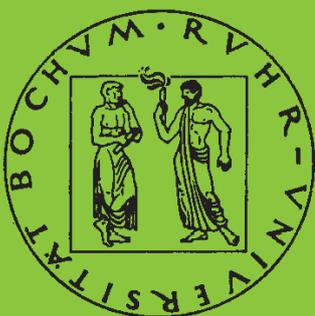


**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik**

**Holger Behrens**

**Nichtlineare Modellierung und Identifikation  
hydrodynamischer Kupplungen  
mit allgemeinen diskreten Modellansätzen**

Heft Nr. 107



**RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

INSTITUT FÜR MECHANIK  
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Holger Behrens

**Nichtlineare Modellierung und Identifikation  
hydrodynamischer Kupplungen mit  
allgemeinen diskreten Modellansätzen**

MITTEILUNGEN AUS DEM INSTITUT FÜR MECHANIK NR. 107  
1997

Herausgeber:  
Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum  
Schriftenreihe  
Universitätsstr. 150  
44780 Bochum

© 1997 Dr.-Ing. Holger Behrens  
Schinkelstraße 37  
40699 Erkrath

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanische Vervielfältigung (Fotokopie, Mikrokopie) bedarf der vorherigen Zustimmung des Autors.

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1993 bis 1996 im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe „Numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik“ am Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum. Sie berichtet über die Forschungsergebnisse der nichtlinearen Identifikation hydrodynamischer Kupplungen im Sonderforschungsbereich 278 „Hydrodynamische Leistungsübertragung“. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft gilt mein Dank für die finanzielle Förderung dieser Arbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Waller danke ich sehr herzlich für die Unterstützung und Betreuung dieser Arbeit sowie für zahlreiche interessante Diskussionen und Anregungen. Herrn Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns danke ich für sein Interesse und die freundliche Übernahme des Koreferates.

Allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe „Numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik“, insbesondere Herrn Jan Steinhausen, vielen Dank für die jederzeit gute Zusammenarbeit und kollegiale Unterstützung.

Erkrath, im Oktober 1996

Holger Behrens

Dissertation eingereicht am: 9. Oktober 1996  
Tag der mündlichen Prüfung: 19. Dezember 1996

Erster Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Waller  
Zweiter Referent: Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Zielsetzung der Arbeit</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Die hydrodynamische Kupplung</b>	<b>5</b>
2.1	Allgemeine Grundlagen . . . . .	5
2.2	Stand der Forschung . . . . .	10
2.3	Bisherige Grenzen der Beschreibbarkeit instationärer Vorgänge . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Systemidentifikation</b>	<b>16</b>
3.1	Grundlagen der Identifikation . . . . .	16
3.1.1	Die Identifikationsaufgabe . . . . .	17
3.1.2	Randbedingungen . . . . .	19
3.2	Diskrete Signale . . . . .	20
3.2.1	Diskrete Darstellung kontinuierlicher Signale . . . . .	20
3.2.2	Z-Transformation . . . . .	23
3.2.3	Stabilität diskreter linearer Systeme . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Parametrische Modellierung dynamischer Systeme</b>	<b>27</b>
4.1	Parametrische Modellierung von Eingrößensystemen . . . . .	29
4.1.1	Statische Modellierung . . . . .	29
4.1.2	Dynamische Modellierung – linear . . . . .	30
4.1.3	Dynamische Modellierung - nichtlinear . . . . .	34
4.2	Parametrische Modellierung von Mehrgrößensystemen . . . . .	38
4.2.1	Lineare Modellierung . . . . .	38
4.2.2	Nichtlineare Modellierung . . . . .	40
4.2.3	Wahl der Modellordnung . . . . .	41
4.2.4	Anpassen des Modellansatzes . . . . .	41
4.3	Parameterschätzung . . . . .	43
4.3.1	Die Methode der kleinsten Quadrate (LS) . . . . .	44
4.3.2	Die Methode der instrumentellen Variablen (IV) . . . . .	46
4.4	Testsignale . . . . .	47

<b>5 Die Versuchstechnik</b>	<b>52</b>
5.1 Der Versuchsstand . . . . .	52
5.2 Analoge Regelung der hydrostatischen Antriebseinheiten . . . . .	56
5.3 Digitale Regelung der hydrostatischen Antriebseinheiten . . . . .	57
5.3.1 Regelverhalten der Hydrostaten . . . . .	62
5.3.2 Die Meß- und Rechentechnik . . . . .	65
5.4 Die Prüfbjekte . . . . .	68
5.4.1 Das stationäre Verhalten der Kupplung 422TH . . . . .	73
5.4.2 Das stationäre Verhalten der Kupplung NM 350S . . . . .	75
5.4.3 Die Dynamik der Kupplung 422TH . . . . .	78
5.4.4 Die Dynamik der Kupplung NM 350S . . . . .	84
<b>6 Nichtlineare Modellierung der hydrodynamischen Kupplung</b>	<b>88</b>
6.1 Voraussetzungen und Grenzen der Identifikation . . . . .	90
6.1.1 Definition der Systemgrenze des Teilsystems . . . . .	90
6.1.2 Ablauf der Identifikation auf dem Versuchsstand . . . . .	91
6.1.3 Erregung der hydrodynamischen Kupplung . . . . .	99
6.2 Modellierung der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung . . . . .	100
6.2.1 Identifikation eines allgemeinen nichtlinearen Modells . . . . .	100
6.3 Untersuchung dynamischer Einflüsse . . . . .	110
6.3.1 Modifikation des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes . . . . .	110
6.3.2 Untersuchungen nichtlinearer Modelleigenschaften . . . . .	119
6.4 Reduktion der Anzahl der Modellparameter . . . . .	122
6.5 Variation der Modellform . . . . .	126
6.6 Anwendung der Identifikationsmethode auf andere Bauformen . . . . .	132
6.6.1 Identifikation der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung . . . . .	132
6.6.2 Identifikation der Kupplung NM 350S bei Teilfüllung . . . . .	135
<b>7 Nichtlineare Kupplungsmodelle in Antriebsstrangberechnungen</b>	<b>140</b>
7.1 Aufbereitung der Modellgleichungen . . . . .	141
7.2 Simulationsrechnungen mit nichtlinearem Kupplungsmodell . . . . .	149
<b>8 Zusammenfassung</b>	<b>152</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>158</b>

---

<b>A</b>	<b>Instationäre Meßergebnisse</b>	<b>159</b>
A.1	Identifikation der Trägheitsmassen . . . . .	159
A.2	Gemessene dynamische Kennlinien . . . . .	161
A.2.1	Blockiervorgänge der Turbinenseite . . . . .	162
A.2.2	Beschleunigungsvorgänge der Pumpenseite . . . . .	167
<b>B</b>	<b>Nichtlineare Modelle der hydrodynamischen Kupplungen</b>	<b>171</b>
B.1	Absolutmodell der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) . . . . .	171
B.1.1	Der Modellansatz . . . . .	171
B.1.2	Identifizierte Modellkoeffizienten . . . . .	173
B.1.3	Zeitbereichssimulationen . . . . .	175
B.2	Modifiziertes Modell der Kupplung 422 TH mit 8 l Füllung . . . . .	179
B.2.1	Der Modellansatz . . . . .	180
B.2.2	Identifizierte Modellkoeffizienten . . . . .	181
B.3	Untersuchung nichtlinearer Modelleigenschaften . . . . .	184
B.3.1	Der Modellansatz . . . . .	185
B.3.2	Identifizierte Modellkoeffizienten . . . . .	186
B.4	Reduziertes dynamisches Modell . . . . .	188
B.4.1	Der Modellansatz . . . . .	189
B.4.2	Identifizierte Modellkoeffizienten . . . . .	189
B.5	Variation der Modellform . . . . .	194
B.5.1	Der Modellansatz . . . . .	194
B.5.2	Identifizierte Modellkoeffizienten . . . . .	196
<b>C</b>	<b>Parameter der digitalen Regelung</b>	<b>198</b>
C.1	Regelparameter der Kupplung 422TH mit 8 und 10 l Füllung . . . . .	199
C.2	Regelparameter der Kupplung NM 350S mit 7 und 8 l Füllung . . . . .	200

# Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen und Bezeichnungen

$a_{i...q}$	Modellkoeffizienten der Ausgangsgrößen
$b_{i...q}$	Modellkoeffizienten der Eingangsgrößen
$c_{i...q}$	Modellkoeffizienten der Mischterme
$\mathbf{c}^T, \tilde{\mathbf{c}}^T$	Ausgangsvektor (kontinuierlich/diskret)
$\mathbf{A}, \tilde{\mathbf{A}}$	Systemmatrix (kontinuierlich/diskret)
$\mathbf{B}, \tilde{\mathbf{B}}$	Eingangsmatrix (kontinuierlich/diskret)
$\mathbf{C}, \tilde{\mathbf{C}}$	Ausgangsmatrix (kontinuierlich/diskret)
$d$	Durchgangsgröße, Dämpfung
$d_{ij}(j\omega)$	Elemente der dynamischen Dämpfungsmatrix
$D$	Profilaußendurchmesser
$D(j\omega)$	dynamische Dämpfungsmatrix
$\mathbf{D}$	Durchgangsmatrix
$\mathbf{D}^*$	Dämpfungsmatrix
$e$	Modellfehler
$f$	Erregerfrequenz
$f_a$	Abtastfrequenz
$f_{eck}$	Eckfrequenz
$j$	imaginäre Einheit
$J$	Gütefunktional
$k$	diskrete Abtastpunkte, Steifigkeit
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix
$m_{ij}$	Zeitverschiebungen der Ausgangsgrößen
$\mathbf{m}$	Meßvektor
$M$	Drehmoment
$M_P$	Pumpenmoment (Antriebsmoment)
$M_T$	Turbinenmoment (Abtriebsmoment)
$\mathbf{M}$	Massenmatrix, Datenmatrix
$n_{ij}$	Zeitverschiebungen der Eingangsgrößen
$n$	Drehzahl
$n_P$	Pumpenraddrehzahl (Antriebsdrehzahl)
$n_T$	Turbinenraddrehzahl (Abtriebsdrehzahl)
$N$	Anzahl der Meßwerte

$\mathbf{p}$	Parametervektor
$r$	Radius, Anzahl der Eingangsgrößen
$s$	Schlupf, Anzahl der Ausgangsgrößen
$t$	Zeit
$T$	Temperatur
$q$	Ordnung der Nichtlinearität
$u$	Systemeingang
$\mathbf{u}$	Vektor der Eingangsgrößen
$y$	Systemeingang
$\mathbf{y}$	Vektor der Ausgangsgrößen
$z^{-1}$	Verschiebungsoperator
$\mathbf{z}$	Zustandsvektor
$\Delta T$	Abtastzeit
$\varepsilon$	Fehler
$\theta$	Drehträgheit
$\lambda$	Leistungszahl
$\nu$	Drehzahlverhältnis
$\rho$	Dichte
$\tau$	Zeitvariable
$\varphi$	Winkel
$\omega$	Kreisfrequenz
$\xi\{\}$	Z-Transformation
$\mathcal{L}\{\}$	Laplace-Transformation
$\mathcal{Z}\{\}$	doppelte Transformation ( $\mathcal{Z}\{\} = \xi\{\mathcal{L}^{-1}\{\}\}$ )

### Abkürzungen

E/A	Ein-/Ausgangsgrößen
IV	Methode der instrumentellen Variablen
LS	Least-Square Methode
MIMO	multi input multi output
SISO	single input single output

### Indizes

0	stationär
a	außen
h	hydrodynamisch
i	innen
P	Pumpenrad
T	Turbinenrad



# Kapitel 1

## Einleitung und Zielsetzung der Arbeit

Technische Antriebssysteme zeichnen sich durch einen umfassenden Aufgabenbereich mit einer Vielzahl unterschiedlicher Komponenten aus. Ihre Bestandteile sind z.B. Antriebsmotoren, Kupplungen, Wellen, Getriebe und Arbeitsmaschinen in verschiedenen Aufbaukombinationen. Für eine zuverlässige Dimensionierung und Auslegung sowie einen sicheren Betrieb ist es wichtig, das statische und dynamische Verhalten aller Bauteile genau zu kennen, um deren Belastung im Betrieb oder bei Störfällen abschätzen zu können. Von besonderem Interesse sind dabei die Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Komponenten eines Antriebsstrangs. Gestiegene Anforderungen an Genauigkeit und Leistungsfähigkeit von Antriebssystemen unter Berücksichtigung der Kosten und Umweltverträglichkeit sowie fortschreitende Optimierung der Konstruktionen erfordern immer detailliertere Kenntnisse der physikalischen Gegebenheiten und technischen Zusammenhänge. Vor allem instationäre Einflüsse z.B. Anfahrvorgänge, Ausfall des Antriebs bzw. der angetriebenen Maschine, Blockieren oder Freilauf von Lastmaschinen, Resonanzerscheinungen etc. führen zu einer hohen Beanspruchung aller Bauteile. Eine gleichzeitige Minimierung der eingesetzten Materialien und Rohstoffe setzt eine Optimierung der Konstruktionen hinsichtlich vielfältiger Anforderungen voraus. Daher ist neben einer statischen Auslegung des Antriebssystems eine genaue **instationäre Modellierung** für einen sicheren Betrieb erforderlich.

Forderungen an Vorausberechnungen und Simulationsrechnungen eventueller Lastfälle in der Planungs- und Konstruktionsphase einer Anlage oder Maschine führen zu einem erhöhten Anspruch an die Güte der mathematischen Abbildung. Da reale Systeme in der Regel komplexe nichtlineare Zusammenhänge aufweisen und daher nur für kleine Änderungen um einen bestimmten Betriebspunkt oder innerhalb eines beschränkten Betriebs- bzw. Arbeitsbereichs linear betrachtet werden können, gestaltet sich eine genaue mathematische Formulierung der physikalischen Gesetzmäßigkeiten als besonders schwierig. Oft können aber bei stationär betriebenen Anlagen oder Maschinen näherungsweise lineare Beziehungen angegeben werden, indem die das System oder die Vorgänge beschreibenden nichtlinearen Gleichungen auf kleine Betriebsbereiche oder Veränderungen um einen speziellen Betriebspunkt angewendet und dort linearisiert werden.

Um ein gesamtes Antriebssystem (z.B. Motor - Kupplung - Getriebe - Arbeitsmaschine) statisch sowie dynamisch zu beschreiben, ist es erforderlich, das Verhalten aller Baugruppen innerhalb des Gesamtsystems zu kennen. Hierfür müssen die systemrelevanten Größen jeder

Einheit sowie deren Einfluß auf andere Einheiten ermittelt werden. Sind die inneren physikalischen Zusammenhänge der Teilsysteme nicht oder nur zum Teil bekannt, können keine hinreichenden physikalischen Berechnungsmodelle zur Simulation bestimmter Last- und Anwendungsfälle des Gesamtsystems aufgestellt werden. Sollen in diesem Fall die statischen und dynamischen Eigenschaften eines Bauteils oder einer Baugruppe ermittelt werden, kann z.B. eine Black-Box-Identifikation durchgeführt werden. Hierfür werden die Ein- und Ausgangsgrößen an der Systemgrenze des jeweiligen Bauteils berücksichtigt und über mathematische Beziehungsgleichungen verbunden.

### Zielsetzung der Arbeit

In dieser Arbeit wird die Problematik der nichtlinearen Modellierung bzw. Systemidentifikation von Mehrgrößensystemen am Beispiel eines realen nichtlinearen Systems näher untersucht. Bei den vorliegenden Prüfobjekten handelt es sich um hydrodynamische Kupplungen, die ein hochgradig nichtlineares Übertragungsverhalten aufweisen. Der Anwendungsbereich als Komponenten in Antriebssystemen ist vielseitig. Hydrodynamische Kupplungen werden oft als schwingungsdämpfende Elemente in einen Antriebsstrang eingebaut und dienen zur Übertragung des Antriebsmomentes auf eine Arbeitsmaschine. Für diese nichtlinearen Systeme, über deren instationäres Übertragungsverhalten sehr wenige physikalische a-priori Informationen vorliegen, lassen sich für Berechnungen außerhalb des Nennbetriebspunkts oder über größere Betriebsbereiche nur unzureichende physikalische Modelle aufstellen. In diesem Fall ist die Anwendung der **Black-Box-Modellierung** eine Möglichkeit, unabhängig von der Betrachtung der inneren Strömungsvorgänge durch Erfassen der äußeren Größen Erkenntnisse über die stationären und instationären Eigenschaften der hydrodynamischen Kupplung zu erhalten (Ein-/Ausgangsgrößenmodell).

Es wird ein Verfahren vorgestellt, bei dem allgemeine nichtlineare Modellansätze zur Identifikation des Übertragungsverhaltens der hydrodynamischen Kupplung verwendet und an das reale Systemverhalten mittels Parameterschätzverfahren angepaßt werden. Es handelt sich um zeitdiskrete Polynomansätze, die für die Verarbeitung mit einem Digitalrechner Vorteile in der Anwendbarkeit gegenüber kontinuierlichen Modellansätzen besitzen. Besonders bei der nichtlinearen Modellierung von Mehrgrößensystemen ist eine komplexe Modellstruktur erforderlich. Dabei sollen Vor- und Nachteile sowie Grenzen der diskreten Modellierung hydrodynamischer Kupplungen als Teilsystem von Antriebssträngen herausgearbeitet werden.

Damit stellt sich die Zielsetzung dieser Arbeit wie folgt dar:

- Mit der Methode der Black-Box-Identifikation wird das Übertragungsverhalten der hydrodynamischen Kupplung mit allgemeinen diskreten nichtlinearen Mehrgrößenmodellen in Form von Differenzgleichungen als System mit zwei Ein- und Ausgangsgrößen abgebildet. Es soll ein Verfahren angegeben werden, mit dem Simulationsrechnungen mit einem Modell über große Betriebsbereiche auch bei schnellem Durchfahren möglich werden.

- Ausgehend von den ermittelten Modellen wird die Problematik der Verwendbarkeit zeitdiskreter nichtlinearer Modellansätze für Drehschwingungssimulationen in einem Antriebsstrang erläutert. Es werden Möglichkeiten und Grenzen der diskreten Black-Box-Identifikation der hydrodynamischen Kupplung in Wechselwirkung mit anderen Antriebsstrangkomponenten (Wellen, Massen, etc.) dargestellt. Dabei ergibt sich ein Simulationsmodell in zeitdiskreter Schreibweise.

## Zum Inhalt der Arbeit

Zu Beginn eines jeden Kapitels wird ein kurzer Überblick über dessen Inhalt und Ablauf gegeben. Dies soll zur besseren Orientierung dienen und dem Leser eine schnelle Einarbeitung in die Thematik ermöglichen.

Nach einer Einführung in die Funktionsweise und den Aufbau hydrodynamischer Kupplungen wird in Kapitel 2 der Stand der Forschung dargestellt, indem auf unterschiedliche Modellansätze und Berechnungsverfahren zur Modellierung des stationären und instationären Übertragungsverhaltens dieser Art von Getrieben eingegangen wird. Die Ansätze basieren sowohl auf der eindimensionalen Stromfadentheorie als auch auf Finite Volumenverfahren oder Black-Box-Betrachtungen.

In Kapitel 3 werden die Grundlagen der Identifikation realer Systeme sowie der zeitdiskreten Systembeschreibung dargestellt. Es erfolgt nach einer Einleitung in die allgemeine Identifikationsaufgabe die Beschreibung der Verarbeitung und Anwendung diskreter Signale. Es wird dabei auf die Z-Transformation und die diskrete Abbildung kontinuierlicher Signale eingegangen. Da die diskrete Betrachtung dynamischer Systeme im weiteren Verlauf dieser Arbeit von großer Bedeutung ist, wird speziell die Diskretisierung kontinuierlicher Signale und Differentialgleichungen erläutert.

Bei der Betrachtung von Ein-/Ausgangsgrößensystemen spielt die Wahl des Modellansatzes eine entscheidende Rolle für den Erfolg dieser Methode der Systembeschreibung. Daher wird in Kapitel 4 eingehend auf die Modellierung dynamischer Systeme eingegangen. Dabei stehen parametrische Modelle im Vordergrund, die linear in den Parametern sind. Es wird in diesem Kapitel ein allgemeiner nichtlinearer zeitdiskreter Modellansatz zur Beschreibung von Ein- und Mehrgrößensystemen dargestellt. Dieser ist in [21, 43] zur diskreten Beschreibung nichtlinearer Systeme aufgeführt. Ein Mehrgrößensystem wird dabei in mehrere der Anzahl der Ausgangsgrößen entsprechende Teilmodelle unterteilt [5]. Es handelt sich um Differenzgleichungen, die für jeden vorliegenden Ausgang des betrachteten Systems aufgestellt werden. Die Modellparameter gehen linear in dieses Modell ein und können mit Parameterschätzverfahren bestimmt werden. Es erfolgt eine kurze Darstellung der Methode der kleinsten Quadrate (LS) und der instrumentellen Variable (IV), da diese in der vorliegenden Arbeit zur Modellbestimmung der Kupplung verwendet werden.

Nach diesen theoretischen Ausführungen zur Identifikation und parametrischen Modellierung nichtlinearer Systeme wird in Kapitel 5 die für praktische Untersuchungen an der Kupplung notwendige Versuchstechnik vorgestellt. Von besonderem Interesse ist dabei die realisierte

digitale Regelung des Versuchsstands, die für die Black-Box-Identifikation nichtlinearer Systeme wichtige hochdynamische Erregungen ermöglicht. Nachfolgend werden experimentelle Untersuchungen des stationären und instationären Übertragungsverhaltens der beiden hydrodynamischen Kupplungen bei Teil- und Vollfüllung mit unterschiedlicher Schaufelraumgeometrie vorgestellt. Bei den dynamischen Messungen sind schnelle Drehzahländerungen der An- und Abtriebsseite durchgeführt worden, um Aussagen über das instationäre Systemverhalten zu ermöglichen.

Zur Beschreibung des in Kapitel 5 gemessenen und dargestellten Übertragungsverhaltens wird die Kupplung in Kapitel 6 als Teilsystem aus dem Gesamtsystem Versuchsstand herausgeschnitten und als Ein-/Ausgangsgrößensystem modelliert. Dabei wird zu Beginn auf die Voraussetzungen, die Grenzen und den Ablauf der Identifikation auf dem Versuchsstand eingegangen. Die Definition der Systemgrenze der Kupplung sowie die Messung und Aufbereitung der Systemgrößen sind für eine erfolgreiche Modellbestimmung von großer Bedeutung. Die Ein- und Ausgangsgrößen des Teilsystems werden dabei an der Systemgrenze gemessen. Nach der Erläuterung der Voraussetzungen werden für einen Kupplungstyp mit Teilfüllung allgemeine diskrete nichtlineare Modelle in Form von Polynomansätzen für ein Mehrgrößensystem mit zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen aufgestellt. Die Bestimmung der Polynomkoeffizienten erfolgt mit Hilfe der in Kap. 4 erläuterten Parameterschätzverfahren. Die mit dem vorgestellten Identifikationsverfahren ermittelten dynamischen Modelle zur Beschreibung des stationären und instationären Übertragungsverhaltens der hydrodynamischen Kupplung in einem bestimmten Betriebsbereich werden durch Vergleich von Simulationsrechnungen mit Messungen verifiziert. Es erfolgen in diesem Kapitel Untersuchungen hinsichtlich der physikalischen Interpretierbarkeit der aufgestellten diskreten Modelle. Die Identifikationsmethode wird in einem weiteren Schritt auf eine andere Bauform und unterschiedliche Füllgrade angewendet, um die Gültigkeit der Modellierung unabhängig von einem speziellen Kupplungsverhalten und -typ darzustellen.

Da die Wechselwirkung der ermittelten Modelle mit anderen Antriebsstrangkomponenten von großem Interesse ist, werden die nichtlinearen Modelle der hydrodynamischen Kupplung zur Simulation dynamischer Vorgänge aus Kapitel 6 in ein Antriebsstrangkonzzept für Drehschwingungsberechnungen eingebaut. Es wird gezeigt, wie die diskreten Modelle in einer Form ähnlich der Zustandsraumdarstellung Verwendung finden können. Dabei steht vor allem die Handhabbarkeit und Flexibilität der diskreten nichtlinearen Modellansätze in Kombination mit der kontinuierlichen Modellierung anderer Antriebsstrangkomponenten im Vordergrund. Diese können bei Drehschwingungsuntersuchungen in idealisierter Darstellung z.B. Trägheitsmassen und masselos betrachtete Federn oder Dämpfer sein. Es wird dabei eine einheitliche diskrete Darstellungsform gewählt, die leicht auf einem Digitalrechner zu realisieren ist.

Die Arbeit enthält einen ausführlichen Anhang, in dem neben instationären Untersuchungen als Ergänzung weitere Vergleiche zwischen Messungen und Simulationsrechnungen der verschiedenen Modelle der Kupplung dargestellt sind. Für alle im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Modelle sind aus Gründen der Übersichtlichkeit die dazugehörigen Modellkoeffizienten nicht im Text, sondern getrennt im Anhang in Tabellen aufgeführt.

# Kapitel 2

## Die hydrodynamische Kupplung

### 2.1 Allgemeine Grundlagen

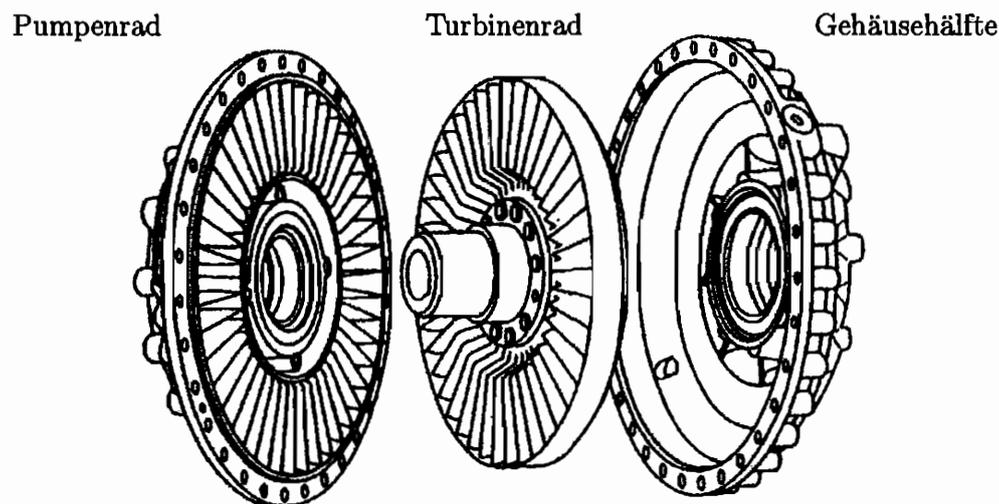


Abb. 2.1: Aufbau einer hydrodynamischen Kupplung mit Gehäuse, Pumpen- und Turbinenrad

Hydrodynamische Kupplungen haben als Komponenten von Antriebssträngen die Aufgabe, die Leistung der Antriebsmaschine aufzunehmen und an die Arbeitsmaschine weiterzuleiten. Dies wird durch eine hydraulische Leistungsübertragung innerhalb der Kupplung ermöglicht. Hydrodynamische Kupplungen werden oft als schwingungsdämpfende Elemente in Antriebssystemen zum Schutz des Motors oder der Maschine vor unzulässigen Belastungen eingebaut (z.B. in Fahrzeugen, Schiffen, stationären Anlagen, etc.). Bei dieser Art hydrodynamischer Getriebe handelt es sich um Strömungskupplungen, die auf dem Föttinger-Prinzip [9] basieren. Bestandteile einer Kupplung sind zwei Laufräder, die Pumpen- und Turbinenrad genannt werden. Sie besitzen radiale Schaufeln und sind eng beieinander in einem geschlossenen Gehäuse untergebracht.

In Abb. 2.1 ist der Aufbau einer hydrodynamischen Kupplung dargestellt. Das Pumpenrad ist bei dieser Bauform fest mit dem umlaufenden Gehäuse verbunden (links). Zwischen den beiden Gehäuseteilen liegt das mit der Abtriebswelle verbundene Turbinenrad (mitte).

Die mechanische Energie wird aufgrund einer Fluidfüllung in dem angetriebenen Pumpenrad in hydraulische Energie umgewandelt. Diese wird im Turbinenrad wiederum in mechanische Energie umgesetzt und über die Abtriebswelle der nachfolgenden Maschine zugeführt. Bei einer auftretenden Drehzahldifferenz (Schlupf) zwischen den beiden Schaufelrädern bildet sich aufgrund eines Druckgefälles ein Volumenstrom als Kreislaufströmung aus, der nacheinander beide Schaufelräder durchfließt. Eine Drehmomentenübertragung ist demnach nur bei Schlupf möglich. Eine Änderung des Massenstroms in der Kupplung ruft eine Änderung des übertragenen Moments hervor. Mit Hilfe des Fluids als Energieträger (meist Öl oder Wasser) wird die Leistung nahezu verschleißfrei zwischen Pumpen- und Turbinenrad übertragen. Die Verlustenergie wird als Wärme über das Gehäuse (Konvektion) oder je nach Bauform durch Austauschen des Volumenstroms des Betriebsmediums abgeführt.

Eine andere Art hydrodynamischer Getriebe stellen Drehmomentwandler dar. Sie ermöglichen neben einer Drehzahl- auch eine Drehmomentenwandlung. Zusätzlich zu einem Pumpen- und Turbinenrad befindet sich ein Leitrad im Strömungskreislauf, das ein Reaktionsmoment aufnehmen kann. Da im Rahmen dieser Arbeit Kupplungen untersucht und modelliert werden, soll hier nicht weiter auf hydrodynamische Wandler eingegangen werden.

Hydrodynamische Kupplungen werden prinzipiell entsprechend der VDI-Richtlinie 2153 in

- verstellbare,
- nicht verstellbare und
- schaltbare

Bauarten unterteilt [45]. Über geometrische Veränderungen wie z.B. Stauräume, Verzögerungskammern oder Anstellung des Schaufelprofils kann die Kupplungscharakteristik verändert und die Momentenübertragung dem Antriebsproblem angepaßt werden. Bei **Schalt- und Stellkupplungen** werden durch äußere Maßnahmen Veränderungen des Übertragungsverhaltens vorgenommen. Eine Möglichkeit ist z.B. eine Verringerung oder Erhöhung des Füllungsgrades während des Betriebs. Es können so Motoren bei entleerter Kupplung lastfrei angefahren und dann stufenlos mit steigender Füllung belastet werden. Nicht verstellbare Kupplungen werden dagegen mit einer konstanten Füllung betrieben und demnach auch **Konstantfüllungskupplungen** genannt. Bei dieser Bauart kann die durch den systembedingten Schlupf entstehende Wärme nur über das Gehäuse in Form von Konvektion abgeführt werden. Sie werden hauptsächlich als Anfahrhilfe und Blockierschutz für den Motor bei stationär betriebenen Anlagen eingesetzt. Weiter sollen sie während des Betriebs auftretende Schwingungen im Antriebsstrang aufgrund von Resonanzerscheinungen, Belastungsschwankungen oder Stößen dämpfen. Kupplungen mit Konstantfüllung können in ihrem Übertragungsverhalten über den Füllgrad beeinflusst werden. Eine Veränderung kann bei diesem Typ aber nur bei Stillstand erfolgen. Üblicherweise werden sie mit nicht mehr als ca. 80 % des Maximalvolumens befüllt, damit Volumenänderungen durch Temperaturerhöhung aufgefangen und unzulässige Drücke im Inneren der Kupplung vermieden werden.

Eine Spezialform der hydrodynamischen Kupplung bildet die **Strömungsbremse** (Retarder), die als nahezu verschleißfreie Dauerbremse eingesetzt werden kann. Durch Festsetzen einer Kupplungsseite wird ein maximales Bremsmoment erreicht. Die auftretende Bremsenergie wird in Wärme umgewandelt und bei Austausch der Betriebsflüssigkeit über einen Kühler abgeführt. Hydrodynamische Bremsen werden überwiegend in Nutz- und Schienenfahrzeugen als Dauerbremse eingesetzt.

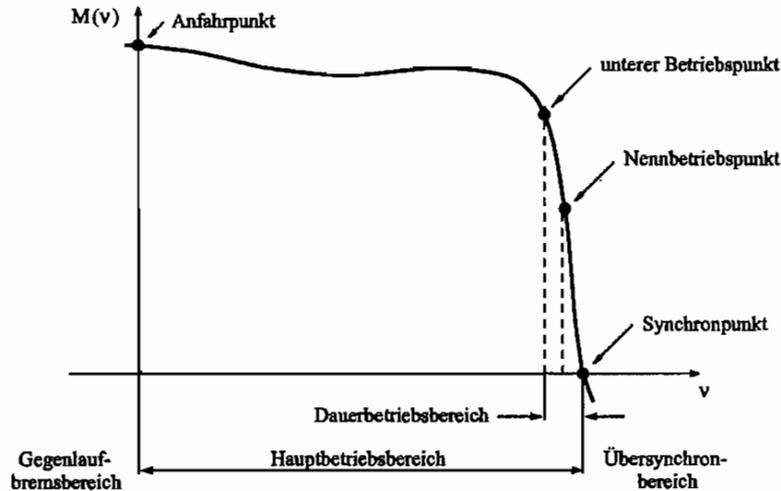


Abb. 2.2: Kupplungskennlinie mit Betriebsbereichen (nach VDI-Richtlinie 2153)

Die Kenngrößen der Leistungsübertragung hydrodynamischer Kupplungen sind die Drehzahlen des Pumpen- und Turbinenrads  $n_P$  bzw.  $n_T$  sowie die dort auftretenden Drehmomente  $M_P$  bzw.  $M_T$ . Ebenfalls spielen die Temperatur  $T$  des Betriebsmediums und der Füllgrad eine wichtige Rolle.

Das *Drehzahlverhältnis*  $\nu$  zwischen den Laufrädern bzw. der *Schlupf*  $s$  sind wie folgt definiert:

$$\nu = \frac{n_T}{n_P} \quad (2.1)$$

$$s = (1 - \nu) \cdot 100 \% = \left(1 - \frac{n_T}{n_P}\right) \cdot 100 \% \quad (2.2)$$

Da in der Kupplung im Gegensatz zu hydrodynamischen Wandlern keine weiteren Laufräder (z.B. Leitrad) vorhanden sind, herrscht im stationären Betriebsfall bei Vernachlässigung auftretender Reibungsmomente ein Momentengleichgewicht an Pumpen- und Turbinenrad. Es gilt für den stationären Betrieb:

$$\sum M_h = 0 \quad \Rightarrow \quad M_{P0} = M_{T0} \quad (2.3)$$

Aussagen über das stationäre Betriebsverhalten einer Kupplung können anhand der stationären Kennlinie getroffen werden. In Abb. 2.2 ist die stationäre Kennlinie einer hydrodynamischen Kupplung für den Hauptbetriebsbereich ( $0 \leq \nu \leq 1$ ) dargestellt. Sind Pumpen-

und Turbinendrehzahl gleich, wird der Betriebspunkt  $\nu = 1$  als Synchronpunkt bezeichnet. In diesem Fall wird kein hydrodynamisches Moment übertragen, da keine Relativströmung zwischen den Laufrädern auftritt. Bei steigendem Schlupf, d.h. die Pumpendrehzahl bleibt konstant und die Turbinendrehzahl fällt ab, steigt das übertragene Drehmoment stark an, um dann ab einem bestimmten Drehzahlverhältnis  $\nu$  nahezu parallel über den restlichen Betriebsbereich zu verlaufen. Es werden dabei mehrere Betriebsbereiche der hydrodynamischen Kupplung unterschieden [45]. Der Nenn- oder Dauerbetriebsbereich liegt ca. zwischen  $\nu = 0,90$  und  $\nu = 0,99$ . Drehen die Laufräder gegeneinander, spricht man vom Gegenlaufbremsbereich und bei  $\nu > 1$ , d.h. die Turbinendrehzahl ist größer als die Pumpendrehzahl, vom Übersynchronbereich.

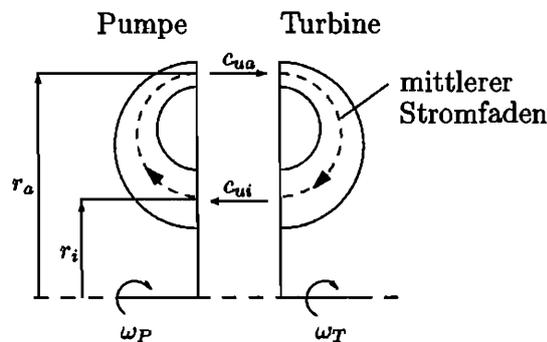


Abb. 2.3: Mittlerer Stromfaden der hydrodynamischen Kupplung

Es gibt Ansätze, das stationäre hydrodynamische Moment im Nennbetriebsbereich unter Annahme einer inkompressiblen Strömung und Vollfüllung der Kupplung mit Hilfe der eindimensionalen Stromfadentheorie zu berechnen. Mit den aufgeführten Größen aus Abb. 2.3 gilt näherungsweise die **Eulersche Turbinengleichung** (Gl. (2.4)).

$$M_h = \dot{m} \cdot \Delta(r \cdot c_u) = \rho \cdot \dot{V} \cdot (r_a^2 \cdot \omega_P - r_i^2 \cdot \omega_T) \quad (2.4)$$

$$\text{mit : } c_{u,a} = r_a \cdot \omega_P, c_{u,i} = r_i \cdot \omega_T$$

$\dot{V}$  ist der Volumenstrom zwischen Pumpen- und Turbinenrad und  $\rho$  die Dichte des Betriebsmediums; bei  $r_a$  sowie  $r_i$  handelt es sich um den äußeren- bzw. inneren Radius des festgelegten mittleren Stromfadens.

Der eindimensionalen Stromfadentheorie liegt die Annahme zugrunde, daß eine konstante Geschwindigkeits- und Druckverteilung über dem Querschnitt der betrachteten Stromröhre bzw. des Stromfadens vorhanden ist. Es werden so örtliche Mittelwerte (entlang des Stromfadens) für diese Größen eingesetzt.

Um das Übertragungsverhalten von Kupplungen unabhängig von der jeweils vorliegenden Pumpendrehzahl beschreiben zu können, wird die *Leistungszahl*  $\lambda$  als dimensionslose Größe verwendet. Hier fließen die *Dichte*  $\rho$  des verwendeten Betriebsmediums, der *Profilaußendurchmesser*  $D$  und die stationäre *Winkelgeschwindigkeit des Pumpenrads*  $\omega_p$  in die Berechnung

von  $\lambda$  ein. Die Leistungszahl ändert sich wie das stationäre Drehmoment mit dem Drehzahlverhältnis. Der Verlauf über  $\nu$  wird als dimensionslose Kennlinie bezeichnet und bleibt für geometrisch ähnliche Kupplungen auch bei unterschiedlichen Betriebsmedien und Pumpendrehzahlen annähernd gleich.

$$\lambda = \frac{M_P}{\rho \cdot D^5 \cdot \omega_P^2} \quad \text{mit} \quad \omega_P = \frac{\pi}{30} \cdot n_P \quad (2.5)$$

Eine weitere dimensionslose Kennzahl ist der *Wirkungsgrad*  $\eta$ . Dieser entspricht bei hydrodynamischen Kupplungen dem Drehzahlverhältnis  $\nu$ , da sich die stationären Momente  $M_{P_0}$  und  $M_{T_0}$  nach Gl. (2.3) im Gleichgewicht befinden:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{M_{T_0} \cdot \omega_T}{M_{P_0} \cdot \omega_P} = \frac{n_T}{n_P} = \nu \quad (2.6)$$

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wird die hydrodynamische Kupplung als Teilsystem eines Antriebsstrangs betrachtet. Die verwendeten Systemgrößen zur Identifikation des Übertragungsverhaltens von Kupplungen sind die an- und abtriebsseitigen Drehzahlen und Drehmomente. Es handelt sich hierbei um äußere Systemgrößen, die an den definierten Systemgrenzen der hydrodynamischen Kupplung gemessen werden (vergl. Kap. 6). Zusätzlich werden die Temperatur und die Füllung bzw. der Füllgrad in der Kupplung berücksichtigt. Die Systemgrößen der Kupplung ergeben sich zu:

- Pumpen- und Turbinendrehzahl  $n_P$  und  $n_T$  in  $[\text{min}^{-1}]$
- Pumpen- und Turbinenmoment  $M_P$  und  $M_T$  in  $[\text{Nm}]$
- Öltemperatur  $T$  in  $[\text{°C}]$
- Füllung in  $[\text{l}]$  bzw. Füllgrad in  $[\%]$

Innere Strömungsgrößen (z.B. Volumenstrom, Strömungsgeschwindigkeit) sind aufwendig zu erfassen und werden zur Beschreibung des stationären und instationären Kupplungsverhaltens in dieser Arbeit nicht herangezogen. Die Verteilung des Fluids bei Teilfüllung bzw. der zwischen den Laufrädern ausgetauschte Volumenstrom kann daher nur indirekt über Änderungen in den Drehmomentverläufen abgeschätzt werden. Im weiteren Verlauf wird zur deutlichen Trennung vom stationären Betriebsverhalten bei instationären Betriebszuständen auch von dynamischen Vorgängen und Drehmomenten gesprochen.

## 2.2 Stand der Forschung

Hydrodynamische Kupplungen zeichnen sich durch ein hochgradig nichtlineares stationäres Verhalten aus (Abb. 2.2). Unterschiedliche Geometrien (z.B. des Schaufelraums) sowie Teilfüllungen haben einen großen Einfluß auf das stationäre und instationäre Übertragungsverhalten. Erste Untersuchungen zur Erforschung des Drehschwingungsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen, deren Prinzip der hydrodynamischen Leistungsübertragung erstmals von Herrmann Föttinger 1905 angegeben wurde, sind an Kupplungen mit Leitwulst durchgeführt worden [24, 39]. Die instationäre Komponente des übertragenen Moments wird dabei durch einen Kopplungsfaktor und die Differenz der Laufraddrehzahlen berechnet. Dieser Faktor wird in [24] abhängig von der Erregerfrequenz dargestellt.

Hasselgruber [14], der vorangegangene Arbeiten von Frömder [10] und Benz [2] aufnimmt und vergleicht, übernimmt zur Abbildung der Kupplungsdynamik das Kelvin-Modell, das eine Parallelschaltung einer Feder und eines Dämpfers mit frequenzabhängiger Dämpfung und Steifigkeit darstellt. Es werden dabei kleine Schwingungen als Veränderungen um einen fest eingestellten stationären Betriebspunkt betrachtet. Damit soll das instationäre Übertragungsverhalten der Kupplung mit zwei Kennwerten, die sich aus physikalischen Parametern und der Erregerfrequenz berechnen lassen, bestimmt werden. Bei dieser Art der Modellierung ist es für die Übertragung von Drehschwingungen von Bedeutung, ob die Pumpen- oder die Turbinenseite harmonisch erregt wird [14]. Den Untersuchungen liegt eine Kupplungsbauf orm mit Leitwulst zugrunde, die bei den heutigen Ausführungen so gut wie keine Bedeutung erlangt. Ohne Leitwulst wird die Kanalströmung in der Kupplung nicht geführt, da die Schaufeln offen sind (vergl. Abb. 2.1).

In [51, 52] wird die Eulersche Turbinengleichung sowie der Energiesatz für einen eindimensionalen Stromfaden aufgestellt. Die Gleichungen werden für einen stationären Betriebspunkt innerhalb des Nennbetriebsbereichs (kleiner Schlupf) linearisiert und im Frequenzbereich dargestellt. Auch hier wird ein Feder-Dämpfer-System als dynamisches Ersatzsystem der Kupplung verwendet. Die Untersuchungen erstrecken sich auf Frequenzen der Drehschwingungserregung bis ca. 20 Hz.

Als Ansatz zur Bestimmung des stationären sowie dynamischen Übertragungsverhaltens einer hydrodynamischen Kupplung wird in allen Arbeiten die eindimensionale Stromfadentheorie zugrundegelegt. Dabei werden die auftretenden Strömungsvorgänge einer vollgefüllten Kupplung mit Hilfe eines mittleren Stromfadens abgebildet. Voraussetzung ist dabei, daß die Strömungsgrößen über den Querschnitt des betrachteten Kanals konstant sind. Man erhält so ein gleichmäßiges Geschwindigkeitsprofil. Problematisch ist bei dieser Art der physikalischen Modellierung die Ermittlung der auftretenden Strömungsverluste (Stoß- und Reibungsverluste), die einen großen Einfluß auf die Leistungsübertragung der Kupplung haben. Neuere Untersuchungen an einer vollgefüllten Modellkupplung [12, 28, 50] zeigen, daß die Strömungszustände in der Kupplung hochkompliziert und turbulent sind, so daß über eindimensionale Betrachtungen nach der Stromfadentheorie kaum Erfolge zu erwarten sind. Die Annahme einer konstanten Geschwindigkeit über den betrachteten Strömungsquerschnitt ist vor allem außerhalb des Nennbetriebsbereichs nicht erfüllt. Den Untersuchungen in [28, 50] liegen aufwendige Lasermeßmethoden zur Sichtbarmachung und Erfassung der Strömungszustände und -geschwindigkeiten in der Kupplung zugrunde. Aus diesem Grund sind in den

erwähnten Arbeiten vollgefüllte Modellkupplungen aus Plexiglas mit Rechteckkanal vermessen worden.

Middelmann [28] stellt aufgrund seiner Meßergebnisse die Theorie auf, daß zwischen dem hydraulisch übertragenen Kupplungsmoment  $M_h$  und dem aus Strömungsmessungen berechneten Schaufelmoment  $M_{Sch}$  ein Differenzmoment auftritt ( $M_h > M_{Sch}$ ). Er findet heraus, daß die Drehmomentenübertragung im stationären Fall durch Momentanteile aufgrund von Schaufelkräften sowie aufgrund von Schubspannungen erfolgt, die durch die aneinander vorbeistreichenden Schaufeln auftreten. Das resultierende Schubspannungsmoment  $M_\tau$  hängt dabei von den vorherrschenden Strömungsverhältnissen ab ( $M_h = M_{Sch} + M_\tau$ ).

Wienholt [50] greift diesen Ansatz auf und versucht, über gezielte Variation der Schaufelgitter die Momentenübertragung zu optimieren. Dabei wirken sich besonders Veränderungen im Turbinenkanal (z.B. Einfügen einer Drossel) sowie eine Anstellung der Turbinenradschaufeln auf die Drehmomentenübertragung aus. Die Größe des Umlaufvolumenstroms und damit der Momentenübertragung wird hauptsächlich durch die Strömungsverhältnisse in der Turbine bestimmt. Eine Anstellung der Pumpenschaufeln hingegen bewirkt keine nennenswerte Vergrößerung des Volumenstroms.

Aufbauend auf diesen Untersuchungen werden von Gödde [12] und Sasse [33] genauere Differenzierungen hinsichtlich der Geometrievariationen durchgeführt. Gödde untersucht das stationäre Betriebsverhalten bei Neigung und unterschiedlicher Anstelltiefe der Schaufeln in beiden Laufrädern. Dabei stellt sich eine Veränderung der Schaufelneigung als bedeutungslos heraus. Eine Variation der Anstelltiefe wirkt sich in beiden Laufrädern ähnlich aus. Für eine maximale Momentenübertragung der untersuchten Kupplung muß jedoch die gesamte Schaufel angestellt werden. Sasse versucht, die von Middelmann festgestellte Unterteilung des Moments mit Hilfe einer speziellen Kupplungsbauart mit radialer Durchströmung der Pumpe und Turbine zu bestimmen. Dabei ist keine klare Trennung zwischen den beiden Drehmomentkomponenten  $M_\tau$  und  $M_{Sch}$  zu erkennen, da bei dieser Maschine das hydraulische Moment  $M_h$  ebenfalls die beiden genannten Anteile enthält. Er unterscheidet daher bei dieser Bauart weiter in ein inneres und ein äußeres wirbelinduziertes Moment.

Mit diesen Untersuchungen sind einige neue Erkenntnisse über den prinzipiellen Strömungsverlauf in einer hydrodynamischen Kupplung mit Vollfüllung erlangt worden. Es sind aber weitestgehend nur stationäre Betriebszustände untersucht worden. Daher lassen sich diese Ergebnisse nur sehr beschränkt auf Berechnungsmodelle für instationäre Vorgänge übertragen.

Neben den experimentellen Untersuchungen versucht Kost [23], über die numerische Lösung strömungsmechanischer Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls in der Kupplung ganz auf experimentelle Verfahren zu verzichten. Es wird ohne Messungen versucht, das Übertragungsverhalten einer vollgefüllten Kupplung nur aufgrund von Konstruktionsdaten zu berechnen. Wichtig ist dabei die genaue Bestimmung des zwischen den Laufrädern umlaufenden Massenstrom des Betriebsmediums. Die Berechnungen sind mit einem dreidimensionalen Finite-Volumen-Verfahren unter Annahme einer laminaren, stationären Strömung durchgeführt worden. Dabei stellt sich bei Verifikation der Berechnungen mit Experimenten die Annahme einer laminaren Strömung in Übereinstimmung mit [28, 50] als problematisch heraus.

Allen bisher erläuterten theoretischen Ansätzen liegen Annahmen nach der eindimensionalen Stromfadentheorie bzw. aufwendigen Finite-Volumen-Verfahren zugrunde. In der Kupplung ergeben sich aufgrund der Geometrie ohne Leitwulst keine vorgegebenen Strömungskanäle und -querschnitte. Die Annahme einer laminaren Strömung ist unzureichend, da besonders bei teilgefüllten Kupplungen turbulente Strömungszustände vorliegen. Zusätzlich muß hier der Einfluß einer Zweiphasenströmung (Fluid und Luft) berücksichtigt werden. Die Lage des mittleren Stromfadens und die Größe des umlaufenden Volumenstroms können nicht oder nur sehr ungenau erfaßt werden, da sie sich abhängig vom Betriebsbereich verändern.

Aus diesem Grund liegen zur Beschreibung instationärer Betriebszustände außerhalb des Nennbetriebsbereichs der hydrodynamischen Kupplung wenig Erkenntnisse über das Ein-/Ausgangsverhalten für eine physikalische Modellierung vor. Menne [27] und Folchert [8] haben hydrodynamische Komponenten als Teilsysteme von Antriebssträngen betrachtet. Dabei sind zur Bestimmung der instationären Übertragungseigenschaften lineare Black-Box-Modelle identifiziert worden, die ohne physikalische a-priori Kenntnisse aufgestellt worden sind. Die Ein- und Ausgangsgrößen der Kupplung an der definierten Systemgrenze des Bauteils werden auf dem Versuchsstand experimentell erfaßt und der Frequenzgang aus den Meßwerten bestimmt. Bei den äußeren Systemgrößen handelt es sich um die Drehzahlen und Drehmomente an Pumpen- und Turbinenrad bzw. An- und Abtriebswelle der Bauteile. Innere Größen (z.B. Strömungsgeschwindigkeit und -verteilung oder Lage des Volumenstroms) werden dabei nicht direkt erfaßt. Das instationäre Systemverhalten ist für eine hydrodynamische Kupplung mit Teilfüllung sowie zwei hydrodynamische Wandler als Systeme mit zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen untersucht worden.

Folchert [8] wendet zur Ermittlung des dynamischen Übertragungsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen die zusammen mit Menne [27] entwickelte Identifikationsmethode mit linearen Teilmodellen an. Es wird jeweils für kleine Schwankungen um einen eingestellten Betriebspunkt ein lineares dynamisches Modell aufgestellt. Um Simulationen über größere Betriebsbereiche durchführen zu können, werden mehrere lineare Teilmodelle für unterschiedliche stationäre Punkte miteinander gekoppelt. Dabei wird das stationäre Betriebsverhalten der untersuchten Kupplung gemessen und als Kennfeld parametrisiert. Folchert führt die Untersuchungen an einer Serienkupplung der Firma Voith Turbo durch, die als Anlaufkupplung mit Teilfüllung ausgelegt ist. Der Füllgrad als auch die Profilform der Laufräder wurden variiert, das dynamische Übertragungsverhalten experimentell ermittelt und im Frequenzbereich dargestellt. Nach einer Parametrisierung der gemessenen Zusammenhänge und inversen Fourier-Transformation erhält er als Zeitbereichsmodell ein lineares Differentialgleichungssystem erster Ordnung, das für kleine Schwankungen um einen bestimmten Betriebsbereich gültig ist. Simulationsrechnungen über größere Betriebsbereiche werden durch Umschalten zwischen den verschiedenen dynamischen Teilmodellen ermöglicht. Problematisch stellt sich hierbei der Übergang von einem Modellgültigkeitsbereich in den nächsten dar.

Am Beispiel der hydrodynamischen Kupplung läßt sich die Problematik der Modellierung realer Systeme darstellen. Liegen genügend physikalische Kenntnisse des zu untersuchenden Systems vor, können physikalische Modelle aufgestellt werden. Ist die Physik nicht bekannt oder liegen nur vereinfachte Modellvorstellungen des realen Verhaltens vor (z.B. eindimensionale Stromfadentheorie), kann unabhängig von den inneren Zusammenhängen mit Hilfe einer Black-Box-Identifikation versucht werden, Informationen über das Systemverhalten

zu erlangen. Dabei steht der Gültigkeitsbereich der Modelle im Vordergrund. Da fast alle realen Systeme nichtlinearen Charakter aufweisen, werden Linearisierungen eingeführt. Bei schwach nichtlinearen Systemen führt dies auf lineare Beschreibungsgleichungen, die im Betriebspunkt linearisiert worden sind. Sie gelten demnach nur für kleine Veränderungen um den gewählten Betriebspunkt. Sollen größere Betriebsbereiche untersucht werden, reicht eine lineare Modellierung im Nennbetriebsbereich nicht mehr für eine genaue Abbildung des Systemverhaltens aus.

## 2.3 Bisherige Grenzen der Beschreibbarkeit instationärer Vorgänge

Zur Modellierung des instationären Kupplungsverhaltens liegen mehrere Ansätze vor. Die aus der Stromfadentheorie bestimmten Formulierungen bieten aufgrund der getroffenen Vereinfachungen allenfalls im Nennbetriebsbereich bei kleinen Schwankungen um eine stationäre Lage eine hinreichende Berechnungsmöglichkeit des Übertragungsverhaltens. Bei Drehzahlverhältnissen von  $\nu < 0,9$  sind die Annahmen der eindimensionalen Stromfadentheorie nicht erfüllt. Mit Hilfe von Finite-Volumenverfahren kann die hydrodynamische Kupplung stationär berechnet werden. Dabei werden aber bis jetzt nur lineare Strömungszustände bei Vollfüllung betrachtet. Vergleiche mit Messungen an Serienkupplungen weisen Probleme auf. Aus diesen Gründen bietet sich die Black-Box-Identifikation der Kupplung zur Bestimmung des instationären Verhaltens an.

In [8] ist das dynamische Übertragungsverhalten der Kupplung 422TH untersucht worden. Mit der Methode der linearen Teilmodelle hat Folchert dynamische Simulationen im Zeitbereich durchgeführt. Dabei wird der Betriebsbereich von  $\nu = 0,68$  bis  $\nu = 1,0$  bei einer Pumpendrehzahl von  $n_P = 900 \text{ min}^{-1}$  in acht Teilbereiche unterteilt, für die jeweils ein dynamisches Modell bestimmt wird. Der Bereich der starken Krümmung der Kennlinie ( $\nu = 0,8$  bis  $\nu = 0,95$ ) wird dabei feiner diskretisiert als der übrige betrachtete Bereich.

Die dort erlangten Ergebnisse sollen in dieser Arbeit als Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen dienen und kurz dargestellt werden. Es wird exemplarisch anhand der vorgestellten Kupplungsbauart mit Teilfüllung die Problematik der Erfassung und Simulation instationärer Vorgänge erläutert. Um ein lineares Teilmodell zu erhalten, wird die Kupplung als Zweigrößensystem nach Abb. 2.4 modelliert. Dabei sind die relevanten Systemgrößen die Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  sowie die Drehmomente  $M_P$  und  $M_T$  an der Systemgrenze.

