprungbein gegen den Boden. Dadurch bremst er sich in horizontaler Richtung stark ab (Abb. 30 b und 30 d) und beschleunigt sich verstärkt nach oben.

Der einfache Aufbau des entwickelten Verfahrens ermöglichte die Berechnung der mechanischen Beanspruchungen auch bei Pferden. Um die Bewegungen der Pferde genau beschreiben zu können, muß der Pferdekörper in neunzehn Körpersegmente unterteilt werden. Beim Menschen waren es nur fünfzehn Körpersegmente (s. Abschnitt 3.1.1.). Die Trägheitskräfte werden für jedes Körpersegment einzeln und unabhängig von den be-

nachbarten Segmenten berechnet (s. Abschnitt 3.4.). Dadurch erhöht sich entsprechend der größeren Anzahl der Körpersegmente beim Pferd auch der Rechenaufwand, doch ändert sich nichts an den einzelnen Rechengängen.

Die ersten Berechnungen bei Springpferden wurden mittels Super-8-Filmen vorgenommen. Die Filmgeschwindigkeit betrug 27 Bilder/s. Schnelle Bewegungen wie das Aufsetzen der Pferdehufe während der Landung wurden auf maximal zwei Filmbildern abgebildet. Das kleine Bildformat führte bei der zum Auswerten notwendigen Vergrößerung zu unscharfen Bildern. Trotz dieser Einschränkungen gaben die Ergebnisse einen ersten Überblick über die Beanspruchungen im Bewegungsapparat von Springpferden. So können in der Anfangsphase der Landung die Vorderbeine bis an die Festigkeitsgrenze der Röhrenknochen beansprucht werden (Preuschhof und Fritz 1977).

Genauere Ergebnisse sind nur mit besserem Filmmaterial möglich. Besseres Filmmaterial bedeutet größeres Filmformat, höhere Filmgeschwindigkeit und kurze Belichtungszeiten (s. Abschnitt 6. und 7.3.). Im September 1978 wurde in Zusammenarbeit mit dem Institut für den wissenschaftlichen Film (Göttingen) damit begonnen, die Bewegungen von Dressur-, Spring- und Rennpferden mit einer 16 mm-Filmkamera und einer Filmgeschwindigkeit von 200 Bildern/s zu filmen. Diese Filmaufnahmen konnten bis jetzt noch nicht abgeschlossen werden, und es liegen deshalb noch keine neuen Ergebnisse über die mechanischen Beanspruchungen von Pferden vor.

## 11. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Verfahren entwickelt, mit dem aus filmischen Aufzeichnungen die Belastungen des menschlichen Körpers und die Muskelkräfte für einen vollständigen Bewegungszyklus bestimmt werden.

In Ruhe und bei allen Bewegungen unterliegt der menschliche Körper mechanischen Belastungen. Die Belastungen setzen sich zusammen aus dem Körpergewicht, den Auflagerkräften zwischen dem menschlichen Körper und seiner Umgebung und aus den Trägheitskräften, die bei jeder Bewegungsänderung auftreten. Bewegen sich die Körpersegmente auf parallelen Ebenen, so können die Bewegungen nach den Gesetzen der Kinematik der Ebene in eine Translation und eine Rotation um den Segment-schwerpunkt zerlegt werden. Aus den Bewegungskomponenten ergeben sich durch zweimaliges Differenzieren die Translations- und die Rotationsbeschleunigungen. Aus diesen Bewegungsgrößen lassen sich mit Hilfe der Kinetik der ebenen Bewegungen die Belastungen des menschlichen Körpers und der einzelnen Körpersegmente berechnen.

Zur Berechnung der Trägheitskräfte wurde der zeitliche Verlauf der Bewegungen aus Filmaufnahmen bei 64 Bildern/s ermittelt. Auf den Filmbildern wurde bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems die Lage der großen Körpergelenke vermessen. Die Koordinatenwerte ließen sich zusammenfassen zu den diskreten Bewegungsfunktionen der einzelnen Körpersegmente. Da aber die Koordinatenwerte mit Meßfehlern behaftet waren, mußten die Bewegungsfunktionen zuerst durch mathematische Korrekturverfahren geglättet werden.

Beim ersten Korrekturverfahren wurde nach der "Methode der kleinsten Quadrate" für sieben Funktionswerte einer Bewegungsfunktion eine kubische Ausgleichsparabel bestimmt und der Wert in der Mitte des Ausgleichsintervalls als geglätteter Funktionswert benutzt. Durch das Verschieben der Ausgleichsparabel um jeweils einen Punkt ergab sich eine Folge geglätteter Funktionswerte. Für die Berechnung der Beschleunigungen wurden kubische Ausgleichsparabeln durch jeweils fünf geglättete Punkte gelegt und zweimal differenziert.

Ein zweites Korrekturverfahren ergibt sich, indem die fehlerhaften Bewegungsfunktionen als Summe aus einem gesuchten Signal und einem Störsignal aufgefaßt werden. Durch die "Fast Fourier Transform" werden die Bewegungsfunktionen in den Frequenzbereich transformiert. Mit einem Tiefpaßfilter lassen sich die Störsignale eliminieren und die bereinigten Signale werden in den Zeitbereich zurücktransformiert. Durch Multiplizieren mit einer imaginären Frequenzfunktion im Frequenzbereich können die Signale differenziert werden.

Anhand mathematischer Funktionen wurden die Eigenschaften der verschiedenen Korrektur- und Differentiationsverfahren getestet. Die Anstiegs- und Abfallszeit einer gegebenen Trapezfunktion wurden durch die Korrekturverfahren um das Fünffache gedehnt. Bei der zweimaligen Differentiation einer Sinusfunktion führte die Differentiation mittels Ausgleichsparabeln zu den besseren Ergebnissen.

Unter Berücksichtigung der Korrektur- und Differentiationseigenschaften erwies sich eine Kombination aus den beiden obigen Verfahren als beste Lösung. Hierbei wurden die Störsignale durch ein Tiefpaßfilter mit der Grenzfrequenz  $f_G=10\text{Hz}$  eliminiert und anschließend die Bewegungsfunktionen der Segmentschwerpunkte mittels Ausgleichsparabeln differenziert.

Für mehrere Hoch- und Weitsprünge wurden die Trägheitskräfte und die Auflagerkräfte zwischen den Füßen des Springers und dem Untergrund berechnet. Der zeitliche Verlauf der Kräfte wurde dargestellt und mit gemessenen Größen verglichen. Für die Absprunghase und die zweite Hälfte der Landephase waren die Differenzen zwischen den berechneten und den gemessenen Größen gering. Große Fehler traten bei der vertikalen Auflagerkraft in der ersten Hälfte der Landephase auf. In dieser Zeit erfolgen die Bewegungsänderungen in so kurzen Zeitabständen, so daß der momentane Bewegungszustand auf 3 bis 4 Filmbildern festgehalten wird. Durch das Korrekturverfahren werden diese kurzen Zeitintervalle gedehnt, und damit werden die Beschleunigungswerte kleiner. Die Fehler können vermieden werden durch eine Filmgeschwindigkeit von mindestens 200 Bildern/s. Die Gefahr der Bewegungsunschärfen auf den Filmbildern bei schnell bewegten Körperabschnitten, z.B. der Arme beim Absprung, wird dadurch ebenfalls wesentlich geringer.

An jedem Segment stehen die Gewichts- und Trägheitskräfte und die Gelenkkkräfte mit den Muskelkräften im Gleichgewicht. Für die betrachteten Sprünge sind die Kräfte der wichtigsten Muskelgruppen des Menschen berechnet worden. Die Kräfte der Arm- und Nackenmuskulatur erreichen maximal 40 % der mit  $79,7 \text{ N/cm}^2$  angenommenen absoluten Muskelkraft. Wesentlich höhere Werte erreichen die Kräfte der Rumpf- und Beinmuskulatur. Der zeitliche Verlauf dieser Muskelkräfte wurde dargestellt.

Die aus den äußeren Kräften und den Muskelkräften resultierenden Beanspruchungen des Beinskeletts entsprechen qualitativ den von Pauwels in seinen Beiträgen über die funktionelle Anatomie und kausalen Morphologie des Stützapparates (1948, 1950 a und 1950 b) diskutierten Beanspruchungsmustern. Die

Muskelkräfte und die Spannungen in der Tibia erreichen bis zu dreimal so hohe Werte wie bei Pauwels (1950 a, Abb. 12) angegeben.

Als Beispiel für die Anwendung des entwickelten Verfahrens im Leistungssport wurden die Auflagerkräfte von Straddle-Springern und Flop-Springern berechnet. Die zeitlichen Verläufe der Auflagerkräfte zeigten stilartspezifische Merkmale, die hervorgerufen wurden durch unterschiedliches Aufsetzen der Füße beim Straddle und beim Flop.

Der einfache Aufbau des entwickelten Verfahrens ermöglichte die Berechnung der mechanischen Beanspruchungen auch bei Pferden. Wegen der unbefriedigenden Qualität der ersten Filme konnten die Beanspruchungen nur näherungsweise berechnet werden (Preuschhof und Fritz 1977). Genauere Berechnungen mittels Hochgeschwindigkeitsfilmen, die in Zusammenarbeit mit dem Institut für den wissenschaftlichen Film (Göttingen) entstehen, werden vorbereitet.

12. Anhang

### 12.1. Programmbeschreibung

Mit dem in diesem Abschnitt wiedergegebenen FORTRAN-Hauptprogramm lassen sich die Trägheitskräfte und Momente und die Auflagerkräfte für die Bewegungen des Menschen berechnen. Durch kleine Änderungen können mit dem Hauptprogramm diese Kräfte aber auch bei anderen Systemen mit beliebig vielen Teilkörpern berechnet werden. Die Programme zur Berechnung der Muskelkräfte sind nicht aufgeführt, da sie speziell auf den Bau des menschlichen Bewegungsapparates abgestimmt sind.