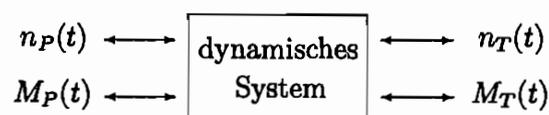


Abb. 2.4: Dynamisches Zweigrößensystem

Für einen betrachteten Teilbereich entlang der stationären Kennlinie wird die dynamische Dämpfungsmatrix aus der Messung des Frequenzgangs der Kupplung bestimmt. Dabei wird die Pumpen- und Turbinendrehzahl der Kupplung nacheinander harmonisch zwischen 0,5 und 12 Hz erregt. Die vier Systemgrößen  $M_P$ ,  $M_T$ ,  $n_P$  und  $n_T$  werden für jeden Frequenzpunkt gemessen und die Amplitude und Phase der Schwingungen aus den Zeitverläufen bestimmt. Es ergibt sich ein Zweigrößenmodell in Form eines mechanischen Vierpols (Gl. (2.7)).

$$\begin{bmatrix} M_1(j\omega) \\ M_2(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11}(j\omega) & d_{12}(j\omega) \\ d_{21}(j\omega) & d_{22}(j\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_1(j\omega) \\ n_2(j\omega) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}(j\omega) = \mathbf{D}(j\omega) \cdot \mathbf{n}(j\omega) \quad (2.7)$$

In Abb. 2.5 sind die gemessenen Verläufe der Elemente  $d_{ij}$  der dynamischen Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}(j\omega)$  als Beispiel für den Nennbetriebsbereich von  $\nu = 0,95$  aufgetragen. Dargestellt sind jeweils der Real- und Imaginärteil über der Erregerfrequenz in Hz als Symbole und die Parametrisierung mit komplexen gebrochenrationalen Polynomen als durchgezogene Kurve. Da die Matrizenelemente frequenzabhängig sind, ändert sich die Dämpfung der Kupplung mit der Frequenz der Erregung.

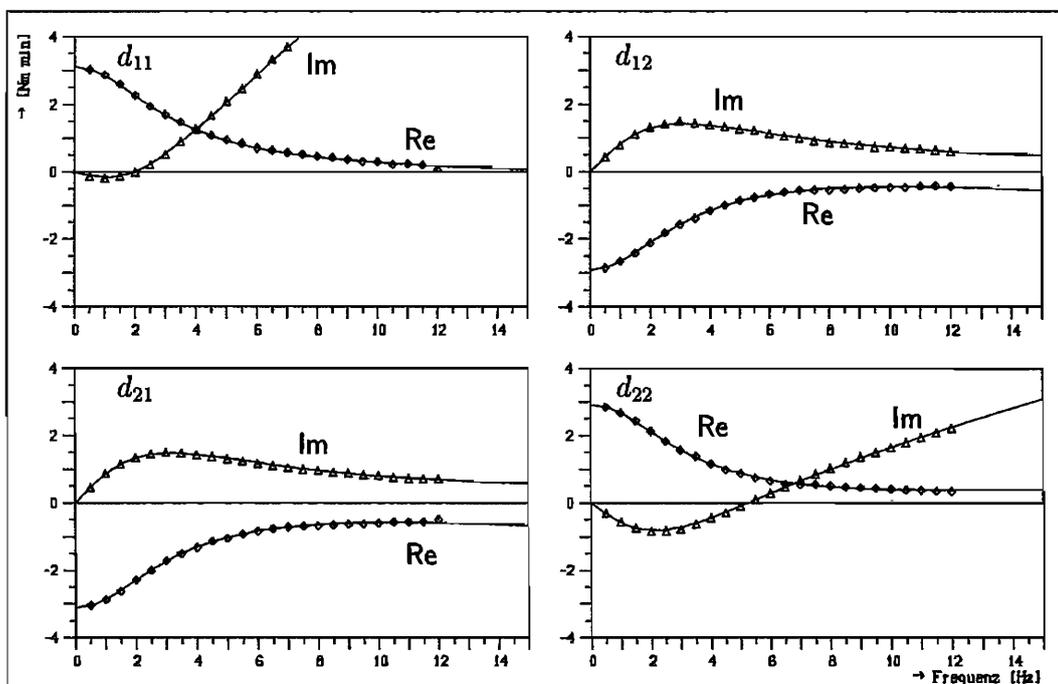


Abb. 2.5: Dynamische Dämpfungsmatrix als Real- und Imaginärteil der Kupplung 422TH mit Teilfüllung bei  $\nu = 0,95$  ( $\diamond$ ) gemessener Realteil, ( $\triangle$ ) gemessener Imaginärteil, (—) Approximation mit gebrochenrationalen Polynomen)

Das Gleichungssystem Gl. (2.7) wird durch inverse Fourier-Transformation in den Zeitbereich überführt. Nach Rücktransformation des für den jeweiligen Teilbereich approximierten Frequenzbereichsmodells ergibt sich ein System linearer Differentialgleichungen als Simulationsmodell. Dieses wird in einer weiteren Transformation in den Zustandsraum auf ein System erster Ordnung zurückgeführt.

Mit der Methode der linearen Teilmodelle lassen sich Simulationsrechnungen der hydrodynamischen Kupplung innerhalb des Gültigkeitsbereichs eines Modells mit großer Genauigkeit durchführen. Auch über größere Betriebsbereiche sind durch Kopplung der einzelnen Modelle, die für den jeweiligen betrachteten Betriebsbereich gültig sind, Simulationen möglich [8]. Dabei liegt der stationäre Betriebspunkt entsprechend der gemessenen stationären Kennlinie vor und wird zum instationären Momentenanteil addiert. Das für Anfahrkupplungen charakteristische Abknicken der stationären Kennlinie außerhalb des Nennbetriebsbereichs macht eine aufwendige Diskretisierung dieses hochgradig nichtlinearen Bereichs erforderlich.

Problematisch stellt sich bei Simulationsrechnungen der Übergang von einem zum nächsten Gültigkeitsbereichs eines Modells heraus. Trotz Berechnung des optimalen Umschaltpunkts treten an diesen Stellen bei der Kopplung der Teilmodelle Einschwingvorgänge auf, die Störungen in der Simulation erzeugen. Vor allem bei hoher Dynamik der Erregung (z.B. schnelle Drehzahlvariationen der An- oder Abtriebsseite über große Betriebsbereiche) versagt diese Methode, da das dynamische Betriebsverhalten nur für kleine Schwankungen um den jeweils betrachteten Betriebspunkt linearisiert worden ist. Diese Vorgänge lassen sich nicht mit linearen Modellen erfassen. Aufgrund des hochgradig nichtlinearen Verhaltens der untersuchten hydrodynamischen Kupplungen müssen daher zur Beschreibung größerer Betriebsbereiche nichtlineare Modellansätze gefunden werden.

Wie die in Kap. 5 durchgeführten Messungen zeigen werden, weisen beide in dieser Arbeit untersuchten Kupplungstypen bei Teilfüllung ein hochgradig nichtlineares stationäres und instationäres Verhalten auf. Der Füllgrad als auch die Verteilung der Betriebsflüssigkeit spielen eine große Rolle bei der Leistungsübertragung. Im Teilfüllungsbetrieb treten je nach Betriebspunkt neben Gebieten, in denen nur Fluid oder nur Luft vorherrschen, auch Bereiche mit einer Mischung beider auf (Zweiphasenströmung).

# Kapitel 3

## Systemidentifikation

### 3.1 Grundlagen der Identifikation

Mit der schnellen Entwicklung der Meß- und Rechentechnik hat sich die Systemidentifikation zu einem wichtigen Instrument zur Bestimmung des Verhaltens realer Systeme herausgebildet. Sie ist in vielen Bereichen der Technik und Naturwissenschaft einsetzbar, da es sich bei den zu untersuchenden Systemen sowohl um technische als auch biologische, chemische oder ökonomische Prozesse handeln kann. Vor allem in der Regelungs- und Automatisierungstechnik findet die Systemidentifikation eine weitgefächerte Anwendung. Ziel ist, das stationäre und dynamische Verhalten eines Systems möglichst genau für einen bestimmten Betriebsbereich oder in einem definierten Beobachtungsgebiet abbilden bzw. beschreiben zu können.

Bei der Analyse realer Prozesse kann in eine *theoretische* und eine *experimentelle* Analyse unterschieden werden. Durch eine theoretische Betrachtung der physikalischen Gesetzmäßigkeiten (z.B. Massen-, Energie- und Impulsbilanzen) können Systeme in vielen Betriebsbereichen - und unter wechselnden Betriebsbedingungen - sehr gut beschrieben werden. Als Ergebnis entsteht ein Modell zur Bestimmung des Betriebsverhaltens des Systems; z.B. ein Differentialgleichungssystem mit physikalischen Parametern. Dafür müssen aber alle das System bestimmenden Parameter sowie die physikalischen Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten erfaßt werden bzw. bekannt sein. Dieses Vorgehen zur mathematischen Abbildung eines realen Systemverhaltens wird theoretische oder **physikalische Modellierung** genannt.

Sind die inneren physikalischen Zusammenhänge nicht oder nur zum Teil bekannt, muß eine geeignete Beschreibung bzw. Darstellungsform des statischen sowie dynamischen Verhaltens einer Maschine oder eines Prozesses gefunden werden, da eine theoretische Analyse in diesem Fall nur unzureichend möglich ist. Ein ungenügendes, auf wenigen Kenntnissen beruhendes, physikalisches Modell bildet das System unter Umständen nur mit sehr großen Einschränkungen für bestimmte Betriebspunkte hinreichend genau ab. Dies kann z.B. nur für den Nennbetriebsbereich näherungsweise möglich sein.

Liegen also zu wenig Informationen über das Systemverhalten vor, kann eine experimentelle Systemanalyse durchgeführt werden. Hierbei wird das Modell durch Messung und Auswertung der Ein- und Ausgangssignale bestimmt. Die Identifikationsaufgabe besteht nun in

der Beschreibung des statischen sowie dynamischen Systemverhaltens mit mathematischen Gleichungen bzw. Beziehungen. Die Ausgangssignale erhält man aufgrund der Antwort eines untersuchten Prozesses auf die Erregung mit natürlichen oder künstlich vorgegebenen Eingangssignalen. Diese Betrachtung führt auf ein Ein-/Ausgangsmodell, mit dem ein Zusammenhang zwischen den an den Systemgrenzen gemessenen Ein- und Ausgangsgrößen des Systems aufgestellt wird. Diese Art der statischen oder dynamischen Modellierung wird auch **Black-Box-Modellierung** genannt, da keine inneren Größen des Systems berücksichtigt werden.

Es ist ebenso möglich, beide Arten der Modellierung miteinander zu kombinieren. In diesem Fall spricht man von einer **hybriden Modellierung**. Hier werden Modelle aus theoretischen Überlegungen verwendet, die durch mathematische Erweiterungen in Form bestimmter Parameter oder ganzer Gleichungsteile (z.B. Polynome) ergänzt werden. Diese Zusätze können jetzt nicht mit physikalischen Größen berechnet werden, sondern müssen mit Hilfe von Experimenten an das reale System angepaßt werden.

### 3.1.1 Die Identifikationsaufgabe

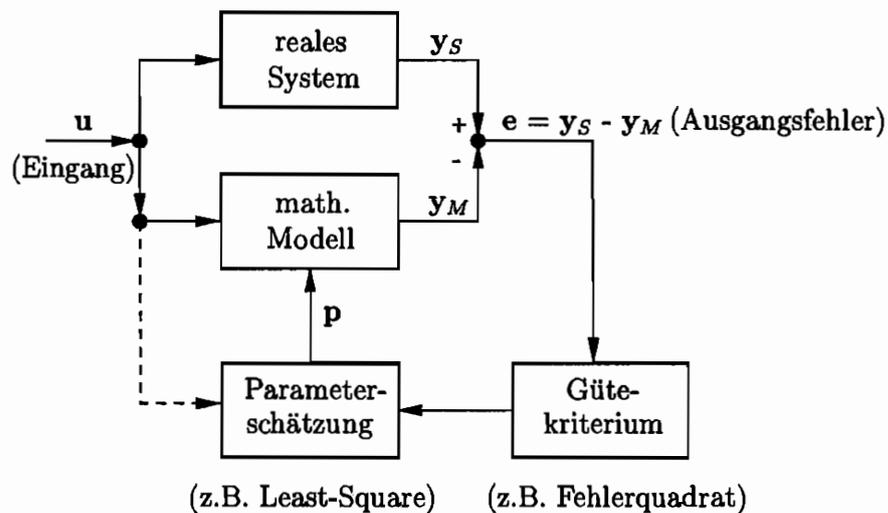


Abb. 3.1: Block-Schaltbild der Identifikation (allgemeiner Ablauf)

In Abb. 3.1 ist der prinzipielle Ablauf der Black-Box-Identifikation eines realen Systems als Blockschaltbild dargestellt. Die allgemeine Identifikationsaufgabe kann in mehrere Arbeitsschritte unterteilt werden:

- Theoretische Vorüberlegungen und Erfahrungen mit dem realen System
- Auswahl des Modells und der Erregung
- Festlegung des Gütemaßes
- Wahl des Parameterschätzverfahrens

- Verifikation bzw. Überprüfung des geschätzten Modells

Um ein reales System mit wenig Kenntnissen der physikalischen Gegebenheiten mathematisch abbilden zu können, muß zuerst eine geeignete Modellform gewählt werden. Dabei wird eine Vorabbestimmung der erforderlichen Modellstruktur durchgeführt, die den inneren Aufbau des Modells charakterisiert. Dazu gehört ebenfalls eine Abschätzung der Nichtlinearitäten im System. Kriterien, nach denen diese Punkte festgelegt werden können, sind z.B. a-priori Informationen über die physikalischen Zusammenhänge sowie Ergebnisse vorheriger Identifikationsläufe. Alle Erkenntnisse fließen dann mit in die statische und dynamische Modellierung eines realen Systems ein. Wie in Abb. 3.1 zu erkennen ist, werden das gewählte Modell und das reale System mit derselben Erregung  $u$  erregt. Dabei muß das System für eine erfolgreiche Identifikation optimal angeregt werden, d.h. in dem untersuchten Bereich müssen möglichst viele Eigenformen liegen. Zur Bestimmung des Fehlers zwischen Modell und System können unterschiedliche Fehlerarten verwendet werden. In Abb. 3.2 sind der Eingangs- und Ausgangsfehler sowie der verallgemeinerte Fehler dargestellt. Für eine Identifikation nach Abb. 3.1 wird der Fehler zwischen dem Systemausgang  $y_S$  und dem Modellausgang  $y_M$  gebildet (Ausgangsfehler).

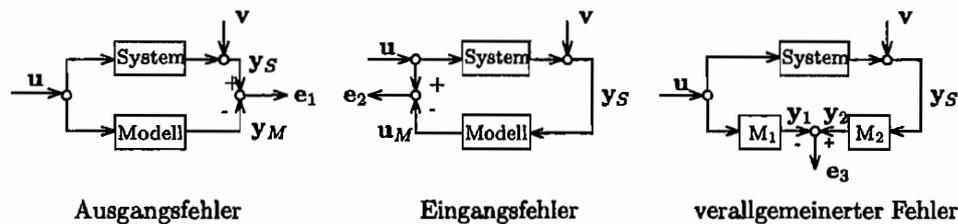


Abb. 3.2: schematische Darstellung der Fehlerarten

Um einen Vergleich des Systems mit dem Modell durchführen zu können, muß ein geeignetes Gütemaß gewählt werden. Dieses ist für die Bewertung des Modells entscheidend. Ein häufig verwendetes Gütemaß, das auch in dieser Arbeit zur Bestimmung der Kupplungsmodelle herangezogen wird, ist der quadratische Fehler.

In einem weiteren Schritt wird das Schätzverfahren zur Bestimmung der Modellparameter ausgewählt. Zur Parameterschätzung stehen eine Reihe von rekursiven und direkten Verfahren zur Verfügung. Das wohl bekannteste und am meisten verwendete Verfahren ist die Methode der kleinsten Quadrate (LS - Least Square Methode). In Kap. 4 wird näher auf die in dieser Arbeit verwendeten Schätzverfahren eingegangen. Als Ergebnis erhält man einen Parametersatz, der das System für die gemessenen Ein- und Ausgangssignale und die festgelegte Modellstruktur im Sinne des Gütekriteriums optimal beschreibt. Das so ermittelte Modell muß jetzt erneut mit dem System verglichen werden, um dessen Güte auch in anderen Betriebspunkten innerhalb des untersuchten Betriebsbereichs sowie anderen Erregungszuständen zu überprüfen.

Die Identifikation eines realen Systems kann sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich durchgeführt werden. Dabei setzt eine Darstellung im Frequenzbereich ein lineares System bzw. eine lineare Modellierung voraus.

### 3.1.2 Randbedingungen

Wichtig für eine erfolgreiche Identifikation eines Prozesses ist die Abschätzung der auftretenden **Störungen** (Abb. 3.3). Sind diese bekannt bzw. statistisch beschreibbar, können sie mit Störmodellen abgebildet und in die Schätzung aufgenommen werden. Dabei wird zwischen einer inneren, der Erregung zugeordneten, und einer äußeren Störung des Systems unterschieden. Das entsprechende Schätzverfahren wird je nach Annahme des Störgrößenmodells ausgewählt. Dies ist für die experimentelle Identifikation von großer Bedeutung, da vielfältige Störungen auftreten können (z.B. Meßgeräte, A/D-Wandlung, analoge Filterung). Daher ist auf eine möglichst fehlerfreie Erfassung der Meßwerte nach Annahme eines Störgrößenmodells zu achten.

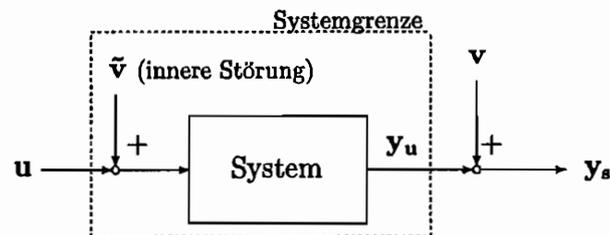


Abb. 3.3: System mit innerer Störung  $\tilde{v}$  und äußerer Störung  $v$

Ebenso spielt die **Erregung** sowie die richtige Wahl der **Abtastfrequenz** des Systems eine entscheidende Rolle für den Erfolg der Identifikation. Alle wesentlichen Eigenschaften (z.B. die Eigenwerte) des Systems müssen während der Messung der Ein- und Ausgangsgrößen erregt und erfaßt werden, da diese die Informationen über das System bei einer Ein-/Ausgangsmodellierung des Systemverhaltens enthalten. Werden künstliche Testsignale verwendet, kann das System durch eine geeignete Wahl dieser optimal angeregt werden. Die Testsignale werden in dieser Arbeit in die folgenden drei Klassen unterteilt:

- stochastische Signale
- aperiodische Signale
- periodische Signale

Periodische Erregungen können noch einmal in monofrequente, multifrequente und pseudozufällige Signale unterschieden werden. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird in Kapitel 4 genauer auf die verschiedenen Signale eingegangen. Dabei ist vor allem pseudozufälliges Rauschen als Erregungssignal bei der Identifikation der Kupplung von Bedeutung.

## 3.2 Diskrete Signale

Signale sind die Darstellung bestimmter Informationen und können z.B. als zeitlicher Verlauf einer physikalischen Größe angesehen werden. Es kann eine Unterscheidung in diskrete und kontinuierliche Signale vorgenommen werden. Man spricht von einem **kontinuierlichen Signal**, wenn dies als stückweise stetige Funktion  $f(t)$  über der Zeit definiert ist. Damit liegt für jeden beliebigen Zeitpunkt  $t$  innerhalb des betrachteten Intervalls ein Wert vor.

Die für eine nichtlineare Identifikation der hydrodynamischen Kupplung benötigten Ein- und Ausgangsgrößen werden experimentell mit Hilfe eines Versuchsstands bestimmt und liegen in kontinuierlicher Form vor. Für eine Verarbeitung mit dem Digitalrechner müssen die Meßwerte diskretisiert werden, d.h. es liegen nur zu bestimmten Zeitpunkten Werte der Signale vor. Da in dieser Arbeit zeitdiskrete Modellansätze verwendet werden, soll hier näher auf die diskrete Darstellung kontinuierlicher Signale eingegangen werden.

### 3.2.1 Diskrete Darstellung kontinuierlicher Signale

In der Technik werden viele Größen gemessen, die sowohl zu bestimmten Zeitpunkten (diskret), als auch in kontinuierlicher Form vorliegen. Sie werden nach dem Meßvorgang meistens mit einem Digitalrechner verarbeitet. Die Schnittstelle zum Rechner, der A/D-Wandler, erfaßt diese Größen nur in einem fest vorgegebenen Zeitraster. Es wird daher nicht, wie bei kontinuierlichen Funktionen, jedem Zeitpunkt  $t$  ein eindeutiger Wert zugeordnet. Es liegt vielmehr nur zu diskreten Zeitpunkten  $k \cdot \Delta T$  (mit  $k = 1, \dots, N$ ,  $N$ : Anzahl der Meßwerte) eine Meßgröße vor.  $\Delta T$  wird dabei als Abtastzeit, d.h. als Zeit zwischen den beiden Abtastpunkten bezeichnet. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird nur auf Vorgänge mit äquidistanten Zeitpunkten eingegangen ( $\Delta T = \text{konst.}$ ).

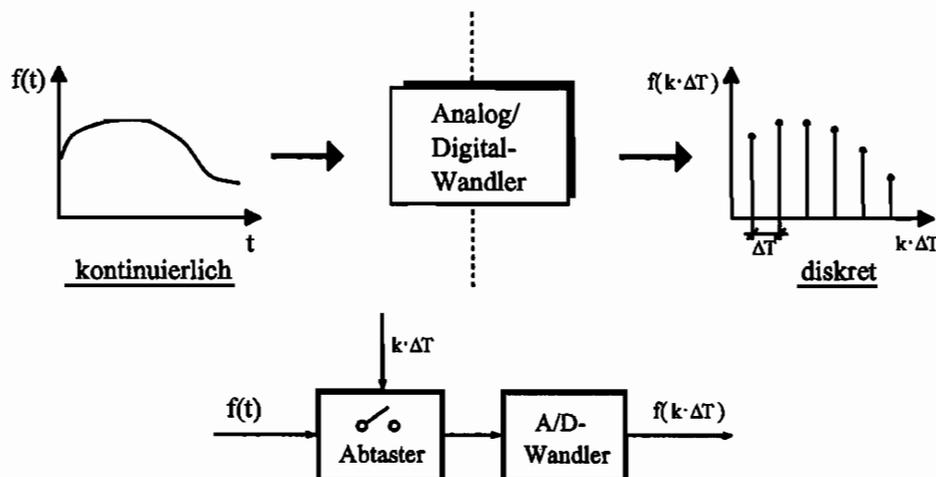


Abb. 3.4: Abtastung eines kontinuierlichen Signals mit A/D-Wandler

Der jeweilige zu einem bestimmten Zeitpunkt vorliegende Wert wird im A/D-Wandler solange gehalten, bis nach einer konstanten Abtastschrittweite  $\Delta T$  ein neuer Wert des kontinuierlichen Signals berücksichtigt wird. Bei der Diskretisierung einer kontinuierlichen Funktion findet daher immer ein Informationsverlust statt, der mit kleiner werdender Abtastschrittweite abnimmt. Nach der A/D-Wandlung der kontinuierlichen Funktion bzw. der Meßwerte liegt zu jedem Abtastzeitpunkt ein diskreter Wert der Folge  $f(k \cdot \Delta T)$  vor. In verkürzter Schreibweise wird diese Folge mit  $f(k)$  bezeichnet.  $k$  stellt dabei die diskreten Zeit dar.

Neben den Meßsignalen können auch Differentialgleichungen, die das kontinuierliche Systemverhalten beschreiben, in eine diskrete Darstellungsform überführt werden. Dies hat den Vorteil, daß nach der Diskretisierung Differenzgleichungen vorliegen, bei denen keine numerische Integration oder Differentiation vorgenommen werden muß. Wird die Taylor-Reihe nach dem ersten Glied abgebrochen, kann das Differential erster Ordnung näherungsweise durch eine Differenzenbildung nach Gl. (3.1) dargestellt werden.

$$f(k+1) = f(k) + \dot{f}(k) \cdot \Delta T + \ddot{f}(k) \cdot \frac{\Delta T^2}{2!} + f^{(3)}(k) \cdot \frac{\Delta T^3}{3!} + \dots \quad (3.1)$$

$$\Rightarrow \dot{f}(k) \approx \frac{f(k+1) - f(k)}{\Delta T}$$

In Gl. (3.1) ist die Herleitung des vorderen Differenzenquotienten dargestellt. Um die erste Ableitung einer Funktion zu einem bestimmten diskreten Zeitpunkt  $k$  näherungsweise zu berechnen, kann neben dem vorderen auch der zentrale oder der rückwärtige Differenzenquotient verwendet werden. Alle drei Darstellungen in Gl. (3.2) können auf die Taylor-Reihe zurückgeführt werden.

$$\begin{aligned} \text{vorderer Differenzenquotient} & : \quad \dot{f}_v(k) \approx \frac{f(k+1) - f(k)}{\Delta T} \\ \text{zentraler Differenzenquotient} & : \quad \dot{f}_z(k) \approx \frac{f(k+1) - f(k-1)}{2 \cdot \Delta T} \\ \text{rückwärtiger Differenzenquotient} & : \quad \dot{f}_r(k) \approx \frac{f(k) - f(k-1)}{\Delta T} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Im Rahmen dieser Arbeit kommt dem *rückwärtigen Differenzenquotienten* eine besondere Bedeutung bei der Diskretisierung von Differentialgleichungen zu. Differentiale  $i$ -ter Ordnung können bei kleiner Abtastzeit  $\Delta T$  näherungsweise durch Differenzen  $i$ -ter Ordnung ausgedrückt werden. Die gewählte Schrittweite der Diskretisierung ist dabei von entscheidender Bedeutung für die Genauigkeit der diskreten Abbildung der kontinuierlichen Differentialgleichung. In Gl. (3.3) sind die entsprechenden rückwärtigen Differenzenquotienten einer Funktion  $f(t)$  für  $\dot{f}(t)$  und  $\ddot{f}(t)$  dargestellt.

$$\begin{aligned}
 f(t) &\approx f(k) \\
 \dot{f}(t) = \frac{df(t)}{dt} &\approx \frac{f(k) - f(k-1)}{\Delta T} \\
 \ddot{f}(t) = \frac{d^2f(t)}{dt^2} &\approx \frac{f(k) - 2f(k-1) + f(k-2)}{\Delta T^2}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Werden lineare Differentialgleichungen mit Hilfe des oben beschriebenen Differenzenquotienten diskretisiert, erhält man in der diskreten Darstellung lineare Differenzgleichungen. Wird z.B. das Ein-/Ausgangsverhalten eines dynamischen Systems durch die folgende lineare Differentialgleichung beschrieben

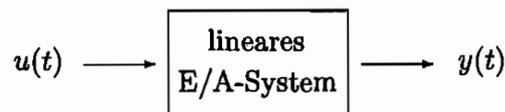
$$\begin{aligned}
 a_n y^{(n)}(t) + \dots + a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = \\
 b_m u^{(m)}(t) + \dots + b_2 \ddot{u}(t) + b_1 \dot{u}(t) + b_0 u(t) \quad ,
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

ergibt sich nach Einsetzen der Terme der Gl. (3.3) die Differenzgleichung

$$\begin{aligned}
 \alpha_n y(k-n) + \dots + \alpha_2 y(k-2) + \alpha_1 y(k-1) + \alpha_0 y(k) = \\
 \beta_m u(k-m) + \dots + \beta_2 u(k-2) + \beta_1 u(k-1) + \beta_0 u(k) \quad .
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Für kleine Abtastschrittweiten  $\Delta T$  ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der kontinuierlichen und der diskreten Beschreibung. Die Abtastzeit findet sich in jedem Koeffizienten  $\alpha_i$  und  $\beta_i$  der Gl. (3.5) wieder, die aus den Parametern der Differentialgleichung berechnet werden können. Bei großem  $\Delta T$  kann kein Bezug zwischen den kontinuierlichen und den diskreten Koeffizienten aufgestellt werden, da in diesem Fall die Diskretisierung nach dem Differenzenquotienten zu ungenau ist.

Die Berechnung der diskreten Parameter bei der Darstellung einer linearen Differentialgleichung als Differenzgleichung soll nachfolgend durch ein Beispiel verdeutlicht werden. Es wird die Differentialgleichung erster Ordnung des abgebildeten Ein-/Ausgangsgrößensystems betrachtet:



$$T_1 \cdot \dot{y}(t) + T_2 \cdot y(t) = K_1 \cdot \dot{u}(t) + K_2 \cdot u(t) \tag{3.6}$$

$$T_1 \cdot \frac{(y(k) - y(k-1))}{\Delta T} + T_2 \cdot y(k) = K_1 \cdot \frac{(u(k) - u(k-1))}{\Delta T} + K_2 \cdot u(k)$$

Durch Einsetzen des rückwärtigen Differenzenquotienten nach Gl. (3.2) in die lineare Differentialgleichung erhält man zur Berechnung des aktuellen Ausgangs  $y(k)$  die folgende diskrete Gleichung

$$y(k) = a_1 \cdot y(k-1) + b_0 \cdot u(k) + b_1 \cdot u(k-1) \quad (3.7)$$

mit den Koeffizienten 
$$a_1 = \frac{T_1}{\frac{T_1}{\Delta T} + T_2}, \quad b_0 = \frac{\frac{K_1}{\Delta T} + K_2}{\frac{T_1}{\Delta T} + T_2}, \quad b_1 = \frac{-\frac{K_1}{\Delta T}}{\frac{T_1}{\Delta T} + T_2}.$$

Die diskreten Koeffizienten können aus den Parametern der Gl. (3.6) bestimmt werden. Diese Beziehungen gelten nur unter der Voraussetzung kleiner Abtastzeiten.

Bei diskreten Systemen wird in eine *rekursive* und eine *nichtrekursive* Form unterteilt. Der Ausgang  $y(k)$  hängt bei einer *nichtrekursiven* Darstellung nur vom Eingang  $u(k)$  und den Zeitverschiebungen  $u(k-i)$  mit  $i = 1, \dots, n$  ab. Zur Berechnung rekursiver Systeme werden zusätzlich zu den Eingangsgrößen die vorangegangenen Ausgänge  $y(k-j)$  mit  $j = 1, \dots, m$  herangezogen. Da in Gl. (3.7) die Ausgangsgröße  $y(k-1)$  auftritt, handelt es sich hier um eine rekursive diskrete Formulierung.

### 3.2.2 Z-Transformation

Die zur Laplace-Transformation kontinuierlicher Signale entsprechende Transformation für diskrete Signale ist die Z-Transformation. Eine diskrete Funktion kann so ebenfalls im Bildbereich dargestellt werden. Es soll an dieser Stelle kurz auf die Z-Transformation eingegangen werden, da deren Rechenregeln (z.B. Rechtsverschiebung einer Folge) in dieser Arbeit verwendet werden.

Die Z-Transformierte  $F(z)$  einer Funktion  $f(k)$  lautet [16, 42]:

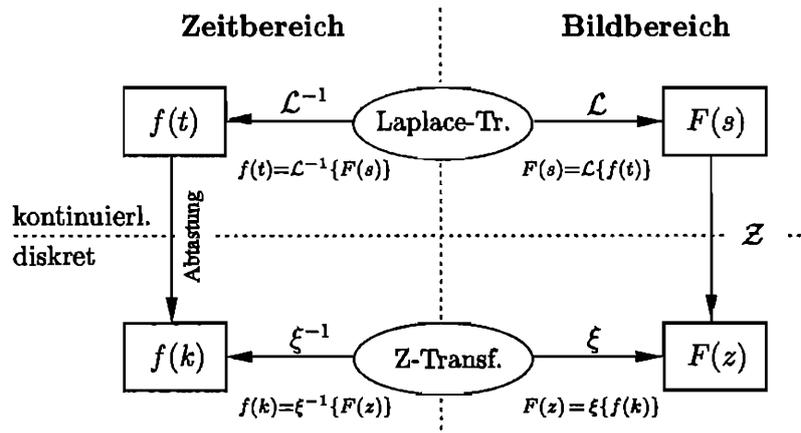
$$F(z) = \xi \{ f(k) \} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \cdot z^{-k} \quad (3.8)$$

Einer Zahlenfolge  $f(k)$  wird dabei eine Funktion  $F(z)$  im Bildbereich zugeordnet. Die inverse Z-Transformation ergibt sich entsprechend zu:

$$f(k) = \xi^{-1} \{ F(z) \} = \frac{1}{2\pi j} \oint F(z) z^{k-1} dz \quad (3.9)$$

Wie bei der Laplace-Transformation für kontinuierliche Signale ist die Z-Transformation ein nützliches Hilfsmittel zur Beschreibung diskontinuierlicher Signale in der komplexen Ebene. Dabei ist  $z = e^{s\Delta T}$  (bzw.  $s = \frac{1}{\Delta T} \cdot \ln z$ ) die komplexe Variable. Es lassen sich so viele Operationen mit diskreten Folgen leichter bewältigen. Die meisten Standardoperationen sind in Tabellen zusammengefaßt [1, 3, 16, 42].

Zur Verdeutlichung ist in Abb. 3.5 der Zusammenhang zwischen der Z- und der Laplace-Transformation dargestellt. Die zu transformierende Funktion kann dabei in diskreter oder kontinuierlicher Formulierung vorliegen ( $f(k)$  bzw.  $f(t)$ ). Das Symbol  $\mathcal{Z}$  kennzeichnet die in Abb. 3.5 dargestellte doppelte Transformation.



$$F(z) = \mathcal{Z}\{F(s)\} = \xi\{\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}\}|_{t=k\Delta T}$$

Abb. 3.5: Zusammenhänge zwischen der Z-Transformation und Laplace-Transformation

Für kleine Abtastzeiten läßt sich aber näherungsweise aus der Laplace-Transformierten einer Funktion  $f(t)$  die Z-Transformierte durch Einsetzen einer Korrespondenz von  $s$  zu  $z$  bestimmen. Die Beziehung zwischen  $s$  und  $z$  lautet z.B.:

$$s \approx \frac{1-z}{\Delta T \cdot z} \quad (\text{Rechteckregel}) \quad (3.10)$$

Es handelt sich hierbei um eine Rechtecknäherung. Aus der Substitution  $z = e^{s\Delta T}$  läßt sich noch eine weitere Korrespondenz, die sogenannte Tustinformel (oder auch Trapezregel), nach Abbruch der Potenzreihenentwicklung des Logarithmus nach dem ersten Glied bestimmen [16, 42]:

$$z = e^{s\Delta T} \Rightarrow s = \frac{1}{\Delta T} \cdot \ln z \approx \frac{2}{\Delta T} \cdot \left( \frac{z-1}{z+1} + \frac{(z-1)^3}{3(z+1)^3} + \dots \right)$$

$$s \approx \frac{2}{\Delta T} \cdot \left( \frac{z-1}{z+1} \right) \quad (\text{Trapezregel}) \quad (3.11)$$

In Abb. 3.6 ist als Beispiel die Laplace- und Z-Transformierte der kontinuierlichen Differentialgleichung eines linearen Einmassenschwingers dargestellt. Ist die Abtastfrequenz genügend klein gewählt, d.h. werden alle wesentlichen Eigenschaften des Systems erfaßt,

kann näherungsweise der rückwärtige Differenzenquotient für die Ableitungen  $\dot{y}(t)$  und  $\ddot{y}(t)$  der Ausgangsgröße  $y(t)$  eingesetzt werden (siehe Gl. (3.2)). Man erhält so als diskrete Darstellungsform der kontinuierlichen Differentialgleichung eine Differenzgleichung. Wird jetzt die Z-Transformation angewendet, dann ergibt sich die diskrete Übertragungsfunktion  $H(z)$ . Diese kann ebenfalls über die Laplace-Transformierte  $H(s)$  unter Verwendung z.B. der Korrespondenz  $z = \frac{z-1}{\Delta T \cdot s}$  ermittelt werden. Die Koeffizienten  $a_1$  bis  $a_3$  sind identisch, wenn die Abtastzeit  $\Delta T$  bei der Diskretisierung mit dem Differenzenverfahren und bei der Korrespondenz für  $s$  gleich gewählt wird.

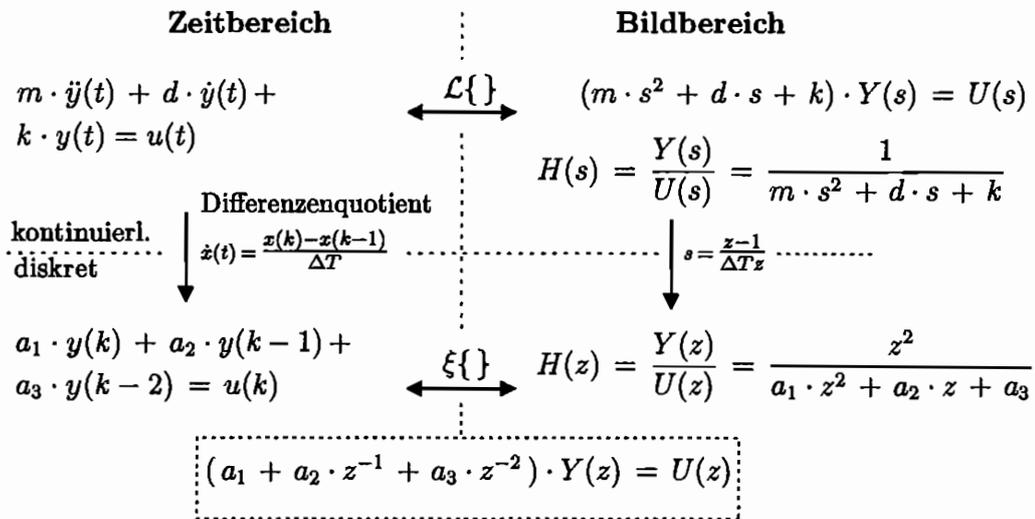


Abb. 3.6: Transformation eines Einmassenschwingers

Die Eigenschaften und Rechenregeln der Z-Transformation können in der Literatur [1, 3, 16, 42] nachgelesen werden. Zum besseren Verständnis der in dieser Arbeit verwendeten diskreten Modellierung sollen hier nur zwei wichtige Eigenschaften, der Rechtsverschiebungssatz einer Folge und die Linearität, angegeben werden.

Wird eine Folge  $f_k$  auf der Zeitachse um  $n$  Abtastschritte nach rechts verschoben, dann gilt (Rechtsverschiebungssatz einer Folge):

$$\xi \{ f(k-n) \} = z^{-n} \xi \{ f(k) \} \quad ; \quad n \geq 0 \tag{3.12}$$

Weiterhin gilt für die Überlagerung zweier Folgen in der Z-Ebene der Überlagerungssatz:

$$\xi \{ a_1 f_1(k) + a_2 f_2(k) \} = a_1 F_1(z) + a_2 F_2(z) \tag{3.13}$$

### 3.2.3 Stabilität diskreter linearer Systeme

Der Stabilitätsbegriff, wie er für lineare kontinuierliche Systeme verwendet wird, kann ebenso auf lineare diskrete Systeme angewendet werden. Nach [42] ist ein System stabil, wenn das System auf jede beschränkte Eingangsfolge  $u(k)$  mit einer beschränkten Ausgangsfolge  $y(k)$  antwortet. Liegen die Pole eines kontinuierlichen Systems in der linken Halbebene des Frequenzbereichs, ist es stabil. Die Z-Transformation stellt über die Beziehung

$$z = e^{s\Delta T} \quad \text{bzw.} \quad s = \frac{1}{\Delta T} \cdot \ln z \quad (3.14)$$

die Abbildung der Pole in der kontinuierlichen und diskreten Formulierung dar. Diskrete Systeme sind stabil, wenn die Pole  $z_i$  der Übertragungsfunktion im Inneren eines Einheitskreises liegen. Es gilt:

$$|z_i| < 1 \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (q: \text{Anzahl der Pole}) \quad (3.15)$$

Stabilitätsbetrachtungen diskreter Systeme im Bildbereich lassen sich wie bei kontinuierlichen Systemen nur für lineare Zusammenhänge durchführen. Dies ist bei nichtlinearen Systemen so nicht mehr möglich. In diesem Fall können z.B. Phasenkurven oder Linearisierungen in einem bestimmten Betriebspunkt betrachtet werden.

# Kapitel 4

## Parametrische Modellierung dynamischer Systeme

Zur Abbildung des Verhaltens eines realen Systems, müssen Modelle gefunden werden, die Aussagen über die unterschiedlichen Systemzustände ermöglichen. Sollen mit Hilfe der Black-Box-Identifikation Informationen erlangt werden, müssen die Ein- und Ausgangsgrößen des Systems an den Systemgrenzen erfaßt und in einen mathematischen Zusammenhang gesetzt werden, da diese Aufschluß über das Systemverhalten geben. Man spricht in diesem Fall auch von einer Ein-/Ausgangsgrößenmodellierung. In Abb. 4.1 ist ein unbekanntes System mit dem Vektor  $\mathbf{u}(t)$  der Eingangsgrößen und  $\mathbf{y}(t)$  der Ausgangsgrößen an der Systemgrenze dargestellt.

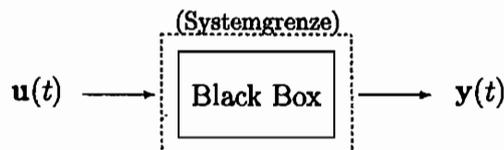


Abb. 4.1: Black-Box-Modellierung mit Definition der Systemgrenze

Dabei ist die richtige Wahl des Modells bzw. des Modellansatzes wichtig für eine erfolgreiche Identifikation des unbekanntes oder nur teilweise bekannten Systems. Bei einer allgemeinen Betrachtung kann prinzipiell in die zwei folgenden Modellformen unterschieden werden:

- **nichtparametrische Modelle** (graphische Zusammenhänge, Tabellen, etc.)
  - Frequenzgänge, Übertragungs- und Gewichtsfunktionen
  - Korrelationsfunktionen
- **parametrische Modelle** (mathematische Zusammenhänge)
  - analytische Ausdrücke für z.B. Frequenzgänge, Übertragungs- und Gewichtsfunktionen
  - Polynome, Differenzen- bzw. Differentialgleichungen

Beide aufgeführten Modellarten treten sowohl bei einer Modellierung im Zeit- als auch im Frequenzbereich auf. *Nichtparametrische Modelle* werden meist graphisch dargestellt und geben, im Gegensatz zu *parametrischen Modellen*, den Zusammenhang zwischen verschiedenen Systemgrößen als Kurven oder Tabellen an.

Bei der Systemidentifikation mit nichtparametrischen Modellen erhält man z.B. Frequenzgänge, Übertragungs-, Gewichts- oder Korrelationsfunktionen in graphischer oder tabellarischer Form, die Aussagen über das dynamische Verhalten im Zeit- oder Frequenzbereich zulassen. Gemessene Kennlinien oder -felder gelten für den statischen Fall. Zur Ermittlung der Systemeigenschaften können Verfahren wie z.B. die Korrelations- oder Spektralanalyse angewendet werden, um Zusammenhänge zwischen den gemessenen Ein- und Ausgangssignalen eines Systems zu finden.

Werden zur Beschreibung der dargestellten Zusammenhänge analytische Ausdrücke (z.B. Polynome für Kennlinien oder gebrochenrationale Polynome für Frequenzgänge, etc.) gefunden, liegen parametrische Modelle vor. Die Parameter (z.B. Polynomkoeffizienten) enthalten sowohl die Systemdaten als auch Ungenauigkeiten der mathematischen Abbildung. Im Zeitbereich können bei zeitkontinuierlicher Betrachtung Differentialgleichungen und bei zeitdiskreter Betrachtung Differenzgleichungen als parametrische Modelle zur Beschreibung des dynamischen Systemverhaltens verwendet werden. Bei der Modellierung von Systemen mit parametrischen Modellen wird in kontinuierliche und diskrete Modelle unterschieden, die sowohl linearen als auch nichtlinearen Charakter besitzen können. Es muß dabei nochmals eine Unterteilung in Modelle die linear und in jene, die nichtlinear in den Parametern sind, vorgenommen werden.

Um diese Unterscheidung zu verdeutlichen, ist hier als Beispiel in Gl. (4.1) eine nichtlineare kontinuierliche Differentialgleichung dargestellt, die *linear* in den Modellparametern ist. Im Gegensatz dazu hat die zweite aufgeführte Gleichung (Gl. (4.2)) zwar linearen Charakter, ist aber *nichtlinear* in den Parametern.

$$a_1 \cdot \ddot{y}(t) + a_2 \cdot \dot{y}(t) + a_3 \cdot y(t) + \varepsilon \cdot y^3(t) = u(t) \quad (4.1)$$

$$a_1 \cdot \ddot{y}(t) + \sqrt{a_2^2 + \frac{a_1}{a_3}} \cdot \dot{y}(t) + a_3 \cdot y(t) = u(t) \quad (4.2)$$

Ist es erwünscht, für einen realen Prozess, über dessen physikalische Beziehungen keinerlei Kenntnisse vorliegen, ein instationäres mathematisches Modell für Simulationszwecke im Zeitbereich zu erhalten, müssen bei einer mathematischen Ein-/Ausgangsbeschreibung des Systemverhaltens parametrische Modelle verwendet werden. Zur Bestimmung der Modellparameter können Parameterschätzverfahren angewendet werden (vergl. Kap. 4.3), mit denen man einen das System beschreibenden Satz von Kennwerten erhält.

Die nichtlineare Modellierung der hydrodynamischen Kupplung wird in dieser Arbeit mit Differenzgleichungsansätzen durchgeführt, die im weiteren Verlauf dieses Kapitels noch ausführlich erläutert werden. Der Schwerpunkt liegt dabei auf Modellen, die linear in den

Parametern sind. Dies ermöglicht eine einfache Bestimmung der unbekanntenen Modellkoeffizienten. Weiterhin sind sie zeitinvariant, d.h. die Parameter sind zeitunabhängig. Auf die Identifikation von zeitvarianten Systemen soll im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden.

Es werden zuerst allgemein mögliche Modellformen zur Abbildung des Systemverhaltens von Eingrößensystemen (SISO-Systeme - single input single output) erläutert. Dabei steht die Modellierung mit parametrischen Modellen im Vordergrund. Da die untersuchten hydrodynamischen Kupplungen als Systeme mit zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen beschrieben werden, wird nachfolgend auf Mehrgrößensysteme (MIMO-Systeme - multi input multi output) eingegangen. In Abb. 4.2 ist jeweils das Blockschaltbild eines Ein- und eines Mehrgrößensystems dargestellt ( $r$  Ein- und  $s$  Ausgänge).

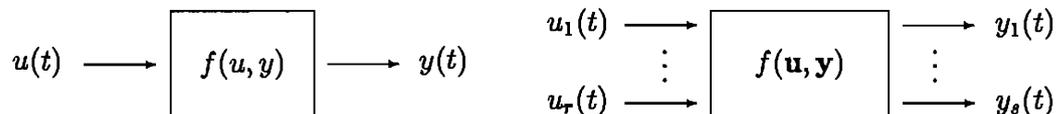


Abb. 4.2: Eingrößensystem und Mehrgrößensystem mit  $r$  Ein- und  $s$  Ausgängen

In diesem Kapitel wird hauptsächlich auf eine diskrete Modellierung eingegangen, da diese für viele Aufgaben der Analyse und Simulation von dynamischen technischen Systemen gut geeignet ist. Vor allem in der Regelungstechnik und der Systemtheorie ist diese Art der Modellierung weit verbreitet.

## 4.1 Parametrische Modellierung von Eingrößensystemen

### 4.1.1 Statische Modellierung

Ohne Kenntnis der realen physikalischen Zusammenhänge eines Systems kann das statische bzw. stationäre Verhalten innerhalb eines vorher festgelegten Betrachtungsraums (z.B. Betriebsbereichs bei der Kupplung) bei Verwendung der Ein-/Ausgangsgrößenmodellierung über einen allgemeinen Polynomansatz sowohl im kontinuierlichen als auch im zeitdiskreten Fall beschrieben werden. Dabei ist  $u(t)$  bzw.  $u(k)$  das Ein- und  $y(t)$  bzw.  $y(k)$  das Ausgangssignal des Systems.

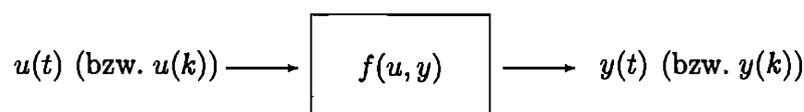


Abb. 4.3: kontinuierliche (bzw. diskrete) Darstellung eines Ein-/Ausgangsgrößensystems

$$\begin{aligned}
\text{kontinuierlich : } \quad y(t) &= a_0 + a_1 u(t) + a_2 u^2(t) + \dots + a_n u^n(t) \\
\text{diskret : } \quad y(k) &= b_0 + b_1 u(k) + b_2 u^2(k) + \dots + b_n u^n(k) \quad (4.3)
\end{aligned}$$

Es handelt sich in Gl. (4.3) um parametrische Modelle in kontinuierlicher und diskreter Darstellung, die linear in den Parametern sind. Die Verwendung beider Formulierungen ist ähnlich. Unter der Voraussetzung, daß äquidistante Abtastschritte vorliegen, stellt  $k$  die diskrete Zeitvariable dar. Die unbekannt Parameter  $a_0 \dots a_n$  bzw.  $b_0 \dots b_n$  gehen dabei linear in die Modellgleichung ein und können unter Verwendung der gemessenen Ein- und Ausgangssignale mit Hilfe von Parameterschätzverfahren ermittelt werden. Sie ergeben so einen Satz systembeschreibender Kennwerte.

Sollen jetzt dynamische Systeme oder Prozesse im Zeitbereich identifiziert werden, dann reichen die statischen Modelle aus Gl. (4.3) zur Beschreibung des Systemverhaltens nicht aus. Es müssen vielmehr mathematische Modellansätze in Form von Differential- oder Differenzgleichungen verwendet werden, in denen eine zeitliche Veränderung des Systems berücksichtigt wird.

#### 4.1.2 Dynamische Modellierung – linear

Zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines Eingrößensystems ist in Gl. (4.4) ein allgemeines **kontinuierliches Modell** in Form einer linearen Differentialgleichung angegeben. Nach Anwendung der Laplace-Transformation ergibt sich Gl. (4.5) als lineares Modell im Bildbereich.

- Zeitbereich:

$$\begin{aligned}
y(t) + \alpha_1 \dot{y}(t) + \alpha_2 \ddot{y}(t) + \dots + \alpha_m y^{(m)}(t) &= \\
\beta_0 u(t) + \beta_1 \dot{u}(t) + \beta_2 \ddot{u}(t) + \dots + \beta_n u^{(n)}(t) & \\
\Rightarrow y(t) + \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot y^{(i)}(t) &= \sum_{j=0}^n \beta_j \cdot u^{(j)}(t) \quad (4.4)
\end{aligned}$$

- Bildbereich:

$$\begin{aligned}
Y(s) &= \frac{B(s)}{A(s)} \cdot U(s) \\
&= \frac{\beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 s^2 + \dots + \beta_n s^n}{1 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \dots + \alpha_m s^m} \cdot U(s) \quad (4.5)
\end{aligned}$$

Soll die Dynamik eines Systems mit **diskreten Modellen** beschrieben werden, erhält man eine lineare Differenzgleichung als mathematisches Modell im Zeitbereich (Gl. (4.6)).

$$\begin{aligned}
y(k) &= -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) - \dots - a_m y(k-m) \\
&\quad + b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + \dots + b_n u(k-n) \\
y(k) &= -\sum_{i=1}^m a_i \cdot y(k-i) + \sum_{i=0}^n b_i \cdot u(k-i) \quad (4.6)
\end{aligned}$$

Die Konstanten  $m$  und  $n$  geben die Anzahl der vom aktuellen Zeitpunkt  $k$  gezählten Verschiebungen auf der diskreten Zeitachse an. Mit Hilfe der Z-Transformation läßt sich das oben angegebene Modell in die komplexe Ebene nach Gl. (4.7) überführen.

$$\begin{aligned}
Y(z) &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \cdot U(z) \\
&= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}} \cdot U(z) \quad (4.7)
\end{aligned}$$

Bei diskreten Modellen wird zwischen rekursiven und nichtrekursiven Modellen unterschieden (vergl. Kap. 3.2.1). In Gl. 4.6 handelt es sich um ein rekursives Modell, da die Parameter  $a_i$  und  $b_i$  linear in die Berechnung des aktuellen Ausgangswerts  $y(k)$  eingehen.

Als *Struktur* eines Modells wird der innere Aufbau bezeichnet, der von der Wahl der Konstanten  $m$  und  $n$  abhängt. Durch Anwendung der zuvor beschriebenen Identifikationsaufgabe erhält man nach durchgeführter Schätzung einen Satz systembeschreibender Parameter  $(a_1 \dots a_m, b_0 \dots b_n)$ . Wird durch die Struktur des Modellansatzes das zu identifizierende System nicht genau beschrieben, ergeben sich für verschiedene Messungen unterschiedliche Sätze von Parametern. Für den jeweils vorliegenden Fall beschreiben diese das dynamische Verhalten des Systems in dem erregten Bereich.

### Zustandsraumdarstellung

Eine andere Darstellungsform linearer kontinuierlicher Eingrößensysteme ist die Zustandsraumformulierung. Eine lineare Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung nach Gl. (4.4) mit der Bedingung, daß die höchste Ableitung des Systemausgangs  $y(t)$  größer oder gleich der höchsten Ableitung des Systemeingangs ist ( $m \geq n$ ), läßt sich nach Transformation in den Zustandsraum auf ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung nach Gl. (4.8) zurückführen [1, 42, 44, 53]. Bei vielen Systemen (z.B. mechanische oder elektrische Systeme) wird die Ausgangsgröße  $y(t)$  nur durch den ersten Term der rechten Seite bestimmt. Der Skalar  $d$  ist in diesem Fall Null [1, 44, 47, 49]. Man erhält das in Abb. 4.8 dargestellte Blockschaltbild des in den Zustandsraum transformierten linearen zeitinvarianten Eingrößensystems.

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{z}(t) + \mathbf{b} \cdot u(t) \\
y(t) &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{z}(t) + d \cdot u(t) \quad (4.8)
\end{aligned}$$

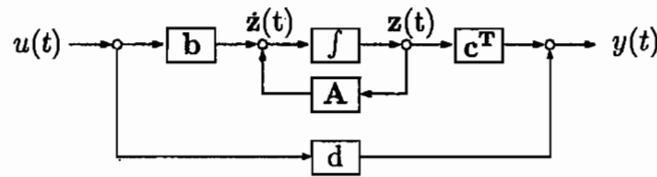


Abb. 4.4: Zustandsraumdarstellung eines linearen kontinuierlichen Eingrößensystems

Die Zustandsraumdarstellung für diskrete Systeme wird analog zur kontinuierlichen Formulierung gebildet und ist nachfolgend angegeben [16, 44].

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{z}(k) + \tilde{\mathbf{b}} \cdot u(k) \\ y(k) &= \tilde{\mathbf{c}}^T \cdot \mathbf{z}(k) + \tilde{d} \cdot u(k) \end{aligned} \quad (4.9)$$

In den Gl. (4.8) und (4.9) ist  $\mathbf{z}$  der Zustandsvektor,  $\mathbf{A}$  bzw.  $\tilde{\mathbf{A}}$  die Systemmatrix,  $\mathbf{b}$  bzw.  $\tilde{\mathbf{b}}$  der Eingangs- oder Steuervektor,  $\mathbf{c}^T$  bzw.  $\tilde{\mathbf{c}}^T$  der Ausgangs- oder Beobachtungsvektor und  $d$  bzw.  $\tilde{d}$  die Durchgangsgröße in kontinuierlicher oder diskreter Form [42, 47].

### Gestörte diskrete Systeme

Die bis jetzt angegebenen Modellformen gelten für lineare ungestörte Systeme. Soll aber ein dynamisches System, unter Berücksichtigung evtl. auftretender Störungen vollständig modelliert werden, ist neben dem diskreten Systemmodell z.B. nach Gl. (4.6) die Kenntnis der Störung von großer Bedeutung. Bei realen Systemen kann die Ausgangsgröße  $y(k)$  in der Regel nicht störungsfrei erfaßt werden. Der meßbare Systemausgang  $y(k)$  setzt sich aus dem eigentlichen Ausgang und einer stochastischen Störung  $v(k)$  zusammen. Die betrachtete Modellstruktur ist in Gl. (4.6) dargestellt. Die diskrete Übertragungsfunktion des Modells im  $z$ -Bereich lautet dann nach Gl. (4.7) mit dem Modellausgang  $y_M(k)$  bzw. der  $Z$ -Transformierten  $Y_M(z)$ :

$$G_M(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{Y_M(z)}{U(z)} \quad (4.10)$$

Bei Vergleich des gestörten Systemausgangs  $y(k)$  und des Modells  $y_M(k)$  erhält man als Modellfehler unter der Annahme, daß die Struktur des Modells mit der des realen Systems übereinstimmt, die Störung  $v(k)$ . Damit weicht der Ausgang  $y(k)$  des realen Systems aufgrund der überlagerten Störung  $v(k)$  vom Modellausgang ab.

$$\begin{aligned} y(k) &= y_M(k) + v(k) \quad \text{bzw.} \\ Y(z) &= Y_M(z) + V(z) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Nach Einsetzen der Gl. (4.10) in Gl. (4.11) ergibt sich:

$$Y(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}U(z) + V(z)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^m a_i \cdot y(k-i) = \sum_{i=0}^n b_i \cdot u(k-i) + \sum_{i=0}^m a_i \cdot v(k-i) \quad (4.12)$$

Für eine vollständige Beschreibung muß zusätzlich ein Teilmodell für den Fall einer korrelierten Störung gefunden werden. Die Modellierung des Systems wird um ein sogenanntes Störfilter, bei dem die Störung  $v^*(k)$  auf ein weißes Rauschsignal  $r(k)$  zurückgeführt wird, erweitert [17, 42, 49].

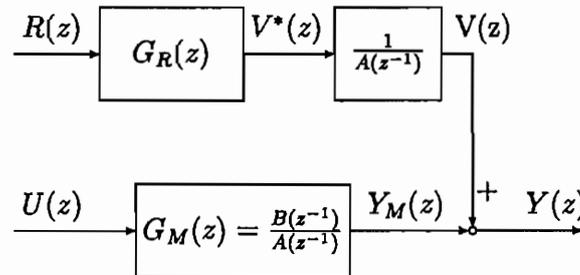


Abb. 4.5: Blockschaltbild im Bildbereich eines Eingrößenmodells mit überlagerter Störung

Als vollständiges Modell des betrachteten Systems nach Abb. 4.5 ergibt sich die folgende Bestimmungsgleichung:

$$A(z^{-1}) \cdot Y(z) = B(z^{-1}) \cdot U(z) + \frac{1}{A(z^{-1})} \cdot G_R(z) \cdot R(z) = B(z^{-1}) \cdot U(z) + V(z) \quad (4.13)$$

Wird für das Störfilter  $G_R(z)$  eines stochastischen Signals ein allgemeiner Ansatz der Art

$$G_R(z) = \frac{V(z)}{R(z)} = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} \quad (4.14)$$

mit

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 \cdot z^{-1} + c_2 \cdot z^{-2} + \dots + c_r \cdot z^{-r}$$

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 \cdot z^{-1} + d_2 \cdot z^{-2} + \dots + d_r \cdot z^{-r}$$

gewählt, wird dies in der Literatur [42, 44, 49] ARMA-Modell genannt (ARMA — autoregressive moving average). Das nach Gl. (4.13) beschriebene vollständige Systemmodell

wird sehr häufig zur Abbildung linearer Systeme verwendet und in der Literatur als ARMAX-Modell (ARMAX — auto-regressive moving average with exogenous variable) bezeichnet. Hierbei ist  $u(k)$  die entsprechende meßbare Hilfsvariable, um die erweitert wird [49].

Aus dem stochastischen Signalmodell Gl. (4.14) ergeben sich noch die zwei Sonderfälle des AR-Modells (AR — auto-regressive)

$$G_R(z) = \frac{V(z)}{R(z)} = \frac{1}{D(z^{-1})} \quad (4.15)$$

und des MA-Modells (MA — moving average)

$$G_R(z) = \frac{V(z)}{R(z)} = C(z^{-1}) . \quad (4.16)$$

Die meisten technischen Systeme und Prozesse weisen aber ein nichtlineares Verhalten auf. Die Nichtlinearitäten äußern sich auf sehr unterschiedliche Weise, wie z.B. eine über- oder unterlineare Kennlinie oder Hysterese. Neben diesen stetigen nichtlinearen Zusammenhängen können auch unstetige Nichtlinearitäten wie z.B. Reibung im System auftreten.

### 4.1.3 Dynamische Modellierung - nichtlinear

Nichtlineare Prozesse und Systeme lassen sich über größere Betriebsbereiche meist nur mit nichtlinearen Modellen hinreichend genau abbilden. Bei der Lösung von nichtlinearen Problemen gilt aber das Superpositionsprinzip, wie es in der linearen Theorie gegeben ist, nicht mehr. Teillösungen können demnach nicht zu einer Gesamtlösung zusammengefügt werden. Es ist ebenfalls nicht möglich, mit wenigen Modelltypen die große Variationsbreite nichtlinearen Verhaltens beschreiben zu können. Zur Berechnung nichtlinearer Systeme existiert daher keine allgemeingültige Theorie. Da nichtlineare Eigenschaften vielfältiger Art sein können und sich unterschiedlich im Betriebsverhalten äußern, sind sie mathematisch schwierig zu beschreiben. Bei mechanischen Schwingungen existieren z.B. nur für wenige nichtlineare Probleme zusammenhängende mathematische Lösungen. Im weiteren Verlauf werden nur Systeme mit stetig nichtlinearem Verhalten untersucht.

Zur Identifikation nichtlinearer Systeme ohne physikalische Vorkenntnisse müssen daher allgemeine Ansätze gefunden werden, die das dynamische Systemverhalten hinreichend genau abbilden. Ein bekannter allgemeingültiger Modellansatz für nichtlineare Eingrößensysteme ist eine Funktionalreihendarstellung. Damit lassen sich **stetige** statische sowie dynamische Nichtlinearitäten abbilden. Die bekannteste Form ist die *Volterra*-Funktionalpotenzreihe, welche 1930 von Volterra aufgestellt worden ist. Bei **linearen** Systemen läßt sich unter Verwendung des Faltungsintegrals ein lineares nichtparametrisches Modell für ein Eingrößensystem der folgenden Form aufstellen (hierbei ist  $u(t)$  die Ein- und  $y(t)$  die Ausgangsgröße).

$$y(t) = \int_0^t g(\tau)u(t - \tau)d\tau \quad (4.17)$$

Für ein **nichtlineares** kontinuierliches Eingrößensystem mit stetigem nichtlinearem Verhalten ergibt sich die *Volterra-Reihe* in Anlehnung an das Faltungsintegral:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \int_0^t g_1(\tau_1) u(t - \tau_1) d\tau_1 \\
 &+ \int_0^t \int_0^t g_2(\tau_1, \tau_2) u(t - \tau_1) u(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
 &+ \int_0^t \int_0^t \int_0^t g_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) u(t - \tau_1) u(t - \tau_2) u(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\
 &+ \dots
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Die Terme  $g_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$  stellen die Volterra-Kerne des Modells dar, die den Grad der Nichtlinearität angeben ( $g_1$  linearer Kern,  $g_2$  quadratischer Kern ...). Für den linearen Fall geht Gl. (4.18) in Gl. (4.17) über. Wird die kontinuierliche Volterra-Reihe in eine diskrete Darstellung überführt, so erhält man für **zeitdiskrete** Ein- und Ausgangsgrößen  $u(k)$  und  $y(k)$  folgende Gleichung (Gl. (4.19)):

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \sum_{\tau_1=0}^k \tilde{g}_1(\tau_1) u(k - \tau_1) \\
 &+ \sum_{\tau_1=0}^k \sum_{\tau_2=0}^k \tilde{g}_2(\tau_1, \tau_2) u(k - \tau_1) u(k - \tau_2) \\
 &+ \sum_{\tau_1=0}^k \sum_{\tau_2=0}^k \sum_{\tau_3=0}^k \tilde{g}_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) u(k - \tau_1) u(k - \tau_2) u(k - \tau_3) \\
 &+ \dots
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Wird die diskrete Darstellung der Volterra-Reihe auf eine endliche Zahl von Gliedern beschränkt, können die Volterra-Kerne  $\tilde{g}_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$  mit Hilfe eines Parameterschätzverfahrens nach Kap. 4.3 bestimmt werden. Es liegt so ein parametrisches nichtlineares Modell  $q$ -ter Ordnung vor, das linear in den Parametern ist ( $q = 2$ : quadratisch,  $q = 3$ : kubisch, etc.). Es handelt sich hierbei um einen allgemeinen Ansatz zur Modellierung von Systemen mit stetig nichtlinearem Verhalten.

Zur Modellierung von realen nichtlinearen Systemen erlangt die Volterra-Reihe aber bis jetzt wenig praktische Anwendung, da der Aufwand zur Bestimmung der Volterra-Kerne  $\tilde{g}_i$  erheblich ist. Dadurch, daß nur das Eingangssignal berücksichtigt wird, muß eine sehr große Anzahl von Parametern geschätzt werden (vergl. [21, 43]).

Sind Kenntnisse über das zu untersuchende System vorhanden, kann versucht werden, eine genauere Klassifizierung des nichtlinearen Systemverhaltens vorzunehmen. Für den Fall, daß die Nichtlinearität auf das statische Verhalten beschränkt bleibt, sind spezielle Ansätze entwickelt worden. Blockorientierte Ansätze nach *Wiener* oder *Hammerstein* basieren auf

der Annahme, daß eine statische Nichtlinearität und ein linear dynamisches Element als Teilsysteme hintereinandergeschaltet werden können (siehe Abb. 4.6). Als Ergebnis entsteht ein Modell, in dem das nichtlineare Systemverhalten nur auf den statischen Modellteil beschränkt bleibt.

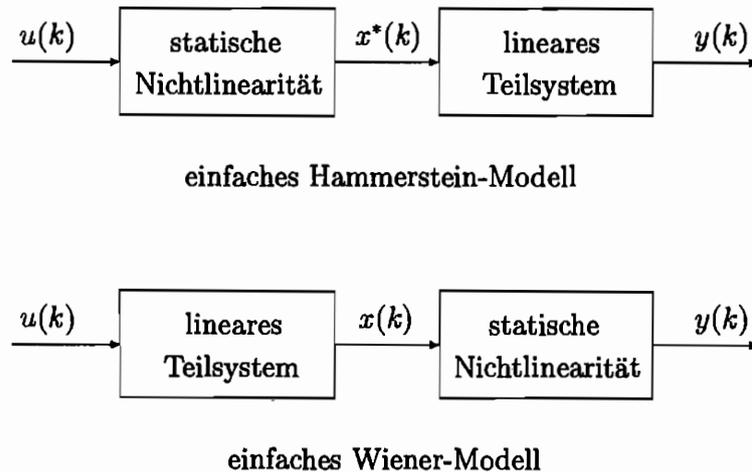


Abb. 4.6: Blockschaltbilder des einfachen Wiener- und Hammersteinmodells

Bei den Modellen wird die statische Nichtlinearität des Systems mit einem Polynomansatz modelliert. Dieses wird um ein dynamisches Teilsystem in Form eines linearen Übertragungsglieds ergänzt. Der Unterschied zwischen dem einfachen Wiener- und dem einfachen Hammersteinmodell besteht in der Anordnung der Teilmodelle zueinander. Beim nichtlinearen Ansatz nach **Hammerstein** wird einer statischen Nichtlinearität ein lineares Teilsystem überlagert. Es ergibt sich so ein Modell, das linear in den Parametern ist. Der nichtlineare Modellansatz nach **Wiener** besteht im Gegensatz dazu aus einem linearen Teilmodell, dem eine statische Nichtlinearität nachgeschaltet ist. Durch diese Anordnung der Teilmodelle erhält man eine Gleichung, bei der die zu identifizierenden Parameter nichtlinear eingehen.

Eine Modellierung nach dem einfachen Ansatz von Wiener oder Hammerstein setzt aber voraus, daß viele Kenntnisse über das zu schätzende System (z.B. vorhandene Nichtlinearität, dynamische Verhalten, etc.) vorliegen. Trifft dies zu, so kann eng an den physikalischen Gegebenheiten eine nichtlineare Modellierung durchgeführt werden. Sind aber keine bzw. sehr wenige Kenntnisse über das reale Verhalten, speziell über die Nichtlinearitäten des Systems, vorhanden, oder ist keine Trennung zwischen statisch nichtlinearem und dynamisch linearem Verhalten möglich, bietet sich eine reine Black-Box-Identifikation an, bei der nur die Ein- und Ausgangsgrößen berücksichtigt werden. Diese Art der Modellierung setzt allgemeine nichtlineare Modellansätze voraus, bei denen keine Voreinteilung in statisches und dynamisches Teilsystem vorgenommen wird. Es lassen sich so eine größere Anzahl von Systemen untersuchen als mit den speziellen, blockorientierten Ansätzen.

Als Ausgangspunkt für ein allgemeines nichtlineares Ein-/Ausgangsgrößenmodell für Systeme mit stetig nichtlinearem Verhalten kann das Kolmogorov-Gabor Polynom betrachtet

werden. Zu einer beliebigen stetigen Funktion  $f(x)$  innerhalb eines abgeschlossenen Intervalls von  $x$  läßt sich ein Polynom  $P(x)$  finden, das gegen  $f(x)$  konvergiert (Approximationssatz von Weierstraß [3]).

$$|P(x) - f(x)| < \varepsilon \quad \text{mit} \quad \varepsilon \in \mathbb{R}^+$$

$$P(x) = n_0 + \sum_i n_i x_i + \sum_i \sum_j n_{ij} x_i x_j + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (4.20)$$

Daraus läßt sich (nach [21]) mit den diskreten Meßwerten  $[u(k), y(k)]$  das folgende allgemeine nichtlineare Modell aufstellen, wenn die Variablen  $x_i \in X$  wie folgt definiert werden ( $m$  und  $n$  sind die maximalen Rückwärtsverschiebungen des Ein- bzw. Ausgangssignals):

$$X = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-n), y(k-1), \dots, y(k-m)]$$

$$\begin{aligned} y(k) &= \bar{y} + \sum_{i=0}^n b_i u(k-i) + \sum_{i=1}^m a_i y(k-i) \\ &+ \sum_{i=0}^n \sum_{j=i}^n b_{ij} u(k-i) u(k-j) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m a_{ij} y(k-i) y(k-j) \\ &+ \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} u(k-i) y(k-j) \\ &+ \dots + \underbrace{\sum_{i=0}^n \dots \sum_{p=v}^n b_{i\dots vp} u(k-i) \dots u(k-v) u(k-p)}_{q\text{-mal}} \\ &+ \underbrace{\sum_{i=1}^m \dots \sum_{p=v}^m a_{i\dots vp} y(k-i) \dots y(k-v) y(k-p)}_{q\text{-mal}} \\ &+ \underbrace{\sum_{i=0}^n \dots \sum_{v=p}^n \sum_{p=1}^m c_{i\dots vp} u(k-i) \dots u(k-v) y(k-p)}_{q\text{-mal}} \\ &+ \dots + \underbrace{\sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^m \dots \sum_{p=v}^m c_{ij\dots vp} u(k-i) y(k-j) \dots y(k-v) y(k-p)}_{q\text{-mal}} \quad (4.21) \end{aligned}$$

Die Ordnung der Nichtlinearität  $q$  stellt den Grad des Polynoms dar. Bei der dargestellten Differenzengleichung handelt es sich um ein allgemeines nichtlineares, diskretes Eingrößenmodell. Die zuvor beschriebenen speziellen Modellansätze nach Wiener und Hammerstein bzw. die diskrete Volterra-Reihe sind in diesem Ansatz enthalten. Sie bilden jeweils Sonderfälle des allgemeinen rekursiven Modells. Weitere Erläuterungen findet man in [21, 43].

Die zu schätzenden Koeffizienten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  des Modells nach Gl. (4.21) gehen linear ein und können so analog zu linearen Systemen mit den Parameterschätzverfahren aus Kapitel 4.3 bestimmt werden (z.B. LS, IV). Der Vorteil dieses allgemeinen Ansatzes gegenüber dem Volterra-Modell liegt in der erheblich geringeren Zahl der zu schätzenden Parameter [21]. Ziel der Identifikation mit diesen Ansätzen ist es, mit möglichst niedriger Modellordnung das unbekannte dynamische Verhalten eines Systems innerhalb des betrachteten Betriebsbereichs zu erfassen und hinreichend genau abzubilden.

## 4.2 Parametrische Modellierung von Mehrgrößensystemen

### 4.2.1 Lineare Modellierung

Die im letzten Abschnitt betrachteten Modelle sind allgemeine Ansätze und können zur Black-Box-Identifikation von Systemen mit einem Ein- und einem Ausgang verwendet werden. Liegen dagegen mehrere Größen als Ein- und Ausgänge vor, spricht man von Mehrgrößensystemen bzw. MIMO-Systemen (MIMO — **m**ulti **i**nput **m**ulti **o**utput).

Eine statische Modellierung kann analog zur Vorgehensweise bei Eingrößensystemen mit mehrdimensionalen Polynomen kontinuierlich oder diskret durchgeführt werden. Es sind neben Polynomansätzen auch andere Ansätze wie z.B. gebrochen rationale oder trigonometrische Funktionen möglich. Liegt ein instationäres Systemverhalten vor, können unterschiedliche Formen der Modellierung verwendet werden. Lineare Mehrgrößensysteme werden in vielen Bereichen der Technik (z.B. Mechanik, Regelungs- und Systemtechnik) untersucht und meist in mathematischen Matrixgleichungen formuliert. Als Beispiel eines Mehrgrößensystems soll hier ein mechanischer Mehrmassenschwinger nach Abb. 4.7 betrachtet werden.

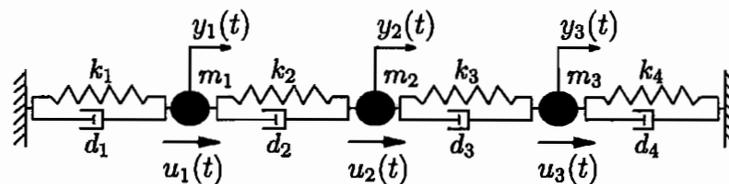


Abb. 4.7: linearer Mehrmassenschwinger als diskretes Feder-Dämpfersystem

Die Bewegungsdifferentialgleichungen dieses Systems lassen sich wie folgt als Matrixdifferentialgleichungssystem angeben:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{D}^* \cdot \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{y}(t) = \mathbf{u}(t) \quad (4.22)$$

Die Matrizen  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{D}^*$  und  $\mathbf{K}$  enthalten die Parameter der Massen, Dämpfer und Steifigkeiten des betrachteten Systems.  $\mathbf{u}(t)$  ist der Vektor der Erregungen  $u_i$  und  $\mathbf{y}(t)$  der Vektor

der Ausgänge  $y_i$ . Hieraus kann entsprechend der Vorgehensweise für ein Eingrößensystem die Darstellungsform der Zustandsraumdarstellung abgeleitet werden [17, 42, 44, 49]. Aus Gl. (4.22) erhält man nach Transformation in den Zustandsraum das folgende Gleichungssystem mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{z}(t)$ :

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{z}(t) + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{z}(t) + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (4.23)$$

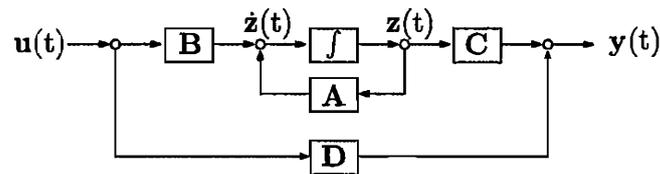


Abb. 4.8: Blockschaltbild des Zustandsraummodells für ein lineares Mehrgrößensystem

Analog zur oben dargestellten kontinuierlichen Betrachtung und Modellierung eines Systems nach Abb. 4.8 lautet die diskrete Formulierung im Zustandsraum [42, 44, 47, 49]:

$$\begin{aligned}\mathbf{z}(k+1) &= \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{z}(k) + \tilde{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \tilde{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{z}(k) + \tilde{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{u}(k)\end{aligned}\quad (4.24)$$

Ist das Modell eines betrachteten Systems aufgrund vieler Ein- und Ausgangsgrößen sehr komplex, dann besteht die Möglichkeit, eine Aufteilung in unterschiedliche Teilmodelle vorzunehmen [5]. Man erhält so z.B. unabhängige Teilmodelle zur Bestimmung jeweils einer Ausgangsgröße, deren Eingangsgrößen sowohl die Eingänge des Gesamtsystems als auch die Ausgänge der anderen Teilmodelle sind. In Abb. 4.9 ist ein allgemeines Mehrgrößensystem mit  $r$  Ein- und  $s$  Ausgängen dargestellt.

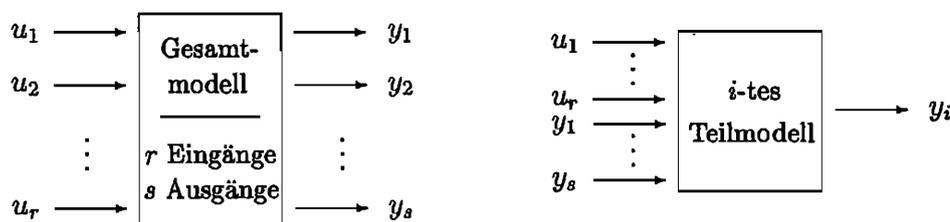


Abb. 4.9:  $i$ -tes Teilmodell für Ausgang  $y_i$  aus nichtlinearem Gesamtmodell

Es erfolgt demnach eine Unterteilung des allgemeinen nichtlinearen Mehrgrößensystems in  $s$  Teilmodelle. Dabei liegen genauso viele Teilmodelle wie Ausgänge des Systems vor [5, 21]. Dargestellt ist in Abb. 4.9 das  $i$ -te Teilmodell  $i = 1, \dots, s$ .

### 4.2.2 Nichtlineare Modellierung

Wird ein allgemeines nichtlineares Mehrgrößensystem mit  $s$  Ausgangsgrößen wie oben beschrieben in  $s$  Teilsysteme unterteilt, muß für jedes Teilsystem ein entsprechendes Modell nach Abb. 4.9 gefunden werden. Analog zur allgemeinen diskreten Modellierung von Eingrößensystemen kann der  $w$ -te ungestörte Ausgang des Gesamtmodells nach Gl. (4.25) bestimmt werden [21, 43]:

$$\begin{aligned}
y_w(k) &= \bar{y}_w + \sum_{l_1=1}^r \sum_{i=0}^{n_{l_1}} b_{i,l_1} u_{l_1}(k-i) + \sum_{l_1=1}^s \sum_{i=1}^{m_{l_1}} a_{i,l_1} y_{l_1}(k-i) \\
&+ \sum_{l_1=1}^r \sum_{l_2=l_1}^r \underbrace{\sum_{i=0}^{n_{l_1}} \sum_{j=i}^{n_{l_2}} b_{ij,l_1 l_2} u_{l_1}(k-i) u_{l_2}(k-j)}_{l_1 \neq l_2: j=0} + \sum_{l_1=1}^s \sum_{l_2=l_1}^s \underbrace{\sum_{i=1}^{m_{l_1}} \sum_{j=i}^{m_{l_2}} a_{ij,l_1 l_2} y_{l_1}(k-i) y_{l_2}(k-j)}_{l_1 \neq l_2: j=1} \\
&+ \sum_{l_1=1}^r \sum_{l_2=1}^s \sum_{i=0}^{n_{l_1}} \sum_{j=1}^{m_{l_2}} c_{ij,l_1 l_2} u_{l_1}(k-i) y_{l_2}(k-j) + \dots \\
&+ \underbrace{\sum_{l_1=1}^r \dots \sum_{l_v=l_p}^r \sum_{l_q=l_v}^r \sum_{i=0}^{n_{l_1}} \dots \sum_{v=p}^{n_{l_v}} \sum_{q=v}^{m_{l_q}} b_{i\dots vq,l_1\dots l_v l_q} u_{l_1}(k-i) \dots u_{l_v}(k-v) u_{l_q}(k-q)}_{\substack{l_p \neq l_v: v=0 \\ l_v \neq l_q: q=0 \\ \text{q-mal}}} \\
&+ \underbrace{\sum_{l_1=1}^s \dots \sum_{l_v=l_p}^s \sum_{l_q=l_v}^s \sum_{i=1}^{m_{l_1}} \dots \sum_{v=p}^{m_{l_v}} \sum_{q=v}^{m_{l_q}} a_{i\dots vq,l_1\dots l_v l_q} y_{l_1}(k-i) \dots y_{l_v}(k-v) y_{l_q}(k-q)}_{\substack{l_p \neq l_v: v=1 \\ l_v \neq l_q: q=1 \\ \text{q-mal}}} \\
&+ \underbrace{\sum_{l_1=1}^r \dots \sum_{l_v=l_p}^r \sum_{l_q=1}^s \sum_{i=0}^{n_{l_1}} \dots \sum_{v=p}^{n_{l_v}} \sum_{q=1}^{m_{l_q}} c_{i\dots vq,l_1\dots l_v l_q} u_{l_1}(k-i) \dots u_{l_v}(k-v) y_{l_q}(k-q)}_{\text{q-mal}} \\
&+ \dots + \underbrace{\sum_{l_1=1}^r \sum_{l_2=1}^s \dots \sum_{l_q=l_v}^s \sum_{i=0}^{n_{l_1}} \sum_{j=1}^{m_{l_2}} \dots \sum_{q=v}^{m_{l_q}} c_{ij\dots q,l_1 l_2 \dots l_q} u_{l_1}(k-i) y_{l_2}(k-j) \dots y_{l_q}(k-q)}_{\text{q-mal}} \quad (4.25)
\end{aligned}$$

Dargestellt sind in der ersten Zeile der angegebenen Modellgleichung der Gleichanteil  $\bar{y}_w$  und die beiden linearen Summenglieder der Ein- und Ausgangsgrößen. In der zweiten und dritten Zeile folgen dann die nichtlinearen Terme zweiter Ordnung ( $q = 2$ ). Diese setzen sich aus den beiden quadratischen Elementen der jeweiligen Systemgrößen  $u_i$ ,  $i = 1, \dots, r$  und  $y_j$ ,  $j = 1, \dots, s$  sowie dem gemischten Element  $u_i \cdot y_j$  zusammen. In allgemeiner Form erhält man dann für die  $q$ -te Ordnung des Modellansatzes die restlichen vier Zeilen der Gl. (4.25). Die

Modellgleichung gilt für einen Ausgang  $y_w(k)$  des Mehrgrößensystems und muß entsprechend für jeden Ausgang  $w = 1, \dots, s$  bestimmt werden.

### 4.2.3 Wahl der Modellordnung

Zur Bestimmung der optimalen Modellstruktur, d.h. des inneren Aufbaus des Modells, können beim allgemeinen Ansatz nachfolgend aufgeführte Methoden sowie Kombinationen daraus angewendet werden. Bevor die Modellparameter an das reale Systemverhalten angepaßt werden, muß die Ordnung  $q$  der Nichtlinearität sowie die Zeitverschiebungen  $m$  und  $n$  der Ein- und Ausgangsgrößen bestimmt werden. Dies kann auf verschiedenen Wegen durchgeführt werden und soll hier kurz dargestellt werden. Dabei tritt prinzipiell kein Unterschied zwischen dem Vorgehen bei Ein- und Mehrgrößensystemen auf, da bei beiden die Modellparameter linear und zeitinvariant eingehen.

Mögliche Vorgehensweisen sind [21, 43]:

- Theoretische Überlegungen (z.B. Abschätzen der Nichtlinearität des Systems über physikalische Betrachtungen oder Messungen)
- Iteratives Vorgehen, bei dem die Ergebnisse des vorhergegangenen Identifikationsablaufes in die neue Modellbestimmung einfließen
- Bestimmung der optimalen Modellstruktur über Strukturselektionsalgorithmen (z.B. [21, 43])

Zur Identifikation des Übertragungsverhaltens der Kupplung wird in dieser Arbeit eine Kombination der ersten beiden Punkte angewendet. Neben Erkenntnissen aus vorangegangenen Auswertungen der Kupplungsdynamik werden mehrere Identifikationsläufe benötigt, um die endgültige Modellstruktur zu bestimmen.

### 4.2.4 Anpassen des Modellansatzes

Soll mit dem allgemeinen nichtlinearen Modellansatz ein mechanisches System abgebildet werden, so ist die Wechselwirkung zwischen System und Umgebung von großer Bedeutung. Die hydrodynamische Kupplung wird als System mit zwei Ein- und Ausgangsgrößen modelliert. In Abb. 4.10 ist das entsprechende Blockschaltbild dargestellt. Man erhält so zwei nichtlineare diskrete Modellgleichungen für die Modellausgänge  $y_1(k)$  und  $y_2(k)$ .

Voruntersuchungen haben ergeben, daß ein Modellansatz nach der in Gl. (4.25) dargestellten Struktur zu keinem Ergebnis bei der Identifikation der dynamischen Eigenschaften der Kupplungen führt. Die große Anzahl der Modellparameter sowie die auftretenden Kombinationsterme der Ein- und Ausgangsgrößen (z.B. Summenelemente zweiter Ordnung mit  $u_i \cdot y_j$ ) haben keine stabilen Simulationsrechnungen zugelassen. Daher ist das Gleichungssystem nach Gl. (4.25) um verschiedene Teile erweitert worden. Die Ordnungen der Zeitverschiebungen werden variabel gestaltet, so daß sie für unterschiedliche nichtlineare Elemente

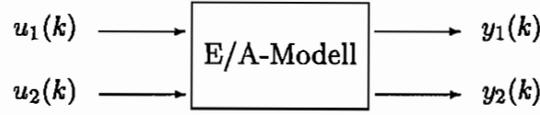


Abb. 4.10: Ein-/Ausgangsgrößenmodell eines Zweigrößensystems mit den Eingangsgrößen  $u_1$  und  $u_2$  zu den Ausgangsgrößen  $y_1$  und  $y_2$

speziell gewählt werden können. Als Ergänzung werden die Variablen  $m_{i,w}$  und  $n_{i,v}$  mit  $i = 1, \dots, q$  und  $w = 1, \dots, s$  bzw.  $v = 1, \dots, r$  eingeführt.  $r$  und  $s$  sind wieder die Anzahl der Ein- und Ausgangsgrößen des Systems. Damit ist es möglich, z.B. für den linearen Teil ( $q = 1$ ) Zeitverschiebungen bis zur vierten Ordnung zu realisieren ( $n_{11} = n_{12} = 4$ ,  $m_{11} = m_{12} = 4$ ), während im quadratischen Teil ( $q = 2$ ) nur solche bis zur zweiten Ordnung berücksichtigt werden ( $n_{21} = n_{22} = 2$ ,  $m_{21} = m_{22} = 2$ ). Es können so durch geeignete Wahl der Grenzen der Summenglieder auch ganze Bereiche des Modellansatzes ausgeblendet werden.

$$\begin{aligned}
 y_1(k) = & \bar{y}_1 + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^1 u_1(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^1 u_2(k-i) \\
 & + \sum_{i=1}^{m_{11}} a_{i,1}^1 y_1(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{12}} a_{i,2}^1 y_2(k-i) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^1 u_1(k-i) u_1(k-j) + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=0}^{n_{22}} b_{ij,12}^1 u_1(k-i) u_2(k-j) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^1 u_2(k-i) u_2(k-j) \\
 & + \sum_{i=1}^{m_{21}} \sum_{j=i}^{m_{21}} a_{ij,11}^1 y_1(k-i) y_1(k-j) + \sum_{i=1}^{m_{21}} \sum_{j=1}^{m_{22}} a_{ij,12}^1 y_1(k-i) y_2(k-j) \\
 & + \sum_{i=1}^{m_{22}} \sum_{j=i}^{m_{22}} a_{ij,22}^1 y_2(k-i) y_2(k-j) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{m_{21}} c_{ij,11}^1 u_1(k-i) y_1(k-j) + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{m_{22}} c_{ij,12}^1 u_1(k-i) y_2(k-j) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{22}} \sum_{j=1}^{m_{21}} c_{ij,21}^1 u_2(k-i) y_1(k-j) + \sum_{i=0}^{n_{22}} \sum_{j=1}^{m_{22}} c_{ij,22}^1 u_2(k-i) y_2(k-j) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} \sum_{l=j}^{n_{21}} b_{ijl,111}^1 u_1(k-i) u_1(k-j) u_1(k-l) + \dots
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Aufgrund der komplexen Zusammenhänge der verschiedenen Modellelemente und der damit verbundenen unübersichtlichen Schreibweise ist hier die Berechnungsgleichung des modifi-

zierten nichtlinearen Modells nur für den ersten Ausgang des Zweigrößensystems ausführlich angegeben. Die ersten beiden Zeilen enthalten die linearen Modellteile aufgeteilt in je einen Term für  $u_1(k)$ ,  $u_2(k)$ ,  $y_1(k)$  und  $y_2(k)$ . Damit hängt der Ausgang  $y_1(k)$  von den Ein- und den Ausgangsgrößen des Systems sowie weiteren Zeitverschiebungen dieser Größen ab. Die nächsten Zeilen enthalten die nichtlinearen Terme 2. Ordnung ( $q = 2$ ). Der letzte Summenausdruck der Gleichung (4.26) ist das erste Element der Ordnung  $q = 3$ . Je nach Ansatzgrad muß die Gleichung erweitert werden. Die Berechnungsgleichung für den zweiten Ausgang  $y_2(k)$  des Systems ergibt sich entsprechend.

### 4.3 Parameterschätzung

Im vorangegangenen Abschnitt ist ein allgemeiner nichtlinearer Differentialgleichungsansatz zur Modellierung von Mehrgrößensystemen angegeben worden. Alle Teilmodelle des Gesamtmodells besitzen zeitinvariantes Verhalten und sind linear in den Parametern. Bei der Anpassung des Modells an das dynamische Verhalten hydrodynamischer Kupplungen ist dies in Bezug auf die benötigten Schätzverfahren von großer Bedeutung. Es lassen sich unabhängig von der Nichtlinearität des Modells die gleichen Schätzverfahren wie für lineare Systeme verwenden. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Methode der kleinsten Quadrate (LS - Least Square) sowie die Methode der instrumentellen Variablen (IV) zur Bestimmung des Modells verwendet worden. Für die Güte der Schätzung ist sowohl das eingesetzte Verfahren zur Bestimmung der Modellkoeffizienten als auch die Systemerregung und von großer Bedeutung.

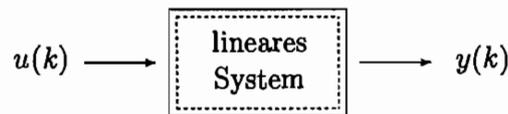


Abb. 4.11: Lineares diskretes Eingrößensystem

Aus diesem Grund werden hier die beiden erwähnten Parameterschätzverfahren kurz vorgestellt. Um die Vorgehensweise der Parameterschätzung zu verdeutlichen, liege in Anlehnung an die Literatur [17, 42, 49] die folgende lineare rekursive Differenzgleichung als zeitdiskretes Modell eines dynamischen Eingrößensystems nach Abb. 4.11 zugrunde:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \sum_{i=1}^n a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^n b_i u(k-i) \\
 &= \mathbf{m}^T(k) \cdot \mathbf{p}
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Hierbei ist  $\mathbf{m}$  der Daten- und  $\mathbf{p}$  der Parametervektor, die wie folgt aufgebaut sind:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}^T(k) &= [-y(k-1) \dots -y(k-n), u(k), u(k-1) \dots u(k-n)] \\
 \mathbf{p} &= [a_1 \dots a_n, b_0, b_1 \dots b_n]^T
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

### 4.3.1 Die Methode der kleinsten Quadrate (LS)

Die Methode der kleinsten Quadrate (LS) stellt ein sehr verbreitetes Parameterschätzverfahren für Systeme dar, die linear in den Parametern sind. Die gesuchten optimalen Schätzwerte des Parametervektors des ausgewählten Modells werden entweder direkt, d.h. in einem Schritt aus den gemessenen Systemdaten, als auch rekursiv, d.h. nach jeder Messung wird der Schätzvektor durch einen neuen Meßvektor aktualisiert, berechnet. Das LS-Verfahren erweist sich aufgrund des geringen numerischen Aufwands sowie einer Reihe von ausgetesteten Algorithmen für erste Schätzungen als sehr günstig.

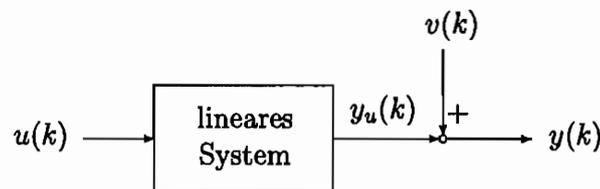


Abb. 4.12: Mit Störfunktion  $v(k)$  gestörtes System

Die Systemdaten  $y(k)$  setzen sich nach Abb. 4.12 aus einem ungestörten Systemausgang  $y_u(k)$  und der Störung  $v(k)$  zusammen, da bei der Modellierung realer Systeme die Werte für  $y(k)$  in der Regel nicht störungsfrei gemessen bzw. erfaßt werden können. Um eine erwartungstreue Schätzung der Modellparameter mit der LS-Methode zu erhalten, muß der Modellfehler unkorreliert mit den Ein- und Ausgangsgrößen des Systems sein. Liegt demnach weißes Rauschen als Störung des realen Systems vor, ergibt sich eine erwartungstreue Schätzung der Modellparameter. Wird die Struktur des Systems durch das Modell erfaßt, bleibt als Gleichungsfehler zwischen System- und Modellausgang weißes Rauschen übrig.

Zur direkten Bestimmung der Modellparameter  $a_i$  und  $b_i$  aus Gl. (4.27) werden mindestens  $n$  Messungen des Eingangs  $u(k)$  sowie des Ausgangs  $y(k)$  benötigt. Um jedoch den Einfluß der Störung  $v(k)$  des Ausgangssignals auf die Parameterschätzung zu reduzieren, wird ein überbestimmtes Gleichungssystem mit  $N \gg n$  verwendet. In diesem Fall liegen je nach Anzahl der Meßwerte  $N$  viel mehr Gleichungen als Parameter des Modells vor.

Der Vektor des Modellfehlers  $e$  ergibt sich aus der Differenz des gemessenen, gestörten Systemausgangs und des Modells. Die Matrix  $M$  wird Meß- oder Datenmatrix der Schätzung genannt.

$$\text{Modellfehler :} \quad e = y - y_M = y - M \cdot p \quad (4.29)$$

$$\text{mit :} \quad \text{Datenmatrix :} \quad M = \begin{pmatrix} \mathbf{m}^T(1) \\ \mathbf{m}^T(2) \\ \vdots \\ \mathbf{m}^T(N) \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

Liegt keine Störung des Systems vor, dann erhält man als Lösung des linearen Gleichungssystems (Gl. (4.29)) direkt die gesuchten Systemparameter. Bei einer Störung durch weißes Rauschen werden die Parameter jedoch so bestimmt, daß ein bestimmtes Gütekriterium ein Minimum annimmt. Bei der Methode der kleinsten Quadrate wird als Kriterium die Summe des quadratischen Fehlers zwischen dem System- und dem Modellausgang betrachtet (Gl. (4.31)).

$$J = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{e} \quad (4.31)$$

Wird Gl. (4.29) in Gl. (4.31) eingesetzt und die partielle Ableitung des Gütekriteriums  $J$  nach dem Parametervektor bestimmt, dann ergibt sich:

$$\left. \frac{dJ}{d\mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}=\hat{\mathbf{p}}} = 0 = \frac{d\mathbf{e}^T}{d\mathbf{p}} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \cdot \frac{d\mathbf{e}}{d\mathbf{p}} \quad (4.32)$$

$$0 = 2 \cdot \frac{d\mathbf{e}^T}{d\mathbf{p}} \cdot \mathbf{e}$$

$$0 = -2 \cdot \mathbf{M}^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \quad (4.33)$$

Nach Umformen der Gl. (4.33) erhält man:

$$(\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{M}) \cdot \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{M}^T \cdot \mathbf{y} \quad (4.34)$$

Die ganze Gleichung wird jetzt von links mit der Inversen der Matrix  $(\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{M})$  multipliziert. Als direkte Lösung des überbestimmten Gleichungssystems nach Gl. (4.29) erhält man für den Schätzvektor  $\hat{\mathbf{p}}$  der Systemparameter die folgende Bestimmungsgleichung (Gl. (4.35)):

$$\hat{\mathbf{p}} = [\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{M}]^{-1} \cdot \mathbf{M}^T \cdot \mathbf{y} \quad (4.35)$$

Liegt eine von weißem Rauschen abweichende stochastische Störung des Systems vor, dann treten bei der Methode der kleinsten Quadrate wie zu Beginn des Kapitel beschrieben bias-behaftete Schätzwerte  $\hat{\mathbf{p}}$  für den Parametervektor  $\mathbf{p}$  auf, da die getroffenen Annahmen nicht erfüllt werden. In diesem Fall muß das farbige Störsignal (bzw. der zwischen Systemausgang und Modellausgang auftretende Gleichungsfehler (Gl. (4.29)) nach Kap. 3 auf weißes Rauschen zurückgeführt werden. Dies geschieht durch Einführen eines Störgrößenmodells. Ist die Störung jedoch unbekannt, ist es ebenso möglich, durch Einführung von Hilfsvariablen farbige Störsignale zuzulassen.

### 4.3.2 Die Methode der instrumentellen Variablen (IV)

Auf die verschiedenen Erweiterungen des LS-Verfahrens soll nicht weiter eingegangen werden, da sich die Methode der instrumentellen Variablen (IV) bei der Modellbestimmung der Kupplung aus Meßwerten als leistungsfähiges Verfahren herausgestellt hat. Bei einer vorliegenden Störung durch farbiges Rauschen erhält man durch Annahme von Hilfsvariablen eine erwartungstreue Parameterschätzung.

Bei der IV-Methode wird wie beim LS-Verfahren der korrelierte Meßfehler zwischen System- und Modellausgang auf weißes Rauschen zurückgeführt, um das Problem bias-behafteter Meßwerte zu umgehen. Dieses Verfahren erfordert aber kein spezielles Störfilter, sondern es werden sogenannte Hilfsvariablen für die Rückfilterung verwendet. Damit müssen keine Annahmen über die Art der Störung getroffen werden. Der Gleichungsfehler ist entsprechend der LS-Lösung (Gl. (4.29)) definiert als:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (4.36)$$

In der Parameterschätzgleichung (Gl. (4.35)) wird jetzt die transponierte Meßwertmatrix  $\mathbf{M}^T$  durch die Hilfsvariablenmatrix  $\mathbf{H}^T$  ersetzt. Man erhält eine erwartungstreue Schätzung, wenn die Elemente der Hilfsvariablenmatrix so gewählt werden, daß sie nicht mit den Anteilen des Störsignals aber stark mit den Nutzsignalen  $u(k)$  und  $y_u(k)$  korreliert sind. Es gilt:

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} E \{ \mathbf{H}^T \mathbf{e} \} &= \mathbf{0} \\ \lim_{N \rightarrow \infty} E \{ \mathbf{H}^T \mathbf{M} \} &\text{ positiv definit} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Erfüllen die Hilfsvariablen die in Gl. (4.37) dargestellten Anforderungen, ergibt sich nach Minimierung des Gütekriteriums  $J$  (quadratischer Fehler zwischen System- und Modellausgang) die Schätzgleichung nach der Methode der instrumentellen Variablen:

$$\hat{\mathbf{p}} = [\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{M}]^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{y} \quad (4.38)$$

Die Hilfsvariablenmatrix  $\mathbf{H}$  enthält bei  $N$  durchgeführten Messungen die Vektoren  $\mathbf{h}^T(1)$  bis  $\mathbf{h}^T(N)$ .

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^T(1) \\ \mathbf{h}^T(2) \\ \vdots \\ \mathbf{h}^T(N) \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

mit:

$$\mathbf{h}^T(k) = [-y_h(k-1) \dots -y_h(k-n), u(k), u(k-1) \dots u(k-n)] \quad (4.40)$$

Im Idealfall enthalten die Vektoren  $\mathbf{h}^T(k)$  die ungestörten Ein- und Ausgangssignale des Systems.  $u(k)$  ist zwar bekannt, aber das ungestörte Ausgangssignal  $y_u(k)$  ist nicht meßbar. Daher werden die Schätzwerte  $y_h(k)$  als Hilfsvariablen verwendet.

$$y_h(k) = \mathbf{h}^T(k) \cdot \hat{\mathbf{p}} \quad (4.41)$$

Die Berechnung des optimalen Parameterschätzvektors muß bei der nichtrekursiven Lösung iterativ erfolgen. Im ersten Durchgang wird mit der LS-Methode nach Gl. (4.35) ein erster Satz von Schätzwerten bestimmt. Diese sind, wenn kein weißes Rauschen als Störung vorliegt, nicht die exakten Systemparameter, da sie offsetbehaftet sind. Sie dienen aber als Startwerte der IV-Methode für den ersten Berechnungsschritt.

Im zweiten Durchgang wird ein neuer verbesserter Parametervektor mit Gl. (4.38) bestimmt. Dabei werden die Hilfsvariablen nach Gl. (4.41) mit dem im ersten Schritt geschätzten Satz von Parametern berechnet und fließen mit in die Schätzgleichung ein. Dieses Vorgehen wird solange wiederholt, bis sich keine Veränderung des geschätzten Parametervektors  $\hat{\mathbf{p}}$  mehr einstellt.

In der Literatur [17, 42, 44, 47, 49] sind noch eine Reihe anderer Schätzverfahren bzw. Modifikationen des LS-Verfahrens bekannt. Aufgrund ihrer ausgetesteten Algorithmen und der numerisch einfachen Handhabung ist die LS-Methode für erste Modellschätzungen der hydrodynamischen Kupplung verwendet worden. Nach einer Reihe von Untersuchungen mit direkten und rekursiven Variationen dieses Verfahrens sowie anderer Schätzalgorithmen hat sich die Methode der instrumentellen Variablen als leistungsstarkes Schätzverfahren für veräuschte Meßwerte und große Modellansätze erwiesen. Daher ist zur Modellbestimmung die direkte IV-Methode verwendet worden.

## 4.4 Testsignale

Für eine erfolgreiche Parameterschätzung und hohe Modellgüte ist neben dem richtigen Modellansatz und dem Schätzverfahren auch die Wahl der Systemerregung von entscheidender Bedeutung. Dabei können als Systemerregungen

- natürliche (im Prozeß vorhandene)     sowie
- künstliche (von außen aufgebrachte)

Signale verwendet werden. Das System muß während der Messung bzw. des Schätzvorgangs, wenn z.B. eine On-line-Identifikation durchgeführt wird, fortdauernd und genügend erregt werden. Ist es in technischen Prozessen nicht möglich, während des normalen Betriebs Testsignale auf das System aufzubringen, können nur die im Betrieb auftretenden, natürlichen Signale (z.B. Störungen, Betriebszustandsänderungen, etc.) gemessen und als Eingangssignale der Identifikation verwendet werden. Dabei wird aber das System meist nur sehr schwach und eingeschränkt erregt. Der Betrieb in der Nähe einer Eigenfrequenz einer Maschine oder

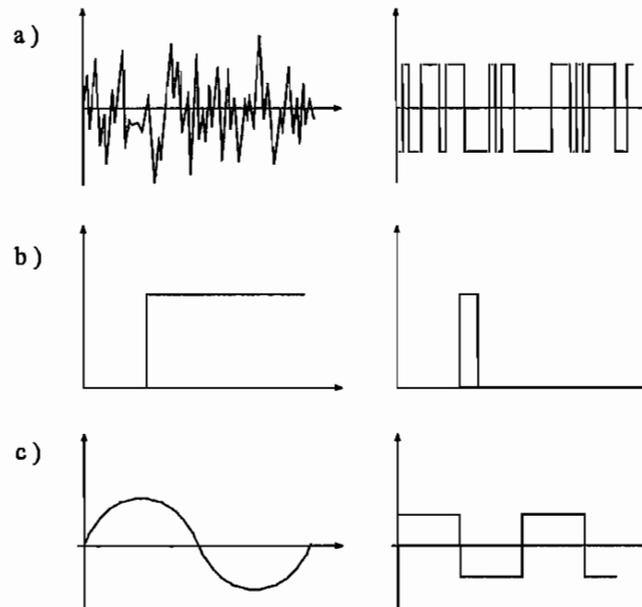


Abb. 4.13: Unterschiedliche Erregungssignale: a) stochastische und pseudostochastische, b) aperiodische (z.B. Rechteck- und Rechteckimpulsfunktion) und c) periodische Signale (z.B. Sinus- und Rechteckschwingung)

Anlage könnte zwar zu einer recht großen monofrequenten Eigenerregung führen, wird aber meistens aus Gründen der Betriebssicherheit ausgeschlossen.

Um eine optimale Systemidentifikation durchführen zu können, sollten daher zu den vorhandenen Erregungen des Betriebs oder der Umgebung weitere Signale aufgebracht werden, mit denen das System gezielt in den gewünschten Betriebsbereichen erregt werden kann. Liegen kleinere Antriebselemente vor, kann dies z.B. auf einem Prüfstand getrennt von der Gesamtanlage erfolgen. Bei den Testsignalen wird dabei zwischen

- stochastischen,
- aperiodischen und
- periodischen

Signalen unterschieden. Bei deren Wahl muß auf eine genügende Erregung des Systems geachtet werden. Die Amplitude des Signals sollte innerhalb des betrachteten Betriebsbereiches bzw. der Grenzen des Systems verschiedene Werte annehmen. Besonders bei stark nichtlinearen Systemen ist dies von großer Bedeutung, da diese im Gegensatz zu linearen Systemen amplitudenabhängiges Verhalten aufweisen. Nachfolgend sollen alle drei genannten Erregungsarten kurz erläutert werden, um deren Anwendungsgebiete darzustellen.

### Stochastische Testsignale

Bei der Identifikation dynamischer Systeme werden stochastische Eingangssignale vor allem zur Bestimmung von Korrelationsfunktionen verwendet. Das System wird dabei mit weißem Rauschen (z.B. mit Hilfe eines Rauschgenerators) zusätzlich zu den vorhandenen Störungen im Betrieb erregt.

Nachteilig wirkt sich bei dieser Art der Systemidentifikation aus, daß bei der Ermittlung z.B. der Kreuzkorrelation von Ein- und Ausgangssignal in praktischen Anwendungsfällen eine sehr große Meßzeit benötigt wird, um eine genaue Korrelationsanalyse zu erhalten. Auch sind Messungen mit Rauschsignalen als Eingangsgrößen eines Prozesses nicht reproduzierbar. Daher bietet es sich an, deterministische Signale als Testsignale für die Systemidentifikation zu verwenden.

### Aperiodische Testsignale

Wirksame deterministische Testsignale zur Systemidentifikation sind Sprung- und Rechteckimpulsfunktionen. Bei ungestörten oder nur schwach gestörten Systemen wird mit diesen Eingangsgrößen die Übertragungsfunktion oder die Impulsantwort gemessen. Man erhält so aus Messwerten ein nichtparametrisches Modell (tabellarisch oder in graphischer Form). Sollen nur die niedrigen Frequenzen des Systems angeregt werden, dann bietet sich die Sprungfunktion als beste Eingangsgröße an. Für höhere Frequenzen ist der schmale Rechteckimpuls das bessere Testsignal. Ist es aufgrund von Einschränkungen oder physikalischen Grenzen der zu untersuchenden Anlage oder Maschine (z.B. Beschränkung der Änderungsgeschwindigkeit oder der Amplitude des Signals durch die Stelleinrichtung) nicht möglich, einen Sprung oder Impuls auf das System zu geben, wird auf Rampenfunktionen mit unterschiedlicher Flankensteilheit zurückgegriffen.

Werden gestörte Systeme betrachtet, dann liefert die Bestimmung der Übertragungsfunktion oder der Impulsantwort mit diesen Testsignalen keine hinreichende Genauigkeit der Modelle, da das zulässige Störsignal für diese Methoden nur sehr klein sein darf.

### Periodische Testsignale

Bei periodischen Testsignalen handelt es sich z.B. um Sinus-, Rechteck- oder Trapezschwingungen bzw. um deren Überlagerungen. Sie können durch Funktionsgeneratoren oder Prozeßrechner erzeugt werden. Bei linearen Systemen werden oft Sinusschwingungen als dynamische Erregung verwendet. Nachteilig wirkt sich aus, daß bei breitbandiger Erregung für jede gewünschte Frequenz eine Messung gemacht werden muß. Dagegen sind Rechtecksignale mehrfrequente Signale, die jedoch die  $k$ -te Frequenz um den Faktor  $1/k$  weniger anregen als die Grundwelle (Fourier-Reihenentwicklung).

Da es oft bei realen Systemen und Maschinen aufgrund der physikalischen Gegebenheiten, z.B. der Stelleinrichtung, nicht möglich ist, ideale Rechteckschwingungen auf das System aufzubringen, müssen diese über Rampenfunktionen angenähert werden. Man erhält sogenannte

Trapezschwingungen. Dabei ist zu beachten, daß die Flankensteilheit der Funktion maßgeblichen Einfluß auf die Erregung der höheren Frequenzen hat. Beim ersten Koeffizienten der Fourierentwicklung der Trapezschwingung sollte der Faktor  $\sin\alpha/\alpha$  (mit  $\alpha =$  Steigung der Trapezflanke) größer als  $\pi/4$  sein, damit die Erregung des Systems in der Grundwelle größer als bei einer reinen Sinusschwingung ist:

$$a_{1\text{Trapez}} = \frac{4 \cdot \sin \alpha}{\pi \alpha} a_{1\text{Sinus}} \quad (4.42)$$

Für die Trapezzerregung läßt sich feststellen, daß je steiler die Flanke vorgegeben werden kann, desto stärker die höheren Frequenzen im System angeregt werden. In diesem Fall nähert sich diese Erregung der Rechteckfunktion an.

Wird jetzt versucht, zur Parameterschätzung von dynamischen Systemen eine breitbandige Erregung mit gleichbleibender Intensität innerhalb des untersuchten Frequenzbands zu erhalten, führt dies z.B. auf sogenannte pseudozufällige Rauschsignale. Diese Signale sind hier zur Identifikation der hydrodynamischen Kupplung verwendet worden, da sie eine breitbandige Erregung des Prüfobjekts zwischen 0 und ca. 13 Hz mit annähernd gleichbleibender Amplitude ermöglichen.

### Pseudozufällige Rauschsignale

Es handelt sich bei den sogenannten pseudostochastischen binären Testsignalen (PRBS - pseudo random binary sequences) um periodische, binäre Signalfolgen, deren Amplituden nur bestimmte Werte annehmen können (z.B.  $+A$ ,  $-A$ ). Mit diesen diskreten Signalen können die statistischen Eigenschaften von weißem Rauschen in bestimmten Bereichen nachgebildet werden. Nach einer Periode der Länge  $L$  wiederholen sich diese Folgen. Es handelt sich daher trotz ihrer zufälligen Verteilung innerhalb der Periode um deterministische Signale. Dies hat den Vorteil, daß durchgeführte Messungen an Systemen mit dieser Erregung zu jeder Zeit nachvollzogen werden können. Weiterhin liefern die Schätzverfahren bei der Identifikation dynamischer Systeme mit parametrischen Modellen auch bei großen Störsignalen eine hohe Genauigkeit. In Abb. 4.14 ist als Beispiel eine PRBS-Folge mit der Amplitude  $A$  dargestellt.