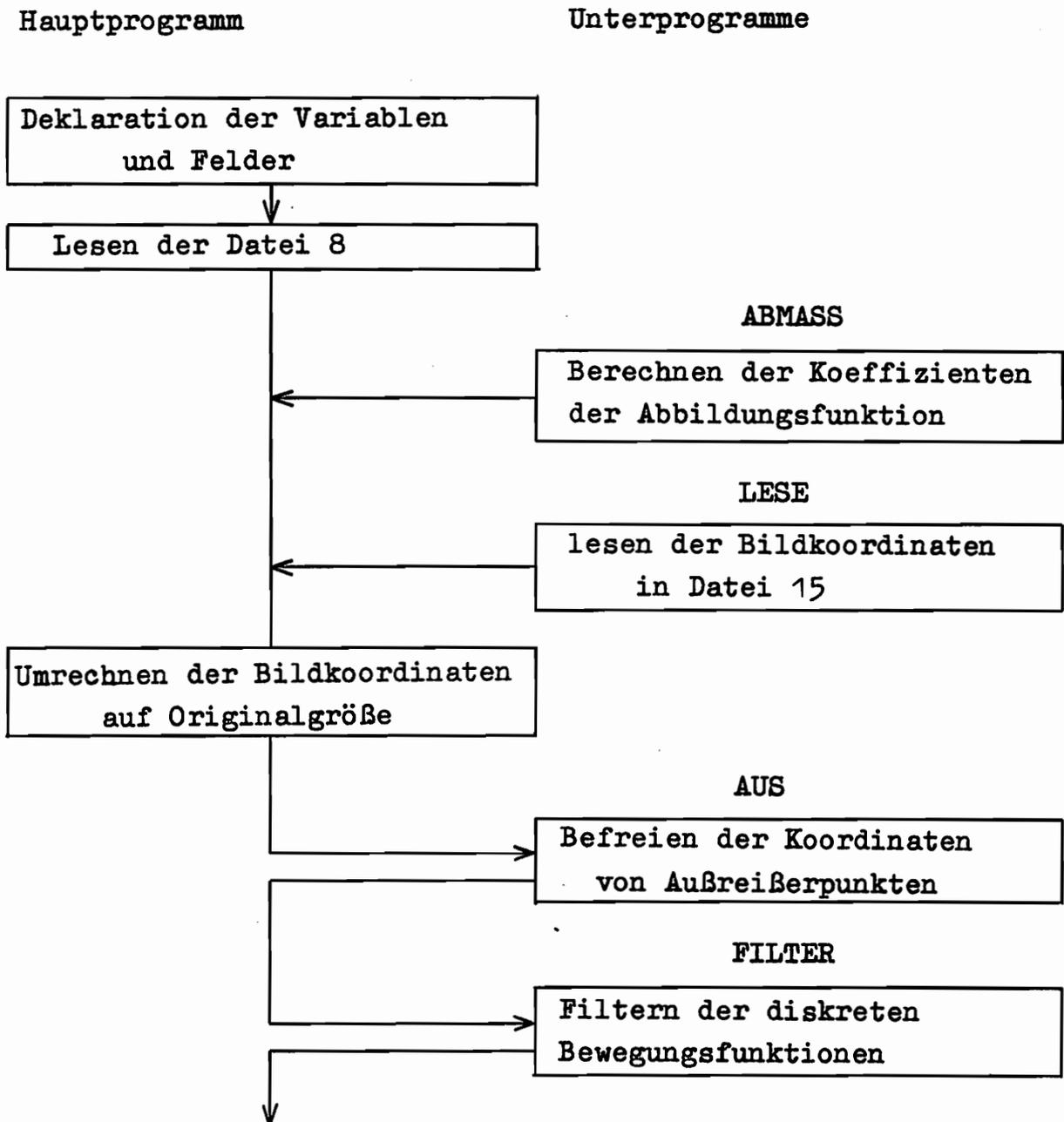
Bevor die Rechnung gestartet werden kann, müssen folgende Daten in drei Dateien abgespeichert werden. Die Datei mit der Nummer 8 enthält die Daten für die Parameter JW, JA, L, S, M und TH. Mit den Parametern JW und JA werden entsprechend dem gewählten Ausgleichsverfahren die Grenzfrequenz, die Anzahl der Ausgleichsvorgänge und die Ordnung des Ausgleichspolynoms bestimmt. Für jedes Körpersegment werden mit dem Parameter L die Länge, mit S die Lage des Schwerpunktes, mit M die Masse und mit TH das Massenträgheitsmoment eingegeben.

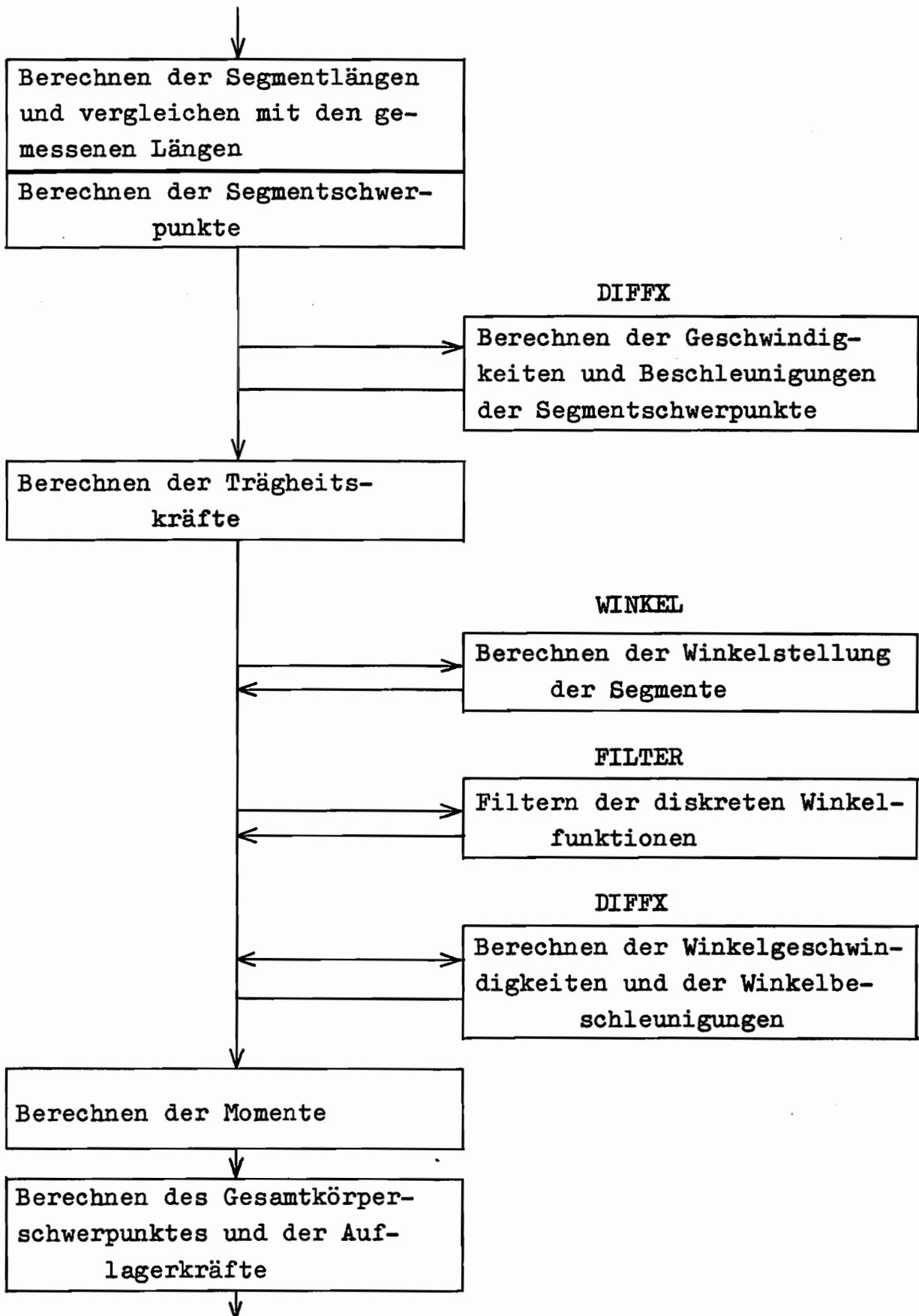
In der Datei 10 werden die Daten zur Berechnung der Abbildungsfunktion MB (RA) abgelegt. Diese Daten geben die Entfernungen des Rasters und der Bewegungsebene von der Kamera und den Abstand der Rasterpunkte, die auf den Rasterdiagonalen liegen, zum linken unteren Rasterpunkt sowohl auf dem Originalraster als auch auf dem Bildraster an.

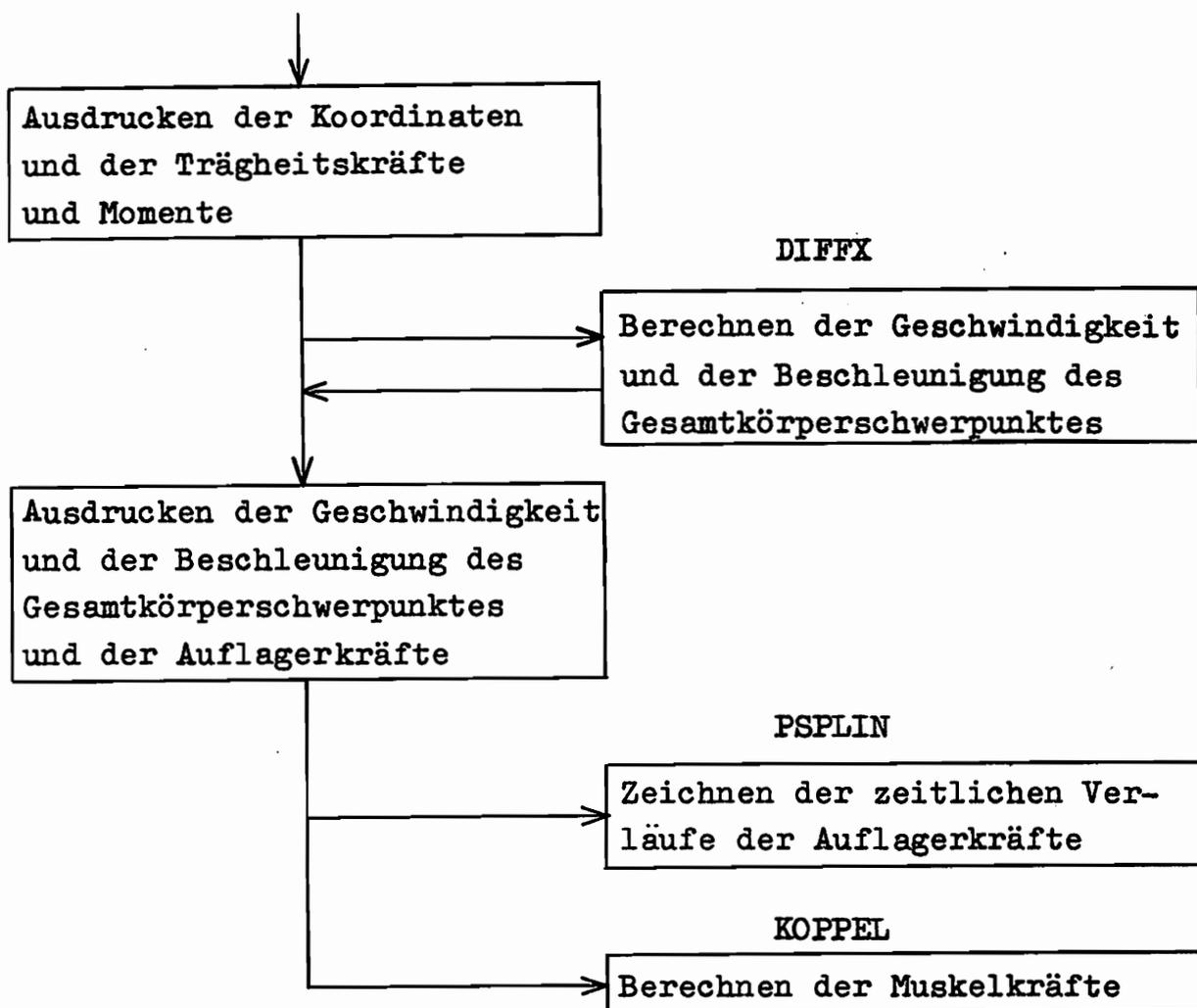
Schließlich werden in die Datei 15 die auf jedem Filmbild gemessenen Koordinatenwerte der Körperpunkte eingegeben. Die Daten werden im gleichen Format und in der gleichen

Reihenfolge eingegeben, wie sie durch das Filmauswertegerät "HAROMAT" auf Lochstreifen ausgegeben werden.