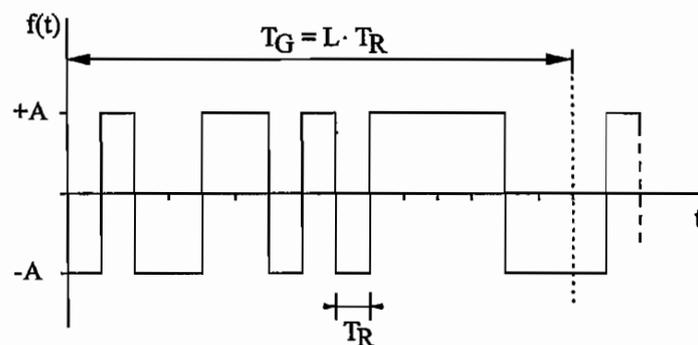


Abb. 4.14: zweiwertige PRBS-Folge, erzeugt mit einem vierstufigen Schieberegister

Die aufgetragene Funktion ist eine zweiwertige Folge, die mit Hilfe eines vierstufigen rückgekoppelten Schieberegisters erzeugt worden ist. Die Werte der Folge dürfen nur zu bestimmten äquidistanten Zeitpunkten zwischen  $+A$  und  $-A$  wechseln. Nach einer gewissen Anzahl von Takten ( $L$ ) wiederholt sich dieses Signal. Die Periodenlänge für eine PRBS-Folge lautet  $L = 2^m - 1$ , wobei  $m$  die Anzahl der Registerstufen ist. Damit ergibt sich die Periodendauer des dargestellten Signals mit  $m = 4$  zu:  $T_G = L \cdot T_R = 15 \cdot T_R$ .

Die Anzahl der Veränderungen der Amplitude pro Sekunde bzw. die Breite der Impulse beeinflusst den erregten Frequenzbereich. Mittlere und hohe Frequenzen werden durch sehr viele Amplitudenwechsel, niedrige Frequenzen durch wenige Wechsel zwischen  $+A$  und  $-A$  in einer Sekunde angeregt. Nachteilig wirkt sich bei dieser Form der dynamischen Erregung eines dynamischen Systems ein bleibender Mittelwert von  $\bar{u} = \frac{A}{L}$  aus. Weiterhin reicht zur Identifikation von nichtlinearen Systemen eine Erregung mit zweiwertigen PRBS-Folgen als Eingangssignale nicht aus, da diese ein amplitudenabhängiges Verhalten aufweisen. Es müssen daher mindestens dreistufige Register verwendet werden, um einen zusätzlichen Amplitudenwert zu ermöglichen (z.B.  $+A, 0, -A$ ). Man spricht daher von *mehrwertigen pseudozufälligen Folgen*.

Wie bei den zweiwertigen Folgen ändern sich deren Werte ebenfalls nur zu bestimmten äquidistanten Zeitpunkten, welche ebenfalls mit rückgekoppelten Schieberegistern erzeugt werden. Die Rückkopplungsfaktoren können aber von eins verschiedene Werte annehmen. Die Periodenlänge einer solchen mehrwertigen Folge beträgt  $L = d^m - 1$  ( $d$  ist die Wertigkeit und  $m$  die Stufenzahl des Schieberegisters). Dies bedeutet, daß sich diese Folgen auch nach  $T_G = L \cdot T_R$  wiederholen.

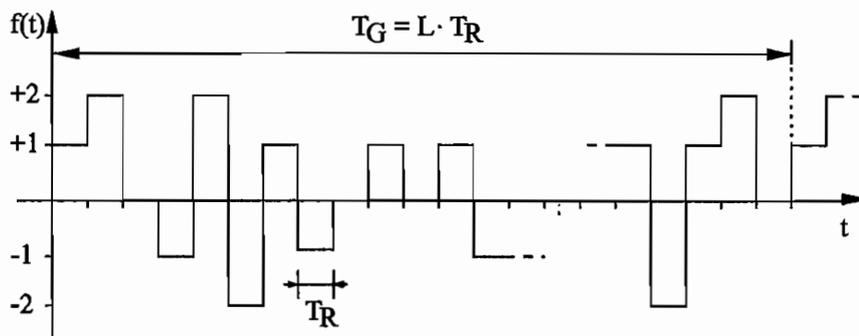


Abb. 4.15: fünfwertige Folge aus einem dreistufigen Schieberegister

In (Abb. 4.15) ist der Verlauf einer fünfwertigen Zufallsfolge dargestellt. Die Amplitude wechselt zwischen den fünf möglichen Werten:  $+2, +1, 0, -1, -2$ . Mit  $d = 5$  und einer Stufenzahl von  $m = 3$  ergibt sich eine Periodenlänge von  $T_G = L \cdot T_R = 124 \cdot T_R$ . Der Mittelwert der dargestellten Folge beträgt  $\bar{u} = 0$ . Innerhalb der erzeugten Periode dieses Signals wird das Verhalten von weißem Rauschen sehr gut approximiert. Dies äußert sich durch eine gleichbleibende Anregung aller Frequenzen in dem betrachteten Frequenzband.

# Kapitel 5

## Die Versuchstechnik

Um mit Hilfe der Black-Box-Identifikation geeignete Berechnungsmodelle zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen zu ermitteln, sind die erforderlichen experimentellen Untersuchungen auf einem für diese Zwecke ausgelegten Versuchstand durchgeführt worden. In diesem Kapitel wird nach einer allgemeinen Darstellung des Versuchstandskonzepts näher auf die analoge und digitale Regelung der Antriebseinheiten eingegangen. Dabei steht vor allem die speziell für dynamische Versuche realisierte *digitale Regelung* im Vordergrund, mit der alle gewünschten Erregungen und Betriebsbedingungen erzeugt werden konnten. Es folgt ein kurzer Vergleich der beiden Regelungsarten sowie eine Darstellung der Meß- und Rechentechnik (Echtzeitsystem).

In Kap. 5.5 wird ausführlich das gemessene stationäre und instationäre Verhalten der unterschiedlichen KupplungsbaufORMen aufgeführt. Dabei werden als Ausgangspunkt für die nichtlineare Identifikation einige dynamische Untersuchungen für verschiedene Füllgrade und Geometrien durchgeführt und die Gemeinsamkeiten und Unterschiede dargestellt.

### 5.1 Der Versuchstand

Die in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen sind auf einem hochdynamischen Verspannungsprüfstand durchgeführt worden, der in den Jahren 1990/91 im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Sonderforschungsbereiches (SFB 278) „Hydrodynamische Leistungsübertragung“ an der Arbeitsgruppe „Numerische Methoden und Simulationstechnik“ von Prof. Waller konzipiert und aufgebaut worden ist [8, 27].

Der Schwerpunkt bei der Planung der Anlage lag auf einer hohen Dynamik der Antriebsmaschinen, einem flexiblen Gesamtaufbau sowie einer großen Genauigkeit der Regelung und Meßwerverfassung. In Abb. 5.1 ist ein Photo des Versuchstands mit einer hydrodynamischen Kupplung als Versuchsaufbau dargestellt.

Als Antriebsmaschinen sind aufgrund ihrer großen Dynamik zwei baugleiche hydrostatische Antriebseinheiten der Firma Mannesmann/Rexroth installiert worden. Im Vergleich zu Elektromotoren gleicher Leistung weisen diese aufgrund ihrer kompakten Bauweise ein sehr viel kleineres Trägheitsmoment auf. Dadurch sind Vorgänge mit sehr großer Beschleunigung auf



Abb. 5.1: Bild des Verspannungsprüfstands mit eingebauter hydrodynamischen Kupplung

dem Versuchsstand realisierbar. Bei den Einheiten handelt es sich um sekundärgeregelte Axialkolbenmaschinen in Schrägscheibenbauart, die in einem Konstantdrucknetz betrieben werden.

Auf die Schrägscheibe wirken neun Kolben, die in einer Trommel um die Maschinenwelle angeordnet sind (Abb. 5.2). Sie werden über eine feststehende Steuerscheibe mit Hoch- bzw. Niederdruck beaufschlagt. Eine Auslenkung der Schwenkscheibe des Hydrostaten aus der Nulllage heraus wird von einer im Gehäuse integrierten elektro-hydraulischen Verstellung hervorgerufen und bewirkt ein Moment um die Drehachse der Abtriebswelle. Dieses ist näherungsweise proportional zum vorgegebenen Schwenkwinkel. Durch eine Veränderung des Hubvolumens der Kolben wird der benötigte Ölvolumenstrom bestimmt. Das maximal erreichbare Drehmoment ist aufgrund der Druckdifferenz zwischen Hoch- und Niederdruck an den Anschlüssen vorgegeben. Die abgegebene hydraulische Leistung ergibt sich aus den Größen Druck und Fördervolumen, wobei die mechanische Leistung der Maschinen aus Drehzahl und Drehmoment an der Maschinenwelle bestimmt wird.

$$P_{mech} = \frac{M \cdot \omega}{1000} = \frac{M \cdot n}{1000} \cdot \frac{\pi}{30} = \frac{M \cdot n}{9550} \quad [\text{kW}] \quad (5.1)$$

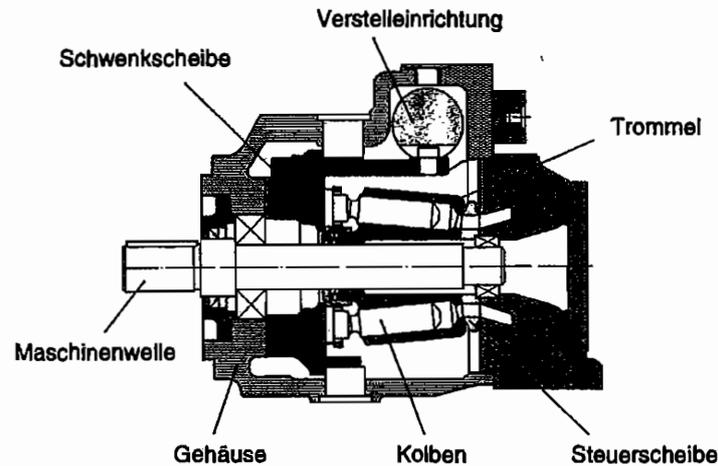


Abb. 5.2: Schnitt durch eine hydrostatische Antriebseinheit

Beim Prinzip der Sekundärregelung sorgt eine Versorgungseinheit (Primäreinheit) für einen eingprägten Druck  $\Delta p$ , der an den beiden Sekundäreinheiten anliegt. Der Betriebsdruck bleibt annähernd konstant, da Systeme mit eingprägtem Druck auf eine Veränderung des Volumenstroms reagieren. Als Versorgungseinheiten sind zwei Hydrostaten als Pumpen parallel geschaltet, die von Elektromotoren angetrieben werden. Dabei wird das Hydrauliksystem zuerst durch Inbetriebnahme einer Zahnradpumpe auf einen Mindestdruck vorgepannt, bevor eine oder beide Versorgungseinheiten den Betriebsdruck im Netz erzeugen. Der Versuchsstand kann so mit unterschiedlicher Versorgungsleistung betrieben und den Prüfbedingungen angepaßt werden (Abb. 5.3).

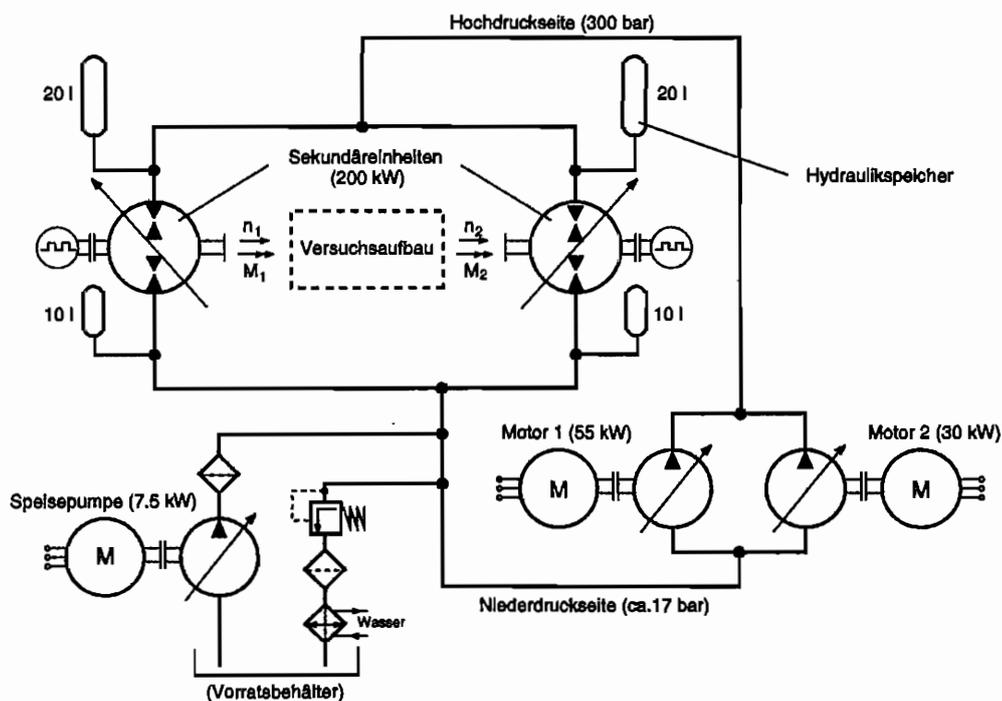


Abb. 5.3: Prinzipschaltbild des Hydrauliknetzes mit Versorgungseinheiten

Die Maschinen arbeiten im Vierquadrantenbetrieb und können sowohl als Antriebs- als auch als Bremsenheit verwendet werden. Die mechanische Energie wird aufgrund des Pumpenbetriebs einer Maschine in hydraulische Energie umgewandelt. Die auftretende Bremsenergie in der zweiten Maschine wird durch den geschlossenen Betrieb in das Hydrauliknetz zurückgeführt. Die Versorgungseinheit deckt dadurch lediglich die an den Motoren und dem Versuchsaufbau (z.B. Schlupf im untersuchten System) entstehenden Verluste. Durch den Einsatz von Hochdruckspeichern direkt an den Maschinen wird der Druck auch bei hoher Leistung nahezu konstant gehalten. Es werden so Volumenstromspitzen ausgeglichen, die durch schnelle Veränderungen des Hubvolumens der Hydrostaten entstehen. Aufgrund der Energierückführung durch die Bremsenheit ist die verfügbare Antriebsleistung des Versuchsstands größer als die installierte elektrische Leistung der Versorgungseinheiten (siehe technische Daten in Tab. 5.1).

2 Sekundäreinheiten A4VSG 250 DS1	
Betriebsmedium :	Hydrauliköl ISO VG 46
max. Leistung :	$P_{max} = 200 \text{ kW}$
max. Drehzahl :	$n_{max} = 1860 \text{ min}^{-1}$
max. Drehmoment :	$M_{max} = 1060 \text{ Nm}$
Trägheit der Maschine :	$\Theta = 0.0959 \text{ kgm}^2$
Hochdruck :	$p_{max} = 300 \text{ bar}$
Niederdruck :	$p_{min} = 20 \text{ bar}$
Systemdruck :	$\Delta p = 280 \text{ bar}$
max. Schluckvolumen :	$V_g = 250 \text{ cm}^3$

Versorgungseinheiten :	Pumpe 1 : A4VSO 71 DR	Pumpe 2 : A4VSO 40 DR
Leistung :	$P = 55 \text{ kW}$	$P = 30 \text{ kW}$
Drehzahl :	$n = 1500 \text{ min}^{-1}$	$n = 1500 \text{ min}^{-1}$
Systemdruck :	$\Delta p = 280 \text{ bar}$	$\Delta p = 280 \text{ bar}$
Schluckvolumen :	$V_g = 71 \text{ cm}^3$	$V_g = 40 \text{ cm}^3$
Antrieb :	Elektromotor (55 kW)	Elektromotor (30 kW)

Tab. 5.1: Technischen Daten der Versorgungs- und Sekundäreinheiten

Der Aufbau der gesamten Anlage teilt sich auf in die Versorgungseinheit, den eigentlichen Prüfstand in seiner modularen Bauweise sowie die Steuereinheit zur Regelung und Überwachung aller Komponenten. Die beiden Antriebsmaschinen sind auf einem ca. sechs Meter langen Grundrahmen aus einer torsionssteifen Schweißkonstruktion mit zwei bearbeiteten Führungsbahnen flexibel montierbar. Sie werden zusammen mit der Verrohrung und je einem Speicher für Hoch- und Niederdruck an einem Aufnahmebock auf dem Grundrahmen verschiebbar befestigt. Zwischen den Hydrostaten werden die jeweiligen Prüfobjekte und Antriebsstrangelemente (z.B. Drehmassen, Zwischenwellen, etc.) eingebaut. Alle Komponenten sind auf eigenen Lagerböcken befestigt. Verbunden werden die unterschiedlichen Aufbau-

ten mit drehsteifen, flexiblen Stahllamellen-Kupplungen, die eine spielfreie Kraftübertragung auch bei wechselnder Belastungsrichtung gewährleisten. Die Verbindung zwischen den Wellenenden und Kupplungsnaven wird über konische Verbindungselemente realisiert. Die Lamellen-Kupplungen dienen zum Ausgleich von Radial-, Axial- und Winkelversatz zwischen den Bauteilen bei der Verbindung der Wellenenden. Auf dem Verspannungsprüfstand können so verschiedene Bauarten der Prüfobjekte bis hin zu längeren Wellenzügen untersucht werden.

Mit den hydrostatischen Antriebseinheiten lassen sich beliebige dynamische Erregungen auf das Prüfobjekt aufbringen. Damit ist eine hohe Flexibilität hinsichtlich der durchführbaren Versuche bei unterschiedlichen Anwendungsfällen gegeben. Problematisch stellt sich die Bauweise mit den Axialkolben dar. Die neun auf die Schwenkscheibe wirkenden Kolben verursachen je nach Betriebsbereich der Maschinen starke Torsionsschwingungen an der Maschinenwelle. Diese äußern sich durch drehzahlabhängige Schwingungen mit der neun oder 18-fachen Kolbenumlauffrequenz. Die Schwingungen entstehen bauartbedingt durch den pro Umdrehung wechselnden Einfluß von Hochdruck und Niederdruck auf die Kolben. Dies bedeutet, daß hierdurch und durch Resonanzerscheinungen der Antriebsmaschinen ein erheblicher Einfluß auf den Versuchsaufbau und damit auf die Meßergebnisse ausgeübt wird. Da diese Schwingungen aber weit über dem für die hydrodynamische Kupplung untersuchten Bereich bis ca. 20 Hz liegen, können Nutz- und Störsignale gut voneinander getrennt werden. Dies geschieht durch analoge und digitale Tiefpaßfilterung der Meßsignale.

## 5.2 Analoge Regelung der hydrostatischen Antriebseinheiten

Bei beiden Maschinen kann unabhängig voneinander die Drehzahl oder das Drehmoment geregelt werden. Der entsprechende Regelmodus wird über die für die jeweilige Maschine zuständige analoge Reglerkarte eingestellt. Prinzipiell sind alle Kombinationen bis auf eine gleichzeitige Drehmomentregelung beider Achsen möglich, da dies zu undefinierten Systemzuständen führt. Bei schlupfbehafteten Prüfobjekten wie z.B. der hydrodynamischen Kupplung bietet sich eine Drehzahlregelung beider Maschinen an, um bestimmte Betriebspunkte anfahren zu können. Um die Betriebssicherheit jederzeit zu gewährleisten, wird die gesamte Anlage durch eine SPS überwacht. Treten unerlaubte Betriebszustände auf (Drehzahl zu hoch, Druckabfall, etc.), werden die entsprechenden Notfunktionen ausgeführt. Die analoge Regelung der Axialkolbeneinheiten erfolgt über eine Kaskadenregelung mit innerem und äußerem Regelkreis. Bei jeder Maschine besteht der innere Kreis aus einem PD-Regler zur Regelung des Schwenkwinkels, dem jeweils ein Drehzahlregler mit PID-Verhalten überlagert ist (Abb. 5.4).

Um verschiedene Prüfbedingungen mit unterschiedlicher Maschinendynamik auf dem Versuchsstand zu realisieren, können die analogen Regelkoeffizienten (P-, I- und D-Anteil des Drehzahlreglers bzw. P- und D-Anteil des Schwenkwinkelreglers) von außen zugänglich verstellbar sein. Ihr Einfluß auf das Regelverhalten der Hydrostaten kann dementsprechend

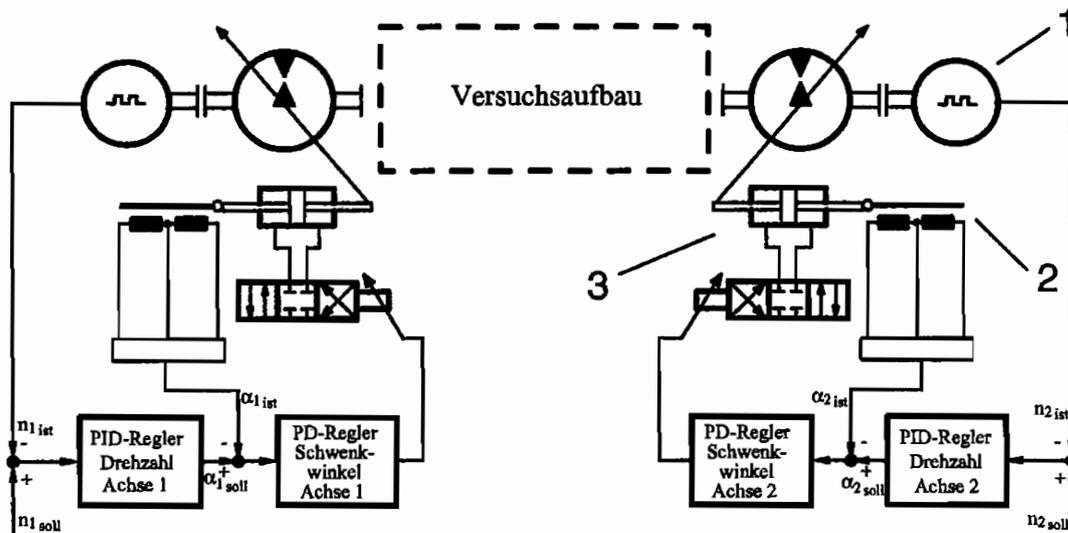


Abb. 5.4: Prinzipschaltbild der Regelung der Hydrostaten im Verspannungsprüfstand mit 1 Inkrementalgeber zur Drehzahlmessung, 2 induktiver Weggeber zur Schwenkwinkelmessung und 3 elektro-hydraulische Vorsteuerung

abgeschwächt oder verstärkt, aber nie ausgeschaltet werden. Die Drehzahl als Eingangsgröße der Regelung wird über einen Inkrementalgeber direkt an der jeweiligen Maschinenachse gemessen. Die Sollwerte können sowohl in Echtzeit mit einem Digitalrechner als auch per Hand über ein Potentiometer vorgegeben werden. Zur Begrenzung der Sollwertänderung (Schutz der Maschine bzw. des gesamten Aufbaus vor Sollwertsprüngen) können den Drehzahlreglern analoge Rampenfunktionen mit einstellbarer Rampenzeit vorgeschaltet werden. Die Dynamik der gesamten Anlage wird so über die einstellbare Zeitkonstante bestimmt. Die Stellgrößen der Drehzahlregelung dienen als Sollwerte der Schwenkwinkelregler (innere Regelkreise). Die Ist-Werte des Schwenkwinkels werden über zwei induktiv arbeitende Wegaufnehmer direkt an der Schwenkscheibe der jeweiligen Maschine gemessen und dem inneren Regelkreis zugeführt (Abb. 5.4).

### 5.3 Digitale Regelung der hydrostatischen Antriebseinheiten

Bei instationären Messungen mit einer vorgegebenen hohen Dynamik der Antriebsmaschinen werden die Grenzen der analogen Regelung schnell erreicht. Die geforderten Sollwertverläufe (z.B. dynamische Erregung des Prüfobjektes zur linearen und nichtlinearen Identifikation) können nicht oder nur unzureichend eingehalten werden. Vor allem Übergänge von z.B. stationärer Drehzahl zu Rampen mit konstanter Steigung werden durch den analogen Regler der jeweiligen Maschine sehr langsam und verzögert eingeleitet. Aufgrund der Trägheit der analogen Regler ist eine Realisierung von hochdynamischen Erregungen, die zur Identifikation nichtlinearer Systeme benötigt werden (z.B. über Rampen angenäherte Rechteckschwingung oder Rauscherregungen), nicht möglich, da zum Teil erhebliche Verzögerungen zwischen Soll-

und Istwert entstehen. Aus diesem Grund ist die Regelung der beiden hydrostatischen Antriebseinheiten des Versuchsstands um je einen digitalen Drehzahlregler mit veränderbarer Charakteristik erweitert worden. Die digitalen Regler sollen sowohl die geforderte hohe Dynamik bei Sollwertänderungen zur Verfügung stellen als auch eine gute Ausregelung von Störungen bei konstanten Drehzahlen ermöglichen. Ein möglicher Anwendungsfall ist z.B. die Konstantwertregelung der Drehzahl einer Achse, während die Drehzahl der zweiten Achse entsprechend einer vorgegebenen Funktion verändert wird. Es wird so eine bestimmte Erregung auf den Prüfaufbau aufbracht. Dabei ergibt sich auf die konstant geregelte Maschine eine Störung aufgrund der Sollwertveränderung der zweiten Maschine als Rückwirkung über den Antriebsstrang. Diese Kopplung sowie unterschiedliche Betriebsobjekte und -bereiche müssen bei der Reglerauslegung berücksichtigt werden. Die digitalen Regler werden in das bestehende Versuchsstandskonzept als Option eingegliedert, indem wahlweise mit dem analogen oder digitalen Regler gefahren werden kann.

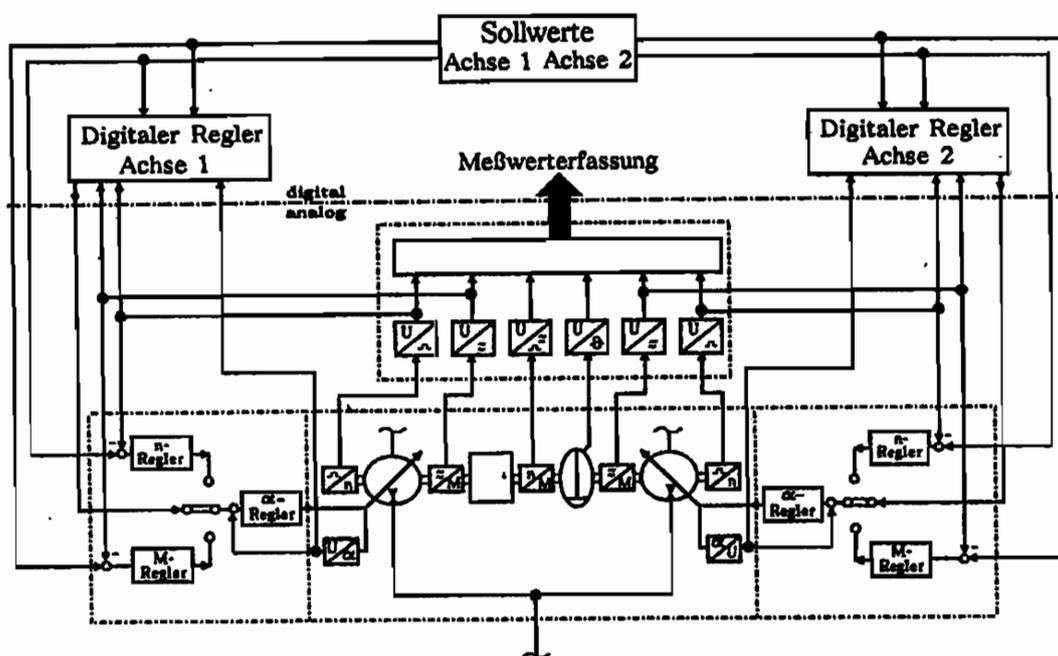


Abb. 5.5: Digitale und analoge Regelung des Versuchsstands

In Abb. 5.5 ist ein Prinzipschaltbild des gesamten Regelkonzepts mit digitaler und analoger Regelung des Prüfstands dargestellt. Die analogen Drehzahlregler der beiden Maschinen werden hierbei um jeweils einen Regelalgorithmus auf einem Digitalrechner erweitert. Die Auswahl des gewünschten Reglermodus erfolgt durch einfaches Umschalten am Steuerschrank der Anlage und Laden der entsprechenden Reglersoftware für das Echtzeitbetriebssystem. Bei der Versuchsstandregelung wird so im äußeren Regelkreis die Drehzahl digital geregelt. Der analoge Schwenkwinkelregelkreis bleibt dabei weiterhin aktiv. Dies hat den Vorteil, daß durch die Überwachungs- und Sicherheitsfunktionen der SPS die Betriebssicherheit gewährleistet ist, und keine gravierenden Änderungen hinsichtlich des Gesamtkonzepts der Anlage notwendig sind.

Aufgrund der geforderten Flexibilität des Versuchsstands zur Identifikation nichtlinearer dynamischer Systeme ist es nicht möglich, eine spezielle Reglerauslegung für eine bestimmte digitale Regelstrecke durchzuführen. Verschiedene Prüfobjekte mit unterschiedlichem dynamischen Betriebsverhalten werden über große Betriebsbereiche stationär sowie dynamisch betrieben. Es ergeben sich dadurch viele mögliche Betriebszustände, die mit der digitalen Regelung einstellbar sein müssen. Die Regelstrecke variiert je nach Anwendungsfall und ist für eine genaue Reglerauslegung nicht hinreichend genau bekannt. Aus diesem Grund ist auf eine spezielle Reglerdimensionierung zugunsten eines flexiblen Reglerkonzepts verzichtet worden. Es wird in Anlehnung an den analogen Regleraufbau ein PID-Universalregler verwendet, der den jeweiligen Betriebsbedingungen angepaßt werden kann (z.B. schnelle Sollwertveränderungen oder Ausregeln von Störungen).

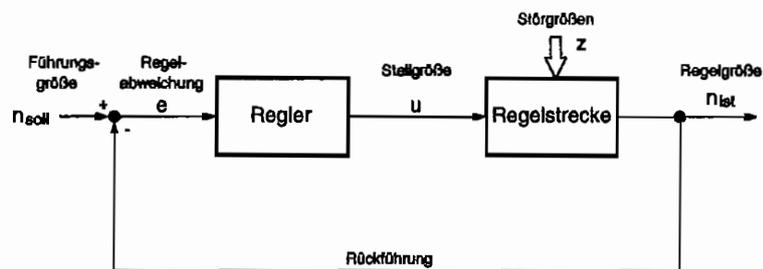


Abb. 5.6: Drehzahlregler im geschlossenen Regelkreis

Grundlage der auf dem Prüfstand realisierten digitalen Regler ist ein PID-Algorithmus mit verzögertem Differentialanteil [16, 42]. Über die Wahl der Regelkoeffizienten lassen sich unterschiedliche Regler und, wie beim analogen Regelmodus der Anlage, die gewünschte Dynamik des geschlossenen Regelkreises einstellen. So ergeben sich verschiedene Regler, da bestimmte Anteile durch geeignete Wahl der Koeffizienten unterdrückt werden können. Soll ein sehr schneller Regler verwirklicht werden, bei dem es nur sekundär auf eine genaue Ausregelung möglicher stationärer Drehzahlen ankommt, kann z.B. das I-Verhalten im Algorithmus unterdrückt werden. Es ergibt sich ein PD-Regler für hohe Dynamik. Als mögliche Einstellungen können prinzipiell folgende Kombinationen aus dem PID-Algorithmus gewonnen werden:

- P - Regler : einfachster Regler für Sollwertänderungen
- PI - Regler : Regler zum Ausregeln von Regelabweichungen
- PD - Regler : Regler mit hoher Dynamik
- PID - Regler : Regler für komplexe Regelaufgaben

Bei dem P-Regler handelt es sich um einen schnellen Regler mit bleibender Regelabweichung, der Störungen nur gering ausregelt. Wird diesem Regler ein D-Anteil hinzugefügt, erhält man einen sehr schnellen Regler (kurze Anregelzeit bei Sollwertänderungen) mit einer höheren Verstärkung. Aber auch hier bleibt eine Abweichung zwischen Soll- und Istwert. Sollen Störungen vollständig ausgeregelt werden, dann bietet sich die Verwendung eines PI-Reglers an. Dieser ist in antriebstechnischen Regelungen ein weit verbreiteter Regler, der aber bei einer geforderten hohen Dynamik zu langsam ausregelt. Der PID-Regler, wie er hier zur Regelung der hydrostatischen Antriebseinheiten verwendet wird, stellt eine Kombination

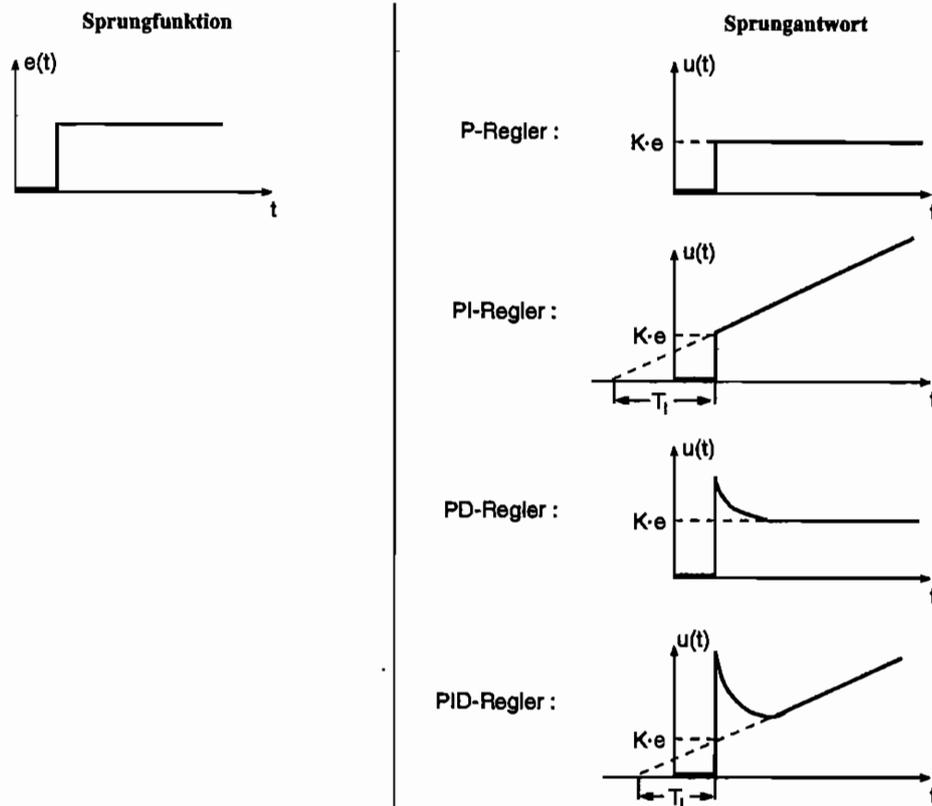


Abb. 5.7: Sprungantworten des PID-Reglers bei unterschiedlicher Wahl der Regelkoeffizienten

aus dem schnellen PD-Regler und dem ausregelnden PI-Regler dar. Typische Regelverhalten der drei PID-Wirkanteile bzw. ihrer Kombinationen sind in Abb. 5.7 dargestellt. Aufgetragen sind die Ausgangsgrößen verschiedener Regler auf einen Sprung am Eingang. Betrachtet man die Sprungantwort des PID-Reglers (unterste Darstellung), so läßt sich der Einfluß aller drei Anteile feststellen. Zum Zeitpunkt des Sprungs wird der Reglerausgang groß infolge des D-Anteils. Danach geht er auf den durch die Verstärkung bestimmten Wert zurück und steigt dann linear aufgrund des I-Anteils an.

Die idealisierte Gleichung

$$u(t) = K \cdot \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (5.2)$$

zur Berechnung der Reglerausgangsgröße  $u(t)$  (auch Stellgröße genannt) beschreibt das PID-Verhalten und stellt eine Kombination aus den drei Teilen (P,I,D) dar. Als Eingangsgröße  $e(t)$  wird die Differenz zwischen Soll- und Istwert der Regelstrecke gebildet (Abb. 5.6). In Gl. (5.2) ist  $K$  die Verstärkung,  $T_I$  die Nachstellzeit und  $T_D$  die Vorhaltezeit des Reglers. Dies sind die systembestimmenden Zeitkonstanten. Aufgrund des Differentialanteils treten große Stellgrößenänderungen auf, welche zur Regelung des hier vorliegenden Systems verzögert werden

sollen. Daher lautet die Übertragungsfunktion im Bildbereich eines Reglers mit verzögertem D-Verhalten:

$$G_R(s) = K \cdot \left[ 1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + \frac{T_D \cdot s}{1 + T_V \cdot s} \right] \quad (5.3)$$

$T_V$  ist hier die Zeitkonstante der Verzögerung dieses Elements. Um nun einen diskreten Regelalgorithmus zu erhalten, muß die  $z$ -Übertragungsfunktion des diskreten Reglers bestimmt werden. Dabei wird der I-Anteil durch die Tustin-Formel, d.h. eine Integration nach der Trapezregel, berechnet und der D-Anteil durch den einfachen Differenzenquotienten bestimmt. Die Beziehungen zur Berechnung der  $Z$ -Übertragungsfunktion können nach Kap. 3 für kleine Abtastzeiten näherungsweise nach Gl. (5.4) und Gl. (5.5) gewählt werden.

$$s \approx \frac{2}{\Delta T} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (5.4)$$

$$s \approx \frac{z-1}{\Delta T \cdot z} \quad (5.5)$$

Nach Anwendung der dargestellten Näherungen für  $s$  erhält man als Differenzgleichung des digitalen PID-Reglers (nach [16, 42]):

$$u(k) = (1 - c_1) \cdot u(k-1) + c_1 \cdot u(k-2) + q_0 \cdot e(k) + q_1 \cdot e(k-1) + q_2 \cdot e(k-2) \quad (5.6)$$

$$\text{mit } e(k) = n_{\text{soll}}(k) - n_{\text{ist}}(k) \quad (\text{Regelabweichung})$$

Bei einer kleinen Abtastzeit  $\Delta T$  ergeben sich die Koeffizienten  $c_1$ ,  $q_0$ ,  $q_1$  und  $q_2$  der Gl. (5.6) direkt aus den Parametern  $K$ ,  $T_I$ ,  $T_D$  und  $T_V$  des analogen PID-Reglers.

$$c_1 = - \frac{T_V}{\Delta T + T_V} \quad (5.7)$$

$$q_0 = \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta T + T_V}{2T_I} + \frac{T_D + T_V}{\Delta T} \right) \quad (5.8)$$

$$q_1 = \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left( -1 + \frac{\Delta T}{2T_I} - \frac{2(T_D + T_V)}{\Delta T} \right) \quad (5.9)$$

$$q_2 = \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left( \frac{T_D + T_V}{\Delta T} - \frac{T_V}{2T_I} \right) \quad (5.10)$$

Erkenntnisse der analogen Regelung sowie der Regelstrecke können daher übernommen werden und in die Auslegung des digitalen Reglers einfließen. Die diskreten Koeffizienten lassen sich dann direkt nach bestimmten Einstellregeln, z.B. denen nach Takahashi, festlegen.

Diese sind für diskrete Systeme ähnlich den Regeln von Ziegler-Nichols. Dabei wird entweder der geschlossene Regelkreis mit einem P-Regler an der Stabilitätsgrenze betrieben und die kritische Verstärkung sowie die Periodendauer der Eigenschwingung ermittelt oder die Übergangsfunktion der Regelstrecke gemessen. Die Werte für die Zeitkonstanten  $K$ ,  $T_I$  und  $T_D$  können dann nach den oben genannten Einstellregeln bestimmt werden (näheres siehe [1, 16, 42]). Hierbei handelt es sich um erste Einstellungen, die durch leichte Variation an das spezielle Problem angepaßt werden. Bei größerer Abtastzeit, wenn das Regelsystem nicht mehr quasikontinuierlich abgebildet werden kann, sind die oben angesprochenen Einstellregeln nicht mehr gültig. Hier bieten sich Optimierungsverfahren z.B. zur Minimierung der Ausregelzeit an.

Bei der digitalen Regelung des Verspannungsprüfstands hat sich herausgestellt, daß nach den Regeln von Takahashi nur eine sehr grobe Reglerauslegung möglich ist. Problematisch ist hier die gegenseitige Beeinflussung der Maschinen. Es haben sich Stabilitätsprobleme ergeben, da der Regelung einer Maschine eine Störung durch die Regelung der jeweiligen anderen Maschine entgegenwirkt. Weiterhin müssen für unterschiedliche Prüfobjekte, die hochgradig nichtlineares Übertragungsverhalten aufweisen, neue optimale Regelkoeffizienten gefunden werden, die sich zum Teil erheblich voneinander unterscheiden. Ebenso wird je nach betrachtetem Betriebsbereich des Antriebsstrangelements sowie entsprechend des Anwendungsfalls des Reglers (z.B. Ausregeln von Störungen, dynamische Sollwertveränderungen) eine Umschaltung zwischen verschiedenen Parametersätzen durchgeführt.

Der in Gl. (5.6) dargestellte Regelalgorithmus bildet die Basis für eine Reihe von Modifikationen. Es ergeben sich verschiedene Möglichkeiten, um das dynamische Verhalten des Reglers zu beeinflussen. Zum Beispiel lassen sich bei schneller Änderung der Sollwerte auftretende große Stellgrößen dämpfen. Ebenso kann der Differentialteil unterschiedlich abgebildet werden. An dieser Stelle soll nicht weiter auf die Theorie der digitalen PID-Regleralgorithmen sondern anhand von zwei Beispielen auf das Regelverhalten der Hydrostaten mit analoger und digitaler Regelung eingegangen werden. Weitere Erläuterungen und theoretische Grundlagen zum Thema *digitale Regelung* können z.B. in [1, 16, 42] nachgelesen werden.

### 5.3.1 Regelverhalten der Hydrostaten

Das Regelverhalten der digitalen Regler im Vergleich zu den analogen Reglern der hydrostatischen Antriebseinheiten auf dem Versuchsstand wird an zwei Beispielen mit eingebauter hydrodynamischer Kupplung bei schnellen Änderungen der Sollwertverläufe dargestellt. In Abb. 5.8 ist als Sollwertverlauf eine Drehzahlrampe mit einer Steigung von  $\dot{n} \approx 5000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  der analogen und digitalen Regelung eines Hydrostaten vorgegeben worden. Dieser wird dabei in ca. 0,15 s von 800 auf  $50 \text{ min}^{-1}$  verzögert. Aufgetragen sind der Soll- und die beiden Istwerte über der Zeit  $t$ .

Es ist deutlich das verzögerte Abknicken zu Beginn der Veränderung der analogen Regelung zu erkennen. Ebenfalls wird die vorgegebene Dynamik bei Erreichen der unteren Solldrehzahl sehr schlecht umgesetzt. Die Rampenfunktion wird weich abgestoppt und nähert sich dem

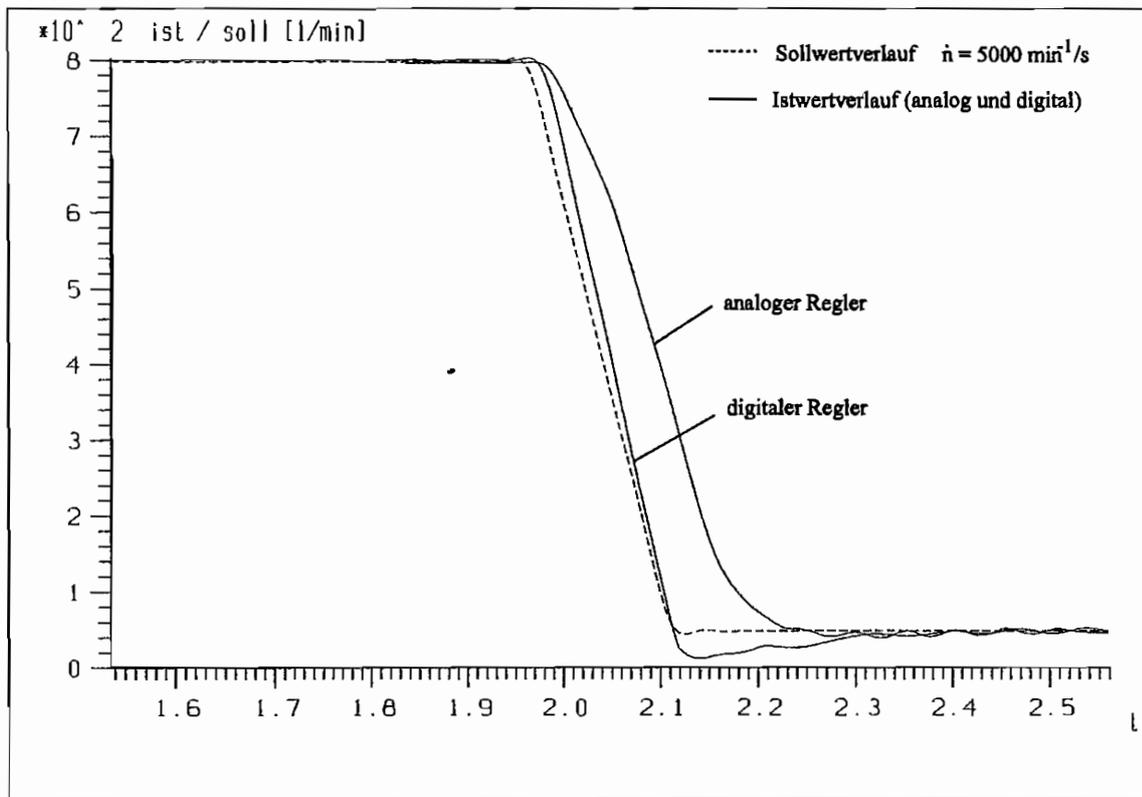


Abb. 5.8: Vergleich der analogen und digitalen Regelung bei einer Rampenfunktion

stationären Wert asymptotisch an. Der Istwert der digitalen Regelung zeichnet sich durch ein sehr schnelles Ansprechen auf die Sollwertveränderung aus. Auch das Ende der Rampe wird gut eingehalten. Da der Regler sehr dynamisch eingestellt worden ist, schwingt er leicht über und erreicht die geforderte untere Drehzahl von  $50 \text{ min}^{-1}$  erst nach ca. 0,2 - 0,3 s. Dies stellt den Kompromiß zwischen hoher Dynamik und Konstantwertregelung dar. Je dynamischer der digitale Regler eingestellt wird, desto stärker neigt er zu Überschwingen, da der Einfluß des I-Anteils zugunsten des D-Anteils reduziert werden muß.

In den Abbildungen 5.9 und 5.10 wird das Regelverhalten für die zur Identifikation der hydrodynamischen Kupplungen verwendete Rauscherregung der Antriebseinheiten dargestellt (vergl. Kap. 4.4). Bei einer mittleren Drehzahl von  $900 \text{ min}^{-1}$  wird die Amplitude zwischen  $\pm 50$  und  $\pm 100 \text{ min}^{-1}$  in fünf Stufen variiert. Wichtig zur Beurteilung der Güte des Reglers sind die möglichst scharfkantigen Übergänge zwischen den einzelnen Stufen der Amplitudenwerte, da hiervon die Erregung des Prüfobjekts entscheidend abhängt. Bei scharfkantigen Übergängen werden höhere Frequenzen im System besser angeregt als bei vergleichsweise weichen Änderungen zwischen den einzelnen Stufen. Abb. 5.9 stellt die Regelgröße der analogen Regelung (durchgezogen) und die vorgegebenen Sollwertfunktion (gestrichelt) dar. Die durch den analogen Regler verursachte Phasenverschiebung sowie die ungenau eingehaltenen Stufen der Sollwertfunktion treten deutlich hervor. Dagegen zeichnet sich der digitale Regler (Abb. 5.10) durch eine viel schnellere Reaktion auf Sollwertveränderungen und eine klare Trennung zwischen den fünf vorgegebenen Amplitudenwerten aus. Der für diese Sollwertfunktion erforderliche Satz von Regelparametern verursacht wiederum bei einer Kon-

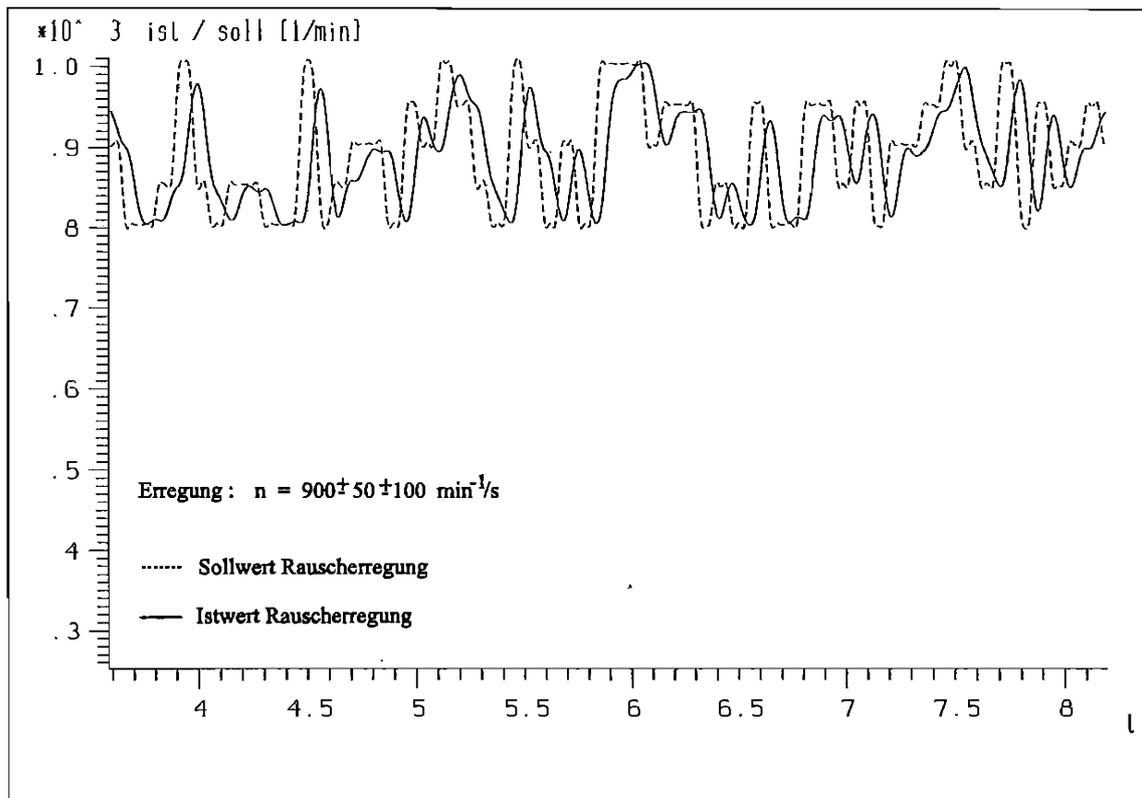


Abb. 5.9: Analoge Regelung einer Rauschfunktion (Sollwert gestrichelt)

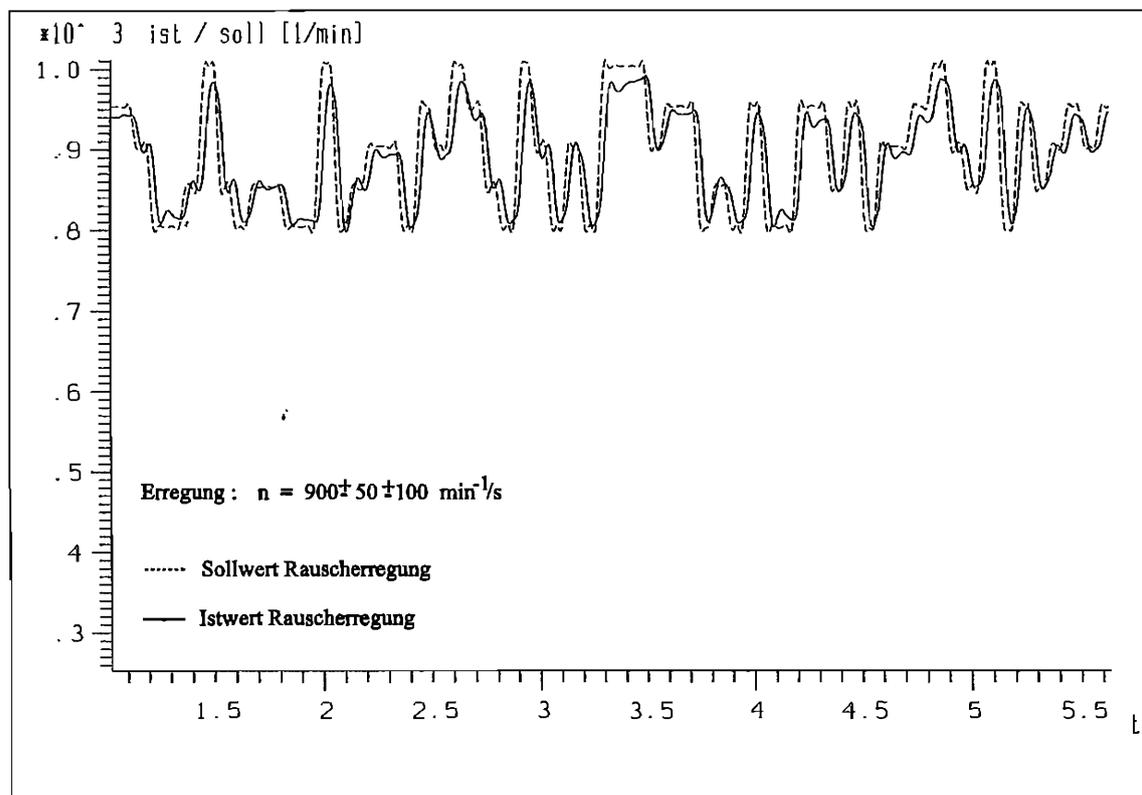


Abb. 5.10: Digitale Regelung einer Rauschfunktion (Sollwert gestrichelt)

stantwertregelung periodische Schwingungen um die einzuhaltende, konstante Drehzahl. In diesem Fall muß auf eine andere Reglerkonfiguration umgeschaltet werden, die ein besseres Ausregeln ermöglicht.

Die für die unterschiedlichen Anwendungsfälle der digitalen Regelung der Antriebseinheiten auf dem Versuchsstand mit eingebauten hydrodynamischen Kupplungen verwendeten Parametersätze und Reglertypen sind im Anhang aufgeführt.

### 5.3.2 Die Meß- und Rechentechnik

Bei den auf dem Prüfstand gemessenen Größen zur Identifikation der dynamischen Eigenschaften der hydrodynamischen Kupplung handelt es sich um die Drehzahlen, die Drehmomente der beiden Achsen im Antriebsstrang sowie der Temperatur des Öls im Prüfobjekt. Die Drehmomente werden über schleifringlose Drehmomentmeßwellen mit angeflanschten Kupplungs-naben erfaßt, die an den Systemgrenzen im Wellenstrang eingesetzt werden (Modell T 30 FN / 2k der Fa. Hottinger Baldwin Meßtechnik). Die Signale werden mit Hilfe eines Meßverstärkers in drehmomentproportionale Gleichspannungen von  $\pm 10$  V umgewandelt. Dies entspricht einem max. Meßbereich von  $\pm 2000$  Nm. Mit den Drehmomentmeßwellen lassen sich ebenfalls die Drehzahlen im Wellenstrang erfassen. Diese bieten aber für dynamische Messungen mit 60 Impulsen/Umdrehung eine zu geringe Auflösung. Daher werden die Drehzahlen über die an jeder Maschine angebrachten Inkrementalgeber gemessen, welche für die Regelung der beiden Achsen benötigt werden. Hierbei handelt es sich um Aufnehmer mit 1250 Impulsen/Umdrehung, die auf der Rückseite der Hydrostaten an die Abtriebswelle angeflanscht sind. Sie liefern die Istwerte für die Drehzahlregelung sowie für die Sicherheitsüberwachung durch die SPS.

Drehzahldifferenzen zwischen der Maschine und dem Prüfobjekt aufgrund von Verdrehungen der Wellenenden zueinander können hierbei vernachlässigt werden, da die Wellen starr ausgeführt sind. Die Eigenfrequenz der Welle liegt sehr viel höher als der zu untersuchende Frequenzbereich der Kupplung (bis ca. 20 Hz). Daher werden aufgrund der höheren Genauigkeit die Meßsignale der Inkrementalgeber für die Teilsystemidentifikation verwendet. Ausgewertet werden die beiden Drehzahlsignale über einen Frequenz-Spannungswandler. Man erhält eine Spannung von  $\pm 10$  V, die Drehzahlen von  $\pm 2000 \text{ min}^{-1}$  entspricht.

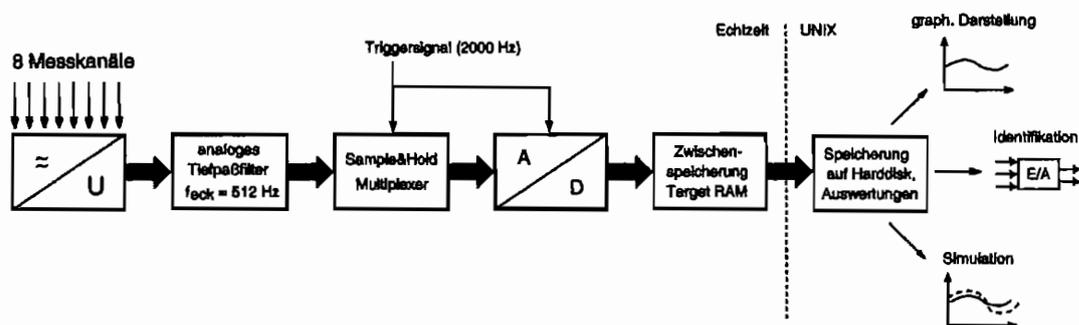


Abb. 5.11: Meßwerterfassung und -verarbeitung der Drehzahl- und Drehmomentsignale

Die Öltemperatur in der Kupplung wird über zwei im Gehäuse angebrachte Temperaturfühler (Bosch) gemessen. Da das Gehäuse mit umläuft, wird das Meßsignal mit Hilfe von Schleifringen zum Fundament und von dort zur Meßwert erfassung übertragen.

Die Identifikation der dynamischen Eigenschaften der hydrodynamischen Kupplung sowie die digitale Meßdatenerfassung und -verarbeitung wird auf einem eigens für diese Zwecke aufgebauten Rechnersystem durchgeführt, das ebenfalls die digitale Regelung ermöglicht. Hierbei handelt es sich um ein VME-Bus System (Motorola) mit einem UNIX-Betriebssystem auf einer Host-CPU. Zusätzlich ist dieses noch um ein Echtzeitbetriebssystem (VMEexec) erweitert worden. Auf mehreren Zentraleinheiten wird hier die gesamte digitale Sollwertvorgabe und Regelung der Antriebseinheiten des Versuchsstands durchgeführt. Ebenfalls wird die Meßdatenerfassung und Zwischenspeicherung in Echtzeit auf diesen Target-CPU's (zwei MVME68040 mit je 8 MB RAM, zwei MVME66020 mit je 4 MB RAM) vorgenommen. Die endgültige Speicherung und Auswertung erfolgt dann unter UNIX auf Festplatte.

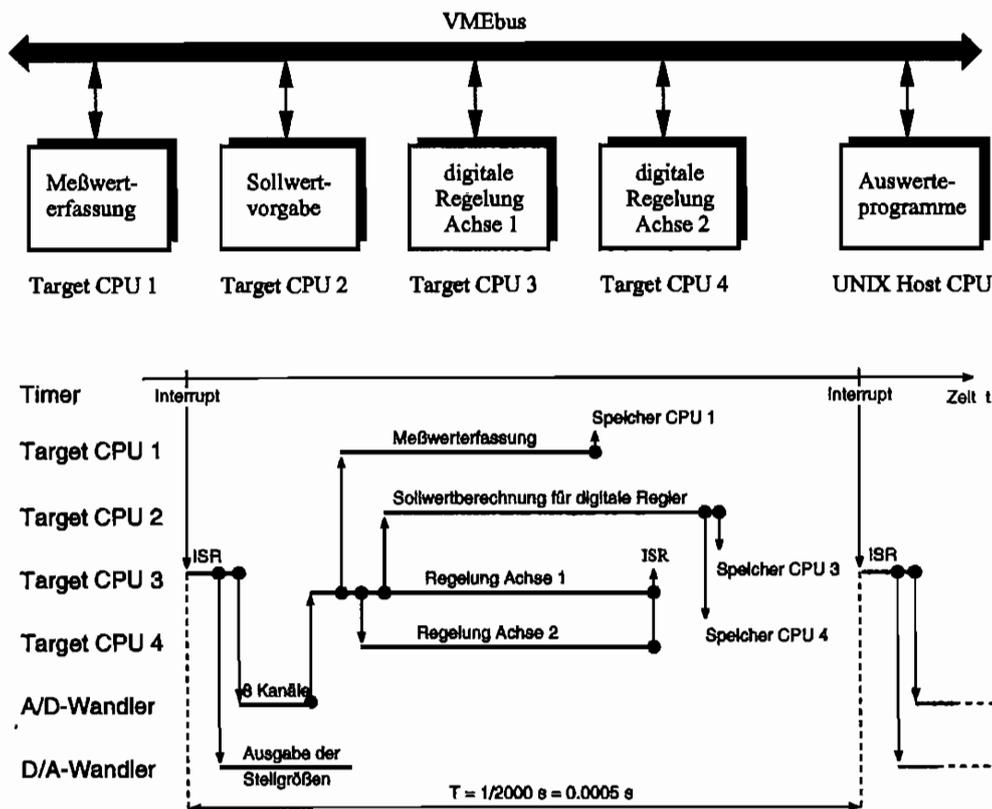


Abb. 5.12: Echtzeitrechnersystem mit Darstellung des zeitlichen Ablaufs (ISR: Interrupt Service Routine)

Alle Meßgrößen (8 Kanäle) liegen als Gleichspannung mit  $\pm 10 \text{ V}$  an und werden zuerst mit einer Eckfrequenz von 512 Hz analog tiefpaßgefiltert. Danach werden sie über einen 12 bit A/D-Wandler (DVME 601) mit Sample&Hold (DVME 645, Datel) in Echtzeit mit einer Abtastfrequenz von 2000 Hz eingelesen und digitalisiert (Abb. 5.11). Die Ausgabe der in jedem Abtastschritt neu berechneten Stellgrößen der digitalen bzw. die Sollwerte der analogen Regelung erfolgt über einen D/A-Wandler (DVME 628). Die digitale Regelung der

Maschinen wird von je einer CPU übernommen. So ist es ebenfalls möglich, nur eine Achse digital und die andere Achse analog geregelt zu betreiben. Die beiden anderen Echtzeit-CPU's übernehmen die Berechnung der Sollwerte sowie die Meßwerterfassung. In Abb. 5.12 ist der zeitliche Ablauf und die Echtzeitsteuerung der vier Target-CPU's dargestellt.

Bei der Vorgabe der Sollwerte können unterschiedliche dynamische Funktionen je nach durchzuführendem Versuch eingestellt werden. Dabei steht für die lineare Identifikation die Erregung mit Sinusfunktionen unterschiedlicher Frequenz im Vordergrund, wobei diese Funktionen für eine nichtlineare Systemidentifikation keine hinreichende Erregung des dynamischen Systems ergeben. Daher sind angenäherte Rechteckfunktionen mit veränderlicher Flankensteilheit und binäre mehrwertige Rauschsignale als Sollwertverläufe realisiert worden. Diese können aber nur mit dem digitalen Regler betrieben werden, da die analoge Regelung nicht die erforderlichen schnellen Sollwertänderungen zuläßt. Die geforderte Dynamik der Antriebsmaschinen kann in diesem Fall nicht bereitgestellt werden. Im folgenden sind in Tab. 5.2 als Beispiel realisierbarer dynamischer Erregungen auf dem Versuchsstand einige Funktionen mit entsprechenden Zahlenwerte angegeben.

Rampen (analog geregelt) :	max. 5000 - 6000 min <sup>-1</sup> /s
Rampen (digital geregelt) :	bis 10000 min <sup>-1</sup> /s
sinusförmige Verläufe :	bis ca. 20 Hz z.B. 1000 ± 50 - 60 min <sup>-1</sup> bei 15 Hz z.B. 500 ± 500 - 700 min <sup>-1</sup> bei 1 - 2 Hz
genäherte Rechteckverläufe (Trapez) :	bis ca. 20 Hz z.B. 1000 ± 50 min <sup>-1</sup> bei 10 Hz mit Flankensteilheit: 3000 - 4000 min <sup>-1</sup> /s z.B. 500 ± 500 min <sup>-1</sup> bei 1 - 2 Hz mit Flankensteilheit: 7000 - 10000 min <sup>-1</sup> /s
fünfwertiges binäres Rauschsignal :	erregter Frequenzbereich bis ca. 20 Hz z.B. 800 ± 100 ± 200 min <sup>-1</sup> mit 124 Veränderungen in 10 s ⇒ Anregung bis 12.4 Hz

Tab. 5.2: Beispiele dynamischer Erregungen auf dem Versuchsstand

## 5.4 Die Prüfobjekte

Das stationäre und instationäre Übertragungsverhalten von Konstantfüllungskupplungen wird im folgenden exemplarisch anhand zweier unterschiedlicher Bauformen dargestellt. Ziel ist es, aus Messungen der Ein- und Ausgangsgrößen, d.h. der Systemgrößen bei einer Black-Box-Betrachtung der hydrodynamischen Kupplung, Rückschlüsse auf das dynamische Übertragungsverhalten zu treffen (vergl. Kap. 6).

Die untersuchten Kupplungen sind als Anlaufkupplungen mit schwingungsdämpfenden Eigenschaften im Antriebsstrang für den Schweranlauf von Maschinen und Lasten vorgesehen. Charakteristisch für diese Kupplungsart ist ein starker Anstieg des übertragenen stationären Drehmoments im Nennbetriebsbereich vom Synchronpunkt an gesehen, d.h. Gleichlauf des Pumpen- und Turbinenrads ( $\nu = 1$ ). Nach Erreichen eines bestimmten Drehzahlverhältnisses für  $\nu < 1$  knickt die Kennlinie ab, und der weitere Verlauf ist nahezu konstant über den gesamten Betriebsbereich bis  $\nu = 0$  (vergl. Abb. 2.2).

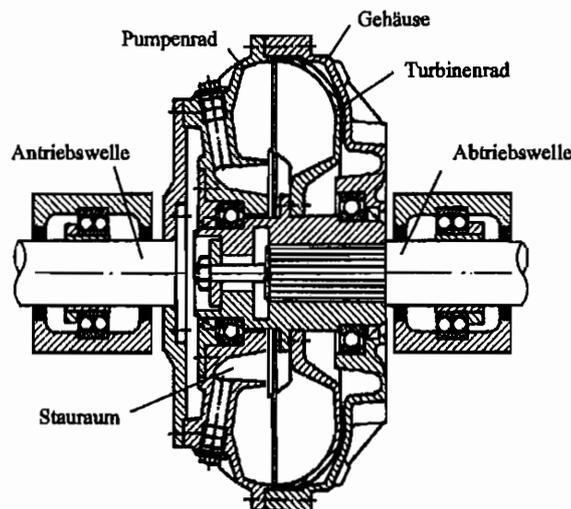


Abb. 5.13: Schnittdarstellung der Kupplung VOITH 422TH

Bei dem ersten untersuchten Prüfobjekt handelt es sich um eine Serienkupplung der Firma Voith Turbo GmbH mit der Bezeichnung 422 TH mit Stauraum. Ihr Einsatzbereich liegt als Anlaufkupplung und Überlastschutz beim Schweranlauf von großen Maschinen und Lasten sowie zur Stoß- und Schwingungsdämpfung im Antriebsstrang. Diese Kupplung besitzt einen äußeren Profildurchmesser von 422 mm und wird mit einer Ölfüllung von ca. 65 % bis 80 % des max. Volumens betrieben. Bei einer Füllmenge von 80 % (10 l) wird von einer Vollfüllung gesprochen, da die restlichen 20 % für Volumenänderungen des Öls aufgrund von Temperaturerhöhungen im Betrieb vorgesehen sind. Bei Überschreiten dieser Grenze können unzulässig hohe Innendrucke entstehen und zu Defekten z.B. an den Dichtungen führen. Der Betrieb mit 8 l (65%) Füllung soll im weiteren als Teilfüllungsbetrieb bezeichnet werden.

In Abb. 5.13 ist ein Meridianschnitt der Kupplung dargestellt. Das Pumpenrad ist mit der Antriebswelle und dem umlaufenden Gehäuse fest verbunden. Turbinenrad und Abtriebswelle bilden ebenfalls eine Einheit. Die Schaufelräume der Laufräder besitzen eine elliptische

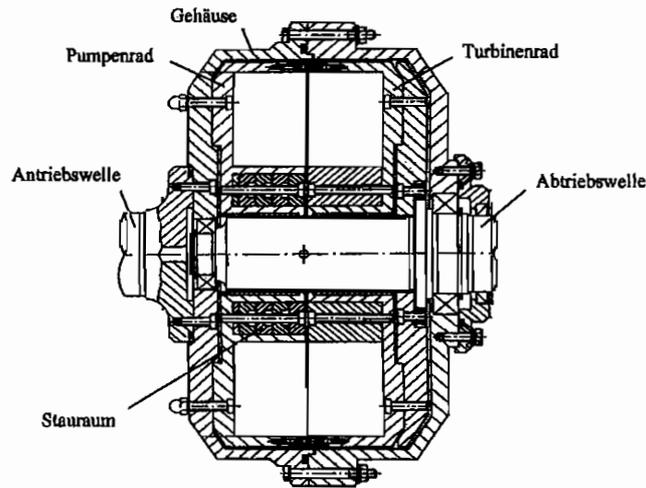


Abb. 5.14: Schnittdarstellung der Kupplung NM 350

Form und werden im weiteren Verlauf zur besseren Unterscheidung der beiden Bauformen als Kreisquerschnitt bezeichnet. Um die spezielle Charakteristik einer abknickenden Kennlinie zu erhalten, ist zusätzlich ein unbeschauelter Stauraum vorhanden. Die Faktoren Füllgrad und Stauraum beeinflussen zusammen mit der Kanalform je nach Drehzahlverhältnis der Laufräder entscheidend den umlaufenden Volumenstrom und somit die Leistungsübertragung der Kupplung.

Bei dem zweiten Prüfobjekt handelt es sich um eine Modellkupplung mit der Bezeichnung NM 350S, die ebenfalls als Anfahrkupplung ausgelegt worden ist (Abb. 5.14). Sie besitzt im Gegensatz zur Voith 422 TH einen rechteckigen Schaufelraum mit verschließbarem Stauraum. Der maximale Profildurchmesser beträgt bei dieser Bauform 350 mm. Der vorhandene Stauraum ist stufenweise verschließbar ausgeführt, um dessen Einflüsse auf das Übertragungsverhalten untersuchen zu können. Aufgrund der Zusammenarbeit mit den theoretischen Teilprojekten des Sonderforschungsbereichs, die dreidimensionale Strömungsrechnungen der Kupplung durchführen, ist die Modellkupplung zur besseren Berechenbarkeit im Gegensatz zur 422TH mit Rechteckkanal ausgeführt worden.

Die Laufräder sind austauschbar ausgeführt, so daß auch andere Schaufelraumgeometrien, z.B. kreisförmige Kanalquerschnitte, untersucht werden können. Hier ist ebenfalls das Pumpenrad fest mit dem Gehäuse und der Antriebswelle und das Turbinenrad mit der Abtriebswelle verbunden. Zusätzlich ist es möglich, die Schaufelzahl zu variieren. Es handelt sich bei diesem Kupplungstyp um eine Konstantfüllungskupplung, die je nach erforderlicher Charakteristik mit einem bestimmten Füllgrad betrieben wird. In den dieser Arbeit zugrundeliegenden Untersuchungen wird eine Füllung von 7 und 8 l betrachtet, wobei 8 l einer Vollfüllung dieses Typs entsprechen. In Tab. 5.3 sind die wichtigsten technischen Daten der beiden Prüfobjekte dargestellt.

Das Betriebsmedium ist bei beiden untersuchten Kupplungen Öl der Viskositätsklasse ISO VG 32. Der Füllgrad variiert dabei entsprechend der durchgeführten Versuche zwischen Voll- und Teilfüllung des jeweiligen Prüfobjekts. Die Temperatur des Öls wird bei allen Messungen konstant zwischen 50 und 60 °C gehalten.

	Kupplung 1	Kupplung 2
Bezeichnung:	VOITH 422 TH	NM 350 S
Profildurchmesser:	422 mm	350 mm
Betriebsflüssigkeit:	ISO VG 32	ISO VG 32
Gesamtvolumen:	12,8 l	8,8 l / 10,1 l (ohne / mit Stauraum)
max. Füllung:	10,5 l	8,0 l / 9,0 l (ohne / mit Stauraum)
Profilform:	Mischprofil	gestaffeltes Profil
Kanalquerschnitt:	kreisförmig	rechteckig
Anzahl der Schaufeln:		
Pumpenrad:	46	40 (20)
Turbinenrad:	48	42 (21)

Tab. 5.3: Technische Daten der Prüfobjekte VOITH 422TH und NM 350S

### Allgemeine Vorzeichendefinition

In Abb. 5.15 ist die Vorzeichendefinition der gemessenen äußeren Momente  $M_P$  und  $M_T$  für alle hier durchgeführten Untersuchungen angegeben.

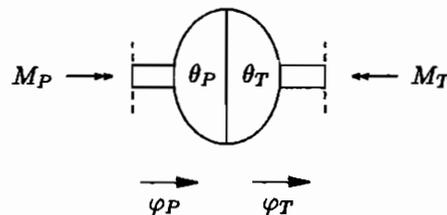


Abb. 5.15: Vorzeichendefinition der äußeren Momente an der An- und Abtriebswelle der hydrodynamischen Kupplung

Für den stationären Fall erhält man entsprechend

$$M_{P_0} = M_{T_0}, \quad (5.11)$$

da keine instationären Anteile auftreten. Bei dynamischen Erregungen der Kupplung ergibt sich kein Gleichgewicht zwischen dem gemessenen Pumpen- und Turbinenmoment, und die übertragenen Drehmomente weichen je nach Bauform und Füllgrad stark von den stationären Momenten ab. In diesem Fall spielt die Trägheitswirkung der Laufräder (bzw. der An- und Abtriebsseite) und des Betriebsmediums Öl eine große Rolle. Da bei den beiden untersuchten Kupplungstypen das Pumpenrad konstruktionsbedingt mit dem umlaufenden Gehäuse fest verbunden ist, ergeben sich unterschiedliche Drehträgheiten auf An- und Abtriebsseite der Kupplung, die im folgenden mit  $\theta_P$  und  $\theta_T$  bezeichnet werden sollen.  $\theta_{P_{\dot{\omega}_i}}$  und  $\theta_{T_{\dot{\omega}_i}}$  hingegen ist die jeweilige Drehträgheit der in den Laufrädern befindlichen Ölmenge.

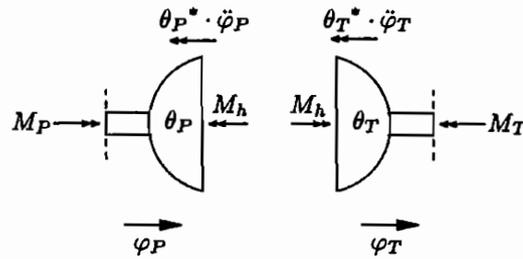


Abb. 5.16: Schnittgrößen einer hydrodynamischen Kupplung

Mit der Annahme, daß das hydrodynamische Moment zwischen den Laufrädern auf beide Räder gleich wirkt, wird die Momentenbilanz für eine hydrodynamische Kupplung als Zweifreiheitsgradsystem nach Abb. 5.16 aufgestellt. Zur Bestimmung des hydrodynamischen Moments  $M_h$  erhält man aus dem folgenden Gleichungssystem

$$\begin{aligned} M_P &= M_h + \theta_P^* \cdot \ddot{\varphi}_P \\ &= M_h + (\theta_P + \theta_{P\delta_i}) \cdot \ddot{\varphi}_P \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} M_T &= M_h - \theta_T^* \cdot \ddot{\varphi}_T \\ &= M_h - (\theta_T + \theta_{T\delta_i}) \cdot \ddot{\varphi}_T \end{aligned} \quad (5.13)$$

nach Umstellen:

$$M_h = M_P - \theta_P \cdot \ddot{\varphi}_P - \theta_{P\delta_i} \cdot \ddot{\varphi}_P \quad (5.14)$$

$$M_h = M_T + \theta_T \cdot \ddot{\varphi}_T + \theta_{T\delta_i} \cdot \ddot{\varphi}_T \quad (5.15)$$

Die Trägheitsmassen der An- und Abtriebsseite beider Kupplungen können z.B. nach Herstellerangaben der verschiedenen Bauteile ermittelt werden. Das Pumpenrad bildet mit dem umlaufenden Gehäuse, der Antriebswelle und der Drehmomentmeßwelle eine Einheit. Auf der Turbinenseite ist das Laufrad mit der Abtriebswelle und ebenfalls einer Drehmomentmeßwelle verbunden. Bei dieser Art der Berechnung der Trägheiten handelt es sich nur um eine Abschätzung, da z.B. Schrauben oder zusätzlich angebrachte Bauteile wie z.B. Temperaturfühler oder Bohrungen nicht berücksichtigt werden.

Um genaue Werte für die entsprechenden Trägheiten des zu untersuchenden Systems zu erhalten, werden diese auf dem Versuchsstand in ihrer Einbaulage mit An- und Abtriebswellen identifiziert. Dies geschieht durch Messung und Darstellung des Frequenzgangs bzw. der dynamische Dämpfungsmatrix des Teilsystems Kupplung ohne Füllung als Zweigrößensystem im Antriebsstrang des Versuchsstands [8, 27]. Im Anhang sind in Abb. A.1, Abb. A.2 und A.3 jeweils die vier Elemente  $d_{ij}$  über der Erregerfrequenz in [Hz] aufgetragen.

Für die beiden untersuchten Kupplungen ergeben sich nach Auswertung der Imaginärteile der Elemente  $d_{11}$  und  $d_{22}$  die folgenden auf dem Versuchsstand identifizierten Werte der Drehträgheiten der An- und Abtriebsseite:

- Kupplung 1 (422 TH):

$$\theta_P = 1,03344 \text{ kg m}^2$$

$$\theta_T = 0,28977 \text{ kg m}^2$$

- Kupplung 2 (NM 350 S):

$$\text{ohne Stauraum : } \theta_P = 1,1216 \text{ kg m}^2$$

$$\theta_T = 0,6462 \text{ kg m}^2$$

$$\text{mit Stauraum : } \theta_P = 1,0943 \text{ kg m}^2$$

$$\theta_T = 0,6269 \text{ kg m}^2$$

Wird im weiteren Verlauf von den Trägheiten  $\theta_P$  und  $\theta_T$  des Pumpen- und Turbinenrads gesprochen, sind die identifizierten Trägheiten der An- und Abtriebsseite gemeint, da diese den gesamten Antriebsstrang auf der Pumpen- bzw. auf der Turbinenseite der jeweiligen untersuchten hydrodynamischen Kupplung innerhalb der Systemgrenze berücksichtigen.

Im Rahmen dieser Arbeit sind die beiden zuvor beschriebenen Kupplungen hinsichtlich ihrer Übertragungseigenschaften untersucht und nichtlinear modelliert worden. Daher soll hier zuerst das stationäre und instationäre Kupplungsverhalten anhand von Messungen dargestellt werden. Einleitend werden die auf dem Versuchsstand gemessenen stationären Kennfelder beider Kupplungen in dem untersuchten Betriebsbereich von  $0 \leq \nu \leq 1$  angegeben, um die prinzipiellen Unterschiede und Gemeinsamkeiten der Prüfobjekte aufzuzeigen. Dabei ist das stationäre Übertragungsverhalten stark vom Füllgrad der Kupplung abhängig.

Es folgen instationäre Messungen in Form von Blockier- und Beschleunigungsversuchen der Pumpen- und Turbinenseite bei Teil- und Vollfüllung. Es wird untersucht, welche Unterschiede zwischen dem stationären und instationären Übertragungsverhalten auftreten. Um die hydrodynamische Leistungsübertragung zu verdeutlichen und den Einfluß des Öls abschätzen zu können, werden in einem ersten Schritt die Drehmomente aufgrund der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite der Kupplung von den gemessenen Drehmomentverläufen abgezogen. Man erhält zur Bestimmung der Momente  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$ , die sich aus dem hydrodynamischen Moment  $M_h$  und den jeweiligen Drehmomenten durch Trägheitswirkungen des in den Laufrädern befindlichen Öls zusammensetzen, die Berechnungsgleichungen Gl. (5.16) und (5.17). Die Momente weichen je nach Dynamik der Erregung deutlich voneinander ab, da neben den in der Kupplung wirkenden hydrodynamischen Vorgängen noch die ungleiche Ölverteilung berücksichtigt werden muß. Die Verteilung des Öls gestaltet sich je nach Erregung sehr unterschiedlich.

$$M_{h_P} = M_h + \theta_{P\dot{\omega}_i} \cdot \dot{\varphi}_P = M_P - \theta_P \cdot \dot{\varphi}_P \quad (5.16)$$

$$M_{h_T} = M_h - \theta_{T\dot{\omega}_i} \cdot \dot{\varphi}_T = M_T + \theta_T \cdot \dot{\varphi}_T \quad (5.17)$$

In einem weiteren Schritt soll der Einfluß der Trägheit des Öls durch eine einfache Aufteilung der in den Kupplungen vorhandenen Ölmenge auf die beiden Laufräder untersucht werden.

Bei den unterschiedlichen Auswertungen und Darstellungen werden neben den gemessenen Zeitverläufen auch dynamische Kennlinien über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  aufgetragen. Um eine möglichst hohe Vergleichbarkeit zwischen den beiden Bauarten und Füllgraden zu erhalten, werden die Drehmomentanteile aufgrund der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite von den gemessenen Werten der Momente abgezogen und als  $\lambda$ -Kennlinien über  $\nu$  dargestellt. Dabei wird eine Unterscheidung in  $\lambda_P$  und  $\lambda_T$  vorgenommen, da diese Werte je nach Ölverteilung in den Laufrädern unterschiedlich sind. Berechnet werden die dimensionslosen von der Pumpendrehzahl unabhängigen Größen  $\lambda_P$  und  $\lambda_T$  wie folgt:

$$\lambda_P = \frac{M_P}{\rho \cdot D^5 \cdot \omega_P^2} \quad (5.18)$$

$$\lambda_T = \frac{M_T}{\rho \cdot D^5 \cdot \omega_P^2} \quad (5.19)$$

Die beide gemessenen Drehmomente für  $M_P$  und  $M_T$  werden dabei auf die Drehzahl des Pumpenrads  $\omega_P$  bezogen. Um die Abweichungen der jeweiligen Versuche vom stationären Verhalten darzustellen, ist zusätzlich in allen Abbildungen der dynamischen Momente über  $\nu$  die stationäre  $\lambda$ -Kennlinie enthalten.

#### 5.4.1 Das stationäre Verhalten der Kupplung 422TH

Die Füllmenge des Kupplungstyps 422TH kann abhängig von der Synchrodrehzahl der Laufräder, der Antriebsart (Pumpen- oder Turbinenrad) und der Motorleistung gewählt werden. Die Ölfüllung variiert bei dieser Bauform und Größe zwischen 7 und 10 Litern. Um den Einfluß der Teilfüllung auf das Betriebsverhalten dieser Kupplung zu verdeutlichen, sind in Abb. 5.17 und 5.18 die gemessenen stationären Kennfelder für zwei unterschiedliche Füllgrade dargestellt. Es werden in dieser Arbeit Füllungen von 8 und 10 Litern mit Öl der Viskositätsklasse ISO VG 32 untersucht. Dies entspricht 65% bzw. 80% des maximalen Volumens (12,5 Liter) der Kupplung.

Aufgetragen ist in den Abbildungen 5.17 und 5.18 jeweils das gemessene stationäre Drehmoment in [Nm] über der Pumpen- und Turbinendrehzahl in [ $\text{min}^{-1}$ ]. Für alle Untersuchungen ist ein Betriebsbereich von  $0 \leq n_T \leq 1100$  U/min der Turbinenraddrehzahl und  $300 \leq n_P \leq 1100$  U/min der Pumpenraddrehzahl gewählt worden. In den Graphiken werden aus Gründen

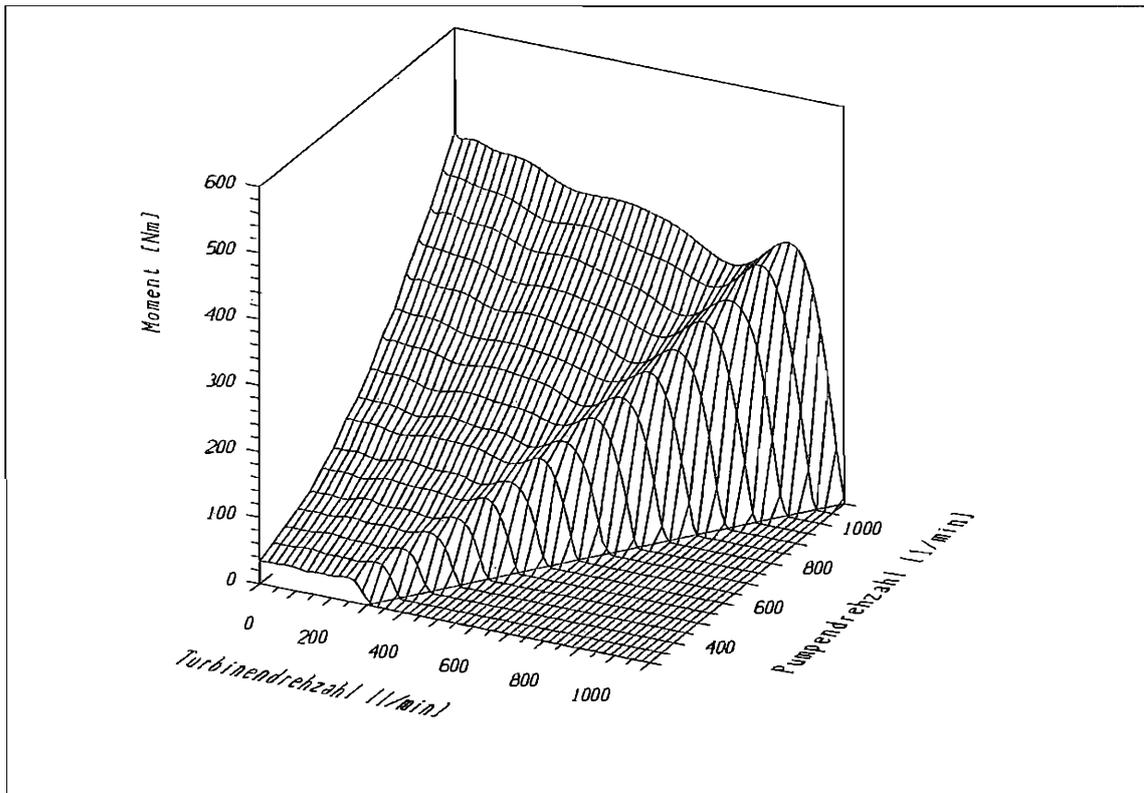


Abb. 5.17: Gemessenes stationäres Kennfeld der Kupplung 422 TH mit 8 l Füllung

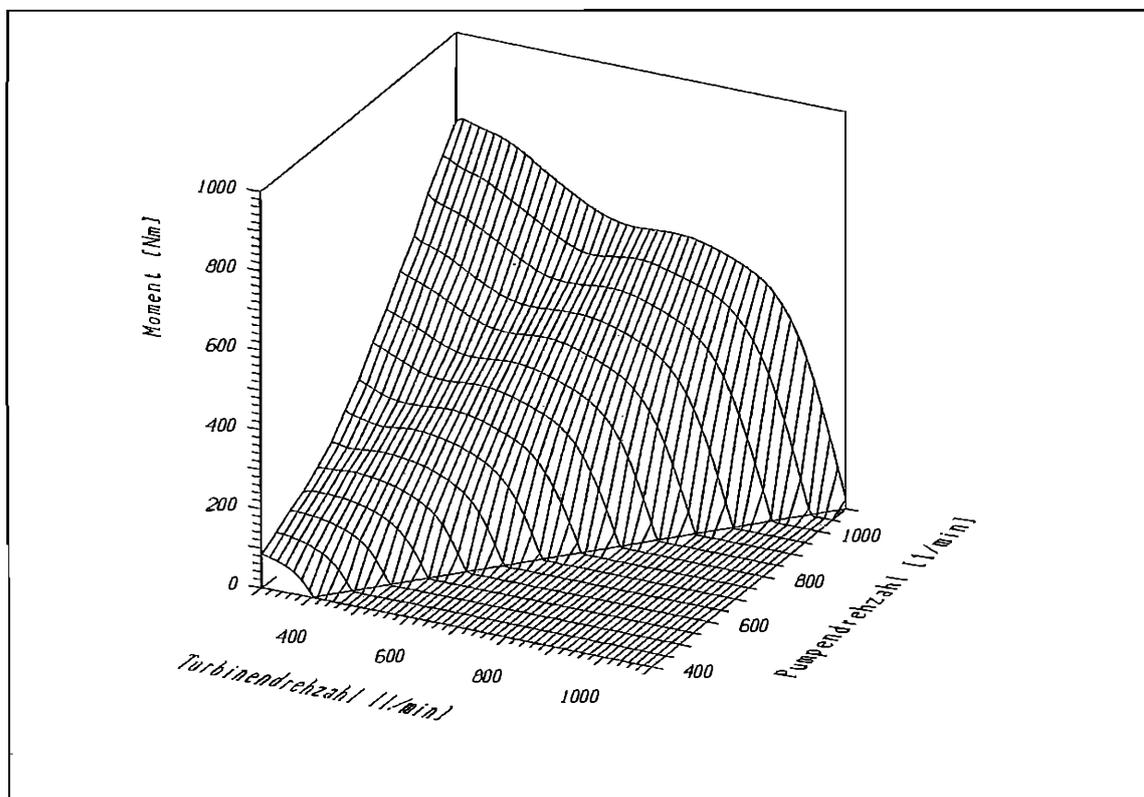


Abb. 5.18: Gemessenes stationäres Kennfeld der Kupplung 422 TH mit 10 l Füllung

der Übersichtlichkeit nur die gemessenen Drehmomente in dem betrachteten Bereich von  $0 \leq \nu \leq 1$  dargestellt, da im Übersynchronbereich ( $\nu \geq 1$ ) negative Drehmomentwerte auftreten. Diese sind in den Graphiken zu Null gesetzt worden, da hier nur Vorgänge im Hauptbetriebsbereich untersucht werden sollen.

Bei Vergleich der beiden stationären Kennfelder, ist deutlich der Einfluß des Füllgrads auf das Übertragungsverhalten zu erkennen. Während die Kupplung bei einer Füllung von 8 Litern (Teilfüllung) eine ausgeprägte Überhöhung in der stationären Leistungsübertragung aufweist, ist dieses Verhalten nur sehr abgeschwächt bei Vollfüllung vorhanden. In Abb. 5.17 ist deutlich das Abknicken der Kennlinie außerhalb des Nennbetriebsbereiches von ca.  $0,9 \leq \nu \leq 0,99$  zu erkennen. In Richtung der abfallenden Turbinendrehzahl tritt auf der Rückseite der Überhöhung für einen kleinen Bereich des Drehzahlverhältnisses von Pumpen- zu Turbinenrad eine Umkehr der Steigung auf. Dies läßt auf einen lokalen Abfall der Dämpfung der Kupplung schließen. Ansonsten verläuft das Kennfeld in Richtung der abnehmenden Turbinendrehzahl näherungsweise konstant über den restlichen Drehzahlbereich.

Beträgt der Füllgrad der Kupplung 10 Liter, stellt sich nach Abb. 5.18 ein verändertes stationäres Verhalten ein. Das Abknicken des Kennfelds mit einer nachfolgenden Überhöhung in Richtung der abnehmenden Turbinendrehzahl geschieht nicht so ausgeprägt mit einer geringen Veränderung von  $\nu$  und verläuft daher sehr viel weicher. Auch tritt der bei Teilfüllung beobachtbare Bereich eines absinkenden Moments nur sehr abgeschwächt auf. Dafür sind die übertragenen stationären Momente außerhalb des Nennbetriebsbereiches um ca. 60 bis 80 % größer als bei einer Füllung von 8 Litern. Bei beiden gemessenen stationären Kennfeldern steigt das übertragene Drehmoment mit der Pumpendrehzahl quadratisch in Form einer Ursprungsparabel an. Dies entspricht dem Verhalten von Kreiselpumpen.

#### 5.4.2 Das stationäre Verhalten der Kupplung NM 350S

Die gemessenen stationären Kennfelder der Kupplung NM 350S ohne Einfluß des Stauraums sind in Abb. 5.19 und 5.20 für eine Füllung von 7 l (teilgefüllt) und 8 l (vollgefüllt) über der Pumpen- und Turbinendrehzahl aufgetragen. Der untersuchte Betriebsbereich ist mit  $300 \leq n_P \leq 1100 \text{ min}^{-1}$  und  $0 \leq n_T \leq 1100 \text{ min}^{-1}$  identisch mit den Messungen der Bauart 422TH.

Das Drehmoment steigt wie bei der zuerst untersuchten Kupplung ebenfalls innerhalb des Nennbetriebsbereichs stark an. Der Verlauf knickt dann bei einem bestimmten Drehzahlverhältnis  $\nu$  ab. Bei Vollfüllung ist er nahezu konstant über den restlichen Betriebsbereich. Bei Teilfüllung weist diese Kupplung einen etwas anderen Verlauf auf, der im folgenden erläutert werden soll. Im Vergleich zu einer Vollfüllung knickt das stationäre Kennfeld bei Teilfüllung sehr schnell ab. Der Momentenanstieg findet in Richtung der abfallenden Turbinendrehzahl im weiteren Verlauf sehr langsam statt. Erst bei einem Drehzahlverhältnis  $\nu$  kleiner 0,6 steigt das gemessene Moment erneut an und verläuft dann konstant über den restlichen Bereich. Die stationäre Leistungsübertragung der Kupplung NM 350S mit Rechteckprofil weist für den Teilfüllungsbetrieb einen prinzipiell anderen Verlauf als bei Vollfüllung auf. Die übertragenen Drehmomente sind in diesem Bereich geringer als bei Vollfüllung.

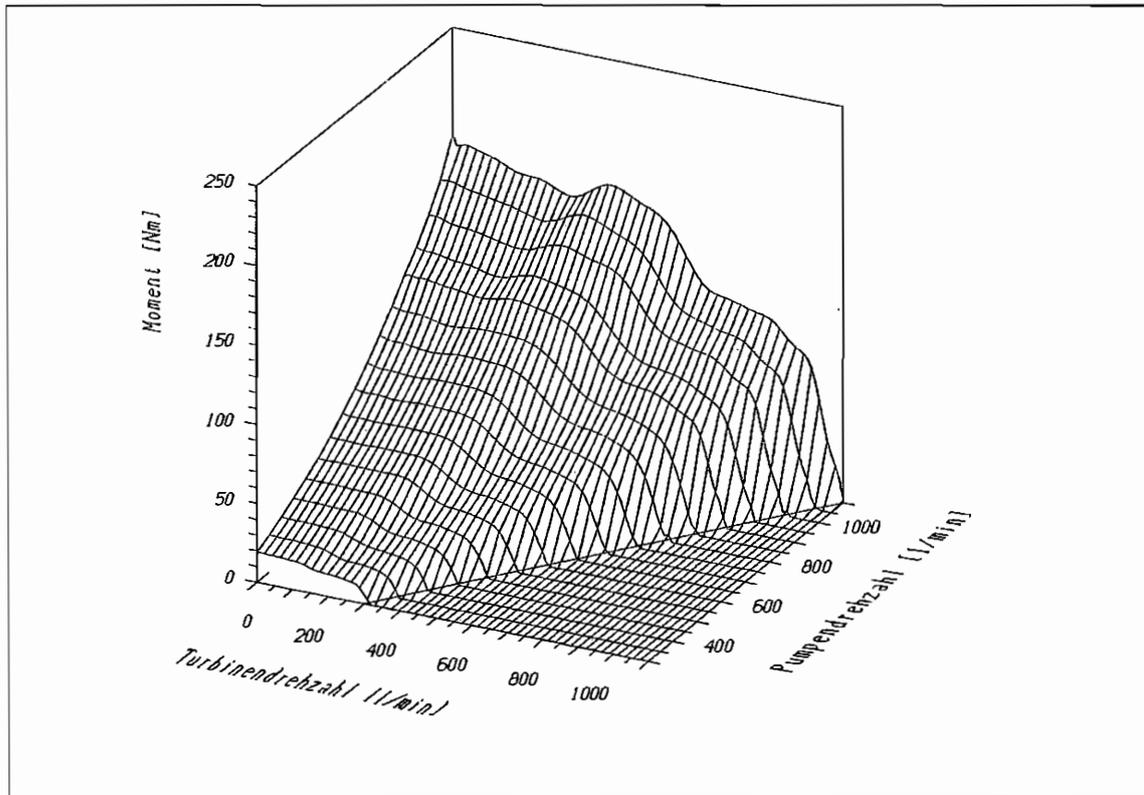


Abb. 5.19: Gemessenes stationäres Kennfeld der Kupplung der NM 350S mit 7 l Füllung

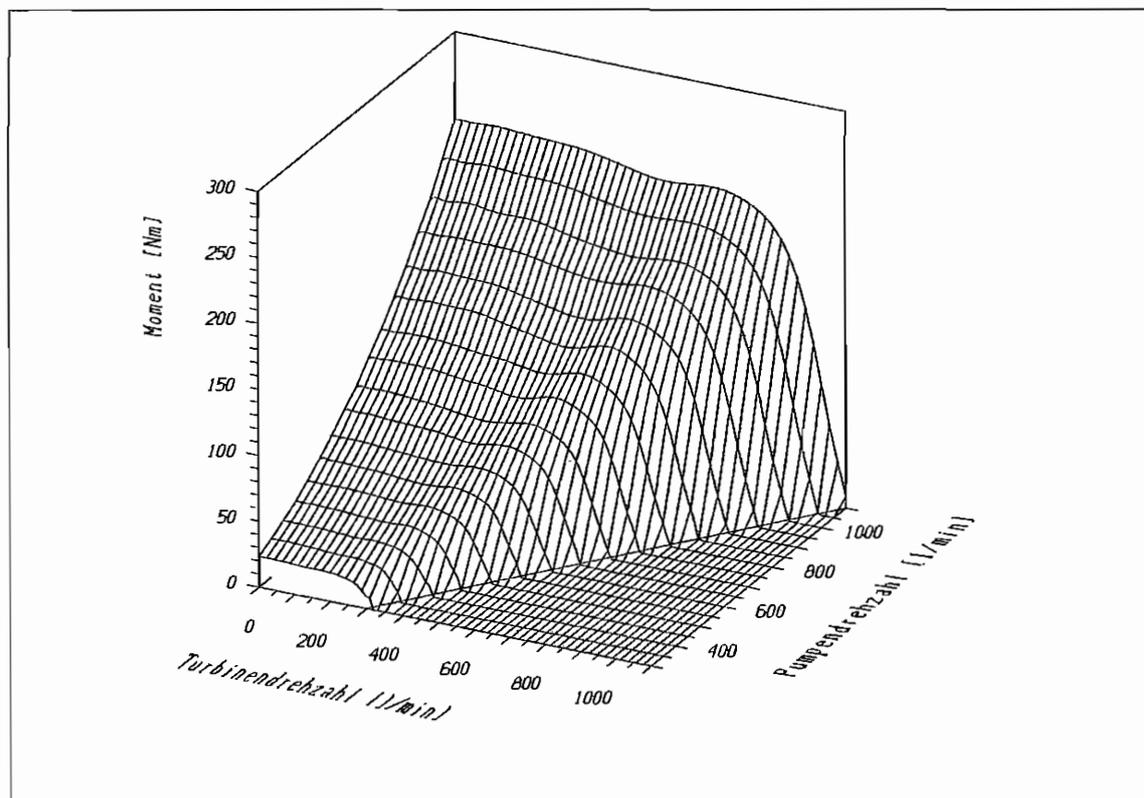


Abb. 5.20: Gemessenes stationäres Kennfeld der Kupplung der NM 350S mit 8 l Füllung

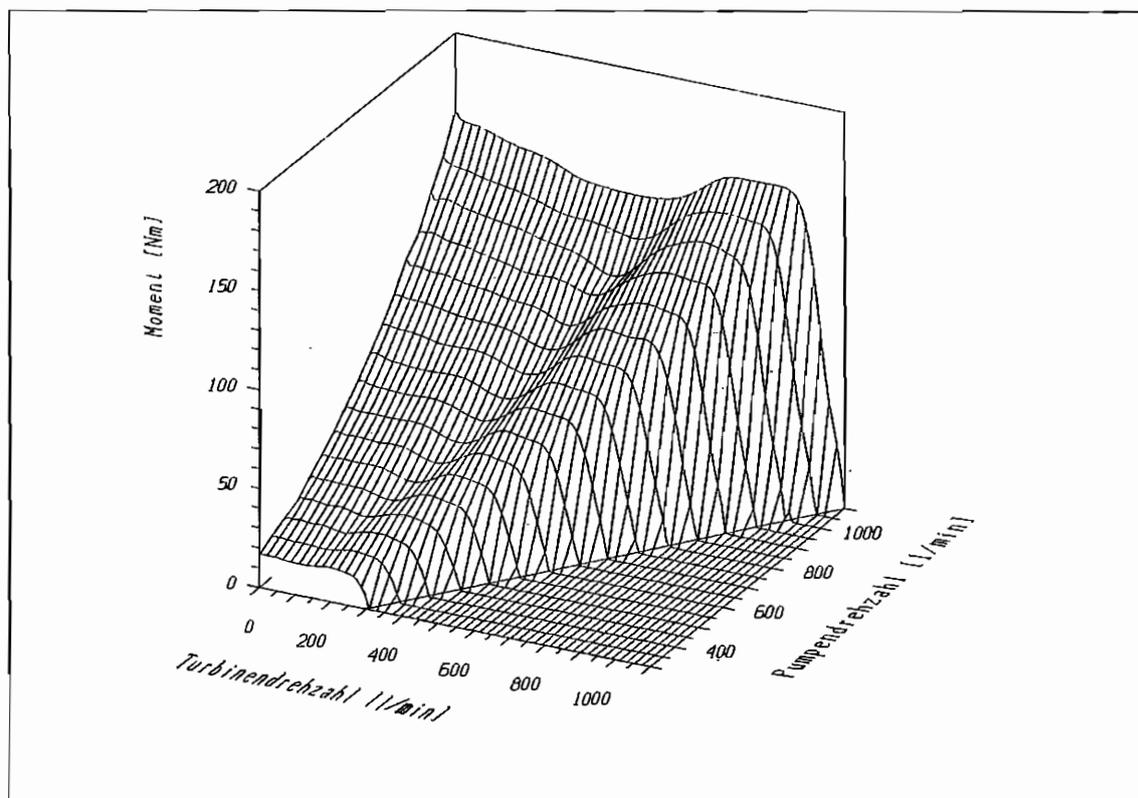


Abb. 5.21: Gemessenes stationäres Kennfeld der Kupplung NM 350S mit 8 l Füllung und Stauraum

Wird der Stauraum der Kupplung NM 350S mit in den Ölkreislauf einbezogen, ergibt sich bei einer Füllung von 8 l ein ähnlicher Verlauf wie bei der 422TH. Das übertragene Drehmoment steigt aus dem Synchronpunkt ( $n_P = n_T$ ) heraus mit abfallender Turbinendrehzahl steil an, um dann ab  $\nu < 0,85$  horizontal zu verlaufen. Es liegt hier ebenfalls ein Gebiet vor, in dem sich das Vorzeichen der Steigung ändert. In Abb. 5.21 ist das gemessene stationäre Kennfeld für den Bereich zwischen  $300 \leq n_P \leq 1100 \text{ min}^{-1}$  und  $0 \leq n_T \leq 1100 \text{ min}^{-1}$  dargestellt.

Wird der Einfluß der Pumpendrehzahl und des Außendurchmessers der verschiedenen Bauarten auf die stationäre Leistungsübertragung herausgerechnet, ergibt sich nach Gl. (2.5) die  $\lambda$ -Kennlinie als charakteristischer Verlauf über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$ . Es lassen sich so Kupplungen mit unterschiedlichen Füllgraden und Geometrien hinsichtlich ihres stationären Verhaltens vergleichen. In Abb. 5.22 sind alle Kupplungsvariationen als  $\lambda$  über  $\nu$  dargestellt.

Alle Kennlinien steigen innerhalb des Nenn- bzw. Dauerbetriebsbereichs stark an und verlaufen dann außerhalb näherungsweise parallel über den übrigen Betriebsbereich. Im Detail sind aber qualitative Unterschiede zwischen den Bauarten und Füllungen zu erkennen. Vor allem die Versuchskupplung (ohne Stauraum) weist bei Teilfüllung (7 l) ein deutliches Abknicken und demnach einen scharfen Übergang bei  $\nu \approx 0,92$  in der Momentenübertragung auf. Diese steigt im weiteren Verlauf ( $\nu \rightarrow 0$ ) noch einmal an, um dann konstant zu verlaufen. Weiterhin ist der Einfluß des Stauraums bei dieser Bauart mit 8 l Füllung deutlich zu erkennen, da die  $\lambda$ -Kennlinie früh abknickt und nicht so große Werte erreicht. Bei beiden Kupplungen mit Stauraum bildet sich bei Teilfüllung eine Überhöhung in der Leistungsübertragung aus,

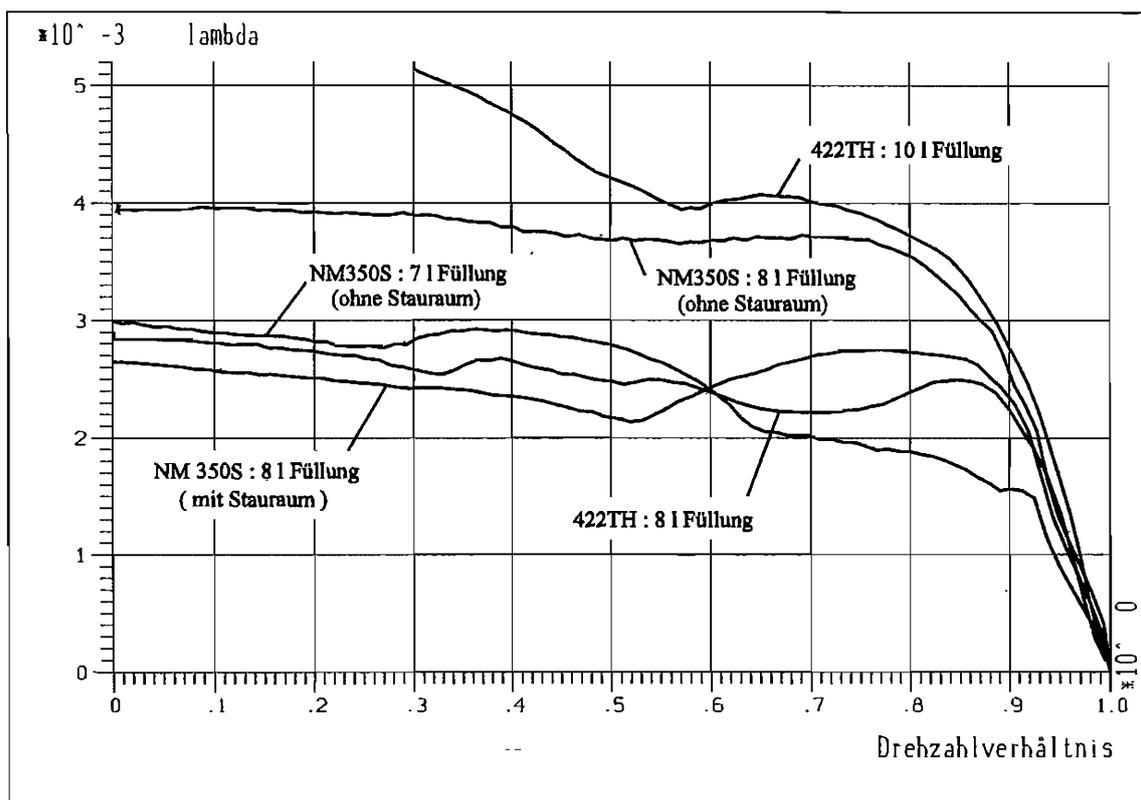


Abb. 5.22: Gemessene  $\lambda$ -Kennlinien der Kupplungen NM 350S mit und ohne Stauraum und 422TH bei Teil- und Vollfüllung

auf dessen abfallender Seite eine Abnahme des Drehmoments zu verzeichnen ist. Im weiteren Verlauf steigt die  $\lambda$ -Kennlinie bis  $\nu = 0$  wieder leicht an.

Die Kennlinie der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung (Vollfüllung) weist die größten  $\lambda$ -Werte auf. Dabei steigt das gemessene stationäre Moment bzw.  $\lambda$  bei  $\nu < 0,5$  noch einmal deutlich an. Aufgrund der technischen Grenzen der Versuchsanlage konnten die Kennlinien bei diesen Versuchen nicht bis  $\nu = 0$  gemessen werden.

### 5.4.3 Die Dynamik der Kupplung 422TH

Werden Blockierversuche durchgeführt, bei denen die Turbinendrehzahl aus dem Synchronpunkt heraus, auf Null verzögert und anschließend wieder auf Synchrondrehzahl beschleunigt wird, ergeben sich z.B. die in Abb. 5.23 dargestellten Zeitverläufe der gemessenen Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  sowie Drehmomente  $M_P$  und  $M_T$ . Bei diesen Versuchen wird der gesamte positive Betriebsbereich der Kupplung von  $0 \leq \nu \leq 1$  bei  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$  mit unterschiedlichen konstanten Beschleunigungen bzw. Verzögerungen der Turbinenseite durchfahren. Die Drehzahl der Pumpenseite wird dabei konstant auf  $1000 \text{ min}^{-1}$  gehalten. Die in Abb. 5.23 dargestellte Messung ist für eine konstante Rampensteigung von  $\dot{n}_T = 1500 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  bei einer Füllung der Kupplung von 8 l durchgeführt worden. Neben den gemessenen Drehmomenten sind gestrichelt die Momente  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$  der Pumpen- und Turbinenseite ohne

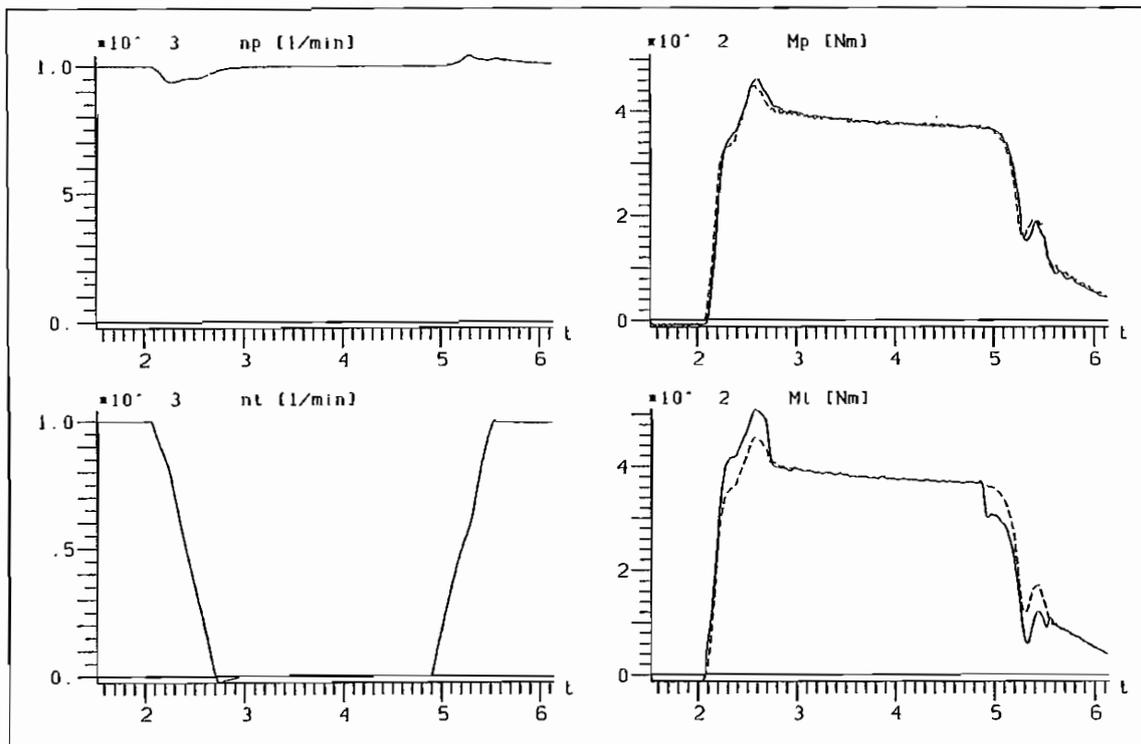


Abb. 5.23: Gemessene Zeitverläufe der Drehzahlen und Drehmomente eines Blockierversuchs (durchgezogen: gemessene Momente  $M_P$  und  $M_T$ ; gestrichelt: Momente  $M_{hP}$  und  $M_{hT}$  ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite)

Berücksichtigung der Trägheitswirkungen  $\theta_P$  und  $\theta_T$  der An- und Abtriebsseite der Kupplung aufgetragen. Diese weisen wie die Momente  $M_P$  und  $M_T$  ebenfalls eine Überhöhung des dynamischen Moments auf. Dies läßt darauf schließen, daß neben den mechanischen Trägheitseinflüssen noch weitere Effekte auftreten, z.B. Trägheit der Ölfüllung und hydrodynamische Einflüsse. Weitere Aussagen über instationäre Vorgänge des Mehrgrößensystems „hydrodynamische Kupplung“ (z.B. Abweichung vom stationären Verlauf) lassen sich anhand der Zeitverläufe nur sehr schwer treffen.