Das folgende Flußdiagramm gibt einen knappen Überblick über den zeitlichen Ablauf der Rechnung und der Aufgabenteilung zwischen dem Hauptprogramm und den Unterprogrammen.







Für die Unterprogramme FILTER und DIFFX können auch die Unterprogramme GLAETT und FOU DIF eingesetzt werden. das Zeichenprogramm PSPLIN und die ALGOL-Unterprogramme FAUSGL und FOUREL liegen in der Programmbibliothek des Rechenzentrums der Ruhr-Universität Bochum. Über das Unterprogramm KOPPEL können weitere Unterprogramme zur Berechnung der Muskelkräfte an das Hauptprogramm angeschlossen werden.

```

C   ZWEIDIMENSIONALE BEWEGUNGSANALYSE
C   MIT FOURIERTRANSFORMATION
COMMON /XY/X(130,20),Y(130,20),XS(130,18),YS(130,18),PHI(130,18),
*FTX(130,18),FTY(130,18),MT(130,18)
DIMENSION XF(130),YF(130),XSG(130),YSG(130),F(130),R(130),
*T(130),DP(130),DXS(130),DPXS(130),
*DYS(130),DPYS(130),PH(130),TV(130),D2PH(130),DPH(130),DXSG(130),
*DYSG(130),DPXSG(130),DPYSG(130),A(4),XB(20),YB(20),DF(18)
EQUIVALENCE (XS(1,9),DXS(1),DPXS(1)),(YS(1,9),DYS(1),DPYS(1)),
*(X(1,20),XF(1)),(Y(1,20),YF(1)),(XS(1,15),XSG(1)),(YS(1,15),
*YSG(1)),(FTX(1,9),R(1)),(FTY(1,9),F(1)),(MT(1,9),TM(1)),(PHI(1,9),
*PH(1)),(PHI(1,11),DPH(1)),(PHI(1,15),D2PH(1)),(FTX(1,15),
*DXSG(1)),(FTY(1,15),DYSG(1)),(MT(1,11),DPXSG(1)),(MT(1,15),
*DPYSG(1)),(FTX(1,11),T(1)),(FTY(1,11),DP(1))
ALGOL EXTERNAL FOURTRA, RUECK
REAL L(18),S(18),M(18),TH(18),MB,MT(130,18)
C   STEUERPARAMETER FUER DEN PROGRAMMABLAUF
C   JA UNNOETIG, JW= TIEFPASSGRENZE, MI= BILDER, KG= PUNKT FUER GRAPH
READ (8,100) JW,JA
C   KOERPERDATEN, GESAMTGEWICHT = GGEW
C   LAENGEN=CM, S= IN PROZENT, MASSEN=KG, THETA=KG*(CM**2)
READ (8,110,ERR=333) DT,N,GGEW,(L(K),S(K),F(K),TH(K),K=1,18)
C   BERECHNUNG DER ABBILDUNGSFUNKTION, BILDKOORDINATEN IN 0.01 MM
333 CALL LOAD (1)
CALL ABMASS (XMO,YMO,XM,YM,A)
DO 10 I=1,N
C   EINLESEN DER BILDKOORDINATEN
CALL LESE (15,20,XB,YB,IRR)
IF (IRR.EQ.1) GO TO 11
T(I)=I*DT-DT
F(I)=GGEW
TM(I)=0.0
R(I)=0.0
DP(I)=1.0
XSG(I)=0.0
YSG(I)=0.0
DO 10 K=1,20
X(I,K)=XB(K)
10 Y(I,K)=YB(K)
11 IF (IRR.EQ.1) N=I-1
C   BERECHNUNG DER OBJEKTKOORDINATEN, ABBILDUNGSMASSTAB
DO 20 K=1,20
DO 25 I=1,N
RA=((X(I,K)-XM)**2+(Y(I,K)-YM)**2)**0.5
MB=A(1)+A(2)*RA+A(3)*(RA**2)+A(4)*(RA**3)
XF(I)=(X(I,K)-XM)*MB+XMO
25 YF(I)=(Y(I,K)-YM)*MB+YMO
CALL AUS (N,XF)
CALL AUS (N,YF)
C   DEHNUNG DER DATENFELDER AUF N*2N STELLEN
DO 27 MM=1,7
N2=2**MM
N2N=2**N2+1
IF (N2N-N) 27,30,30
27 CONTINUE
30 NN=N+1
DO 33 I=NN,N2N

```

```
XF(I)=XF(N)
33 YF(I)=YF(N)
C FILTERN DER EINGABEDATEN DURCH EINEN TIEFPASSFILTER
CALL FILTER (N2,JW,XF)
CALL FILTER (N2,JW,YF)
DO 20 I=1,N2N
X(I,K)=XF(I)
20 Y(I,K)=YF(I)
DO 40 K=1,18
IF ((K.EQ.9).OR.(K.EQ.11).OR.(K.EQ.15)) GO TO 40
DO 45 I=1,N2N
IF (I.GT.N) GO TO 42
RL=((X(I,K+1)-X(I,K))*2+(Y(I,K+1)-Y(I,K))*2)**0.5
IF ((0.9*L(K).GT.RL).OR.(RL.GT.(1.1*L(K)))) GO TO 99
C SCHWERPUNKTKOORDINATEN XS,YS IN CM
42 XS(I,K)=(1-S(K))*X(I,K)+S(K)*X(I,K+1)
XF(I)=XS(I,K)
YS(I,K)=(1-S(K))*Y(I,K)+S(K)*Y(I,K+1)
45 YF(I)=YS(I,K)
C DIFFERENZIEREN DURCH AUSGLEICHSPARABELN
CALL DIFFX (N2N,XF,DT,DXS,D2XS,2,DF(K))
CALL DIFFX (N2N,YF,DT,DYS,D2YS,2,DF(K))
C TRAEGHEITSKRAEFTE [KG*CM/S**2=0.01 N] AUSDRUCK I N [N]
DO 46 I=2,N
FTX(I,K)=-M(K)*D2XS(I)/100
46 FTY(I,K)=-M(K)*D2YS(I)/100
40 CONTINUE
C WINKEL PHI DER GLIEGER ALS BOGENMASS 0 BIS 2*PI
DO 60 K=1,18
IF ((K.EQ.9).OR.(K.EQ.11).OR.(K.EQ.15)) GO TO 60
DO 65 I=1,N2N
DX=X(I,K+1)-X(I,K)
DY=Y(I,K+1)-Y(I,K)
PHI(I,K)=WINKEL(DX,DY)
PH(I)=PHI(I,K)
65 CONTINUE
C WINKEL IN ABHAENGIGKEIT VON DER ZEIT
CALL FILTER (N2,JW,PH)
CALL DIFFX (N2N,PH,DT,DPH,D2PH,2,DF(K))
DO 66 I=1,N
PHI(I,K)=PH(I)
C MOMENTE [KG*(CM**2)/S**2=0.01N*CM] AUSDRUCK IN [N*CM]
66 IF (I.GT.1) MT(I,K)=-TH(K)*D2PH(I)/100
60 CONTINUE
C GESAMTKOERPERSCHWERPUNKT
C UND RESULTIERENDE AUFLAGERKRAFT
DO 70 I=1,N
DO 75 K=1,18
IF ((K.EQ.9).OR.(K.EQ.11).OR.(K.EQ.15)) GO TO 75
XSG(I)=XSG(I)+(XS(I,K)*9.81*M(K)/GGEW)
YSG(I)=YSG(I)+(YS(I,K)*9.81*M(K)/GGEW)
IF (I.LE.13) GO TO 75
R(I)=R(I)-FTX(I,K)
F(I)=F(I)-FTY(I,K)
TM(I)=TM(I)-MT(I,K)
75 CONTINUE
70 WRITE (6,200) I,(X(I,K),K=1,19),(Y(I,K),K=1,19),(PHI(I,K),K=1,8),
```

```
*PHI(1,10),(PHI(1,K),K=12,14),(PHI(1,K),K=16,18),XSG(1),YSG(1)
WRITE (6,270)
DC 76 I=4,N
75 WRITE (6,210) I,(FTX(1,K),K=1,8),FTX(1,10),(FTX(1,K),K=12,14),
*(FTX(1,K),K=16,18)
DO 77 I=4,N
77 WRITE (6,210) I,(FTY(1,K),K=1,8),FTY(1,10),(FTY(1,K),K=12,14),
*(FTY(1,K),K=16,18)
DO 78 I=4,N
78 WRITE (6,210) I,(MT(1,K),K=1,8),MT(1,10),(MT(1,K),K=12,14),
*(MT(1,K),K=16,18)
CALL DIFFX (N,XSG,DT,DXSG,D2XSG,2,0.0)
CALL DIFFY (N,YSG,DT,DYSG,D2YSG,2,0.0)
CALL UNLOAD (1)
WRITE (6,280)
DC 80 I=2,N
80 WRITE (6,220) I,DXSG(1),D2XSG(1),R(1),DYSG(1),D2YSG(1),F(1),TM(1)
CALL NEXT (1)
CALL PSPLIN (T,R,DP,N-3,1,+003,26H REAKTIONSKRAFT HORIZONTAL,5H ZEIT,
*IT,5H R(T))
CALL NEXT (1)
CALL PSPLIN (T,F,DP,N-3,1,+003,24H REAKTIONSKRAFT VERTIKAL,5H ZEIT,
*IF,5H F(T))
CALL NEXT (1)
CALL PSPLIN (T,TM,DP,N-3,1,+003,13H GESAMTMOMENT,5H ZEIT,6H TM(T))
READ (8,120) WEITER
IF (WEITER.EQ.1.0) GO TO 500
STOP
99 WRITE (6,260) I,K,X(1,K),X(1,K+1),Y(1,K),Y(1,K+1),L(K),RL
GO TO 42
STOP
500 CALL LOAD (20)
CALL KOPPEL (N-10,L,M)
STOP
100 FORMAT (2B)
110 FORMAT (3B/17(4B/),4B)
120 FORMAT (/1B)
200 FORMAT (1X,13,4X,19F8.2/8X,19F8.2/12X,8F8.4,8X,F8.4,8X,3F8.4,8X,
*3F8.4/10X,2F16.2/)
210 FORMAT (1X,13,4X,8F8.2,8X,F8.2,8X,3F8.2,8X,3F8.2)
220 FORMAT (1X,13,4X,2(3E16.6,4X),E16.6)
260 FORMAT (9H FEHLER :/9X,2I3,5(E16.6,2X))
270 FORMAT (1X/13X,32H TRAGHEITSKRAEFTE UND MOMENTE :/)
280 FORMAT (1X/14X,4HDXSG,11X,5HD2XSG,14X,1HR,16X,4HDYSG,11X,
*5HD2YSG,14X,1HF,17X,2HTM/)
END
```

```
      SUBROUTINE ABMASS (XMG, YMC, XMB, YMB, A)
C      PROGRAMM ZUR BERECHNUNG DES ABBILDUNGSMASSSTABES ALS
C      FUNKTION VOM RADIUS, M=MITTELPUNKT DES BILDES
C      E=ENTFERNUNG ZUM RASTER, EI= ZUM OBJEKT, MB'=MB*EI/E
      ALGOL EXTERNAL FAUSGL,AMB
      DIMENSION T(10),XO(40),YO(40),XB(40),YB(40),RO(40),RB(40),A(4)
      *,PM(10),R(40),ABMA(40),DABMA(40),XMI(2),YMI(2)
      REAL MB(10),MBD(10)
      READ (10,100) E,EI,XMO,YMO
C      EINLESEN DER RASTERPUNKTE VOM OBJEKT UND VOM BILD
      READ (10,110) (XO(I),I=1,40),(YO(I),I=1,40)
      CALL LESE (10,1,XMI,YMI,IRR)
      XMB=XMI(1)
      YMB=YMI(1)
      CALL LESE (10,40,XB,YB,IRR)
      CALL CLGDA (10)
      DO 10 I=1,40
      RO(I)=((XO(I)-XMO)**2+(YO(I)-YMO)**2)**0.5
10     RB(I)=((XB(I)-XMB)**2+(YB(I)-YMB)**2)**0.5
      DO 20 I=1,10
      MB(I)=(RO(11-I)+RO(10+I))/(RB(11-I)+RB(10+I))
      MBD(I)=(RO(31-I)+RO(30+I))/(RB(31-I)+RB(30+I))
      MB(I)=(MB(I)+MBD(I))/2.0
      MB(I)=(MB(I)*EI/E)*100.0
      T(I)=(RB(11-I)+RB(10+I)+RB(31-I)+RB(30+I))/4.0
20     PM(I)=0.1+0.49*(T(I)**2)/(10**8)
      WRITE (6,210) (MB(11-J),J=1,10),(RO(J),J=1,10),(RB(J),J=1,10)
      DATA          DABMA/40*1.0/,FEHLER/1*0.0/
      A(1)=MB(1)
      A(2)=0.000003
      A(3)=-0.000000001
      A(4)=0.00000000001
      CALL FAUSGL (AMB,T,MB,PM,A,FEHLER,&111)
      DO 30 I=1,4
30     A(I)=A(I)/100.0
111  WRITE (6,200) FEHLER,A(1),A(2),A(3),A(4)
      DO 50 J=1,40
      R(J)=(T(10)/40.0)*J
50     ABMA(J)=A(1)+A(2)*R(J)+A(3)*(R(J)**2)+A(4)*(R(J)**3)
      CALL PSPLIN (R,ABMA,DABMA,40,1,+003,34H FUNKTION DES ABBILDUNGSMA
      *SSSTABES,3H R,5H ABMA)
      CALL NEXT (1)
200  FORMAT (9H FEHLER :,E16.6,3X,16HKEFFIZIENTEN A:,4E16.6/)
210  FORMAT (29H UM 100 VERGROESSERTER ABMA.:/3(1X,10E16.6//))
100  FORMAT (4B)
110  FORMAT (7(10B/),10B)
      RETURN
      END
```

```
'PROCEDURE' AMB (A,TK,POL,ABL);
'VALUE' TK; 'REAL' TK,POL; 'ARRAY' A,ABL;
'BEGIN' POL:=A[1]+A[2]*TK+A[3]*(TK**2)+A[4]*(TK**3);
ABL[1]:=1.0; ABL[2]:=TK;
ABL[3]:=TK**2;
ABL[4]:=TK**3;
'END' ;
```

```

SUBROUTINE LESE (IDA,L,X,Y,IERR)
C   EINLESEN DER BILDKOORDINATEN IM GERÄTESYSTEM,
C   GEGEBEN DURCH (GUo,GVo), EINGAGEDATEN IN 0.01 MM
C   TRANSFORMATION INS RELATIVSYSTEM, GEGEBEN DURCH (RXo,RYo),
C   (RX1,RY1) UND (RX2,RY2),  $X'=(U-A)*\cos(\phi)+(V-B)*\sin(\phi)$ 
C   ENDE DES EINLESEVORGANGES WENN U GRÖßER ALS 900000
IERR=0
N=L+1
K=0
PHI2=1.570796
DIMENSION X(L),Y(L),IFE(20)
1  READ (IDA,110,ERR=333,END=333) GUo,GVo,RXo,RYo
   IF ((GUo.EQ.0.0).AND.(GVo.EQ.0.0).AND.(RXo.GT.0.0).AND.(RYo
*.GT.0.0)) GO TO 2
   BACKSPACE IDA
   GO TO 1
2  READ (IDA,110) RX1,RY1,RX2,RY2
   A=RXo-GUo
   B=RYo-GVo
   PHI1=ATAN((RY1-RYo)/(RX1-RXo))
   IF ((RX2-RXo).EQ.0.0) GO TO 5
   PHI2=ATAN((RY2-RYo)/(RX2-RXo))-1.570796
   IF ((RX2-RXo).LE.0.0) PHI2=PHI2+3.141593
5  PHI=(PHI1+PHI2)/2.0
   DC 10 J=1,N
C   EINLESEN DER KOORDINATEN
   READ (IDA,100,ERR=444) U,V
   K=K+1
   IF (U.GT.(900000)) GO TO 111
   IF (V.GT.(900000)) V=-1000000+V
   X(K)=(U-A)*COS(PHI)+(V-B)*SIN(PHI)
   Y(K)=- (U-A)*SIN(PHI)+(V-B)*COS(PHI)
10  CONTINUE
   GO TO 111
333 IERR=1
   GO TO 222
444 CALL EASTAT (IFE)
   WRITE (6,200) J,IFE(1),IFE(3),IFE(10)
   IERR=1
111 IF (K.GT.L) GO TO 222
   DO 20 I=K,L
     X(I)=1.0
     20 Y(I)=1.0
100 FORMAT (F6.0,2X,1B)
110 FORMAT (F6.0,2X,1B/F6.0,2X,1B)
200 FORMAT (4X,16,10X,316)
222 RETURN
END
```

```
C      SUBROUTINE AUS (N,XF)
      BEFREIEN VON AUSREISSERPUNKTEN
      DIMENSION XF(N)
      NB=N-2
      DO 24 I=4,NB
      D1=XF(I-1)-XF(I-2)
      D2=XF(I) -XF(I-1)
      IF (D1.EQ.0.0) GO TO 24
      IF (ABS(D2/D1).GT.2.0) XF(I)=(XF(I+1)+XF(I-1))/2
24 CONTINUE
      RETURN
      END

C      SUBROUTINE FILTER (N2,JOE,X)
      UNTERPROGRAMM ZUR TRENUNG DES SIGNALS VOM RAUSCHEN
      ALGOL EXTERNAL FOUTRA,RUECK
      DIMENSION X(130),XF(257),UF(129),VF(129),REA(129)
      DATA REA/129*0.0/
      N3=N2+1
      M2=N2*2
      M3=M2+1
      M4=M2+2
C      DEHNUNG DER FUNKTION ZUR VERMEIDUNG VON 'OVERLAP'
      DO 10 I=2,M3
      10 XF(I-1)=X(I)
      XF(M3)=0.5*XF(M2)
      DO 20 I=M4,257
      20 XF(I)=0.0
C      FÄLTUNGSFUNKTION IST REAL
      DO 30 J=1,M3
      OM=FLOAT(J-1)/JOE
      30 REA(J)=1.0/(1.0+OM**4)
C      FÄLTUNG
      CALL FOUTRA (M2,XF,UF,VF)
      DO 40 I=1,M3
      UF(I)=UF(I)*REA(I)
      40 VF(I)=VF(I)*REA(I)
      CALL RUECK (M2,UF,VF,XF)
      DO 50 I=2,M3
      50 X(I)=XF(I-1)
      RETURN
      END
```

```
'PROCEDURE' FOUTRA (N,X,UX,VX);  
  'COMMENT' FOURIERTRANSFORMATION DER EINGABEDATEN ;  
'VALUE' N ; 'INTEGER' N ; 'ARRAY' X,UX,VX ;  
'BEGIN' 'INTEGER' L,K,N1;  
        'ARRAY' XF1[0:N],XF2[0:N]; N1:=N-1;  
'FOR' L:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N1 'DO'  
  'BEGIN' K:=2*L+2 ;  
XF1[L]:=X[K] ; XF2[L]:=X[K+1] ; 'END' ;  
'BEGIN' 'PROCEDURE' FCUREL (XF1) ; 'CODE' ;  
        FCUREL ('TRUE',XF1,XF2) ; 'END' ;  
'FOR' L:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'  
  'BEGIN' UX[L+1]:=XF1[L] ; VX[L+1]:=XF2[L] ; 'END'  
'END' FOUTRA ;
```

```
'PROCEDURE' RUECK (N,UX,VX,X) ;  
  'COMMENT' SYNTHESE DER FOURIER-KOEFFIZIENTEN ;  
'VALUE' N ; 'INTEGER' N ; 'ARRAY' UX,VX,X ;  
'BEGIN' 'INTEGER' L,K,N1;  
        'ARRAY' XF1[0:N],XF2[0:N]; N1:=N-1;  
'FOR' L:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'  
  'BEGIN' XF1[L]:=UX[L+1] ; XF2[L]:=VX[L+1] ; 'END' ;  
'BEGIN' 'PROCEDURE' FCUREL (XF1) ; 'CODE' ;  
        FCUREL ('FALSE',XF1,XF2) ; 'END' ;  
'FOR' L:=0 'STEP' 1 'UNTIL' N1 'DO'  
  'BEGIN' K:=2*L+2 ;  
X[K]:=XF1[L] ; X[K+1]:=XF2[L] ; 'END'  
'END' RUECK;
```

```
FUNCTION WINKEL (DX,DY)  
C UNTERPROGRAMM FUER DIE WINKELBERECHNUNG  
C WINKEL ALS BOGENMASS VON 0 BIS 2*PI  
  IF (DX) 1,2,3  
  3 IF (DY) 32,31,31  
  31 WINKEL=ATAN(DY/DX)  
  GO TO 10  
  32 WINKEL=6.283185+ATAN(DY/DX)  
  GO TO 10  
  2 IF (DY) 6,5,5  
  5 WINKEL=+1.570796  
  GO TO 10  
  6 WINKEL=+4.712389  
  GO TO 10  
  1 WINKEL=3.141593+ATAN(DY/DX)  
  10 RETURN  
  END
```

```

SUBROUTINE GLAETT (N,L,K,X,FEX,FEHLER,J)
C   UNTERPROGRAMM ZUR K=5 ODER 7-PUNKTE-FORMEL MIT L WIEDERHOL.
C   MITTLERER FEHLER D. MESSWERTE FEX, DER AUSGLEICHSWERTE
C   FEHLER, DIE AUSGLEICHSWERTE WERDEN AUF DEM FELD DER
C   MESSWERTE ABGELEGT
DIMENSION X(N),XK(130),XU(130),          D4X(130),D7X(130)
FEX=0.0
M=N-2
C   BEFREIEN VON AUSREISSERPUNKTEN
DO 10 I=4,M
D1=X(I-1)-X(I-2)
D2=X(I)-X(I-1)
IF (D1.EQ.(0.0))          D1=0.001
D=D2/D1
10 IF (ABS(D).GT.2.00) X(I)=(X(I+1)+X(I-1))/2
DO 2 I=2,N
2 XU(I)=X(I)
DO 5 J=1,L
D4XMAX=0.0
D4XMIN=0.0
FEHLER=0.0
IF (K.EQ.7)          GO TO 70
C   KUBISCHER AUSGLEICH UEBER 5-PUNKTE
D4X(4)=X(2)-4*X(3)+6*X(4)-4*X(5)+X(6)
XK(2)=X(2)-(D4X(4)/70.0)
XK(3)=X(3)+(D4X(4)/17.5)
DO 20 I=4,M
20 XK(I)=(-3*X(I-2)+12*X(I-1)+17*X(I)+12*X(I+1)-3*X(I+2))/35.0
D4XM=X(M-2)-4*X(M-1)+6*X(M)-4*X(M+1)+X(M+2)
XK(M+1)=X(M+1)+(D4XM/17.5)
XK(N)=X(N)-(D4XM/70.0)
C   FEHLERBERECHNUNG, V=X0-X0+3/35*D4X
DO 30 I=4,M
D4X(I)=X(I-2)-4*X(I-1)+6*X(I)-4*X(I+1)+X(I+2)
V2=((D4X(I)/70.0)**2+(D4X(I)/17.5)**2+(D4X(I)/11.7)**2+
*(D4X(I)/17.5)**2+(D4X(I)/70.0)**2)**0.5
V2=V2*0.69
30 FEHLER=FEHLER+(V2/(N-4))
C   WEITER UNTER 81
GO TO 81
C   AUSGLEICH UEBER 7 PUNKTE, KUBISCHER AUSGLEICH
70 M=N-3
DO 40 I=5,M
D7X(I-3)=-0.071*X(I-3)+0.19*X(I-2)-0.095*X(I-1)-0.095*X(I)+0.024*
*X(I+1)+0.095*X(I+2)-0.048*X(I+3)
D7X(I-2)=0.19*X(I-3)-0.548*X(I-2)+0.381*X(I-1)+0.143*X(I)-0.095*
*X(I+1)-0.167*X(I+2)+0.095*X(I+3)
D7X(I-1)=-0.095*X(I-3)+0.381*X(I-2)-0.548*X(I-1)+0.286*X(I)+0.048*
*X(I+1)-0.095*X(I+2)+0.024*X(I+3)
IF (I.GT.5) GO TO 71
DO 41 JI=2,4
41 XK(JI)=X(JI)+D7X(JI)
71 XK(I)=(-2*X(I-3)+3*X(I-2)+6*X(I-1)+7*X(I)+6*X(I+1)+3*X(I+2)-
*2*X(I+3))/21.0
D7X(I)=XK(I)-X(I)
D4X(I)=D7X(I)
XK(I-1)=0.024*X(I-3)-0.095*X(I-2)+0.048*X(I-1)+0.286*X(I)+0.452*