Werden die gemessenen Drehmomente über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  dargestellt, erhält man für die beiden betrachteten Füllgrade der Kupplung 422TH von 8 und 10 l zwei Graphiken nach Abb. 5.24 und 5.25. Dort sind die gemessenen Momente der Turbinenseite abzüglich der Momente aufgrund der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite der Kupplung in dimensionsloser Form  $\lambda$  für verschiedene Beschleunigungen dargestellt. Zusätzlich ist die stationäre  $\lambda$ -Kennlinie über  $\nu$  der entsprechenden Füllung angegeben.

Aufgetragen ist jeweils die dimensionslose Kennzahl  $\lambda$  für vier unterschiedliche Beschleunigungen des Turbinenrads von  $\dot{n}_T = 1500, 3000, 6000$  und  $9000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$ . Eine Abhängigkeit zwischen der Steigung der Drehzahlrampe und dem Verlauf des normierten dynamischen Moments ist deutlich zu erkennen. Je größer die Beschleunigung bzw. Verzögerung ist, desto stärker steigen die gemessenen  $\lambda$ -Verläufe über die stationäre Kennlinie hinaus an, wobei aber zu Beginn der Drehzahlrampe ein verzögerter Anstieg des

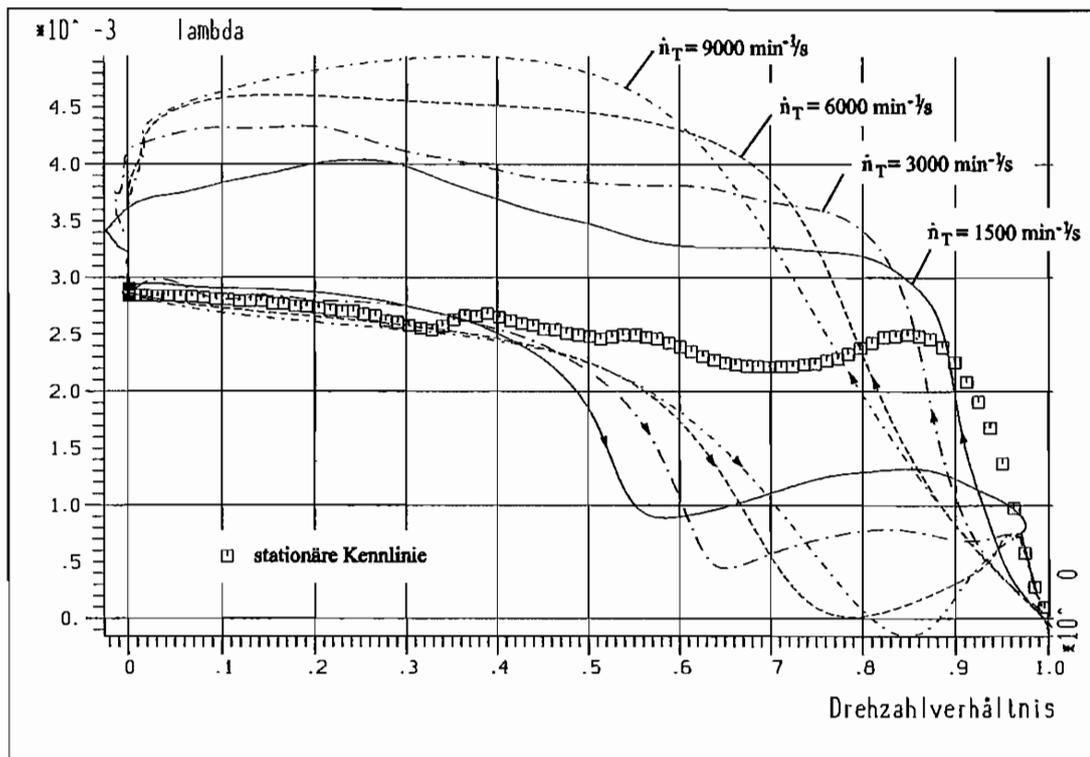


Abb. 5.24: Gemessene  $\lambda$ -Kennlinien über  $\nu$  ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der Laufräder der Kupplung 422TH bei Teilfüllung (8 l)

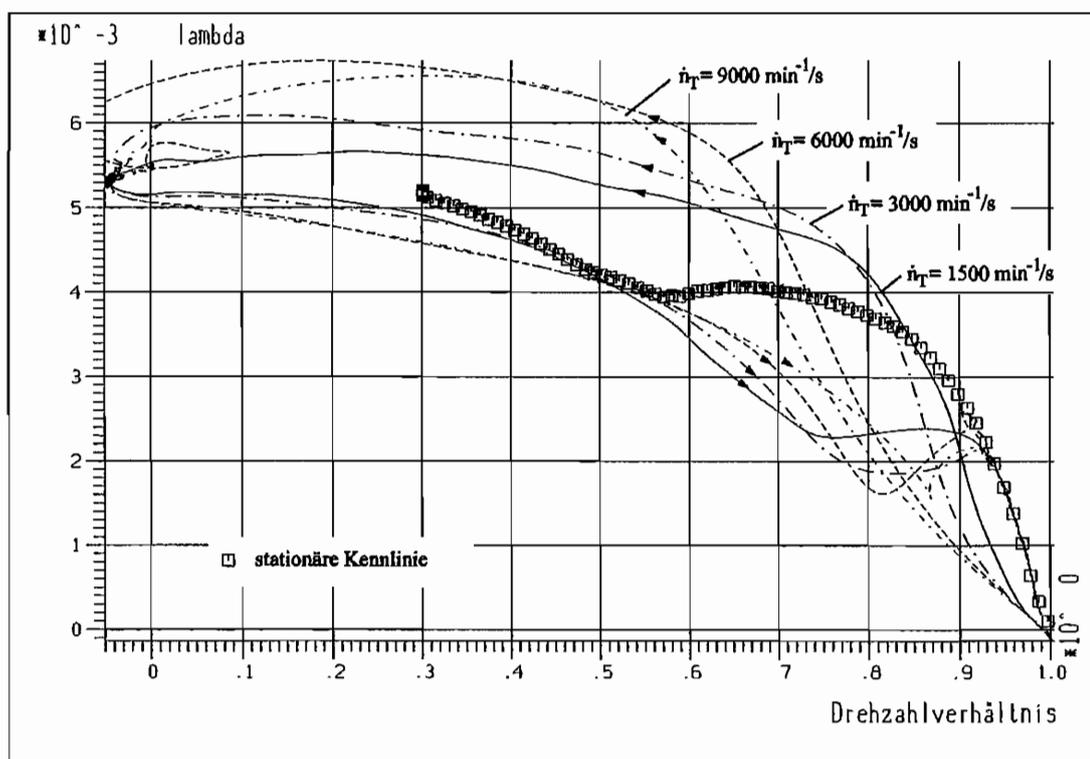


Abb. 5.25: Gemessene  $\lambda$ -Kennlinien über  $\nu$  ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der Laufräder der Kupplung 422TH bei Vollfüllung (10 l)

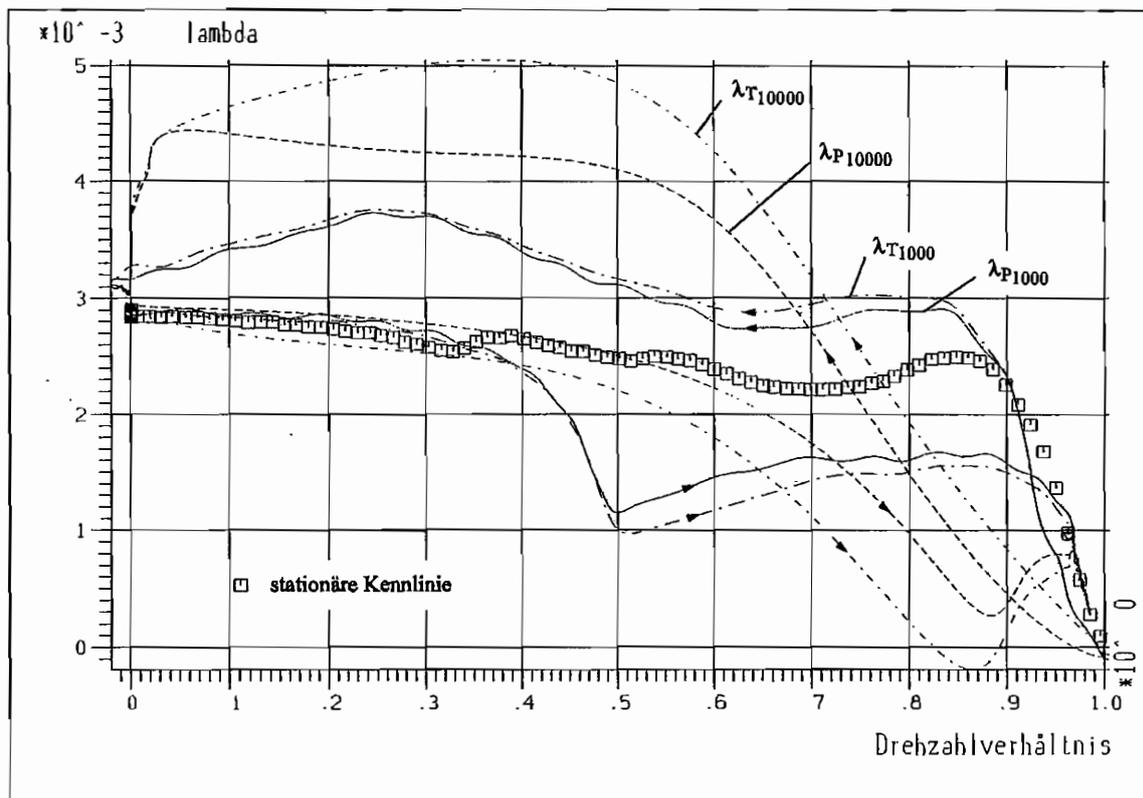


Abb. 5.26: Gemessene Drehmomente ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der Laufräder für  $\dot{n}_T = 1000$  und  $10000 \text{ min}^{-1}$  über  $\nu$  (422TH, 8 l)

Moments auftritt. Dort liegen die gemessenen Werte bei großen Beschleunigungen noch weit unterhalb der Kennlinie. Beim Wiederanfahren von Drehzahl Null (Anfahrpunkt) auf Synchrondrehzahl sind die dynamischen Verläufe bis  $\nu = 0,5$  mit dem stationären Verhalten identisch und fallen dann stark ab (bei hoher Dynamik und Teilfüllung bis auf  $\lambda < 0$ ). Bei Teilfüllung ist dieses Verhalten sehr ausgeprägt. Negative  $\lambda$ -Werte (z.B. in Abb. 5.24) treten durch die Drehträgheitswirkung der Ölfüllung in den Laufrädern auf, da diese nach Gl.(5.17) dem hydrodynamischen Moment überlagert ist.

Die dargestellten normierten Drehmomente setzen sich daher trotz Vernachlässigung der Laufradträgheiten noch aus den hydrodynamischen Anteilen und der Trägheitswirkung des in den Laufrädern befindlichen Öls zusammen. Daß die Trägheit des Öls bei dynamischen Vorgängen beachtet werden muß, wird jetzt anhand der Teilfüllung mit 8 l näher erläutert. Für 10 l sind die entsprechenden Darstellungen im Anhang angegeben. Aufgetragen ist in Abb. 5.26 das stationäre Verhalten mit den bei Blockiersuchen gemessenen  $\lambda$ -Verläufen für zwei Beschleunigungen der Turbinenseite. Es handelt sich dabei um eine langsame Drehzahlrampe von  $\dot{n}_T = 1000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  und eine sehr schnelle Rampe von  $\dot{n}_T = 10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ . In diesem Fall ist eine Unterscheidung in  $\lambda_P$  bzw.  $\lambda_T$  getroffen worden. Hierbei wird das gemessene Pumpen- und Turbinenmoment abzüglich der jeweiligen Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite betrachtet und entsprechend Gl. (5.18) und (5.19) normiert. Aufgrund der Ölträgheiten erhält man abhängig von der Beschleunigung der Laufräder unterschiedliche Verläufe für  $\lambda_P$  und  $\lambda_T$ .

Bei einem langsamen Blockierversuch ( $\dot{n}_T = 1000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ ) sind die gemessenen Drehmomentverläufe beider Laufräder nahezu gleich. Sie weichen zwar deutlich in dem Bereich von  $0,4 \leq \nu \leq 0,95$  von der stationären Kennlinie ab, unterscheiden sich aber kaum voneinander. Betrachtet man dagegen einen sehr schnellen Beschleunigungsvorgang auf der Turbinenseite mit  $\dot{n}_T = 10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ , sind deutliche Unterschiede zwischen den dynamischen  $\lambda$ -Kennlinien des Pumpen- und Turbinenrads über nahezu den gesamten Betriebsbereich zu erkennen. Da die Kupplung als Black-Box betrachtet wird und nur die Ein- und Ausgangsgrößen gemessen werden, können bei den in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen keine genauen Angaben bei Teilfüllung über die Verteilung des Öls in den Laufrädern und dem Stauraum gemacht werden. Da im Synchronpunkt keine Relativbewegung des Pumpen- und Turbinenrads zueinander vorhanden ist ( $\nu = 1$ ), und so kein Volumenstrom zwischen den Laufrädern ausgetauscht wird, liegt in diesem Betriebspunkt in erster Näherung ein einem Kreistorus ähnlicher Volumenkörper als Verteilung der Betriebsfüssigkeit vor. Bei einer gegebenen Ölfüllung der Kupplung 422TH mit 8 l ergibt sich mit den Werten  $V_{\text{Öl}} = 8 \text{ l}$ ,  $\rho_{\text{Öl}} = 841 \text{ kg/m}^3$  und  $D_{\text{Außen}} = 0,422 \text{ m}$  die Trägheit des Öls in den Laufrädern der Kupplung zu:

$$\theta_{\text{Öl}} = 0,187 \text{ kg m}^2 \quad \Rightarrow \quad \theta_{P_{\text{Öl}}} = \theta_{T_{\text{Öl}}} = 0,0935 \text{ kg m}^2$$

Hier soll die Annahme getroffen werden, daß sich die Füllung zu gleichen Teilen auf Pumpen- und Turbinenrad der betrachteten Kupplung 422TH mit 8 l Füllung verteilt. Werden also zusätzlich zu den Trägheitsmomenten der Laufräder die des Öls von den gemessenen Drehmomenten  $M_P$  und  $M_T$  abgezogen und dimensionslos als  $\lambda^*$  aufgetragen, ergibt sich ein Verlauf nach Abb. 5.27. Der hochgestellte Stern bezeichnet dabei im Gegensatz zu  $\lambda$  die zusätzliche Berücksichtigung der Trägheiten des Öls. In dieser Graphik ändern sich die  $\lambda^*$ -Verläufe für eine Beschleunigung von  $\dot{n}_T = 1000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  nur geringfügig gegenüber denen aus Abb. 5.26. Anders verhält es sich mit den Werten bei sehr schneller Verzögerung und Beschleunigung der Turbine ( $\dot{n}_T = 10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ ). Hier verlaufen die Kennlinien für Pumpe und Turbine in dem Bereich vom Synchronpunkt bis Anfahrpunkt parallel zueinander. Beim erneuten Beschleunigen weichen sie aber stark voneinander ab.  $\lambda^*_P$  bleibt gegenüber der Messung ohne Berücksichtigung des Trägheitsmoments des Öls über den gesamten Betriebsbereich nahezu gleich.  $\lambda^*_T$  hingegen verändert sich deutlich. Dies läßt darauf schließen, daß die Annahme einer gleichmäßigen Verteilung des Öls in Pumpen- und Turbinenrad bei Betrachtung des gesamten Betriebsbereiches unzureichend ist und nur näherungsweise für den Nennbetriebsbereich dieses Kupplungstyps getroffen werden kann.

Wird jedoch eine **konstante Ölverteilung** mit 25 % Turbinen- und 75 % Pumpenanteil angenommen, kann dies für den gesamten Betriebsbereich festgelegt werden. Der Trägheits-einfluß des Öls wird so bis auf kleinere Abweichungen aus den an der Systemgrenze gemessenen Drehmomenten  $M_P$  und  $M_T$  herausgerechnet. In Abb. 5.28 sind die modifizierten dynamischen Momente für die beiden Blockierversuche aufgetragen.

Die Annahme einer konstanten Ölverteilung von 25 % im Turbinen- und 75 % im Pumpenrad kann bei Blockierversuchen auf der Turbinenseite über große Betriebsbereiche mit

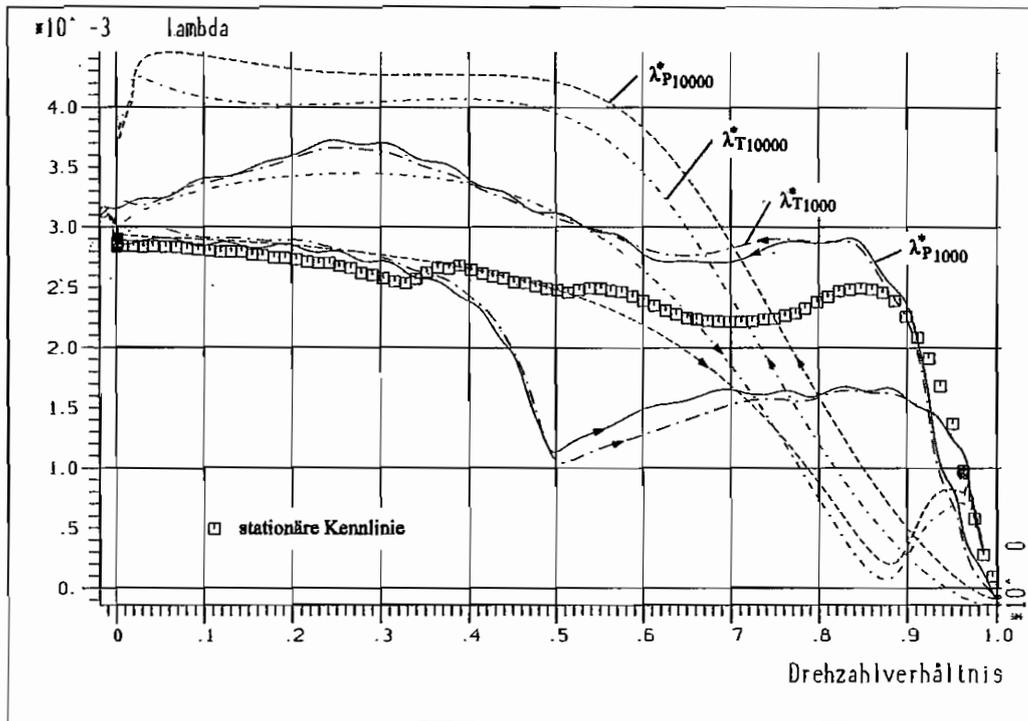


Abb. 5.27: Gemessene Drehmomente abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder und des Öls (jeweils zur Hälfte in Pumpen- und Turbinenrad) für  $n_T = 1000$  und  $10000 \text{ min}^{-1}/s$  über  $\nu$  (422TH, 8 l)

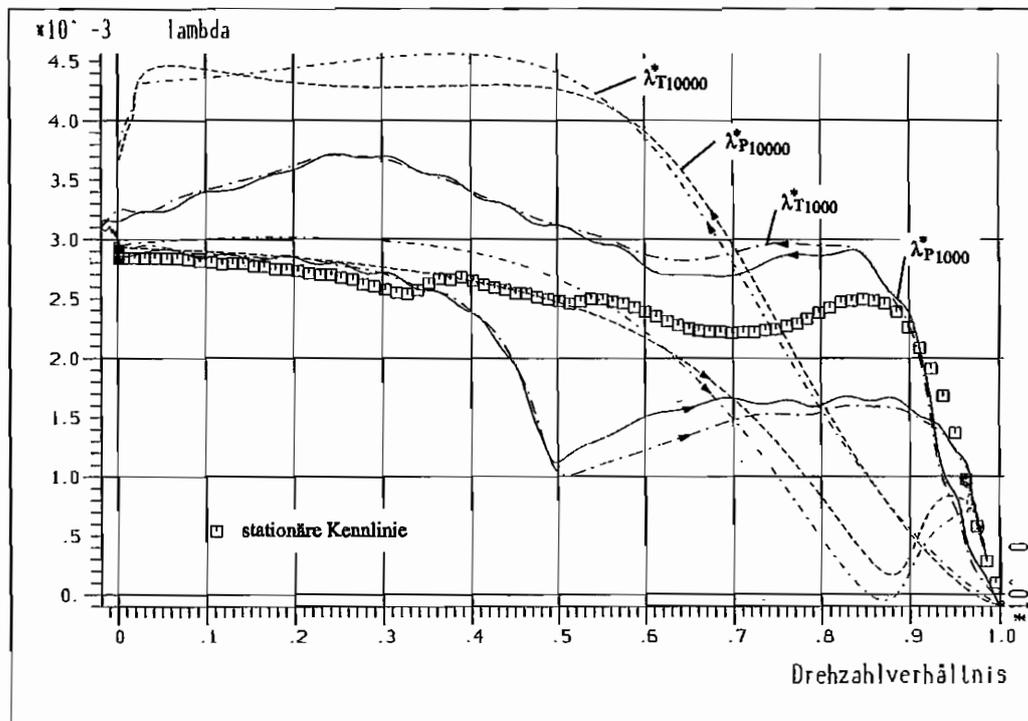


Abb. 5.28: Gemessene Drehmomente abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder und des Öls (Verteilung von 25 % in Turbinen- und 75 % in Pumpenrad) für  $n_T = 1000$  und  $10000 \text{ min}^{-1}/s$  über  $\nu$  (422TH, 8 l)

hinreichender Genauigkeit als überschlägige Rechengrundlage verwendet werden. Wird die Trägheitswirkung der Laufräder und des Öls aus den gemessenen Drehmomenten der An- und Abtriebsseite herausgerechnet, treten immer noch starke Abweichungen der dynamischen Kennlinien vom stationären Verlauf auf. Dies läßt auf ein stark nichtlineares instationäres Übertragungsverhalten der Kupplung 422TH mit Teilfüllung schließen.

Wird die gleiche Kupplung mit Vollfüllung betrieben, so ergeben sich ebenfalls Abweichungen in den Kennlinien. Im Anhang sind die entsprechenden Untersuchungen für eine Füllung von 10 l dargestellt. Im Verhältnis zu einer Füllung von 8 l sind die Unterschiede zwischen stationärem und dynamischem Moment im Nennbetriebsbereich ähnlich. Hier steigt das Moment zu Beginn des Blockiervorgangs ebenfalls verzögert an. Das nachfolgende Überspringen über den Verlauf der stationären Kennlinie ist aber geringer als bei 8 l. Auch nach Wiederanfahren der Turbinenseite fällt das dynamische Moment selbst bei sehr großer Beschleunigung nicht so stark ab.

#### 5.4.4 Die Dynamik der Kupplung NM 350S

Wird die Dynamik der Versuchskupplung NM 350S ohne Stauraum mit Voll- (8 l) und Teilfüllung (7 l) betrachtet, ergeben sich im Gegensatz zur Kupplung 422TH Unterschiede. Die Abweichungen der dynamischen  $\lambda$ -Kennlinien liegen bei niedriger Dynamik der Blockierversuche auf der Turbinenseite ( $\dot{n}_T < 3000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ ) bei max. 10 - 20 % vom stationären Verlauf. Erst bei sehr steilen Drehzahlrampen erhält man den im letzten Kapitel erläuterten Verlauf. In Abb. 5.29 sind die gemessenen  $\lambda$ -Kennlinien der Turbinenseite über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  für den untersuchten Betriebsbereich  $0 \leq \nu \leq 1$  für eine Füllung von 8 l und in Abb. 5.30 für 7 l dargestellt. Bei den Erregungen der Kupplung handelt es sich um die gleichen Blockierversuche, die auch bei der Bauart 422TH durchgeführt worden sind. Dies bedeutet, daß die Turbinenseite aus dem Synchronpunkt bei  $n_P = n_T = 1000 \text{ min}^{-1}$  auf  $\nu = 0$  mit einer konstanten Beschleunigung verzögert und dann wieder auf Gleichlauf beschleunigt wird. Die Beschleunigung des Turbinenrads nimmt dabei die Werte  $\dot{n}_T = 1500, 3000, 6000$  und  $9000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  an.

Abweichungen zwischen der stationären und dynamischen Momentenübertragung der Kupplung NM 350S ohne Stauraum bei Teil- und Vollfüllung treten hauptsächlich in den Bereichen zwischen  $0,2 \leq \nu \leq 0,8$  beim Verzögern und zwischen  $0,45 \leq \nu \leq 0,88$  beim Wiederanfahren der Turbinenseite auf. Im Nennbetriebsbereich ( $\nu \geq 0,9$ ) sind nur geringe Unterschiede vorhanden. Obwohl das stationäre Verhalten der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung und das der Modellkupplung bei 7 l qualitativ ähnlich ist (beides Teilfüllung), unterscheidet sich die auftretende Dynamik beider Objekte erheblich. Die dynamischen Kennlinien bei der NM 350S verlaufen sehr viel näher entlang des stationären Verhaltens. Wird entsprechend die Vollfüllung beider Prüfobjekte betrachtet, ist auch hier ein deutlicher Unterschied zu erkennen, da die Modellkupplung weniger Abweichung aufweist. Die dynamische Leistungsübertragung hängt somit von den Füllungsverhältnissen, der Profilform und evtl. vorhandenen Stauräumen ab.

Bei der Versuchskupplung mit Rechteckprofil soll ebenfalls auf die Unterschiede zwischen den gemessenen dynamischen Pumpen- und Turbinenmomenten bei Blockiervorgängen auf der

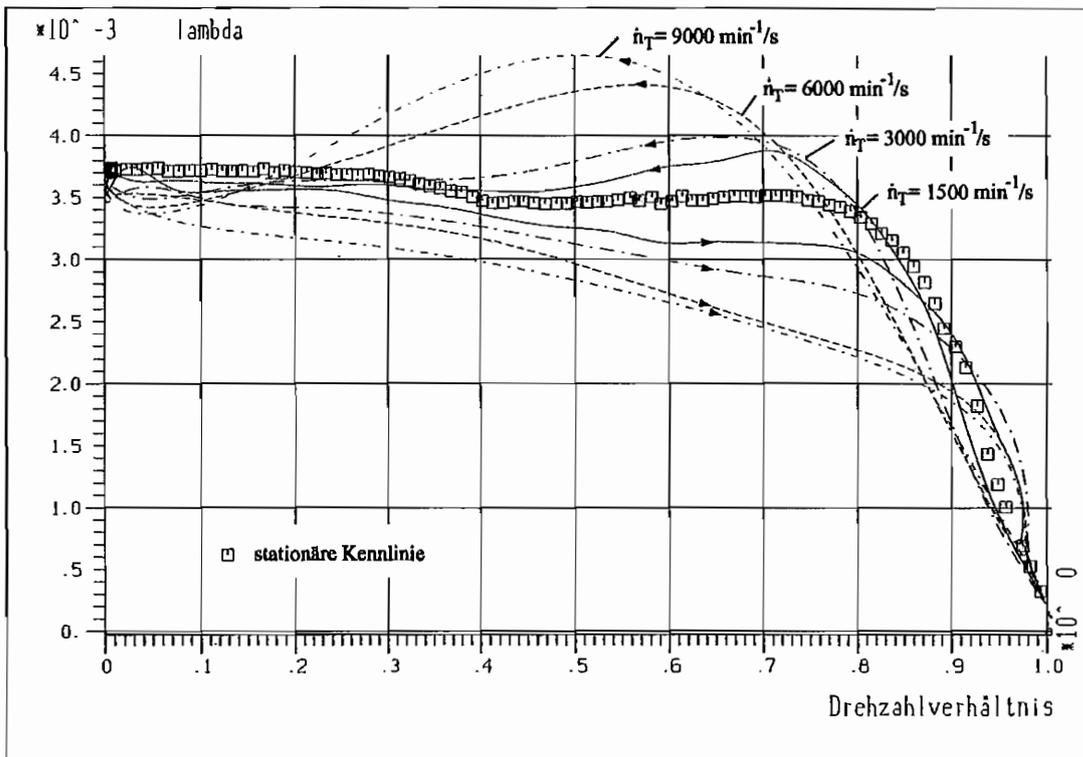


Abb. 5.29: Gemessene  $\lambda$ -Kennlinien über  $\nu$  ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der Laufräder der Kupplung NM 350S bei Vollfüllung (8 l)

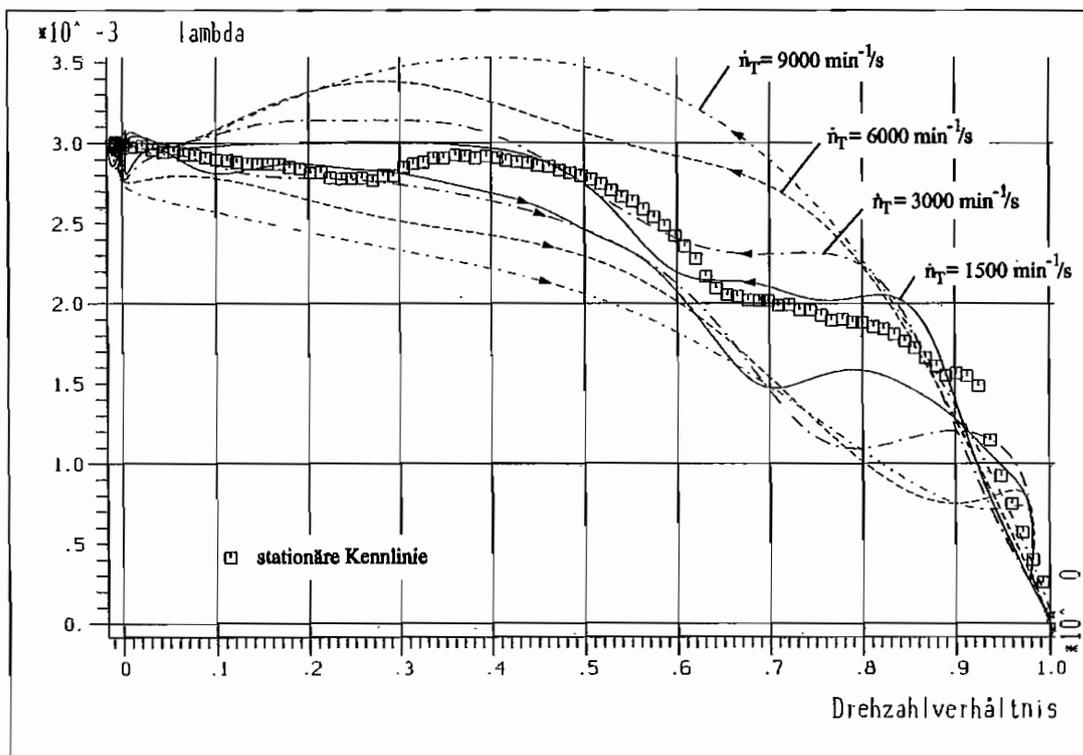


Abb. 5.30: Gemessene  $\lambda$ -Kennlinien über  $\nu$  ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der Laufräder der Kupplung NM 350S bei Teilfüllung (7 l)

Turbinenseite eingegangen werden. Dies wird anhand der Vollfüllung von 8 l ohne Stauroaum durchgeführt. Zu diesem Zweck sind analog zu den Untersuchungen der Kupplung 422TH ebenfalls beide Momentenanteile für eine langsame Rampe mit  $\dot{n}_T = 1000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  und eine sehr schnelle Rampe  $\dot{n}_T = 10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite über  $\nu$  aufgetragen.

Bei  $\dot{n}_T = 1000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  treten keine großen Abweichungen (max. 10 %) von der stationären Kennlinie auf. Wird eine sehr große Beschleunigung bzw. Verzögerung der Turbinenseite vorgegeben, weichen das gemessene Pumpen- und Turbinenmoment ohne Berücksichtigung der mechanischen Trägheiten ebenfalls voneinander ab. Es sind deutliche Unterschiede zwischen stationärem und dynamischen Verlauf zu erkennen. Dies wird wie bei der Kupplung 422TH durch den Einfluß des Öls in den Laufrädern und das hydrodynamische Moment verursacht. Aufgrund des rechteckigen Schaufelraums wird im Synchronpunkt bei  $1000 \text{ min}^{-1}$  zur überschlägigen Berechnung der Trägheit des Öls eine Ölverteilung zu gleichen Teilen in Pumpen- und Turbinenrad angenommen. Als vorliegender Volumenkörper wird von einem Hohlzylinder ausgegangen. Bei einer Ölfüllung von 8 l ergibt sich mit den Werten  $V_{\text{Öl}} = 8 \text{ l}$ ,  $\rho_{\text{Öl}} = 841 \text{ kg/m}^3$  und  $D_{\text{Außen}} = 0,35 \text{ m}$  die Drehträgheit des Öls in der Kupplung zu:

$$\theta_{\text{Öl}} = 0,1347 \text{ kg m}^2$$

Wird eine Verteilung des Öls auf Pumpen- und Turbinenrad zu gleichen Teilen vorgenommen, erhält man ebenfalls keine zufriedenstellenden Ergebnisse, da weiterhin große Unterschiede zwischen Pumpen- und Turbinenmoment auftreten. Eine Aufteilung analog zur Kupplung 422TH von 25 % und 75 % (Turbinenrad zu Pumpenrad) führt zu einer Annäherung des normierten Pumpen- und Turbinenmoments. Man erhält jedoch bessere Ergebnisse, wenn ein Verhältnis von 15 % Turbinenrad- und 85 % Pumpenradanteil festgelegt wird. In Abb. 5.32 sind die gemessenen dynamischen Drehmomente ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der Laufräder und des Öls als  $\lambda_P^*$ -Kennlinie und  $\lambda_T^*$ -Kennlinie über  $\nu$  aufgetragen. Der hydrodynamische Anteil an der Momentenübertragung dieser Kupplungsbauform ist sehr viel geringer als bei der Kupplung mit kreisförmigem Schaufelraum, da die Kennlinien weniger vom entsprechenden stationären Verlauf abweichen.

Bei Betrachtung der Meßwerte bei einer Füllung von 7 l (Teilfüllung) ergeben sich für die Kupplung NM 350S mit rechteckigem Schaufelraum die gleichen Verhältnisse wie bei der Bauart 422TH. Es kann hier ebenfalls eine Aufteilung des Trägheitseinflusses des Öls zu 25 % in der Turbine bzw. 75 % in der Pumpe vorgenommen werden. Die diese Annahme unterstreichenden Messungen sind im Anhang als normierte  $\lambda_P$ - und  $\lambda_T$ -Kennlinien über  $\nu$  für  $\dot{n}_T = 1000$  und  $10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  dargestellt.

Bei allen Untersuchungen wird deutlich, daß ein nichtlineares instationäres Übertragungsverhalten beider Kupplungen vorliegt. Da bis zu diesem Punkt nur auf Blockiersversuche der Turbinenseite eingegangen worden ist, werden als Ergänzung im Anhang Beschleunigungs- und Blockiervorgänge der Pumpenseite der Kupplung NM 350S dargestellt. Die Annahme einer konstanten Ölverteilung in den Laufrädern bei schnellen Drehzahländerungen der Antriebsseite kann hierbei nicht getroffen werden. Vor allem die Drehmomente der Turbinenseite hängen deutlich von der Ölfüllung im Laufrad ab.

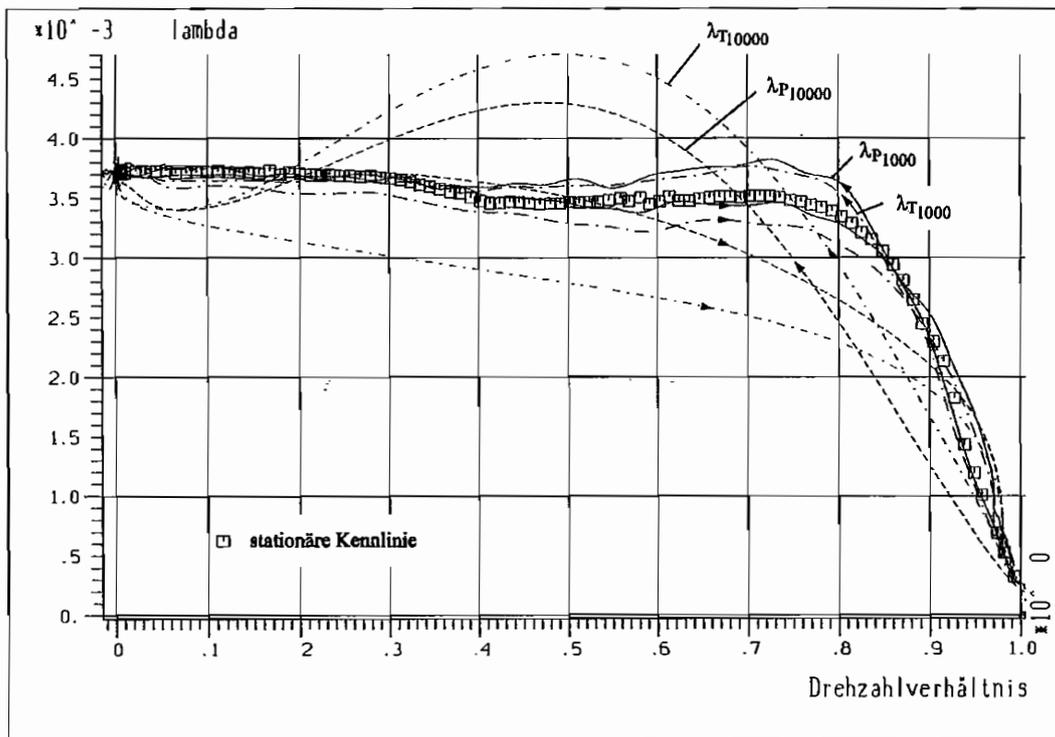


Abb. 5.31: Gemessene Drehmomente abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder für  $\dot{n}_T = 1000$  und  $10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  über  $\nu$  (NM 350S, 8 l)

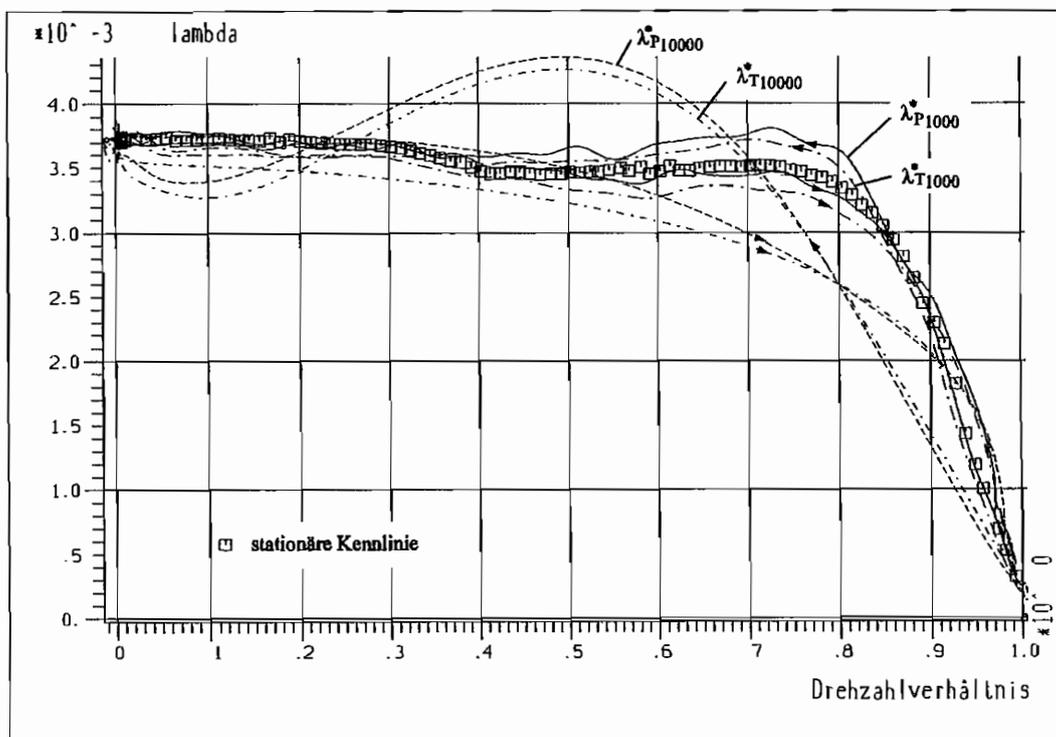


Abb. 5.32: Gemessene Drehmomente abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder und des Öls (Verteilung von 15 % in Turbinen- und 85 % in Pumpenrad) für  $\dot{n}_T = 1000$  und  $10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  über  $\nu$  (NM 350S, 8 l)

# Kapitel 6

## Nichtlineare Modellierung der hydrodynamischen Kupplung

Aufgrund des dargestellten stark nichtlinearen Verhaltens der Kupplung müssen nichtlineare Modelle gefunden werden, die das Übertragungsverhalten der Kupplung innerhalb eines großen Betriebsbereichs auch bei schnellen Änderungen der Betriebszustände beschreiben. Da keine ausreichenden Kenntnisse der inneren physikalischen Vorgänge der hydrodynamischen Kupplung besonders bei komplizierter Geometrie der Schaufelräume und bei Teilfüllungsbetrieb vorliegen, führt eine physikalische Modellierung außerhalb des Nennbetriebsbereichs nicht zum Ziel (vergl. Kap. 2).

Aus diesem Grund werden die in Kap. 4 dargestellten allgemeinen diskreten Modellansätze in Form von nichtlinearen Differenzgleichungen auf das praktische Problem der Black-Box-Identifikation der Übertragungseigenschaften hydrodynamischer Kupplungen angewendet. Es handelt sich dabei um Absolutmodelle, die das stationäre und instationäre Verhalten beschreiben. Dafür muß ein Verfahren entwickelt werden, mit dem die erforderlichen Untersuchungen durchgeführt werden können. Ausgehend von einem ersten allgemeinen Modellansatz nach Gl. (4.26) werden unterschiedliche Modellvarianten auf deren Interpretierbarkeit und Gültigkeitsbereich hin untersucht. Ziel ist die vollständige Beschreibung des Kupplungsverhaltens über einen großen Betriebsbereich mit einem Modell. Dabei wird auch eine Trennung der verschiedenen dynamischen Einflüsse wie Trägheitswirkung der Laufräder und hydrodynamische Leistungsübertragung innerhalb der Kupplung vorgenommen. Weiterhin sollen die verschiedenen Modellansätze hinsichtlich ihrer physikalischen Interpretierbarkeit und Aussagekraft untersucht werden. Durchgeführt werden die Untersuchungen zuerst an der Serienkupplung VOITH 422TH mit Mischprofil und Teilfüllung. Der Füllgrad liegt bei 8 Liter. Diese Füllung ist gewählt worden, da im stationären Betrieb ein stark nichtlineares Übertragungsverhalten zu erkennen ist. Zusätzlich weist die Kupplung bei instationären Vorgängen große beschleunigungsabhängige Abweichungen von der stationären Kennlinie auf. Dies ist in Kap. 5 ausführlich anhand von Meßergebnissen dargestellt.

Der Aufbau dieses Kapitels gestaltet sich wie folgt:

- Voraussetzungen und Grenzen der Identifikation sowie deren praktischer Ablauf werden in einem einführenden Abschnitt (Kap. 6.1) erläutert. Wichtig ist in diesem Zusammenhang die Erregung des Prüfobjekts sowie die Messung und Aufarbeitung der auf dem Versuchsstand erlangten Meßdaten. Es wird ein Teilsystem mit entsprechender Systemgrenze innerhalb des Gesamtsystems definiert und die prinzipielle Vorgehensweise von der Erregung und Meßdatenerfassung bis zur Modellidentifikation erläutert. Verschiedene Modellformen sowie die für eine vollständige Erfassung des Systemverhaltens erforderliche hochdynamische Erregung des Prüfobjekts werden dargestellt.
- Es folgt die Modellierung der Kupplung 422TH bei Teilfüllung (8 l) mit dem in Kap. 4 vorgestellten nichtlinearen Modellansatz über einen großen Betriebsbereich von  $0,6 \leq \nu \leq 1,0$ , in dem die stationäre Kennlinie abknickt (Kap. 6.2). Neben der Abtriebsseite wird auch die Antriebsseite instationär erregt. Die Wahl der Modellform, d.h. die Definition der Ein- und Ausgangsgrößen des Modellansatzes, spielt dabei eine große Rolle für die Gültigkeit des Modells. Das in einem iterativen Vorgehen bestimmte Modell wird anschließend mit unterschiedlichen Erregungen innerhalb des Gültigkeitsbereiches verifiziert.
- In einem weiteren Schritt werden in Abschnitt 6.3 die Erkenntnisse der vorangegangenen Identifikationsläufe zur Modifikation und Optimierung des Modellansatzes verwendet, um verschiedene Eigenschaften des nichtlinearen Mehrgrößensystems zu untersuchen. Dabei wird die Vergleichbarkeit und physikalische Interpretierbarkeit der Modelle für einen festgelegten Betriebspunkt näher erläutert. Zusätzlich erfolgt eine Modifikation des Modells, um die Anzahl der Modellkoeffizienten zu reduzieren, sowie eine Variation der Ein- und Ausgangsgrößen der Modellierung.
- Die bei diesem Füllgrad erlangten Ergebnisse bzw. identifizierten Modellansätze werden danach bei einer Füllung von 10 Litern (ca. 80%) der Kupplung 422TH sowie bei einer anderen Profilform und Geometrie in der Modellkupplung NM 350S verifiziert. In diesem Fall liegt keine kreisförmige Kanalgeometrie sondern ein Rechteckkanal sowie ein kleinerer Profilaußendurchmesser vor. Hierbei wird der Teilfüllungsbetrieb mit und ohne Stauraum betrachtet. Es soll dargestellt werden, daß die nichtlinearen Modellansätze als mathematische Modelle für viele unterschiedliche KupplungsbaufORMen verwendet werden können.

## 6.1 Voraussetzungen und Grenzen der Identifikation

### 6.1.1 Definition der Systemgrenze des Teilsystems

Ein Antriebsstrang ist aus vielen unterschiedlichen Bauteilen aufgebaut. Jedes Teilsystem muß hinsichtlich des stationären und dynamischen Verhaltens im Gesamtsystem bekannt sein, um dieses zu dimensionieren bzw. auszulegen. Die hydrodynamische Kupplung wird als eine Komponente eines Antriebsstrangs betrachtet und als Teilsystem herausgeschnitten. Dabei ist die Definition der Teilsystemgrenze für die Black-Box-Identifikation von großer Bedeutung. Die Schnittgrößen an den Systemgrenzen beschreiben die Wechselwirkung mit anderen Antriebsstrangkomponenten. In Abb. 6.1 ist die Einbaulage der hydrodynamischen Kupplung mit definierter Systemgrenze auf dem Versuchsstand für die durchgeführten experimentellen Untersuchungen dargestellt. Die Kupplung ist über jeweils eine An- und Abtriebswelle mit eingebauter Drehmoment- und Drehzahlmeßstelle mit den beiden Antriebsmotoren drehsteif verbunden (siehe Kap. 5).

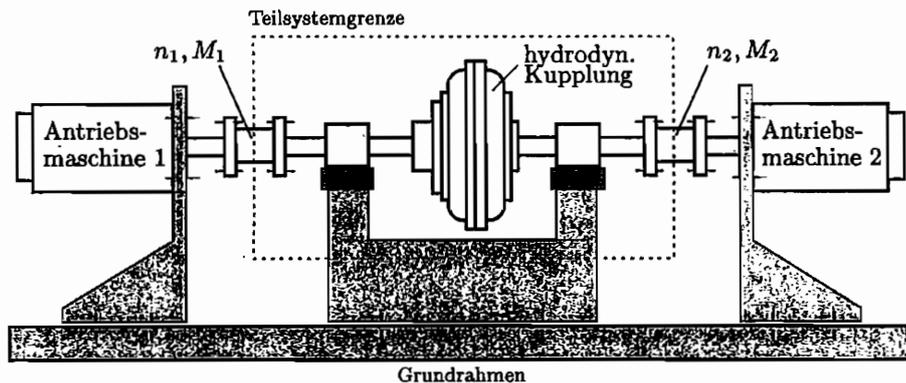


Abb. 6.1: Hydrodynamische Kupplung im Antriebsstrang

Die Systemgrenze wird vor und hinter dem Prüfobjekt im Antriebsstrang gezogen. Die mechanischen Ein- und Ausgangsgrößen werden an dieser Stelle erfaßt. Da die Systemgrößen des Teilsystems gemessen werden müssen, ist die Mitte der jeweiligen Drehmomentmeßwelle als Grenze definiert. Die Verbindungswellen zwischen den Laufrädern und den Meßstellen sind drehsteif ausgelegt, so daß die Winkelverdrehung vernachlässigbar klein ist. Es kann somit die Drehzahl an den Meßwellen als Drehzahl der Laufräder angenommen werden (Abb. 6.1). Die hydrodynamische Kupplung wird als Mehrgrößensystem mit zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen betrachtet, welche die Drehzahlen  $n_1, n_2$  und Drehmomente  $M_1, M_2$  der Antriebs- und Abtriebsseite der Kupplung sind (Pumpen- und Turbinenseite). Da das Prüfobjekt als Black-Box-Teilsystem des Antriebsstrangs modelliert wird, werden keine inneren Größen gemessen bzw. erfaßt, die mit in die Identifikation einfließen (z.B. Volumenstrom und Stömungsgeschwindigkeit des Betriebsmediums, etc.). Die Füllung wird vor den jeweiligen Messungen fest vorgegeben und während des Betriebs nicht geändert.

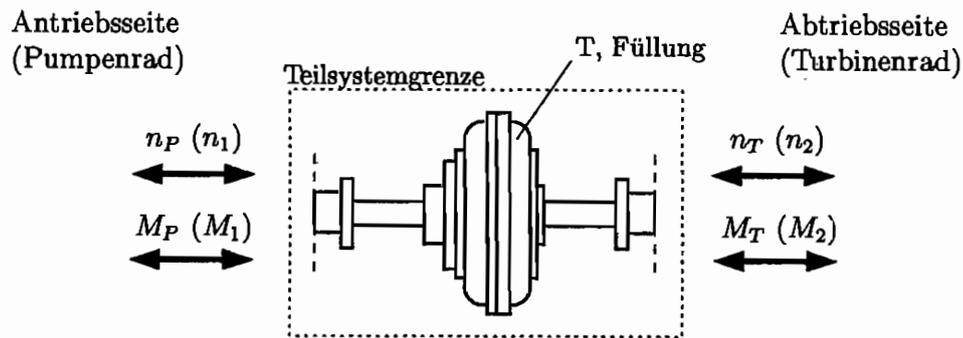


Abb. 6.2: Definition der Systemgrößen des Teilsystems Kupplung

Eine Ausnahme bei der Erfassung der Systemgrößen bildet die Temperatur des Betriebsmediums Öl. Bei den in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen wird die Temperatur gemessen, geht aber nicht als zusätzliche Systemgröße in die Identifikation ein. Sie wird, um bei allen Messungen annähernd gleiche Betriebsbedingungen zu gewährleisten, konstant gehalten und liegt bei den durchgeführten Messungen bei 50 - 60 °C. Damit kann die hydrodynamische Leistungsübertragung der Kupplung näherungsweise unabhängig von den thermischen Eigenschaften des Mediums betrachtet werden. In Abb. 6.2 ist das Teilsystem Kupplung mit den vier Systemgrößen  $n_P$ ,  $M_P$ ,  $n_T$  und  $M_T$  sowie der definierten Systemgrenze dargestellt. Die Einbaulage des Prüfobjekts auf dem Versuchsstand ist so gewählt, daß die in Abb. 6.1 angegebene Antriebsmaschine 1 auf die Pumpenseite und die Maschine 2 auf die Turbinenseite wirkt.

Die systemrelevanten Größen der Kupplung werden nach Abb. 6.2 wie folgt definiert und bezeichnet:

$n_P$	$(n_1)$	:	Drehzahl Pumpenrad	(Drehzahl Antriebsseite)
$M_P$	$(M_1)$	:	Drehmoment Pumpenrad	(Drehmoment Antriebsseite)
$n_T$	$(n_2)$	:	Drehzahl Turbinenrad	(Drehzahl Abtriebsseite)
$M_T$	$(M_2)$	:	Drehmoment Turbinenrad	(Drehmoment Abtriebsseite)

### 6.1.2 Ablauf der Identifikation auf dem Versuchsstand

Da die hydrodynamische Kupplung ein stark nichtlineares Verhalten aufweist, wird als Modell zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens ein allgemeiner nichtlinearer Modellansatz in Form eines diskreten Differenzgleichungssystems nach Gl. (4.26) gewählt. Jeder Ausgang hängt dabei von den aktuellen und zurückliegenden (zeitverschobenen) Werten beider Eingangsgrößen sowie den zurückliegenden Werten des jeweiligen Ausgangs ab.

Es handelt sich bei der nichtlinearen Modellierung der Kupplung um einen allgemeinen mathematischen Ansatz, der unabhängig von den physikalischen Gegebenheiten (z.B. Geometrien oder Strömungsverläufe, etc.) der Kupplung gewählt werden kann. Die Kupplung wird dabei als Mehrgrößensystem mit zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen betrachtet, bei dem sich pro Ausgangsgröße je eine zu schätzende Modellgleichung ergibt. Aus diesem Grund

müssen die Modellstruktur und die Modellkoeffizienten in einem iterativen Vorgehen optimal an das reale System mit Hilfe von Parameterschätzverfahren angepaßt werden (vergl. Kap. 4). Als Eingangsgrößen können je nach gewünschter Modellart die gemessenen Drehzahl- oder Drehmomentverläufe auf der An- oder Abtriebsseite der Kupplung gewählt werden. Für die Identifikation der Kupplung ist die in Abb. 6.3 dargestellte Modellform (Modell 1) verwendet worden, d.h. die Drehzahlen  $n_P(k)$  und  $n_T(k)$  bilden die Ein- und die Drehmomente  $M_P(k)$  und  $M_T(k)$  die Ausgangsgrößen des nichtlinearen Modellansatzes. Aus diesem Modell lassen sich auch mehrere andere Formen erzeugen. Modell 2 stellt z.B. das inverse Modell mit den Drehmomenten als Ein- und den Drehzahlen als Ausgangsgrößen dar. Beide Ansätze können ineinander umgerechnet werden, wobei nach dem Gleichungssystem aus Kap. 4 bei veränderter Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen Modellgleichungen entstehen, die implizit gelöst werden müssen. Daher bietet sich in diesem Fall an, eine entsprechende neue Modellschätzung mit der aktuellen Anordnung der Koeffizienten durchzuführen.