```

```

* $X(1+1)+0.381*X(1+2)-0.095*X(1+3)$ 
  XK(1+2)= $0.095*X(1-3)-0.167*X(1-2)-0.095*X(1-1)+0.143*X(1)+0.381*$ 
* $X(1+1)+0.452*X(1+2)+0.19*X(1+3)$ 
  XK(1+3)= $-0.048*X(1-3)+0.095*X(1-2)+0.024*X(1-1)-0.095*X(1)-0.095*$ 
* $X(1+1)+0.19*X(1+2)+0.929*X(1+3)$ 
  DO 42 JN=1,3
42 D7X(JN+1)=XK(JN+1)-X(JN+1)
  V2=0.0
  DO 45 KV=1,7
45 V2=D7X(1+KV-4)**2/3.0+V2
40 FEHLER=FEHLER+ (V2/3.0)**0.5/(N-6)
81 DO 77 I=2, N
77 X(I)=XK(I)
C   ERFOLGSKONTROLLE
  DO 80 I=5, M
  D4XMAX=AMAX1(D4X(I), D4XMAX)
80 D4XMIN=AMIN1(D4X(I), D4XMIN)
  IF ((D4XMAX-D4XMIN).LT.0.05 ) GO TO 90
  5 CONTINUE
C   FEHLER DER MESSWERTE
90 DO 85 I=2, N
  V=(X(I)-XU(I))**2
85 FEX=FEX+V
  FEX=ABS((FEX/N)**0.5)
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE DIFFX (N, XU, DT, D1X, D2X, J, FEHLER)
C   ZWEITER DIFFERENZENQUOTIENT D2X/DT2, DIE ERSTE ABLEITUNG
C   WIRD 3-MAL GEGLAETTET UND DIE ZWEITE EINMAL
C   FUER J=1 NUR ERSTE ABLEITUNG
C   DIMENSION X(130), DX(130), D1X(N), D2X(N), XU(N),          D4X(130)
  K=1
  DO 5 I=2, N
  5 X(I)=XU(I)
40 DX(2)=(-125*X(2)+136*X(3)+48*X(4)-88*X(5)+29*X(6))/(DT**84)
  DX(3)=(-38*X(2)-2*X(3)+24*X(4)+26*X(5)-10*X(6))/(DT**84)
  M=N-2
  DO 10 I=4, M
10 DX(I)=(X(I-2)-8*X(I-1)+8*X(I+1)-X(I+2))/(DT**12)
  DX(M+1)=(10*X(M-2)-26*X(M-1)-24*X(M)+2*X(M+1)+38*X(M+2))/(DT**84)
  DX(N)=(-29*X(N-4)+88*X(N-3)-48*X(N-2)-136*X(N-1)+125*X(N))/(DT**84)
C   FEHLER BEIM DIFFERENZIEREN, MY=MA2/12*DT
  FEHLER=0.0
  DO 30 I=4, M
  D4X(I)=X(I-2)-4*X(I-1)+6*X(I)-4*X(I+1)+X(I+2)
  VD=(2*((D4X(I)/70.0)**2+(D4X(I)/17.5)**2)+(D4X(I)/11.7)**2)**0.5
  VD=VD*0.9/(12.0*DT)
30 FEHLER=FEHLER+(VD/(N-4))
  IF (K.EQ.2) GO TO 70
  CALL GLAETT (N, 2, 5, DX, F, F, JX)
  DO 20 I=2, N
  D1X(I)=DX(I)
20 X(I)=DX(I)
  IF (J.EQ.1) GO TO 50
  K=K+1

```

```
C   WIEDERHOLUNG FUER DIE ZWEITE ABLEITUNG
      GO TO 40
70  DO 80 I=2,N
80  D2X(I)=DX(I)
      CALL GLAETT (N,1,5,D2X,F,F,JX)
50  RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE FOU DIF (N2,JD, T,X,DX,D2X)
C   UNTERPROGRAMM ZUM DIFFERENZIEREN NACH DER FOURIER-METHODE
C   FUER JD=1 NUR DIE ERSTE ABLEITUNG
      ALGOL EXTERNAL FOUTRA,RUECK
      DIMENSION X(130),DX(130),D2X(130),
      *XF(257),UF(129),VF(129)
      REAL IM(129)
      DATA XF,UF,VF,IM/644*0.0/
      N3=N2+1
      M2=N2*2
      M3=M2+1
      A=4.0*ATAN(1.0)/T
C   DEHNUNG DER FUNKTION ZUR VERMEIDUNG VON 'OVERLAP' UND SUBTRAKTION
C   EINER GERADEN X=STE*X-X(2)
      STE=(X(M3)-X(2))/(M3-2)
      DO 10 I=2,M3
10  XF(I-1)=X(I)-(STE*(I-2)+X(2))
      DO 15 I=M3,257
15  XF(I)=0.0
C   FOURIER-TRANSFORMATION DER EINGABEDATEN, X(OMEGA)=U+J*V
      CALL FOUTRA (M2,XF,UF,VF)
C   FALTUNGSFUNKTION =0.0+J*OMEGA
      DO 20 I=1,M3
20  IM(I)=A*(I-1)
C   FALTUNG
      DO 30 I=1,M3
      UF(I)=UF(I)*IM(I)
30  VF(I)=-VF(I)*IM(I)
      CALL RUECK (M2,VF,UF,XF)
C   ERSTE ABLEITUNG, MITTELWERTBILDUNG
      DO 40 I=2,M2
40  DX(I)=(XF(I-1)+XF(I))/2.0+STE
      DX(M3)=XF(M2)+STE
      IF (JD.LT.2) GO TO 333
C   ZWEITE FALTUNG
      DO 50 I=1,M3
      UF(I)=-UF(I)*IM(I)
50  VF(I)=VF(I)*IM(I)
      CALL RUECK (M2,UF,VF,XF)
C   ZWEITE ABLEITUNG, MITTELWERTBILDUNG
      DO 60 I=2,M2
60  D2X(I)=(XF(I-1)+XF(I))/2.0
      D2X(M3)=XF(M2)
333 RETURN
      END
```

## 12.2. Tabellen mit den Daten des menschlichen Körpers

In der Tabelle A 1 sind die Massenanteile der Körpersegmente an der Gesamtkörpermasse und die Lage der Segmentschwerpunkte wiedergegeben. Die Zahlen in der zweiten Spalte geben bei den Armen das Verhältnis zwischen dem Abstand des Schwerpunktes zum proximalen Ende des Segmentes und der Gesamtlänge des Segmentes an. Bei den übrigen Segmenten ist der Abstand vom distalen Ende her gemessen worden. Die einzelnen Angaben sind den Arbeiten vom Dempster (1955) und Plagenhoef (1971) entnommen.

Die zur Berechnung der Muskelkräfte notwendigen physiologischen und anatomischen Abmessungen der Muskeln sind in der Tabelle A 2 wiedergegeben. Die Angaben über die maximalen Bewegungsmöglichkeiten um die transversalen Achsen der Gelenke sind der Arbeit von Lanz & Wachsmuth (1935) entnommen. Aus der Arbeit von Schumacher & Wolff (1966) stammen die Werte der physiologischen Muskelquerschnitte. Die Sehnenanteile ergeben sich aus dem Verhältnis zwischen der muskelfreien Sehnenlänge und der Gesamtlänge der Muskeln. Sie sind errechnet worden aus den Angaben von Frohse und Fränkel (1908 u. 1913) und Grefrath (1977) über die Muskel- und Muskelbauchlängen. Die Zahlen in den letzten Spalten der Tabelle A 2 geben die Lage der idealisierten Ursprungs- und Ansatzflächen der Muskeln zum überspannten Gelenk an. Die Bedeutung der einzelnen Größen wird verständlich am Beispiel des M. quadriceps femoris (Abb. A 1). Der Verlauf dieses Muskels zeigt alle Sonderfälle, die auch einzeln bei den anderen Muskeln im Modell des menschlichen Körpers (Abb. 3) vorkommen. Die Prozentangaben beziehen sich auf die Längen der Segmente, an denen die Muskeln entspringen oder ansetzen.

Die Längen der im Modell des Menschen eingebauten Stützstellen (Abb. 3) können direkt am Menschen gemessen werden. Sie sind deshalb nicht in Tabelle A 2 aufgeführt.

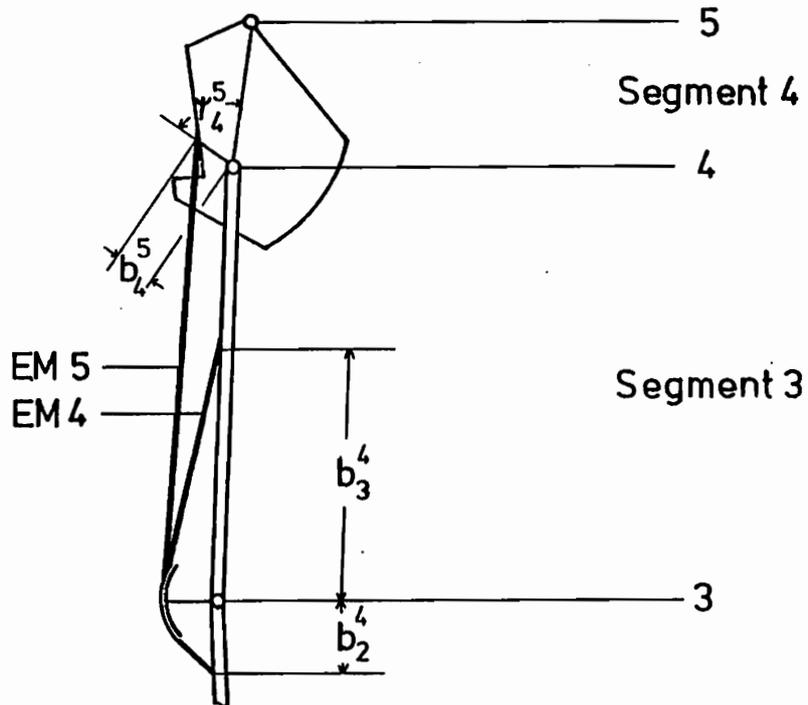


Abb. A 1: Lage der Ansatz- und Ursprungsflächen des M. quadriceps femoris

Tabelle A 1:

Körpersegment	Massenanteil [ % ]	Lage des Schwerpunktes $s = \frac{l_s}{l} [ \% ]$
Kopf und Hals	10,1	50,0
"Oberkörper" d.h. diejenigen Rumpf- abschnitte, die oberhalb des 4. Lendenwirbels liegen	34,4	56,0
Becken einschl. der Eingeweide	14,8	45,6
Fuß	1,4	57,1
Unterschenkel	4,5	56,7
Oberschenkel	9,65	56,7
Hand	0,6	50,6
Unterarm	1,55	43,0
Oberarm	2,65	43,6
$\Sigma$	100,0	

Tabelle A 2:

Muskel	Muskelname im Modell des Menschen	mögliche Drehbewegung im	maximale Bewegungsmöglichkeit Grad	physiologischer Querschnitt cm <sup>2</sup>	Sehnenanteil %	Ursprung Abstand % Winkel Grad	Ansatz Abstand % Winkel Grad
M. Tibialis anterior	EM 1	oberes Sprunggelenk	60	6,97	31,3	b <sub>2</sub> <sup>1</sup> - 60	b <sub>1</sub> <sup>1</sup> - 66
M. extensor digitorum longus	FM 2	oberes Sprunggelenk	60	3,04	42,1	b <sub>2</sub> <sup>2</sup> - 76	
M. hallucis longus	FM 3	oberes Sprunggelenk	60	1,6	52,8	b <sub>3</sub> <sup>3</sup> - 7,5	
M. soleus	EM 4	Kniegelenk	160	23,5	21,6	b <sub>3</sub> <sup>4</sup> - 55	b <sub>1</sub> <sup>2</sup> - 40 $\psi_1^2 - 60$
M. Gastrocnemius	EM 5	Kniegelenk	160	15,6	43,5	b <sub>4</sub> <sup>5</sup> - 34 $\psi_4^5 - 55$	
M. vastus intermedius	EM 6	Kniegelenk	160	56,0	30,0	b <sub>4</sub> <sup>6</sup> - 50 $\psi_4^6 - 45$	b <sub>2</sub> <sup>4</sup> - 18
M. vastus medialis	EM 7	Hüftgelenk	135	6,0	33,9	b <sub>4</sub> <sup>7</sup> - 50 variabel	
M. vastus lateralis	EM 8	Hüftgelenk	135	4,3	-	b <sub>4</sub> <sup>8</sup> - 25 $\psi_4^8 - 120$	
M. rectus femoris (caput longum)	EM 9	Rumpf	-	13,0	27,4	b <sub>5</sub> <sup>9</sup> - 50 $\psi_5^9 - 40$	b <sub>4</sub> <sup>6</sup> - 15
M. biceps femoris (caput longum)	EM 10	Rumpf	-	29,4	-	b <sub>5</sub> <sup>10</sup> - 60	b <sub>4</sub> <sup>7</sup> - 25
M. semitendinosus				15,1	-		b <sub>3</sub> <sup>8</sup> - 15
M. semimembranosus				5,4	-		b <sub>4</sub> <sup>9</sup> - 125 $\psi_4^9 - 20$
M. Glutaeus maximus				17,8	-		b <sub>4</sub> <sup>10</sup> - 75 $\psi_4^{10} - 40$

Mm. scaleni	FM 21	Hals	-	3,5	-	$b_{10}^{21} - 70$	$\psi_{10}^{21} - 5$	$b_5^{21} - 4,5 \text{ cm}$	$\psi_5^{21} - 70$
M. sternocleidomastoideus	FM 22	Hals	-	3,2	-	$b_{10}^{22} - 60$	$\psi_{10}^{22} - 5$	$b_5^{22} - 9 \text{ cm}$	$\psi_5^{22} - 60$
Neckenmuskulatur	EM 23	Hals	-	8,6	-	$b_{10}^{23} - 60$	$\psi_{10}^{23} - 10$	$b_5^{23} - 10$	$\psi_5^{23} - 70$
M. latissimus dorsi	EM 11	Schultergelenk	107	5,4	-	$b_5^{11} - 34$	-	$b_6^{11} - 20$	-
M. deltoideus (pars clavicularis)	FM 12	Schultergelenk	107	3,7	-	$b_5^{12} - 9 \text{ cm}$	$\psi_5^{12} - 70$	$b_6^{12} - 34$	-
M. pectoralis major (pars clavicularis)	FM 13	Ellbogengelenk	145	4,6	26,3	$b_6^{13} - 40$	-	$b_7^{13} - 20$	-
M. brachialis	FM 14	Ellbogengelenk	145	3,6	40,0	$b_5^{14} - 2 \text{ cm}$	-	-	-
M. biceps brachii	EM 15	Ellbogengelenk	145	11,0	13,5	$b_6^{15} - 50$	-	$b_7^{15} - 12$	$\psi_7^{15} - 80$
M. triceps brachii (caput longum)	EM 16	Ellbogengelenk	145	5,5	11,0	$b_5^{16} - 2,5 \text{ cm}$	-	-	-
M. extensor indicis	EM 17	Handgelenk	180	0,43	65,3	$b_7^{17} - 67$	-	$b_8^{17} - 45$	-
M. extensor digitorum communis	EM 18	Handgelenk	180	2,3	57,2	$b_6^{18} - 3$	-	-	-
Mm. extensores carpi radiales M. extensor carpi ulnaris	EM 19	Handgelenk	180	3,3 1,1	64,5	$b_7^{19} - 67$	-	$b_8^{19} - 50$	-
M. flexor digitorum profundus	EM 19	Handgelenk	180	5,04	64,5	-	-	-	-
M. flexor digitorum superficialis (caput ulnare)	EM 19	Handgelenk	180	1,9	64,5	-	-	-	-
M. flexor digitorum superficialis (caput humerale)	EM 19	Handgelenk	180	2,0	64,5	-	-	-	-
M. flexor carpi ulnaris	EM 20	Handgelenk	180	1,7	43,1	$b_6^{20} - 0$	-	-	-
M. flexor carpi radialis	EM 20	Handgelenk	180	1,2	43,1	-	-	-	-

### 12.3. Formelzeichen

Abbildungsmaßstab	$m_b$
äußere Kräfte	$\vec{F}$
Beschleunigungsvektor	$\vec{a}$
Bild	$B, B', B''$
Brennweite	$f$
Deviationsmomente	$\theta_{xy}, \theta_{yz}, \theta_{zx}$
Drall	$\vec{B}$
Fehler	$m_x, m_u$
Faltungsfunktion beim Differenzieren	$D(\omega), D_n$
Fiederungswinkel	$\mathcal{L}$
Filterfunktion	$F(\omega), F_n$
Fouriertransformierte	$U(\omega), U_n, S(\omega), S_n$
Freiheitsgrad	$f$
Funktion	$u(t)$
generalisierte Koordinaten	$q$
Geschwindigkeitsvektor	$\vec{v}$
Grenzfrequenz	$f_G$
Hebelarm	$\vec{h}, \vec{l}$
Imaginärteil	$I_n$