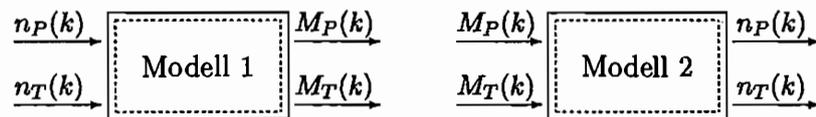


Abb. 6.3: Zwei unterschiedliche Modellformen des Zweigrößensystems Kupplung

Der **allgemeine Ablauf der praktischen Identifikation** der hydrodynamischen Kupplung auf dem Versuchsstand ist in Abb. 6.4 dargestellt. Dabei kann eine allgemeine Unterscheidung in drei Teilgebiete vorgenommen werden:

- Meßwerterfassung
- Meßwertaufbereitung
- Modellidentifikation

Für eine erfolgreiche Modellierung der Kupplung müssen diese Punkte nacheinander durchlaufen werden. In dem Arbeitsschritt **Meßwerterfassung** wird das System innerhalb des untersuchten Betriebsbereichs erregt und die Systemgrößen gemessen. Danach werden die Meßwerte entsprechend der Anforderungen der nachfolgenden Schätzverfahren in dem Teil **Meßwertaufbereitung** vorverarbeitet. Als letzter Arbeitsschritt wird dann die eigentliche **Modellidentifikation** des betrachteten Kupplungstyps durchgeführt. Als Ergebnis ergibt sich ein Modell in Form eines nichtlinearen Gleichungssystems zur Simulation des dynamischen Verhaltens im Zeitbereich. Die Güte des Modells hängt dabei wesentlich vom zweiten Bearbeitungsschritt ab.

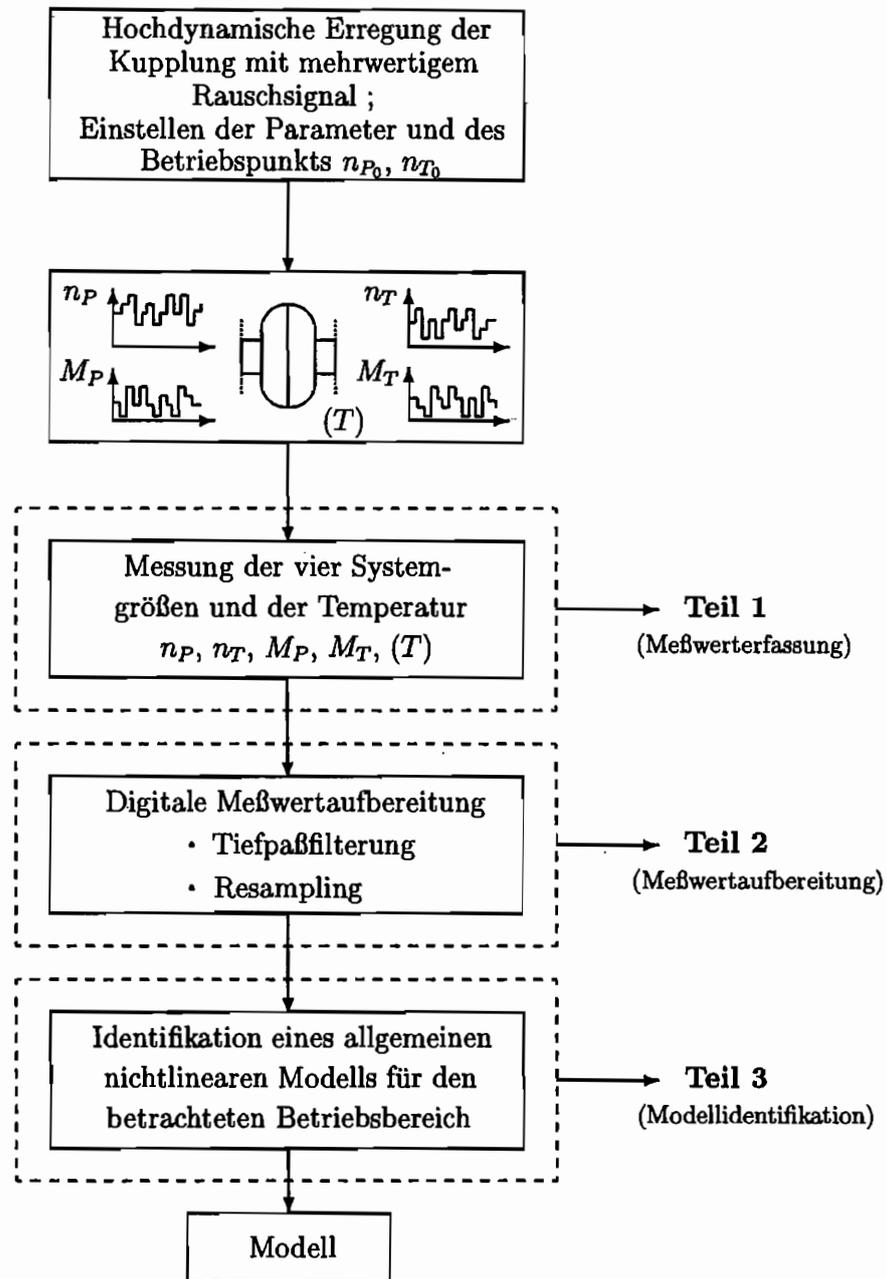


Abb. 6.4: Allgemeiner Ablauf der Identifikation der hydrodynamischen Kupplung mit Unterteilung in die drei Hauptbereiche **Meßwertaufbereitung**, **Meßwertaufbereitung** und **Modellidentifikation**

Im folgenden soll genauer auf die einzelnen Schritte zur *experimentellen Identifikation* der hydrodynamischen Kupplung eingegangen werden. Die an- und abtriebsseitigen Drehzahlgrößen werden mit einem pseudozufälligem Rauschsignal erregt. Da die Wahl der Erregung für die Güte der Parameterschätzung von großer Bedeutung ist, wird speziell auf diesen Punkt noch ausführlich am Ende dieses Abschnitts eingegangen.

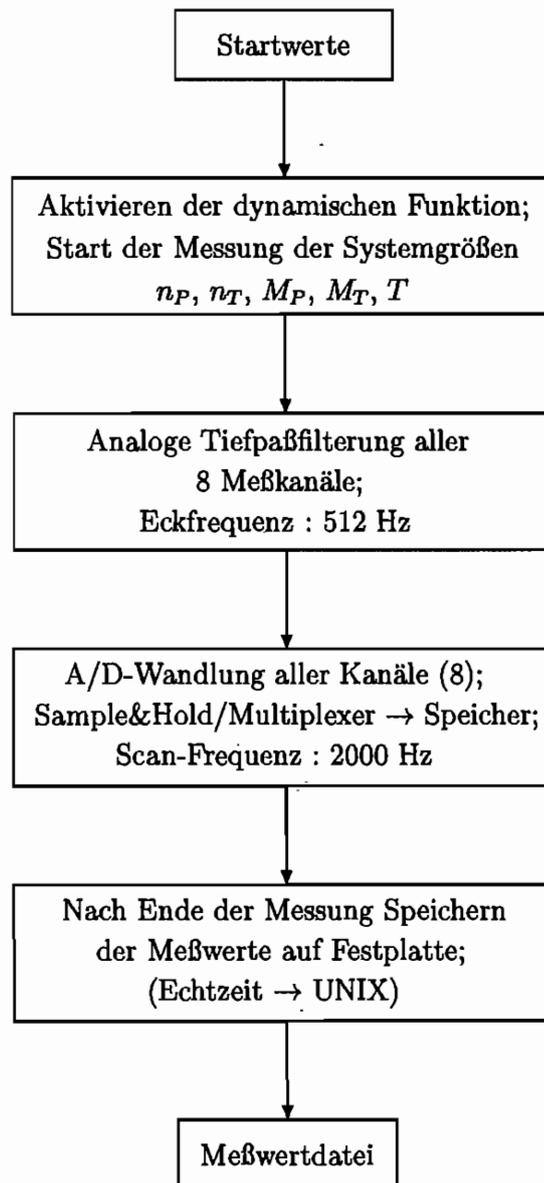


Abb. 6.5: Meßwernerfassung und Speicherung der dynamischen Größen (Teil 1)

Die Systemgrößen  $n_P$ ,  $n_T$ ,  $M_P$  und  $M_T$  werden zusammen mit der Temperatur  $T$  des Öls mit einer Abtastfrequenz von  $f_a = 2000$  Hz mit im Antriebsstrang eingebauten Drehmomentmeßwellen, Inkrementalgebern und Temperaturfühlern erfaßt (Abb. 6.5). Zusätzlich zu diesen fünf werden noch drei weitere Kanäle für die ordnungsgemäße Steuerung des Versuchstands gemessen. Um Diskretisierungsfehler bei der Abtastung der analogen Meßkanäle zu vermeiden, wird der Analog/Digital-Wandlung (A/D-Wandlung) der Meßwerte eine analoge Tiefpaßfilterung mit einer Eckfrequenz  $f_{eck} = 512$  Hz vorgeschaltet (anti-aliasing Filter). Bei der Messung periodischer Signale muß zur fehlerfreien Übertragung der Frequenzinformationen des analogen Signals mindestens zweimal pro Periode einer Schwingung abgetastet werden.

$$f_{eck} \leq \frac{1}{2} \cdot f_a \quad \text{mit: } f_a \text{ Abtastfrequenz} \quad (6.1)$$

Mit dieser Abtastbedingung, auch Abtasttheorem nach Shannon genannt [17, 47], treten keine Fehler in der Frequenzabbildung auf. Es entstehen ansonsten nach der Abtastung Signalanteile, die in dem eigentlichen Signal nicht vorhanden sind (z.B. Spiegelung sehr hochfrequenter Antriebsstrang- und Maschinenschwingungen ( $f > 512$  Hz) in den unteren Frequenzbereich). Die diskretisierten Werte werden zwischengespeichert und nach Ende der Messung auf Festplatte in einer Datei abgelegt.

Im zweiten Arbeitsschritt werden die dynamischen Größen für die Identifikation der Kupplung aufbereitet (Abb. 6.6). Der betrachtete Frequenzbereich der Kupplung liegt bei  $0 \leq f \leq 15$  Hz. Um Störungen auf die Parameterschätzung aufgrund hochfrequenter Schwingungen und Diskretisierungsfehler des A/D-Wandlers aus den Meßsignalen zu beseitigen, werden diese mit einem digitalen Tiefpaßfilter nachbearbeitet. Je nach Betriebsbereich der Maschinen ergeben sich bauartbedingte Torsionsschwingungen mit der 9 oder 18 fachen Umlauffrequenz (siehe Kap. 5). Diese besitzen einen sehr störenden Einfluß auf die Modellschätzung. Sie sind jedoch bei den untersuchten Betriebsbereichen aufgrund der stationären Drehzahlen sehr viel größer als die Anteile der Nutzsignale. Daher liegt die Eckfrequenz der digitalen Filterung je nach Messung zwischen 30 und 50 Hz und wird entsprechend einer Signalanalyse mittels Fast-Fourier-Transformation (FFT) festgelegt.

Eine zu diesem Zeitpunkt durchgeführte Parameterschätzung liefert für eine Abtastfrequenz von 2000 Hz keine Ergebnisse, da der Schätzalgorithmus zu instabilem Verhalten neigt. Daher muß die Abtastfrequenz durch Resampling der Meßwerte herabgesetzt werden. Für einen betrachteten Frequenzbereich der Kupplung bis ca. 15 Hz reicht eine Abtastung mit 100 Hz aus, um alle wichtigen Eigenschaften (Amplitude, Phase, Frequenz) zu erfassen. Ebenfalls können so stark verrauschte Signale (z.B. aufgrund der Meßwerterfassung oder der A/D-Wandlung) durch die Bildung eines gleitenden Mittelwerts geglättet werden. Die Meßwerte dienen nach diesem Schritt als Eingangsgrößen der Parameterschätzung.

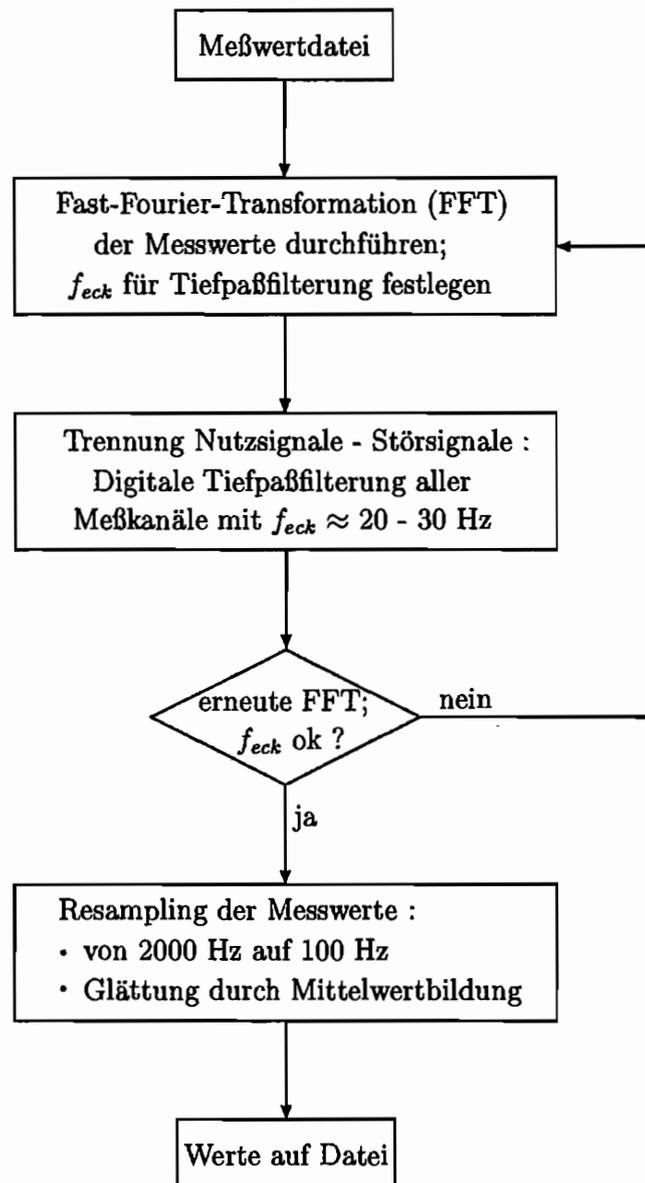


Abb. 6.6: Meßwertaufbereitung der dynamischen Größen (Teil 2)

In Abb. 6.7 ist das Vorgehen der eigentlichen Identifikation des Kupplungsverhaltens mit allgemeinen nichtlinearen Modellen in Form von Differenzgleichungen dargestellt. Die Modellstruktur, d.h. der innere Aufbau des Modells (z.B. Ordnung der Nichtlinearität  $q$ ), muß über die Wahl der Modellordnung  $q$  sowie der Zeitverschiebungen  $n_{i1}$ ,  $n_{i2}$ ,  $m_{i1}$  und  $m_{i2}$  mit  $i = 1, \dots, q$  der linearen und nichtlinearen Terme der Gleichungen festgelegt werden (vergl. Kap. 4.2.3).

Da sehr wenig Kenntnisse über die physikalischen Vorgänge innerhalb der Kupplung vorliegen, kann die Bestimmung der Modellparameter und damit die Anpassung des Modells an das reale System nur durch ein iteratives Vorgehen und nicht anhand einer vorgegebenen physikalischen Modellstruktur erfolgen. Dabei werden Vorabkenntnisse des nichtlinearen Verhaltens aus vorangegangenen Schätzergebnissen für den aktuellen Identifikationsablauf von Bedeutung. In Abb. 6.7 ist der prinzipielle Ablauf vom Black-Box-Modellansatz bis zur endgültigen Bestimmung des Schätzvektors dargestellt.

Je nach Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen und des Modelltyps (Abb. 6.3) wird nach Festlegung der Modellstruktur (Ordnung der Nichtlinearität, Zeitverschiebungen der jeweiligen Terme) ein entsprechender, das stationäre und instationäre Übertragungsverhalten bestimmender, Satz von Modellkoeffizienten ermittelt. Zur Ermittlung eines ersten Parametersatzes wird eine Schätzung nach der LS-Methode durchgeführt. Die eigentliche Parameterschätzung erfolgt dann iterativ mit der IV-Methode (vergl. Kap. 4.5). Dabei dienen die mit dem LS-Verfahren ermittelten Werte als Startvektor des ersten Iterationsschritts. Die Schätzwerte der Modellparameter werden dann direkt, d.h. in einem Schritt für alle Meßwerte bestimmt. Dieser ermittelte Satz von Koeffizienten dient wiederum als Startvektor einer neuen IV-Schätzung. Das Modell bzw. der Parametervektor des Modells wird so optimal an das betrachtete System in mehreren Schritten angepaßt. Das Ergebnis ist ein Satz systembeschreibender Kennwerte der gewählten Modellform (z.B. zur Bestimmung der Drehmomente aus den vorgegebenen Drehzahlen (Abb. 6.3)). Das vorgestellte Verfahren ist dabei prinzipiell unabhängig von der Wahl der Systemgrößen. Es sind alle Kombinationen von Ein- und Ausgangsgrößen zur Bestimmung eines dynamischen Modells möglich.

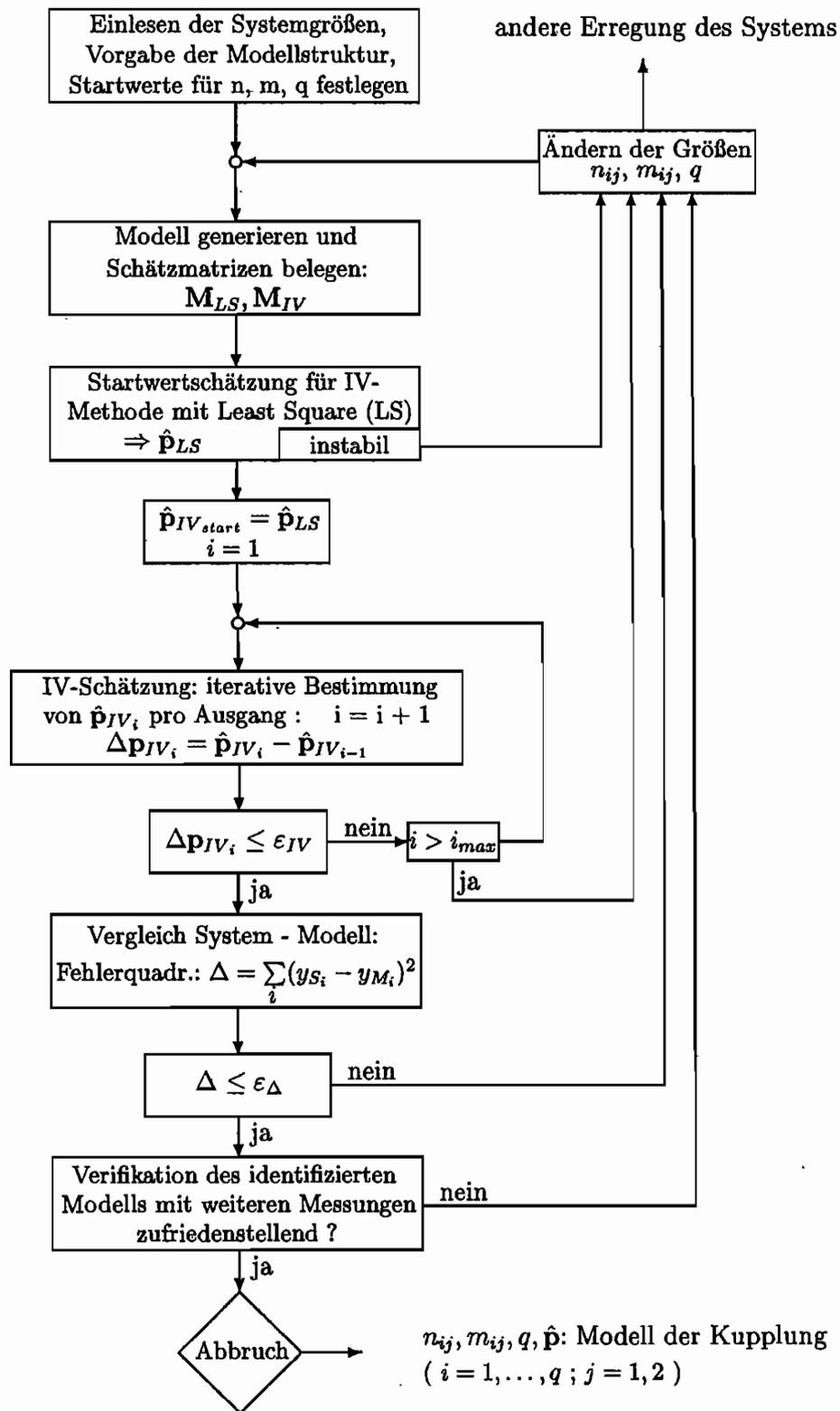


Abb. 6.7: Identifikation des nichtlinearen Mehrgrößenmodells (Teil 3)

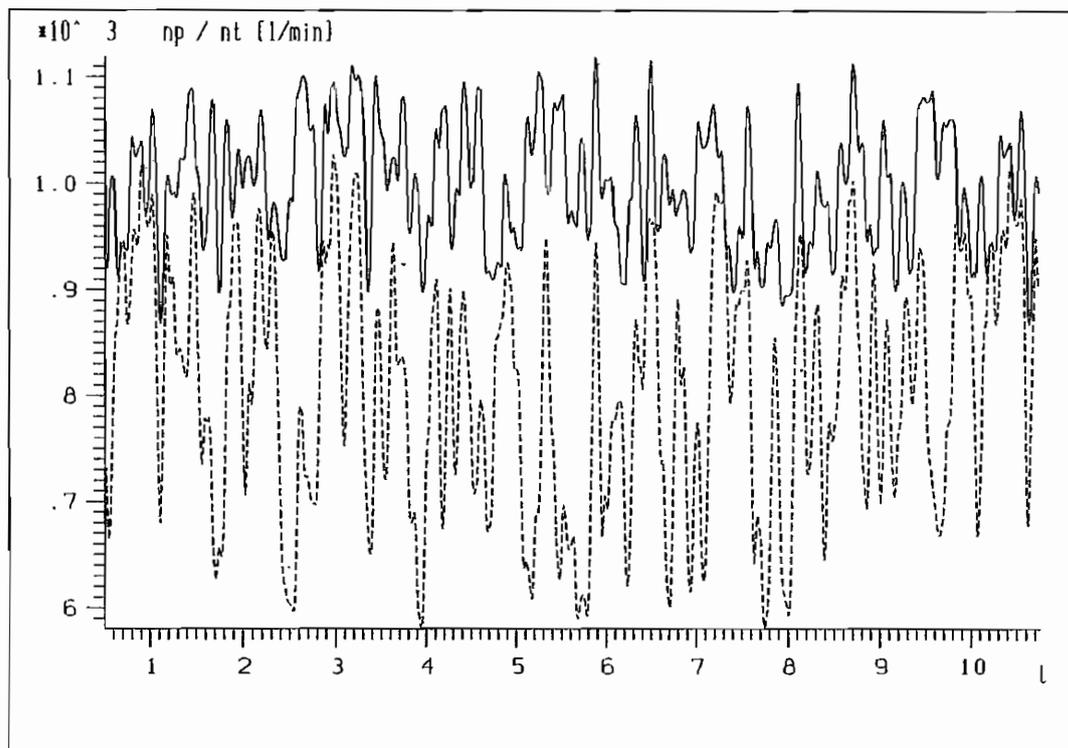


Abb. 6.8: Gemessene Zeitverläufe der Pumpen- (—) und Turbinendrehzahl (- - -) über der Zeit  $t$

### 6.1.3 Erregung der hydrodynamischen Kupplung

Es soll an dieser Stelle auf die richtige Wahl der Erregung bei der Identifikation des vorliegenden nichtlinearen Systems eingegangen werden. Um eine erfolgreiche Schätzung der Modellkoeffizienten zu erhalten, muß das Mehrgrößensystem Kupplung möglichst breitbandig im untersuchten Betriebsbereich erregt werden. Zusätzlich muß, da es sich um ein nichtlineares System handelt, eine Amplitudenvariation stattfinden. Dabei werden zwei Größen des Zweigrößensystems mit einem Signal, das diese Voraussetzung erfüllt, aus dem eingestellten stationären Punkt heraus beaufschlagt. Der Regelung der Antriebsmaschinen werden daher die Sollwerte für die beiden Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  als fünfwertiges pseudozufälliges Rauschsignal vorgegeben (siehe Kap. 4.5). In Abb. 6.8 sind die gemessenen Verläufe der Pumpen- und Turbinendrehzahl als Erregung der Kupplung über der Zeit aufgetragen.

Bei allen Untersuchungen wird das in Kap. 4.5 erläuterte fünfwertige Rauschsignal verwendet, das 124 Veränderungen der Amplitude zwischen fünf unterschiedlichen Werten in einer Periode durchläuft. Da dieses Signal in zehn Sekunden auf dem Versuchsstand realisiert wird, erfolgt eine Erregung der Kupplung angenähert an weißes Rauschen bis ca. 13 Hz. Diese so festgelegte Grenze der Erregung ergibt sich aus zwei Gründen. Zum einen haben frühere Untersuchungen an der hydrodynamischen Kupplung 422TH gezeigt, daß in dem Bereich von 0 bis ca. 10 Hz die Dämpfung stark von der Frequenz abhängig ist [8]. Andererseits werden für höherfrequente Erregungen ( $> 15$  Hz) die physikalischen Grenzen des Versuchsstands erreicht, da vor allem bei hochdynamischen Rauscherregungen sehr große Beschleunigungen der Laufräder auftreten, die an die Drehmomentgrenze der Antriebsmaschinen heranreichen.

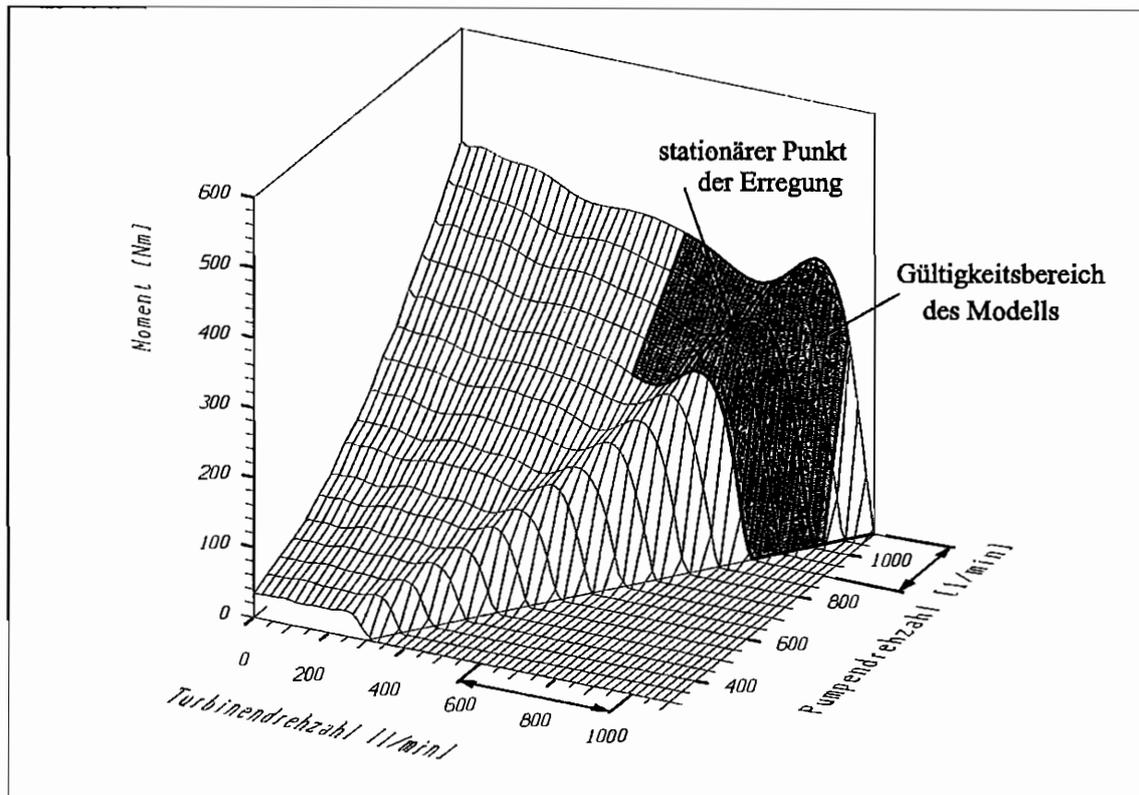


Abb. 6.9: Erregter Betriebsbereich der Kupplung 422TH bei Teilfüllung mit pseudozufälliger Rauscherregung

Aus diesem Grund ist vor allem eine Amplitudenbeschränkung der Antriebseite, d.h. des Pumpenrads, erforderlich, da durch die feste Verbindung des Laufrads mit dem Gehäuse im Verhältnis zur Abtriebsseite ein viel größeres Drehmoment aufgrund der Trägheitswirkung vorliegt.

In Abb. 6.9 ist der mit der in Abb. 6.8 dargestellten Funktion erregte Betriebsbereich der Kupplung bei Teilfüllung aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, daß innerhalb dieses Bereichs eine starke Veränderung des stationären Verhaltens (Abknicken des Kennfelds) vorliegt. Analog zu Kap. 5 wird hier aus Gründen der Übersichtlichkeit nur der Bereich positiver Drehmomente ( $\nu \leq 1,0$ ) dargestellt.

## 6.2 Modellierung der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

### 6.2.1 Identifikation eines allgemeinen nichtlinearen Modells

Das Übertragungsverhalten der Kupplung 422TH mit Teilfüllung soll jetzt innerhalb des in Abb. 6.9 schraffierten Bereichs mit einem nichtlinearen Zweigrößenmodell beschrieben werden. Hierbei sind die Drehzahlverläufe  $n_P$  und  $n_T$  die Ein- und die Drehmomente  $M_P$  und  $M_T$  die Ausgangsgrößen des Modells.

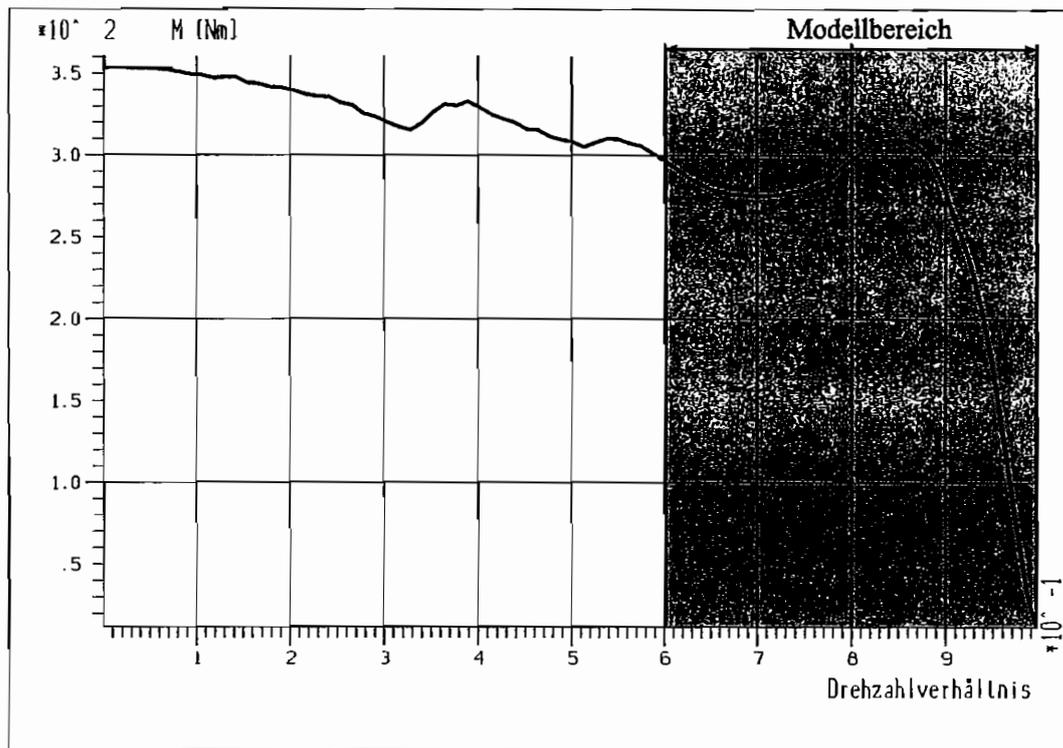


Abb. 6.10: stationäre Kennlinie der Kupplung 422 TH:  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$ , 8 l Füllung

In Abb. 6.10 ist die stationäre Kennlinie des untersuchten Betriebsbereichs bei einer Pumpendrehzahl von  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$  dargestellt. Für die dynamische Modellierung wird die Kupplung innerhalb des Bereiches von  $0,6 \leq \nu \leq 1,0$  (schattierter Bereich) mit dem stationären Punkt bei  $\nu = 0,8$  mit fünfwertigem pseudozufälligem Rauschen erregt. Zusätzlich zur Variation der Turbinendrehzahl wird die Pumpendrehzahl ebenfalls verändert. Dies erfolgt jedoch in einem kleineren Betriebsbereich von  $900 \leq n_P \leq 1100 \text{ min}^{-1}$ . Die Amplituden werden dabei für beide Drehzahlen jeweils in fünf Stufen variiert. Als Eingangsgrößen des Systems und dementsprechend des Modells sind die Pumpen- und Turbinendrehzahl festgelegt. Es wird so ein Modell zur Bestimmung der Ausgangsgrößen  $M_P$  und  $M_T$  geschätzt.

In Abb. 6.11 sind die gemessenen Drehzahl- und Drehmomentverläufe der mit Rauschen erregten Kupplung aufgeführt (Ausschnitt von 5 s). Da sich nach Ablauf der Erregungsdauer (10 s) die Pseudo-Rauscherregung periodisch wiederholt, sind bei einer weiteren Erregung der Kupplung keine zusätzlichen Informationen zu erwarten. Es werden daher genau 10 s gemessen und verarbeitet.

Werden zur Berechnung der Modellausgänge  $M_P$  bzw.  $M_T$  nur Terme mit den aktuellen und zurückliegenden Eingangsgrößen  $n_P$  und  $n_T$  der Kupplung verwendet, ergibt sich eine Modellierung ähnlich des diskreten Volterra-Modells (Gl. (4.19), Kap. 4). Ein verbessertes Modell liefert aber die Berücksichtigung der zurückliegenden Werte  $M_P(k-i)$  bzw.  $M_T(k-i)$  des jeweiligen zu berechnenden Ausgangs. Die entsprechende andere Ausgangsgröße bleibt bei der Berechnung jedoch unberücksichtigt.

Abweichend von der allgemeinen Darstellung ergibt sich für die gewählte Modellform ein konkreter Modellansatz zur Identifikation der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung als Glei-

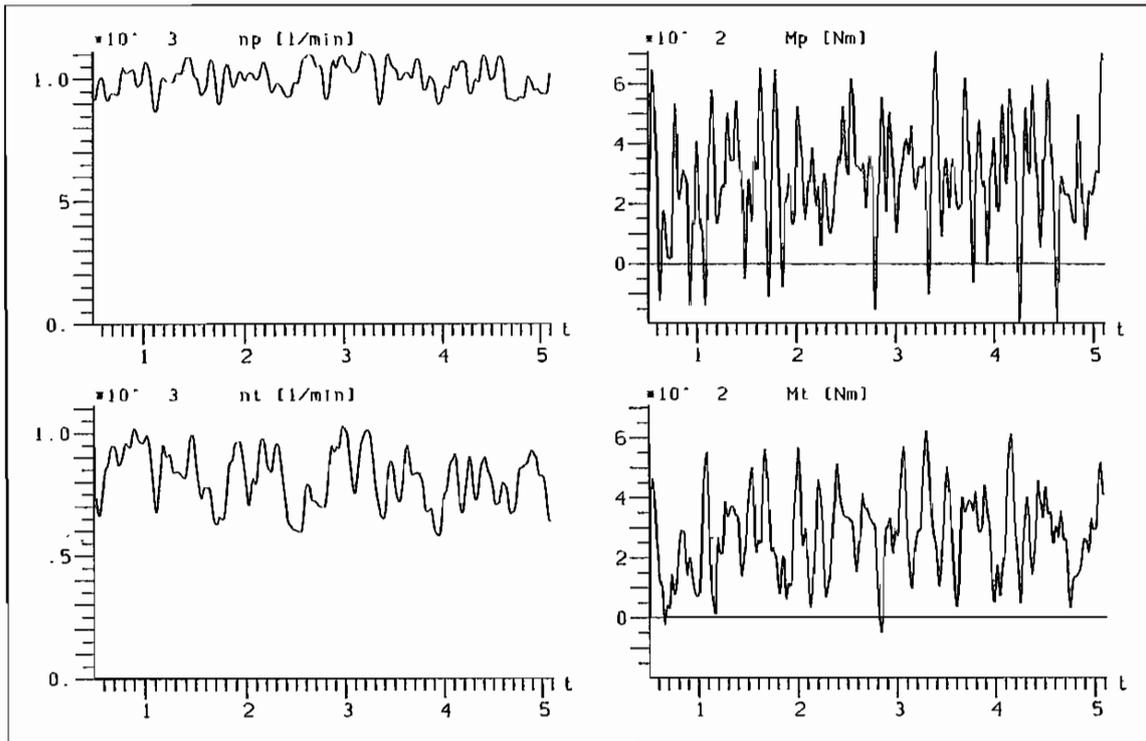


Abb. 6.11: Gemessene Systemgrößen der Kupplung 422TH mit Teilfüllung bei einer Drehzahlerregung mit mehrwertigem Rauschen

chungssystem in der dargestellten Form (Gl. (6.2)):

$$\begin{aligned}
 M_P(k) = & \bar{M}_P + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^1 n_T(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{11}} a_{i,1}^1 M_P(k-i) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=0}^{n_{22}} b_{ij,12}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) + \sum_{i=1}^{m_{21}} \sum_{j=i}^{m_{21}} a_{ij,11}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} b_{ijl,111}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=0}^{n_{32}} b_{ijl,112}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) n_T(k-l) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{31}} \sum_{j=0}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,122}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
 & + \sum_{i=0}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,222}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
 & + \sum_{i=1}^{m_{31}} \sum_{j=i}^{m_{31}} \sum_{l=j}^{m_{31}} a_{ijl,111}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) M_P(k-l)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_T(k) = & \bar{M}_T + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^2 n_T(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{12}} a_{i,1}^2 M_T(k-i) \\
& + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^{n_{21}} \sum_{j=0}^{n_{22}} b_{ij,12}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
& + \sum_{i=0}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) + \sum_{i=1}^{m_{22}} \sum_{j=i}^{m_{22}} a_{ij,22}^2 M_T(k-i) M_T(k-j) \\
& + \sum_{i=0}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} b_{ijl,111}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) \\
& + \sum_{i=0}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=0}^{n_{32}} b_{ijl,112}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=0}^{n_{31}} \sum_{j=0}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,122}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=0}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,222}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{m_{32}} \sum_{j=i}^{m_{32}} \sum_{l=j}^{m_{32}} a_{ijl,222}^2 M_T(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l)
\end{aligned} \tag{6.2}$$

Bei diesem nichtlinearen Modellansatz handelt es sich um ein diskretes Differenzgleichungssystem, das sich hauptsächlich aus linear und nichtlinear auftretenden Termen der Eingangsgrößen  $n_P$  und  $n_T$  zusammensetzt. Das Modell ist in Gl. (6.2) bis  $q = 3$  aufgetragen. Die beiden aktuellen Ausgangsgrößen  $M_P(k)$  und  $M_T(k)$  werden mit jeweils einer Gleichung berechnet, die aus einem Gleichanteil, den linear auftretenden Elementen sowie den nichtlinearen Anteilen bestehen. Zur Bestimmung von  $M_P(k)$  werden neben den Eingangsgrößen nur zurückliegende Werte von  $M_P$  verwendet. Bei  $M_T(k)$  sind dies entsprechend nur Werte von  $M_T$ .

Zahlreiche durchgeführte Schätzungen mit unterschiedlichen Modellstrukturen haben ergeben, daß ein nichtlineares Modell in Anlehnung an die diskrete Darstellung der Volterra-Reihe sehr gute Ergebnisse liefert (der Ausgang eines Systems berechnet sich nur aus den aktuellen und den zurückliegenden Eingangsgrößen). Wird die jeweilige Ausgangsgröße linear zurückgeführt, kann, wenn die Schätzung stabil ist, eine Verbesserung und Glättung der Simulationsrechnungen erreicht werden. Werden mehrere Ausgangsgrößen sowie deren nichtlineare Terme berücksichtigt, erhält man keine Modelle, die stabiles Verhalten aufweisen.

Entsprechend des in Abb. 6.4 dargestellten allgemeinen Ablaufs der Identifikation werden nach Messung, Digitalisierung und Filterung der Meßwerte mehrere Läufe gestartet, um die optimale Modellstruktur zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens der Kupplung zu bestimmen. Nach erfolgreicher Parameterschätzung der unbekanntenen Modellkoeffizienten und -struktur erhält man ein optimales Modell im Sinne des Gütekriteriums (quadratische Fehler zwischen Modell- und Systemausgang), wenn der Ansatz nach Gl. (6.2) die in Tab. 6.1 dargestellte Struktur aufweist. Wird die Ordnung der Nichtlinearität größer als  $q = 3$  gewählt, steigt die Anzahl der zu schätzenden Parameter stark an. Das Modell neigt dann aufgrund der hohen Parameterzahl zu instabilem Verhalten.

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 3$		
Anzahl der Modellkoeffizienten :	71	71
Zeitverschiebungen	$(q = 1)$ :	$n_{11} = 4, n_{12} = 4$
		$m_{11} = 1, m_{12} = 1$
	$(q = 2)$ :	$n_{21} = 4, n_{22} = 4$
		$m_{21} = 0, m_{22} = 0$
	$(q = 3)$ :	$n_{31} = 0, n_{32} = 0$
		$m_{31} = 0, m_{32} = 0$

Tab. 6.1: Ermittelte Modellstruktur des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes nach Gl. (6.2) der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

Die mit der Methode der instrumentellen Variablen ermittelten Modellkoeffizienten des nichtlinearen diskreten Differenzgleichungssystems nach Gl. (6.2) sowie dessen genauer Aufbau sind im Anhang B.1 aufgeführt. Man erhält je einen Parametersatz zur Bestimmung des Pumpen- und Turbinenmoments. Zur Überprüfung des Modells sind in Abb. 6.12 Messung und Simulation der Zeitverläufe des Pumpen- und Turbinenmoments ( $M_P$  und  $M_T$ ) der Kupplung bei Erregung mit pseudozufälligem Rauschen dargestellt. Die gemessenen Drehzahlverläufe  $n_P$  und  $n_T$  dienen dabei als Eingangsgrößen der Simulationsrechnung. In der Graphik sind links die Drehzahl- und rechts die gemessenen (durchgezogen) und mit dem Modell berechneten Drehmomentverläufe (gestrichelt) dargestellt.

Für die vorliegende Erregung der Kupplung ist trotz einiger Störungen bei der Meßwerterfassung sowie durch Torsionsschwingungen der Antriebsmaschinen eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation zu erkennen. Der Modellansatz nach Gl. (6.2) mit den im Anhang B.1 dargestellten Koeffizienten liefert eine gute Beschreibung des dynamischen Systemverhaltens innerhalb des betrachteten Betriebsbereichs von  $0,6 \leq \nu \leq 1,0$  der Kupplung 422TH mit Teilfüllung.

Um genaue Aussagen über die Modellgüte treffen zu können, muß die Modellantwort auf verschiedene dynamische Erregungen innerhalb des Gültigkeitsbereichs bestimmt und mit gemessenen Werten der hydrodynamischen Kupplung verglichen werden. Dabei dienen die gemessenen Drehzahlverläufe auch hier aus Gründen der Vergleichbarkeit von System und Modell als Eingangsgrößen der Simulation. Bei der Verifikation des Modells ist in diesem Zusammenhang neben der Erfassung der dynamischen Einflüsse auch die Abbildung des nichtlinearen stationären Verhaltens wichtig, da dieses innerhalb des identifizierten Betriebsbereichs stark abknickt. Abweichungen vom stationären Punkt führen zu deutlichen Fehlern (z.B. Offsetverschiebung) bei der Simulation. Daher werden an dieser Stelle zur Beurteilung der Modellgüte exemplarisch zwei unterschiedliche Simulationsrechnungen mit den gemessenen Werten der Kupplung verglichen.

Es handelt sich dabei zum einen um eine genäherte periodische Rechteckerregung auf der Turbinenseite bei  $\nu = 0,85$  und zum anderen um eine schnelle Drehzahlrampe, bei der der gesamte identifizierte Betriebsbereich von  $\nu = 0,6$  bis  $1,0$  auf der Turbinenseite durchfahren wird. Die Pumpenseite wird jeweils konstant auf  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$  gehalten. Dargestellt sind in Abb 6.13 und 6.14 die gemessenen Drehzahl- und Drehmomentenverläufe, sowie zusätzlich

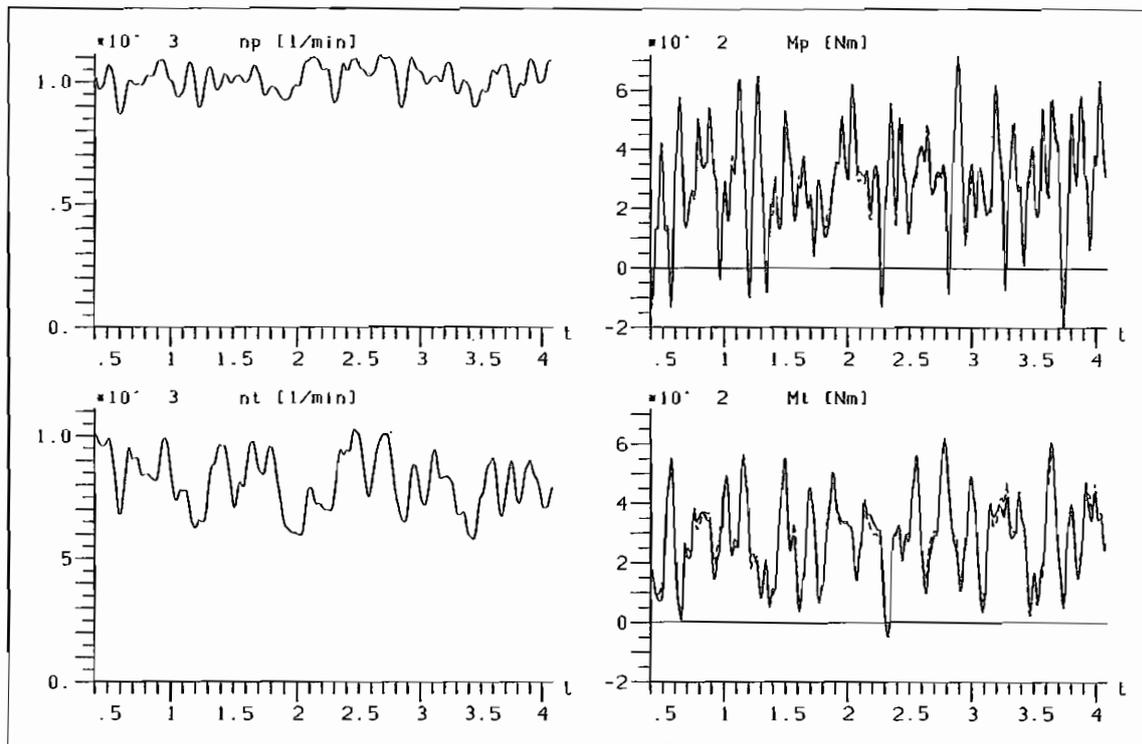


Abb. 6.12: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

in den rechten Graphiken gestrichelt die jeweiligen simulierten Momente.

In Abb. 6.13 wird die Abtriebsseite der Kupplung mit einer über Rampenfunktionen (Steigung  $\dot{n}_T = 5000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ ) angenäherten Rechteckschwingung mit  $f = 1 \text{ Hz}$  erregt. Die Amplitude beträgt  $100 \text{ min}^{-1}$  die Mittellage der Schwingung  $850 \text{ min}^{-1}$  ( $\nu = 0,85$ ). Damit erfolgt die Erregung innerhalb des Gültigkeitsbereichs des Modells jedoch außerhalb des stationären Punktes der Modellschätzung ( $M_{P_{stat}} = 800 \text{ min}^{-1}$ ). Die simulierten und gemessenen Drehmomente stimmen gut überein, wobei aber Abweichungen in den jeweiligen stationären Lagen zwischen den schnellen Drehzahländerungen auftreten. Die großen Amplituden in der Momentenübertragung entstehen durch die hohen Beschleunigungen und sind auf Trägheitswirkungen der Laufräder und des Öls sowie auf hydrodynamische Vorgänge zurückzuführen.

Bei der zweiten dargestellten Simulationsrechnung wird der gesamte Betriebsbereich mit einer schnellen Drehzahlrampe auf der Turbinenseite von  $\nu = 0,6$  bis  $\nu = 1,0$  durchfahren (Abb. 6.14). Bei konstanter Pumpendrehzahl wird die Turbinendrehzahl zwischen  $n_T = 600$  und  $1000 \text{ min}^{-1}$  mit einer Beschleunigung von  $2000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  verändert. Auch hier treten neben der guten Abbildung der Dynamik Abweichungen in den stationären Lagen auf, bei denen es sich jedoch um die Ränder des Gültigkeitsbereichs handelt. Bei beiden Simulationsrechnungen liegen die Abweichungen bei ca. 10 % des stationären Moments. Zur genaueren Beurteilung der Modellgüte sind im Anhang B.1 weitere Vergleiche von Messungen und Simulationsrechnungen dargestellt. Dabei sind verschiedene Modellantworten innerhalb des Modellbereichs auf unterschiedliche Erregungen berechnet worden.

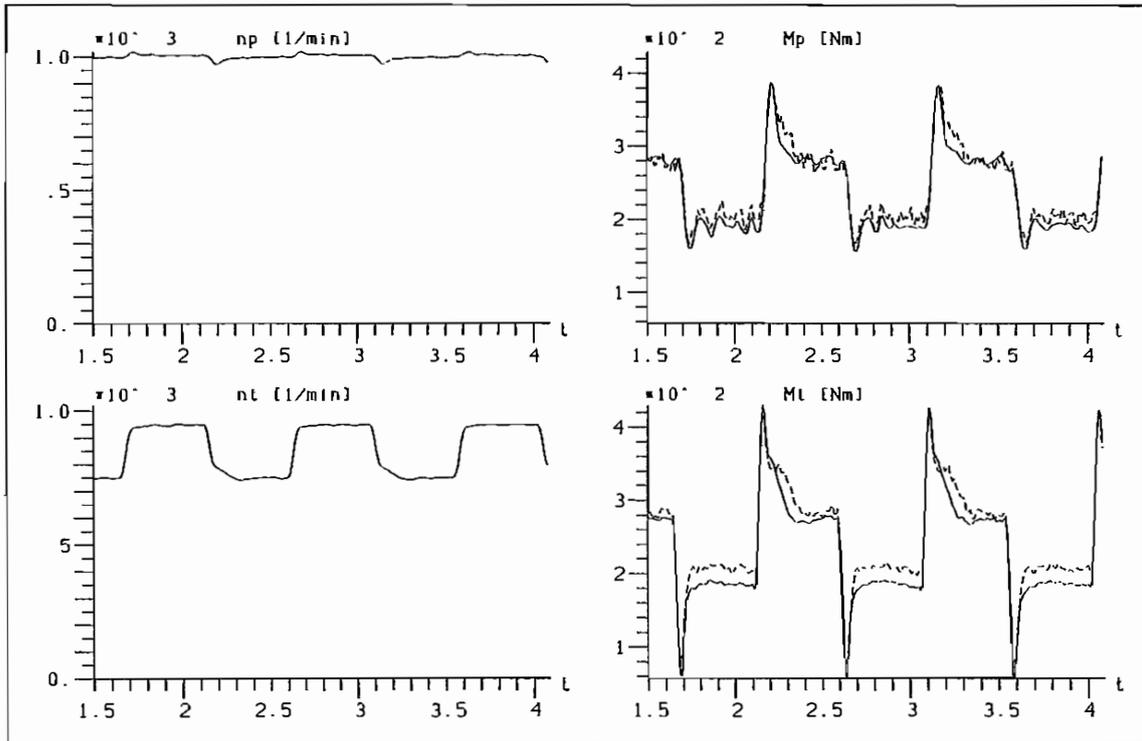


Abb. 6.13: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung 422 TH mit 8 l Füllung

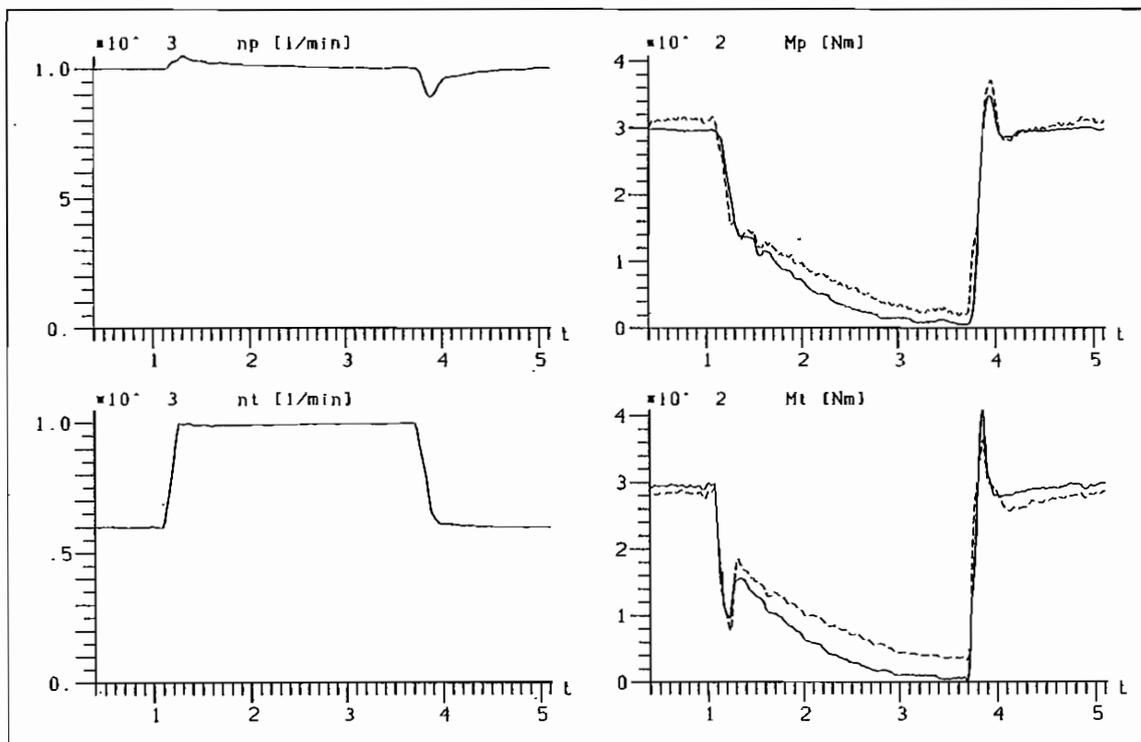


Abb. 6.14: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung 422 TH mit 8 l Füllung

Neben dem Vergleich der Zeitverläufe der Messungen und Simulationen des nichtlinearen Kupplungsmodells ist eine Darstellung der dynamischen Drehmomente über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  möglich (vergl. Kap. 5). Es läßt sich anhand dieser Graphiken feststellen, ob neben dem nichtlinearen stationären Übertragungsverhalten auch das instationäre Verhalten durch das Modell wiedergegeben wird. Da das gemessene und simulierte Drehmoment über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  aufgetragen wird, werden Schwankungen der Pumpendrehzahl und damit Veränderungen des Betriebspunkts berücksichtigt. Es lassen sich so neben den Zeitverläufen zusätzliche Informationen über die Genauigkeit der instationären Modellabbildung erhalten.