Koeffizienten	$a, b$
Koordinaten	$x, y, z, \xi, \eta, \zeta$
Körperpunkte	$A, P, S$
Kreisfrequenz	$\omega$
Leistungsdichte	$L_n$
Massenträgheitsmomente	$\theta_{xx}, \theta_{yy}, \theta_{zz}$
Moment	$\vec{M}, \vec{MT}$
maximale Muskelkraft, bezogen auf den physiologischen Querschnitt	$\zeta$
Objekt	$0, 0', 0''$
Objektweite	$H$
Ordnung, Grad	$n$
Ortsvektor	$\vec{r}$
Paßpunktastand	$R_L, R_R$
Periodendauer	$T$
physiologischer Querschnitt	$A$
Radialabstand der Bildpunkte	$r$
Rauschen	$r_i$
Realteil	$R_n$

Schnittkräfte	$\vec{X}$
Schnittmomente	$\vec{Y}$
Signal	$s(t)$
Trägheitskräfte	$\vec{F}\vec{T}$
Trägheitstensor	$J_S$
Verzeichnung	$\Delta r$
Winkel	$\varphi$
Winkelbeschleunigung	$\dot{\vec{\omega}}$
Winkelgeschwindigkeit	$\vec{\omega}$
Zählvariable	$g, i, j, k, l, n$
Zeit	$t$

13. Literaturverzeichnis

- Alexander, R.McN.: Muscle performance in locomotion and other strenuous activities. In: Comparative Physiology (ed. L. Bolis, S.H.P. Maddrell und K. Schmidt-Nielson), 1-21, Amsterdam: North Holland Publishing Co. (1973).
- The mechanics of jumping by a dog.  
J. Zool. 173, 549-573 (1974).
- Anderssen, R.S. und Bloomfield, P.: Numerical Differentiation procedures for non-exact data.  
Numerische Mathematik 22, 157-182 (1974).
- Basmajian, J.V.: Muscle alive, their functions revealed by electromyography.  
Baltimore: Williams and Wilkins Co. (1962).
- Benninghoff, A. und Goerttler, K.: Lehrbuch der Anatomie des Menschen, Band I, 10. Auflage.  
München-Berlin-Wien: Urban & Schwarzenberg (1968).
- Bergmann, L. und Schaefer, G.: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band III, 4. Auflage.  
Berlin: Walter de Gruyter & Co. (1966).
- Borelli, G.A.: De motu animalium, 2. vols.  
Rom: Bernabo (1680-81).
- Braune, W. und Fischer, O.: Das Gesetz der Bewegung in den Gelenken an der Basis der mittleren Finger und im Handgelenk des Menschen.  
Leipzig: Hirzel (1887).
- Über den Schwerpunkt des menschlichen Körpers mit Rücksicht auf die Ausrüstung des deutschen Infanteristen.  
Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 15, Teil 2, 561-572 (1889).

Braune, W. und Fischer, O.: Die Rotationsmomente der Beugemuskeln am Ellbogengelenk des Menschen.

Abh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, math.-phys. Klasse 15/3, (1890).

- Die Bewegungen des Kniegelenks, nach einer neuen Methode am lebenden Menschen gemessen.

Abh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, math.-phys. Klasse 17, 75-150 (1891).

- Der Gang des Menschen. I. Theil: Versuche am unbelasteten und belasteten Menschen.

Abh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, math.-phys. Klasse 21/4 (1895).

Brigham, E. Oran: The fast Fourier transform.

London: Prentice Hall Inc (1974).

Bucher, O.: Cytologie, Histologie und mikroskopische Anatomie des Menschen, 8. Auflage.

Bern: Huber (1973).

Buchner, H.: Kritische und experimentelle Studien über den Zusammenhalt des Hüftgelenkes während des Lebens in allen normalen Fällen.

Arch. Anat. u. Physiol., 22-45 (1877).

Budó, A.: Theoretische Mechanik, 6. Auflage.

Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften (1971).

Cavanagh, P.R. und Gregor, R.J.: Knee joint torque during the swing phase of normal treadmill Walking.

J. Biomech. 8, 337-344 (1975).

Cooley, J.W. und Tukey, J.W.: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series.

Math. Comp. 19/90, 297-301 (1965).

- Dempster, W.T.: Space requirements of the seated operator.  
WADC Technical Report, 55-159 (1955).
- Donskoi, D.D.: Biomechanik der Körperübungen.  
Berlin: Sportverlag (1961).
- Falk, S.: Lehrbuch der Technischen Mechanik, Band II.  
Berlin-Heidelberg-New York: Springer (1968).
- Fick, R.: Allgemeine Gelenk- und Muskelmechanik. In: Hand-  
buch der Anatomie des Menschen (ed. K. Bardeleben),  
Band II, 1.1, Jena: Fischer (1910).
- Fischer, O.: Der Gang des Menschen, VI. Theil: Über den Ein-  
fluß der Schwere und der Muskeln auf die Schwingungs-  
bewegung des Beines.  
Abh. Kgl. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, math.-phys. Klasse  
28, 531-601, (1903).
- Fleagle, J.G.: Primate positional behavior and anatomy:  
naturalistic and experimental approaches. In: Environment,  
Behavior and Morphology: Dynamic Interactions in Primates  
(ed. M.E. Morbeck & H. Preuschoft), New York: Fischer  
(1978).
- Floyd, W.F. und Silver, P.H.S.: The function of the erector  
spinae muscles in certain movements and postures in man.  
J. Physiol. 129, 184-203 (1955).
- Frohse, F. und Fränkel, M.: Muskeln des menschlichen Armes.  
In: Handbuch der Anatomie des Menschen (ed. K. Bardeleben)  
Band II, 2.2, Jena: Fischer (1908).  
- Muskeln des menschlichen Beines. In: Handbuch der  
Anatomie des Menschen (ed. K. Bardeleben), Band II,  
2.2 b, Jena: Fischer (1913).
- Fung, Y.-C.B.: Elasticity of soft tissues in simple elongation.  
Amer. J. Phys. Anthropol. 213/6, 1532-1544 (1967).

- Fung, Y.-C.B.: Mathematical representation of the mechanical properties of the heart muscle.  
J. Biomechanics 3, 381-404 (1970).  
- Comparison of different models of the heart muscle.  
J. Biomechanics 4, 189-295 (1971).
- Gierloff-Emden, H.G. und Schroeder-Lanz, H.: Luftbildauswertung.  
Mannheim-Wien-Zürich: BI-Hochschultaschenbücher (1970-71).
- Glantz, S.A.: A three-element description for muscle with viscoelastic passive elements.  
J. Biomechanics 10, 5-20 (1977).  
- A constitutive equation for the passive properties of muscle.  
J. Biomechanics 7, 137-145 (1974).
- Gockel, K.: Die bei verschiedenen Bewegungen zwischen dem Fuß und dem Boden wirkenden Kräfte und ihre Weiterleitung innerhalb des Körpers.  
Staatsexamensarbeit an der Arbeitsgruppe Funktionelle Morphologie der Ruhr-Universität Bochum (1978).
- Gray, E.G. und Basmajian, J.V.: Electromyography and cinematography of leg and foot ("normal" and flat) during walking.  
Anat. Rec. 161, 1-16 (1968).
- Grefrath, W.: Abschätzung der im lebenden Organismus erreichbaren Hubhöhen von Muskeln.  
Staatsexamensarbeit an der Arbeitsgruppe Funktionelle Morphologie der Ruhr-Universität Bochum (1977).
- Groh, H.: Biomechanische Grundlagen der Funktion und Belastungen des Bewegungsapparates. In: Praktische Orthopädie (ed. E. Rausch), Band 7, Bruchsal: Vordruckverlag (1977).

- Groh, H. und Baumann, W.: Kinematische Bewegungsanalyse.  
In: Biomechanics I (ed. J. Wartenweiler, E. Johl u.  
M. Hebbelink), Basel: Karger (1968).
- Hamel, G.: Theoretische Mechanik.  
Berlin, Heidelberg, New-York: Springer (1967).
- Hasselbach, W. und Kramer, K.: Muskel. In: Physiologie des  
Menschen, Band 4, München: Urban & Schwarzenberg (1975).
- Havener, M.: Zur Geschichte der Untersuchung über die absolute  
Muskelkraft.  
Dissertation, Saarland (1970).
- Hill, A.V.: The heat of shortening and the dynamic constants  
of muscle.  
Proc. Roy. Soc. B. 126, 136-195 (1938).  
- The abrupt transition from rest to activity in muscle.  
Proc. Roy. Soc. B. 136, 399-420 (1949).
- Hochmuth, G.: Biomechanik sportlicher Bewegungen.  
Berlin: Sportverlag (1971).
- Hof, A.L. und Berg, J. van den: Linearity between the weighted  
sum of the EMGs of the human triceps surae and the total  
Torque.  
J. Biomechanics 10, 529-540 (1977).
- Holzmann, G., Meyer, H. und Schumpich, G.: Technische Mechanik,  
Teil 2: Kinematik und Kinetik.  
Stuttgart: Teubner (1969).
- Hünerberg, H.: Die Elektromyographie und ihre Anwendungs-  
möglichkeiten.  
Sportarzt und Sportmedizin 11, 240-249 (1975).

Institut für den Wissenschaftlichen Film: Hochgeschwindigkeitsfilm über den Schließvorgang bei Autoschlössern. Göttingen (1978) unveröffentlicht.

Jackson, K.M., Joseph, J. und Wyards, S.J.: Sequential muscular contraction.

J. Biomechanics 10, 97-106 (1977).

Jensen, R.H. und Davy, D.T.: An investigation of muscle lines of action about the hip: a centroid line approach VS the straight line approach.

J. Biomech. 8, 103-110 (1975).

Kummer, B.: Bauprinzipien des Säugerskelettes.

Stuttgart: Thieme (1959 a).

- Biomechanik des Säugetierskelettes. In: Handbuch der Zoologie (ed. W. Kükenenthal) 6 (2), 1-80, Berlin: Walter de Gruyter & Co. (1959 b).

- Beziehung zwischen der mechanischen Funktion und dem Bau der Wirbelsäule bei quadrupeden Säugetieren. Z. f. Tierzüchter 74, 159-167 (1960).

Lanz, T. und Wachsmuth, W.: Praktische Anatomie.

Berlin-Heidelberg-New York: Springer (1935).

Lehmann, T.: Elemente der Mechanik, Band I: Einführung.

Braunschweig: Vieweg (1974).

- Elemente der Mechanik, Band III: Kinetik. Braunschweig: Vieweg (1977).

Ludwig, R.: Methoden der Fehler und Ausgleichsrechnung.

Braunschweig: Vieweg & Sohn (1968).

MacConaill, M.A.: Some anatomical factors affecting the stabilizing function of muscles.

Ir. J. med. Sci. 6, 160-164 (1946).

- The movements of bones and joints: 2. functions of the musculature.

J. Bone Surg. 31 B, 100-104 (1949).

MacConaill, M.A. und Basmajian, J.V.: Muscles and movements, a basis for human kinesiology.

Baltimore: Williams & Wilkins Comp. (1969).

Meyer, H. von: Die Architektur der Spongiosa.

Reichert und Du Bois: Reymond's Arch., 615 ff. (1867).

- Statik und Mechanik des menschlichen Knochengerstes. Leipzig (1873).

- Zur genaueren Kenntnis der Substantia spongiosa der Knochen.

Stuttgart: Cotta (1882).

Morrison, J.B.: Bioengineering analysis of forces actions transmitted by the knee joints.

Big Med. Engineering 3, 164-170 (1968).

- The mechanics of the knee joint in relation to normal walking.

J. Biomechanics 3, 51-61 (1970).

- The mechanics of muscles function in locomotion.

J. Biomechanics 3, 431-451 (1970).

Müller, U.G.: Fehlertheoretische Untersuchungen der Kleinbildphotogrammetrie und Vorschläge für ihre Anwendung auf

montanwissenschaftlichen Gebiet.

Leipzig: Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie (1968).

Muybridge, E.: Animals in motion.

London: Chapman & Hall (1899).

Neuhoff, J.D.: Die Reaktionskräfte zwischen Fuß und Boden:  
Gegenüberstellung der Meßwerte und der Berechnung anhand  
von Filmaufnahmen.  
Staatsexamensarbeit an der Arbeitsgruppe Funktionelle  
Morphologie der Ruhr-Universität Bochum (1978).

Pauwels, F.: Der Schenkelhalsbruch, ein mechanisches Problem.  
Beilageheft z. Z. Orthop. Chirurg. 63 (1935).

- Die Bedeutung der Bauprinzipien des Stütz- und Bewegungsapparates für die Beanspruchung der Röhrenknochen, I. Beitrag zur funktionellen und kausalen Morphologie des Stützapparates. Z. Anat. Entw. Gesch. 114, 129-166 (1948).

- Die Bedeutung der Bauprinzipien der unteren Extremität des Beinskelettes, II. Beitrag zur funktionellen und kausalen Morphologie des Stützapparates.  
Z. Anat. Entw. Gesch. 114, 525-538 (1950 a).

- Die Bedeutung der Muskelkräfte für die Regelung der Beanspruchung des Röhrenknochens während der Bewegung der Glieder, III. Beitrag zur funktionellen und kausalen Morphologie des Stützapparates.  
Z. Anat. Entw. Gesch. 115, 327-351 (1950 b).

- Die Bedeutung der am Ellbogengelenk wirkenden mechanischen Faktoren für die Tragfähigkeit des gebeugten Armes, VI. Beitrag zur funktionellen und kausalen Morphologie des Stützapparates.  
Z. Anat. Entw. Gesch. 118, 35-94 (1954).

- Die Druckverteilung im Ellbogengelenk, nebst grundsätzlicher Bemerkungen über den Gelenkdruck, XI. Beitrag zur funktionellen und kausalen Morphologie des Stützapparates.  
Z. Anat. Entw. Gesch. 123, 643-667 (1963).

Pfuhl, W.: Die gefiederten Muskeln, ihre Form und ihre Wirkungsweise.

Z. Anat. Entw. Gesch. 106, 749-769 (1937)

Plagenhoef, St.: Patterns of human motions, a cinematographic analysis.

Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc. (1971).

- The joint force and moment analysis of all body segments when performing a nonsymmetrical, three-dimensional motion. In: Biomechanics III (ed. E. Jokl) 165-171, Basel: Karger (1973).

- Dynamics of human and animal motion. In: Environment, Behavior and Morphology: Dynamic Interactions in Primates (ed. M.E. Morbeck u. H. Preuschoft), New York: Fischer (1978) in press

Preuschoft, H.: Statische Untersuchungen am Fuß der Primaten, I. Phalangen und Metatarsalia.

Z. Anat. Entw. Gesch. 129, 285-345 (1969).

- Statische Untersuchungen am Fuß der Primaten, II. Statik des ganzen Fußes.

Z. Anat. Entw. Gesch. 131, 156-192 (1970 a).

- Functional anatomy of the lower extremity. In: The Chimpanzee (ed. G.H. Bourne) vol. 3, 221-294, Basel-München-New York: Karger (1970 b).

- Mode of locomotion in subfossil giant Lemuroids from Madagascar. In: Proc. 3rd int. Congr. Primat. Zürich 1970, vol. 1, 79-90, Basel-München-New York: Karger (1971).

- Functional anatomy of the upper Extremity. In: The Chimpanzee (ed. G.H. Bourne) vol. 6, 34-120, Basel-München-New York: Karger (1973 a).

- Vor 15 Millionen Jahren. Was wissen wir über die Lebensweise unserer ältesten Urahnen. Neues Universum, 141-150 (1973 b).

- Body posture and mode of locomotion in fossil primates - Method and Example: *Aegyptopithecus zeuxis*. In: Symp. 5th Cong. int. Primat. Soc., 345-359, Tokyo: Japan Science Press (1975).

Preuschoft, H. und Fritz, M.: Mechanische Beanspruchungen im Bewegungsapparat von Springpferden. In: Fortschritte der Zoologie (ed. W. Nachtigall) Band 24, Heft 2/3, 75-98, Stuttgart-New York: Fischer (1977).

Preuschoft, H., Fritz, M. und Niemitz, G.: The Biomechanics of the trunk in primates and problems of leaping in *Tarsius*. In: Environment, Behavior and Morphology: Dynamic Interactions in Primates (ed. M.E. Morbeck u. H. Preuschoft), New York: Fischer (1978) in press.

Ralston, H.J., Inman, V.T., Strait, L.A. und Schaffarth, M.O.: Mechanics of human isolated voluntary muscles. Am. J. Phys. 151, 612-620 (1947).

Ránky, M.F. & Ergi, B.: Some aspects of point-to-point analysis of high-speed film recordings. Researchfilm, Vol. 9, No. 5 (1978).

Reichel, H.: Muskelphysiologie. Berlin-Heidelberg-New York: Springer (1960).

Roux, W.: Gesammelte Abhandlungen über Entwicklungsmechanik der Organismen, Band 1 und 2. Leipzig: Engelmann (1895).

- Schumacher, G.H. und Wolff, E.: Trockengewicht und physiologischer Querschnitt der menschlichen Skelettmuskulatur I, II und III.  
Anat. Anz. 118 und 119 (1966).
- Seireg, A. und Arvikar, R.J.: The prediction of muscular load sharing and joint forces in the lower extremities during walking.  
J. Biomechanics 8, 89-102 (1975).
- Stange, K.: Die zweckmäßige Auswertung von punktweise aufgenommenen Zeit-Weg-Linien.  
Ing. Archiv 16, 383-402 (1947/48).
- Stern, J.: Investigations concerning the theory of spurt and shunt muscles.  
J. Biomechanics 4, 437-453 (1971).  
- Computer modelling of gross muscle dynamics.  
J. Biomechanics 7, 411-428 (1974).
- Weber, E. und Weber, W.: Die Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge.  
Göttingen (1836).
- Wiemann, K.: Elektromyographie beim Hochsprung (M. vastus medialis).  
Bericht des Instituts für Sportwissenschaften der Ruhr-Universität Bochum (1977) unveröffentlicht.
- Williams, M. und Lissner, H.R.: Biomechanics of human motion.  
Philadelphia-London: W.B. Saunders Comp. (1962).
- Winter, O.A., Sidwall, H.G. und Hobson, D.A.: Measurement and reduction of noise in kinematics of locomotion.  
J. Biomechanics 7, 157-159 (1974).

Wittenburg, J.: Dynamics of systems of rigid bodies.  
Stuttgart: Teubner (1977).

Wolff, J.: Über die Bedeutung der Architektur der spongiosen  
Substanz. Centrbl. f. d. med. Wiss. 54, 849 (1869).

-Die Lehre von der funktionellen Knochengestalt.

Virchow's Arch. f. pathol. Anat. u. Physiol. 155, 256 (1899).

- Über die Wechselbeziehungen zwischen der Form und der  
Funktion der einzelnen Gebilde des Organismus.

72. Vers. Dtsch. Nat.forsch. u. Ärzte, Aachen (1900).

Zurmühl, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker.  
Berlin-Heidelberg-New York (1965).

Lebenslauf:

Am 17. April 1949 wurde ich als Sohn des Baumeisters Egon Fritz und seiner Ehefrau Ursula, geb. Westhoff, in Hamm/Westfalen geboren.

In Hamm besuchte ich auch vom Frühjahr 1956 bis 1961 die Volksschule und ab 1961 das Freiherr-vom-Stein-Gymnasium ( mathematisch naturwissenschaftliches Gymnasium ). Hier legte ich am 12. Juni 1969 die Reifeprüfung ab.

Im Wintersemester 1969/70 begann ich das Maschinenbaustudium an der Ruhr-Universität Bochum. Am 5. August 1974 schloß ich mein Studium mit dem Diplom ab. Während der Studienzeit war ich als studentische Hilfskraft an der Arbeitsgruppe für Funktionelle Morphologie bei Prof. Dr. phil. nat. H. Preuschoft angestellt.

Wegen meines angeborenen Herzfehlers mußte ich in den Jahren 1968 und 1969 zweimal operiert werden. Diese beiden für mich sehr entscheidenden Ereignisse und meine Tätigkeit als studentische Hilfskraft gaben mir die Anregung, mich von nun an intensiv mit der Biomechanik zu beschäftigen und im Herbst 1974 mit der Arbeit an meiner Dissertation zu beginnen.

Meine akademischen Lehrer waren:

Prof. Dr.-Ing.	H. D. Baehr
Prof. Dr.-Ing.	E. Bender
Prof. Dr.-Ing.	K. W. Bonfig
Prof. Dr. rer. nat.	G. Ewald
Prof. Dr.-techn.	K.-W. Fasol
Prof. Dr.-Ing.	W. Fister
Prof. Dr.-Ing.	K. Gersten
Prof. Dr. rer. nat.	B. Gonsior
Prof. Dr. rer. nat.	P. Herforth
Prof. Dr.-Ing.	E. Hornbogen
Prof. Dr.-Ing.	Th. Lehmann
Prof. Dr. rer. nat.	W. Leißner
Prof. Dr. rer. pol.	P. Möllers
Prof. Dr.-Ing.	K. Nixdorf
Prof. Dr. phil. nat.	H. Preuschoft
Prof. Dr. rer. nat.	H. Schwieger
Prof. Dr.-Ing.	H. Seifert
Prof. Dr. rer. nat.	H. Specker
Prof. Dr.-Ing.	H. Waller
Prof. Dr. rer. nat.	P. Wenzel
Prof. Dr.-Ing.	W. Wiechowski
Prof. Dr. rer. pol.	M. Winkler



**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik  
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM  
Nr. 16**