Aufgetragen sind in Abb. 6.15 und Abb. 6.16 neben der stationären Kennlinie (Symbole) die Messung (durchgezogen) und Simulation (gestrichelt) des Pumpen- und Turbinenmoments nach Abb. 6.14 über  $\nu$ . In Kapitel 5 ist die Problematik der unterschiedlichen Drehmomente von Pumpen- und Turbinenrad (z.B. durch Trägheitswirkung der Laufräder und des Öls) erläutert worden. Neben dem Blockiersversuch, bei dem der gesamte Modellbereich durchfahren wird, ist das dynamische Verhalten des Modells bei periodischen Erregungen von Interesse. Um dies zu untersuchen, werden die in Abb. 6.13 dargestellten Zeitverläufe der gemessenen und simulierten Momente der genäherten Rechteckschwingung ebenfalls zusammen mit der stationären Kennlinie über  $\nu$  aufgetragen. In Abb. 6.17 und 6.18 ist jeweils für Pumpen- und Turbinenmoment die Messung (durchgezogen) und Simulation (gestrichelt) für 1,5 Perioden dargestellt.

Das identifizierte nichtlineare Modell gibt das prinzipielle Verhalten der dynamischen Momentenübertragung der Kupplung 422TH mit Teilfüllung gut wieder. Sowohl der charakteristische dynamische Verlauf der Drehmomente als auch die deutlichen Unterschiede zwischen Pumpen- und Turbinenmoment werden abgebildet. Es sind aber Abweichungen zum realen Verhalten bei beiden dargestellten Momentenverläufen zu erkennen.

In der Nähe der jeweiligen stationären Lagen (z.B. in Abb. 6.15 bei  $\nu \approx 0,96$ ) treten Mehrdeutigkeiten bei der Zuordnung des Drehmoments auf. Dies ist auf Schwankungen der bei den Messungen konstant gehaltenen Pumpendrehzahl zurückzuführen (vergl. Abb. 6.14). Durch die Trägheit des Reglers der Antriebsmaschine treten Abweichungen zum Sollwert auf, die sofort wieder ausgegletzt werden. Dies bewirkt eine kurzzeitige Änderungen des Drehzahlverhältnisses aufgrund der Schwankungen der Pumpendrehzahl in diesen Bereichen.

Bei dem ermittelten nichtlinearen Modell dienen die absoluten Meßgrößen als Eingangsgrößen. Bei Simulationsrechnungen braucht daher keine Trennung in einen stationären sowie instationären Momentenanteil vorgenommen werden. Je nach Beschleunigung der Laufräder dominiert der durch die Trägheit hervorgerufene Momentenanteil. Dies führt zu ungleichen Momentenverläufen der An- und Abtriebsseite, und wirkt sich nachteilig auf die Güte der Modellierung aus. Anhand der in Abb. 6.11 dargestellten gemessenen Momente ist zu erkennen, daß trotz geringerer Drehzahlamplitude der Pumpenseite die Maximalmomente aufgrund der großen Trägheit des Pumpenrads um ca. 200 Nm größer sind als auf der Turbinenseite.

Im folgenden sollen der Einfluß der Trägheiten der Laufräder und des Öls sowie verschiedene nichtlineare Eigenschaften der Kupplung 422TH mit Teilfüllung auf die Güte der Modellierung untersucht werden. Ausgangspunkt ist wiederum der nichtlineare Modellansatz nach Gl. (6.2).

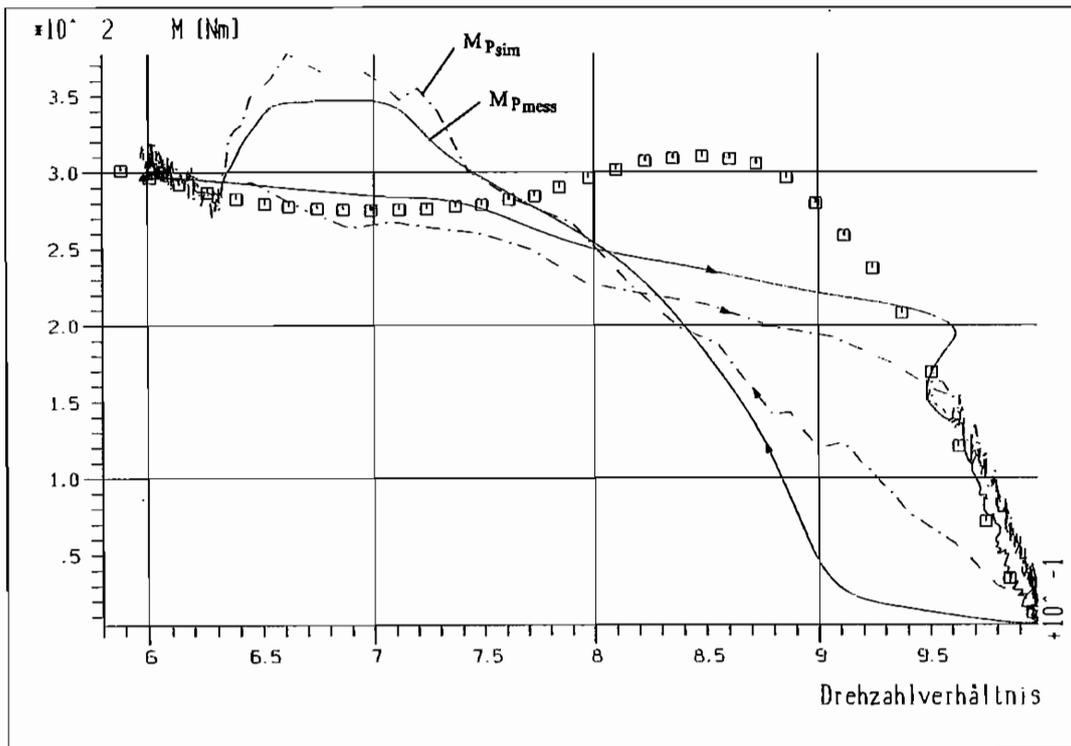


Abb. 6.15: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Pumpenmoment über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Rampenerregung)

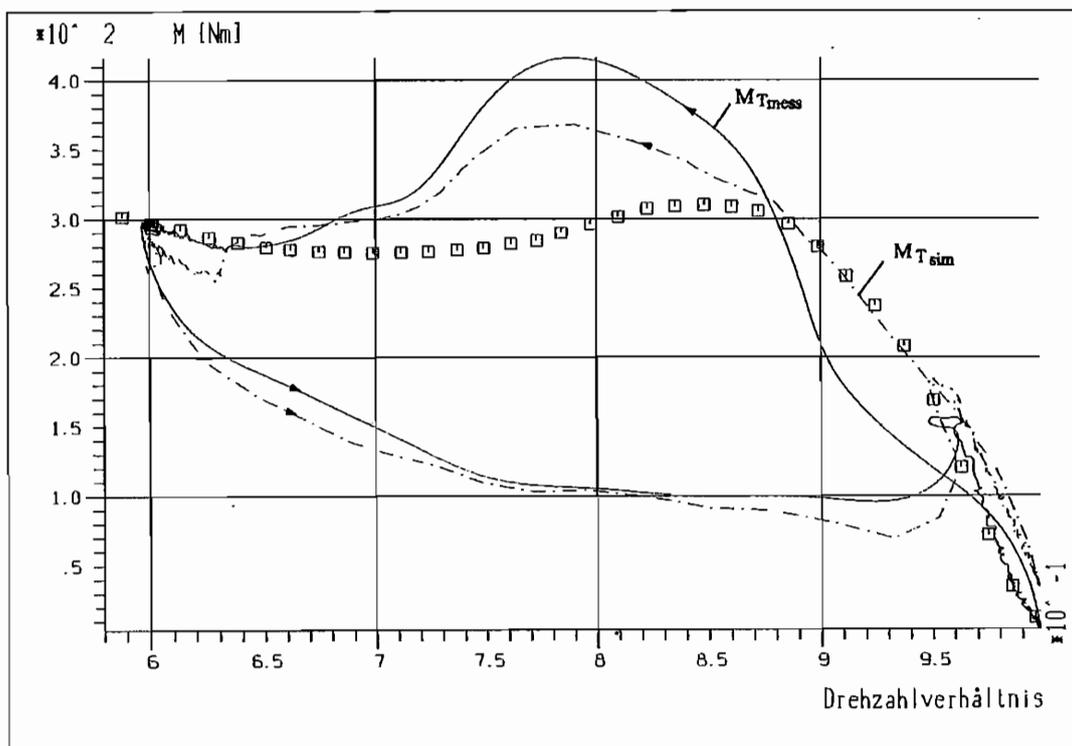


Abb. 6.16: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Turbinenmoment über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Rampenerregung)

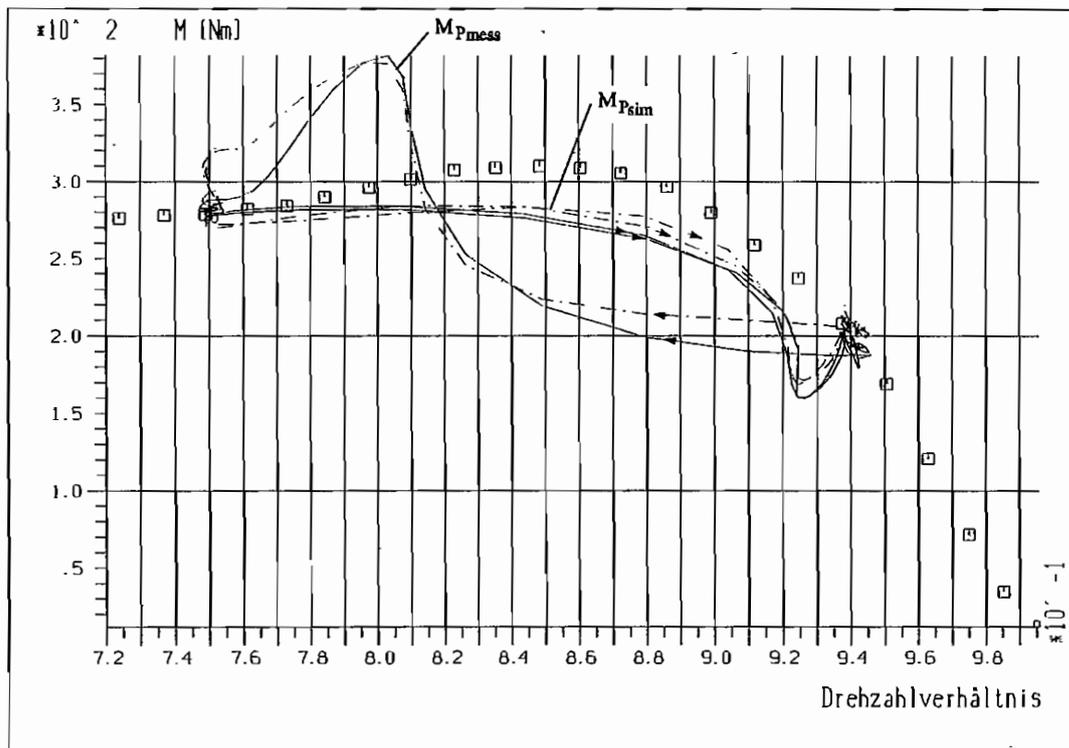


Abb. 6.17: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Pumpenmoment über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Rechteckerregung)

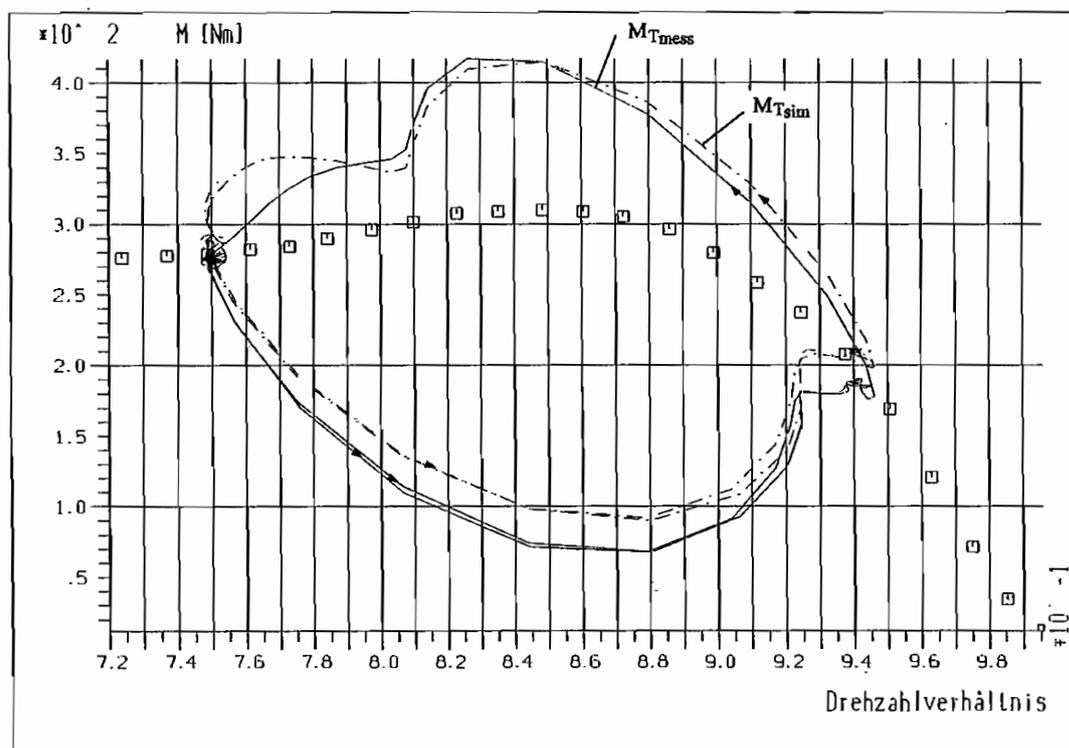


Abb. 6.18: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Turbinenmoment über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Rechteckerregung)

## 6.3 Untersuchung dynamischer Einflüsse

### 6.3.1 Modifikation des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes

Die Kupplung 422TH mit Teilfüllung soll jetzt unabhängig von den Trägheitswirkungen der An- und Abtriebsseite modelliert werden. Da die Drehzahlverläufe für  $n_P$  und  $n_T$  als Eingangsgrößen vorgegeben werden, können die Drehmomentanteile aufgrund der Lauftradträgeiten unabhängig von den an der Systemgrenze der Kupplung gemessenen Drehmomenten berechnet werden. Für die gemessenen Systemgrößen bei Rauscherregung nach Abb. 6.11 ergibt sich nach Abzug der Drehträgheitsmomente durch die in Kap. 5 bestimmten Drehträgheiten  $\theta_P$  und  $\theta_T$  ein ähnlicher Verlauf von Pumpen- und Turbinenmoment. Zur Verdeutlichung sind in Abb. 6.19 beide Kurven über der Zeit aufgetragen. Die Unterschiede zwischen  $M_P$  und  $M_T$  sind hier sehr viel geringer als mit Berücksichtigung der Trägheitswirkung.

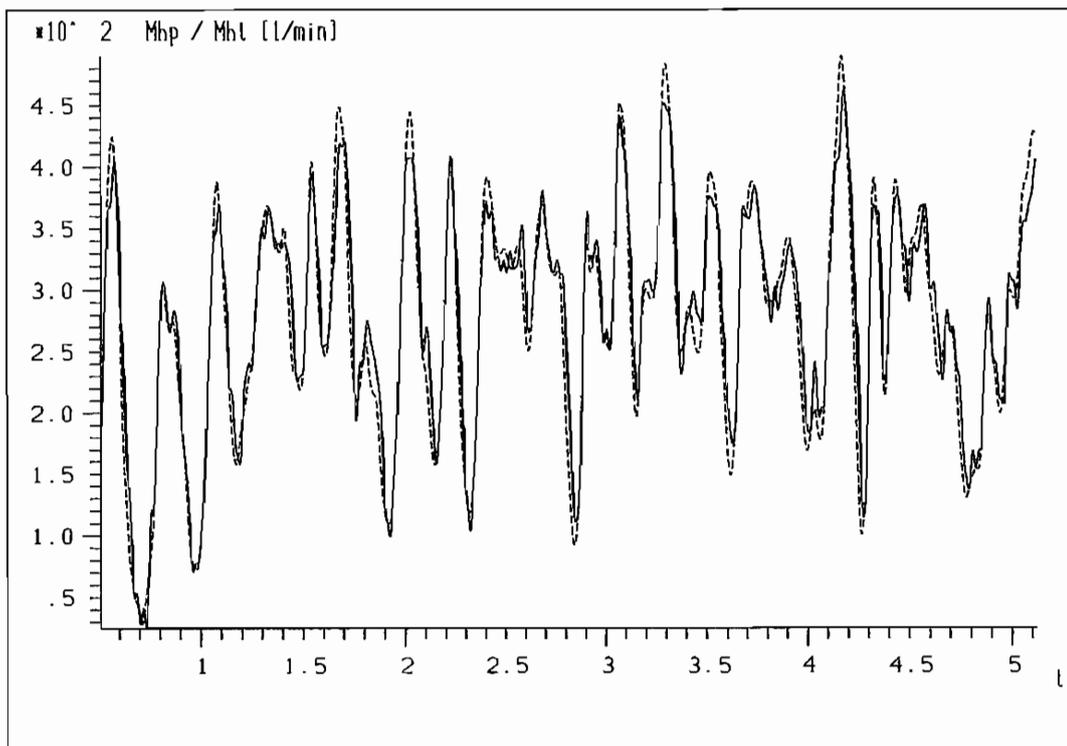


Abb. 6.19: Gemessenes Pumpen- (—) und Turbinenmoment (- - -) ( $M_{hP}$  und  $M_{hT}$ ) abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder bei Rauscherregung der Kupplung

Die dargestellten Momentenanteile  $M_{hP}$  (durchgezogen) und  $M_{hT}$  (gestrichelt) bestehen aus dem zwischen den Laufrädern ausgetauschten hydrodynamischen Moment und den Drehträgheitsmomenten des in den Laufrädern befindlichen Öls der Kupplung. Sie werden nach folgender Beziehung aus den gemessenen Drehmomenten  $M_P$  und  $M_T$  bestimmt:

$$\begin{aligned}
 M_{h_P}(k) &= M_P(k) - \theta_P \cdot \dot{n}_P(k) \cdot \frac{\pi}{30} \\
 &= M_h(k) + \theta_{P\delta l} \cdot \dot{n}_P(k) \cdot \frac{\pi}{30}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

$$\begin{aligned}
 M_{h_T}(k) &= M_T(k) + \theta_T \cdot \dot{n}_T(k) \cdot \frac{\pi}{30} \\
 &= M_h(k) - \theta_{T\delta l} \cdot \dot{n}_T(k) \cdot \frac{\pi}{30}
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

Der Modellansatz zur Identifikation der Kupplung besteht nach dieser Aufteilung aus zwei nichtlinearen Berechnungsgleichungen für  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$ , die jeweils um ein lineares dynamisches Teilsystem, den Trägheitstermen der An- bzw. Abtriebsseite, ergänzt werden. Die Erregung erfolgt ebenfalls mit mehrwertigem pseudozufälligem Rauschen, wobei der erregte Betriebsbereich nicht verändert wird. Im Gegensatz zur zuvor durchgeführten Modellierung der Kupplung bilden jetzt die gemessenen Drehzahl- und bearbeiteten Drehmomentverläufe  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$  nach Abb. 6.19 die Meßsignale für die der Parameterschätzung in dem betrachteten und erregten Betriebsbereich. Es ergibt sich ein Modell mit der in Tab. 6.2 dargestellten Struktur. Der genaue Aufbau des Modells sowie die ermittelten Koeffizienten sind detailliert im Anhang B.2 aufgeführt.

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 3$		
Anzahl der Modellkoeffizienten :	73	73
Zeitverschiebungen	$(q = 1):$	$n_{11} = 4, \quad n_{12} = 4$
		$m_{11} = 3, \quad m_{12} = 3$
	$(q = 2):$	$n_{21} = 4, \quad n_{22} = 4$
		$m_{21} = 0, \quad m_{22} = 0$
	$(q = 3):$	$n_{31} = 0, \quad n_{32} = 0$
		$m_{31} = 0, \quad m_{32} = 0$

Tab. 6.2: Ermittelte Modellstruktur des nichtlinearen Modellansatzes nach Gl. (6.2) zur Bestimmung von  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$  ohne Berücksichtigung der Trägheitsterme der Laufräder der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

Die beiden bis jetzt verwendeten Modellansätze zur Identifikation der Kupplung mit und ohne Berücksichtigung der Trägheiten der An- und Abtriebsseite sind gleich (Gl. (6.2)). Obwohl die Struktur der Gleichungen bis auf zwei zusätzliche linear eingehende Terme des jeweiligen Ausgangs gleich ist, weichen die Zahlenwerte der identifizierten Modellkoeffizienten deutlich

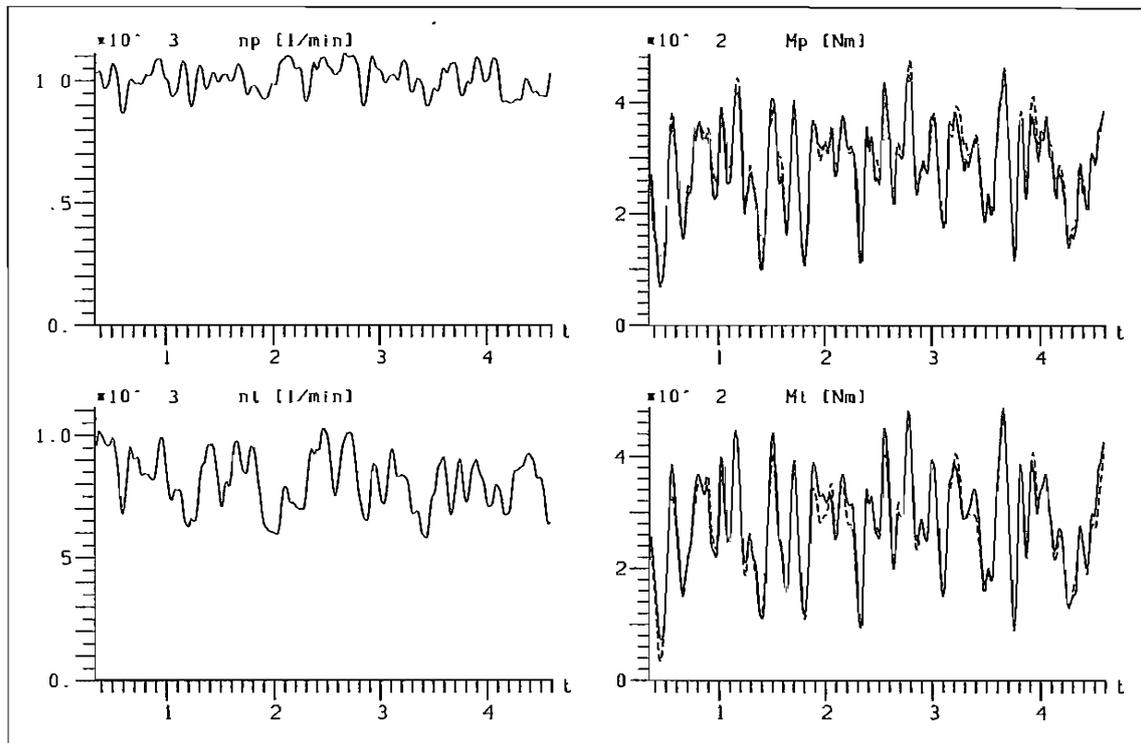


Abb. 6.20: Gemessene (—) und simulierte (---) Momentverläufe  $M_{h_p}$  und  $M_{h_t}$  abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder der Kupplung 422TH mit 8l Füllung

voneinander ab. Es sind keine Gemeinsamkeiten sowohl bei den linearen als auch den nicht-linearen Termen beider Modelle zu erkennen. Ebenfalls ergeben sich trotz eines fast gleichen Verlaufs der in Abb. 6.19 dargestellten Drehmomente  $M_{h_p}$  und  $M_{h_t}$  (es treten nur leichte Unterschiede in den Maximalamplituden auf) keine Zusammenhänge der Modellparameter in den Berechnungsgleichungen. Die geschätzten Koeffizienten sind trotz gleicher Ordnung der Nichtlinearität der Modellansätze nicht vergleichbar (vergl. Gl. (6.2) sowie Anhang B.1 und B.2).

Als Ergebnis der Identifikation sind in Abb. 6.20 analog zu den Auswertungen des Absolutmodells die gemessenen Momente abzüglich der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite und die simulierten Momente  $M_{h_p}$  und  $M_{h_t}$  sowie die Drehzahlerregung der Kupplung dargestellt. Es handelt sich hierbei um ein Zeitfenster von fünf Sekunden des zur Identifikation verwendeten Rauschsignals. Die Simulation ist gestrichelt und die Messung durchgezogen über der Zeit  $t$  aufgetragen.

Zur Verifikation des modifizierten Modellansatzes werden Vergleiche mit den im letzten Kapitel dargestellten Rechteck- und Rampenerregungen durchgeführt. Die simulierten Drehmomente werden daher noch um die jeweiligen bei der Identifikation nicht berücksichtigten Trägheitsterme der An- und Abtriebsseite erweitert, die aus den Verläufen der Drehzahlerregung berechnet werden können.

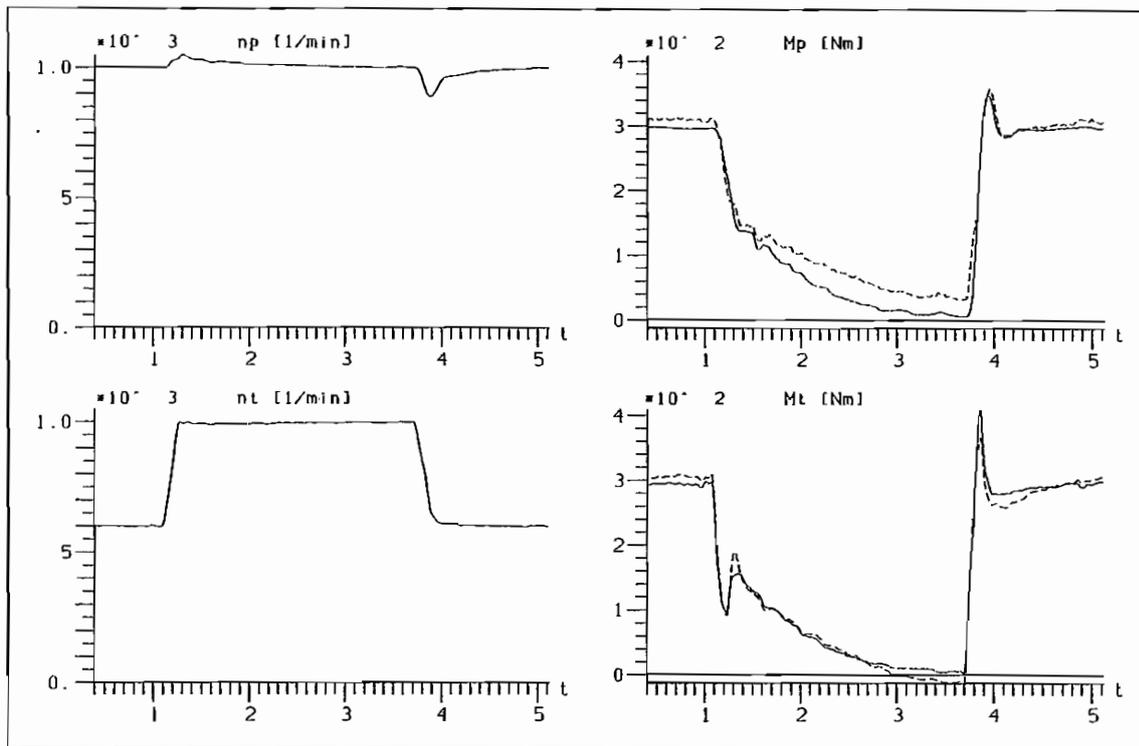


Abb. 6.21: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (modifiziertes Modell mit Rampenerregung)

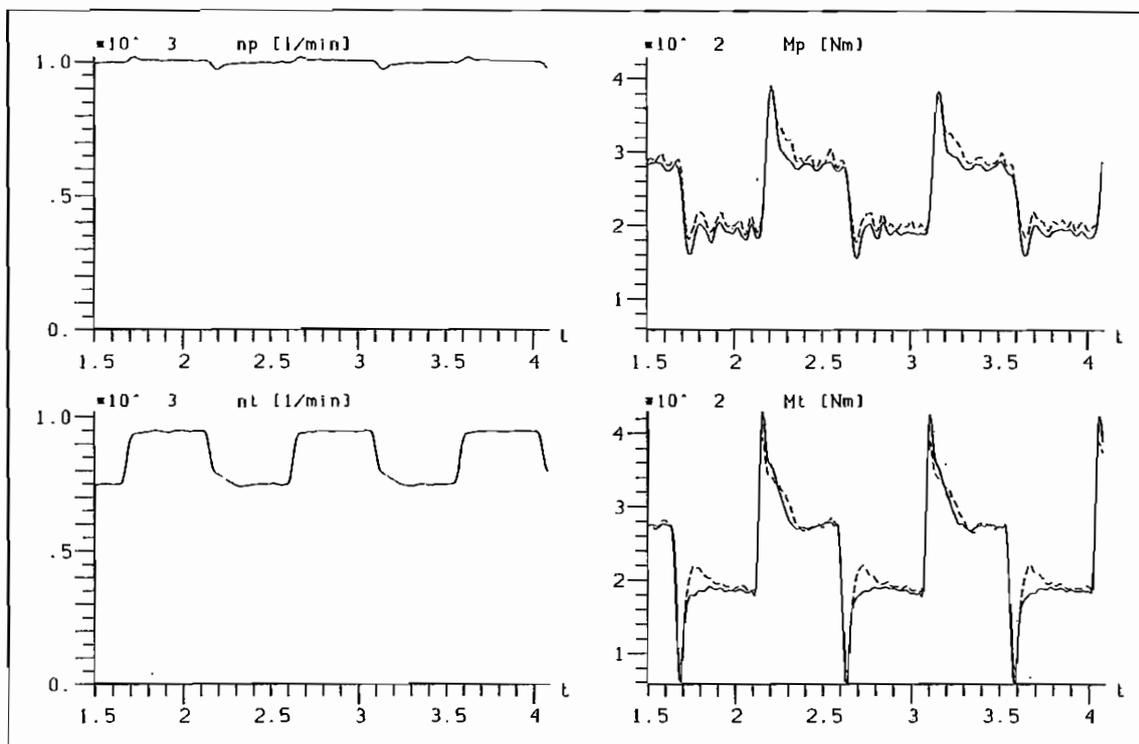


Abb. 6.22: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (modifiziertes Modell mit Rechteckerregung)

$$\begin{aligned}
 M_P &= M_{h_P} + \theta_P \cdot \dot{n}_P \cdot \frac{\pi}{30} \\
 M_T &= M_{h_T} - \theta_T \cdot \dot{n}_T \cdot \frac{\pi}{30}
 \end{aligned}
 \tag{6.5}$$

Messung und Simulation jeweils für eine genäherte Rechteck- und eine Rampenerregung sind in Abb. 6.21 und 6.22 dargestellt. Es ist eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation im Zeitbereich festzustellen. Das stationäre Verhalten wird durch das modifizierte Modell im Gegensatz zur ersten Modellierung besser wiedergegeben. Im Anhang sind als Ergänzung weitere Vergleiche zwischen Messungen und Simulationsrechnungen für unterschiedliche Drehzahlerregungen auf der Pumpen- und Turbinenseite dargestellt.

Zur Beurteilung der Modellgüte hinsichtlich des instationären Systemverhaltens werden im folgenden wiederum die Messungen und Simulationsrechnungen (Zeitverläufe aus Abb. 6.21 und 6.22) über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  aufgetragen. Als erstes wird in Abb. 6.23 und 6.24 das gemessene und simulierte Drehmoment bei Rampenerregung dargestellt. Die Simulationsverläufe setzten sich in diesen beiden Darstellungen sowohl aus den Ergebnissen  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$  der nichtlinearen Modellgleichungen als auch aus den Trägheitstermen der An- und Abtriebsseite zusammen (Gl. (6.5)). Im Gegensatz dazu sind in Abb. 6.25 und 6.26 die Identifikationsergebnisse ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite aufgetragen. Bei der Simulation handelt es sich demnach nur um die Ergebnisse des nichtlinearen diskreten Gleichungssystems.

Wird die Turbinendrehzahl entsprechend der Rechteckerregung variiert, ergeben sich die in den Abbildungen 6.27 und 6.28 dargestellten Simulationsergebnisse für  $M_P$  und  $M_T$  über  $\nu$ . Bei Betrachtung der Größen  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$ , d.h. ohne Trägheitswirkung der Laufräder, verlaufen die Drehmomente nach Abb. 6.29 und 6.30.

Bei beiden Erregungen ist der Einfluß der mechanischen Trägheitswirkung auf die Drehmomente vor und hinter der Kupplung zu erkennen. Der Einfluß der Massenträgheit auf der Abtriebsseite ist besonders bei der periodischen Erregung deutlich, da die Beschleunigung des Turbinenrads mit ca.  $\dot{n}_T = 5000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  größer als bei der Rampenfunktion ( $\dot{n}_T = 2000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ ) ist. Messungen und Simulationsrechnungen stimmen bei dieser Art der Modellierung gut überein und geben den prinzipiellen Verlauf der Dynamik der Kupplung wieder. Gegenüber dem in Kap. 6.1 vorgestellten Absolutmodell bietet die nichtlineare Modellierung ohne Berücksichtigung der Trägheitsanteile Vorteile in der Genauigkeit der instationären Abbildung der Drehmomente.

Die in Abb. 6.25 und 6.26 bei  $\nu = 0,95$  deutlich in den Momentenverläufen auftretenden Kreise sind nach Abzug der Trägheitsterme ebenfalls auf Probleme der Regelung der Antriebsmaschinen zurückzuführen, da die Pumpenraddrehzahl aufgrund der sich stark ändernden Momentenübertragung bei sehr schnellen Drehzahländerungen nicht konstant gehalten werden kann und nachgeregelt wird.

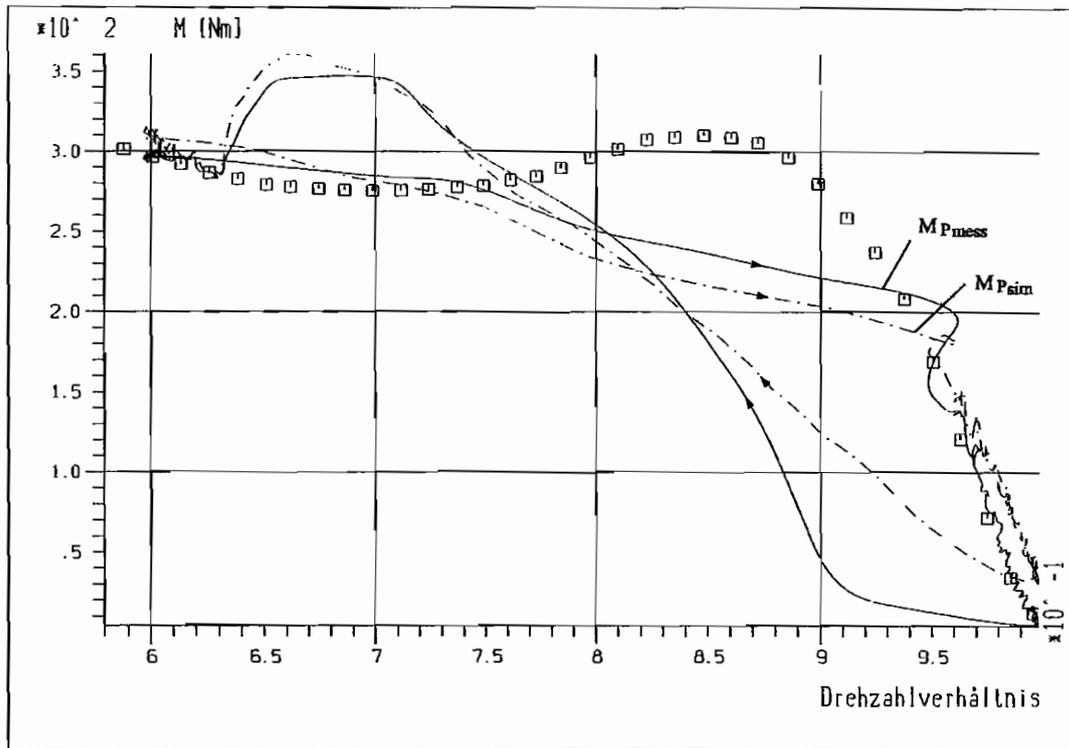


Abb. 6.23: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Pumpenmoment  $M_P$  über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

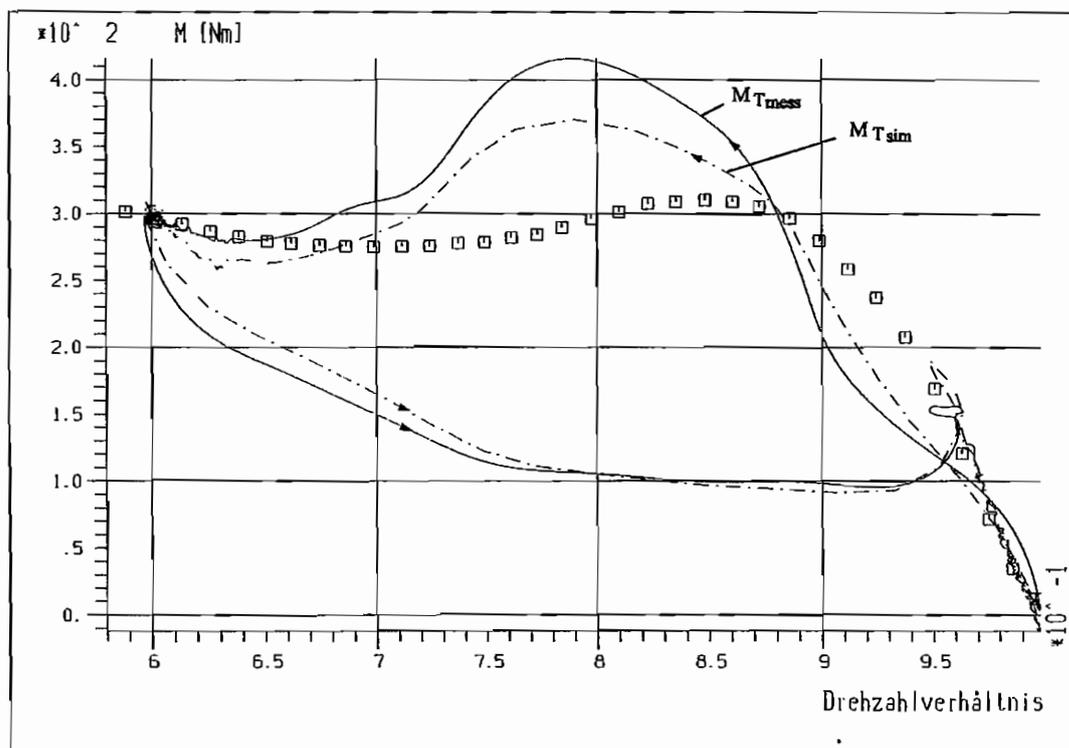


Abb. 6.24: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Turbinenmoment  $M_T$  über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

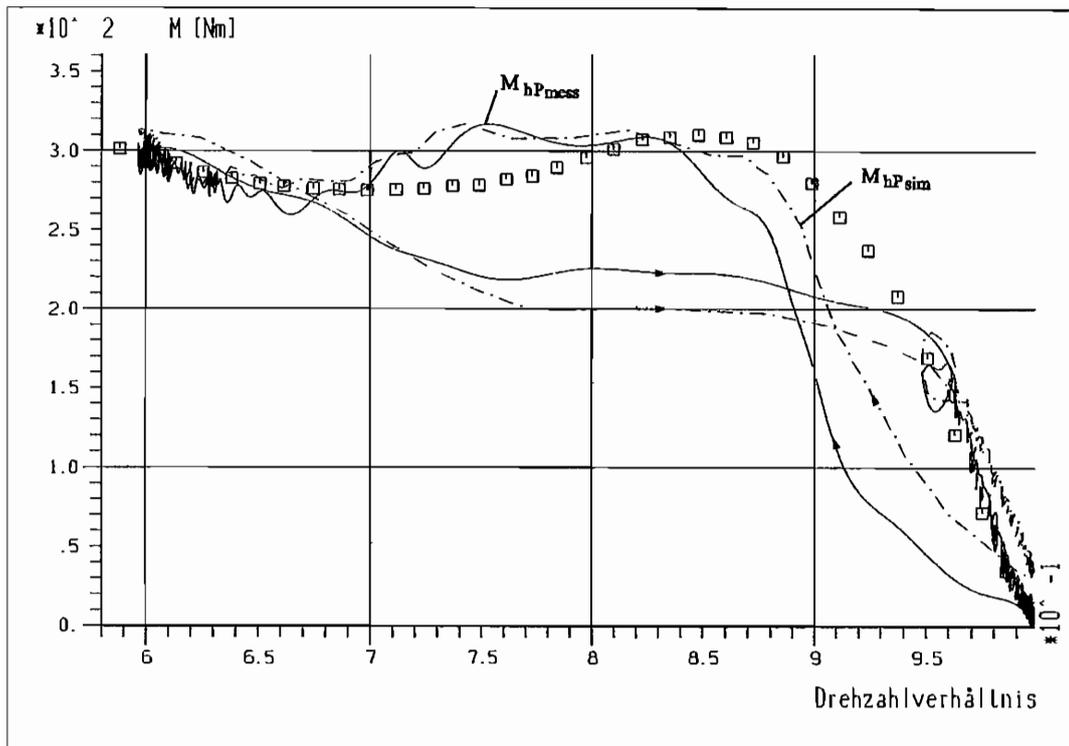


Abb. 6.25: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Pumpenmoment  $M_{hp}$  abzüglich der Trägheitswirkung der Antriebsseite über  $\nu$  der Kupplung 422TH (8 l)

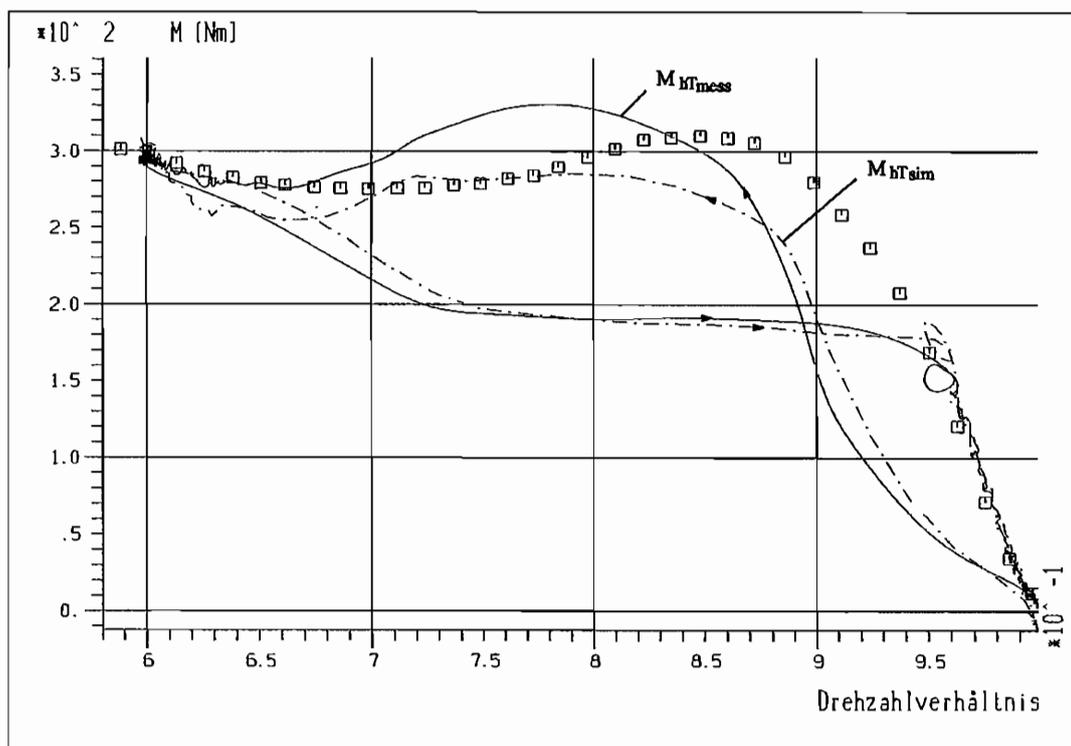


Abb. 6.26: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Turbinenmoment  $M_{ht}$  abzüglich der Trägheitswirkung der Abtriebsseite über  $\nu$  der Kupplung 422TH (8 l)

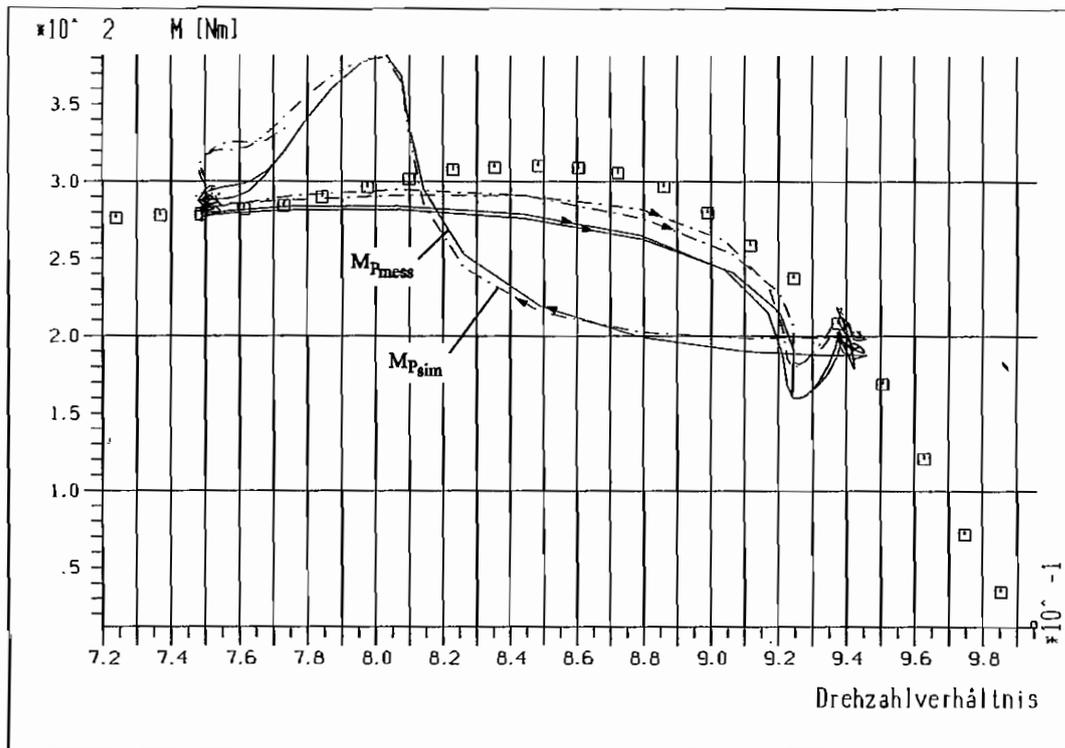


Abb. 6.27: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Pumpenmoment  $M_P$  über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

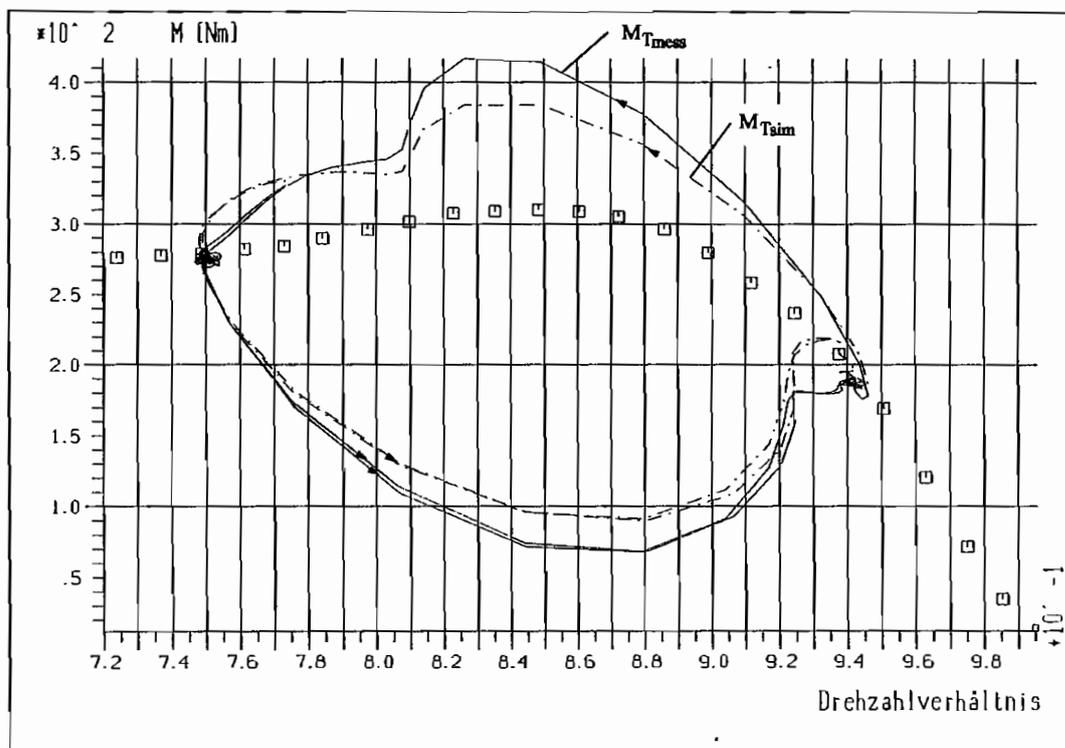


Abb. 6.28: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Turbinenmoment  $M_T$  über  $\nu$  der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

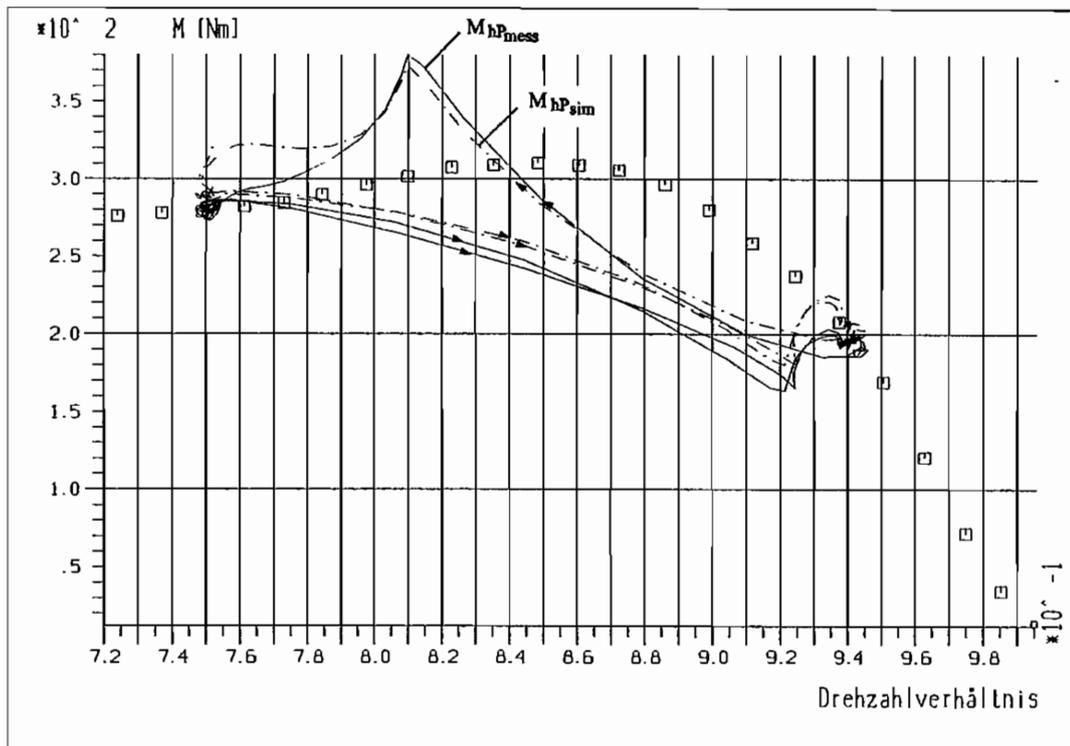


Abb. 6.29: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Pumpenmoment  $M_{hp}$  abzüglich der Trägheitswirkung der Antriebsseite über  $\nu$  der Kupplung 422TH (8 l)

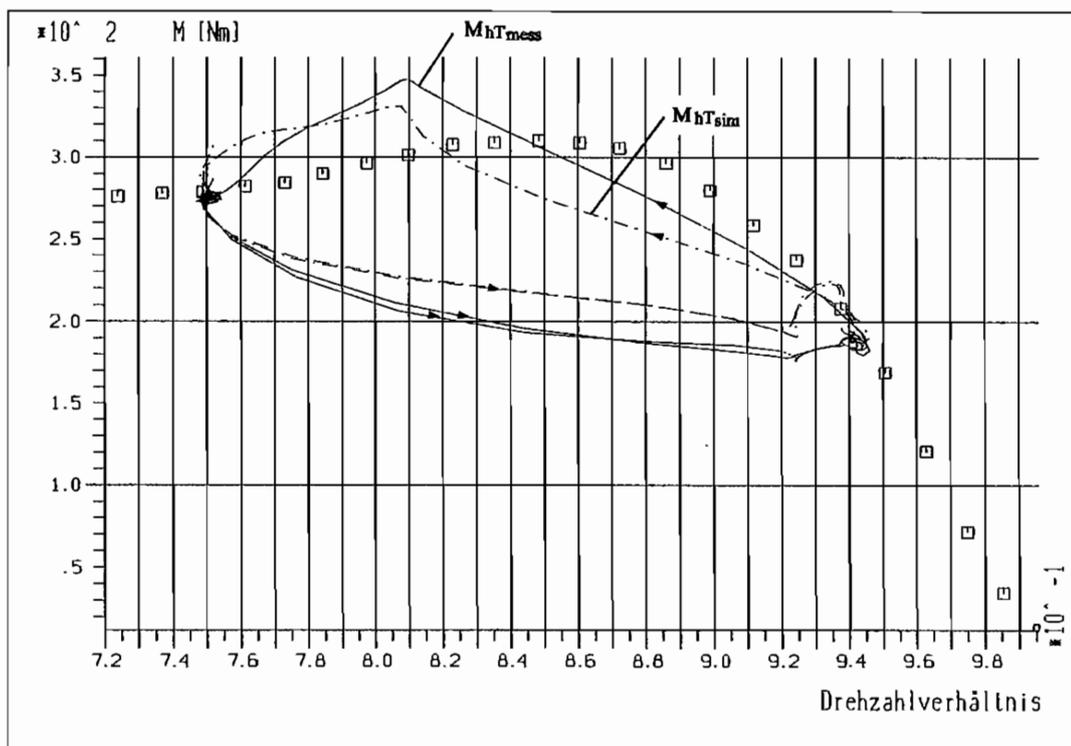


Abb. 6.30: Gemessenes (—) und simuliertes (- - -) Turbinenmoment  $M_{ht}$  abzüglich der Trägheitswirkung der Abtriebsseite über  $\nu$  der Kupplung 422TH (8 l)

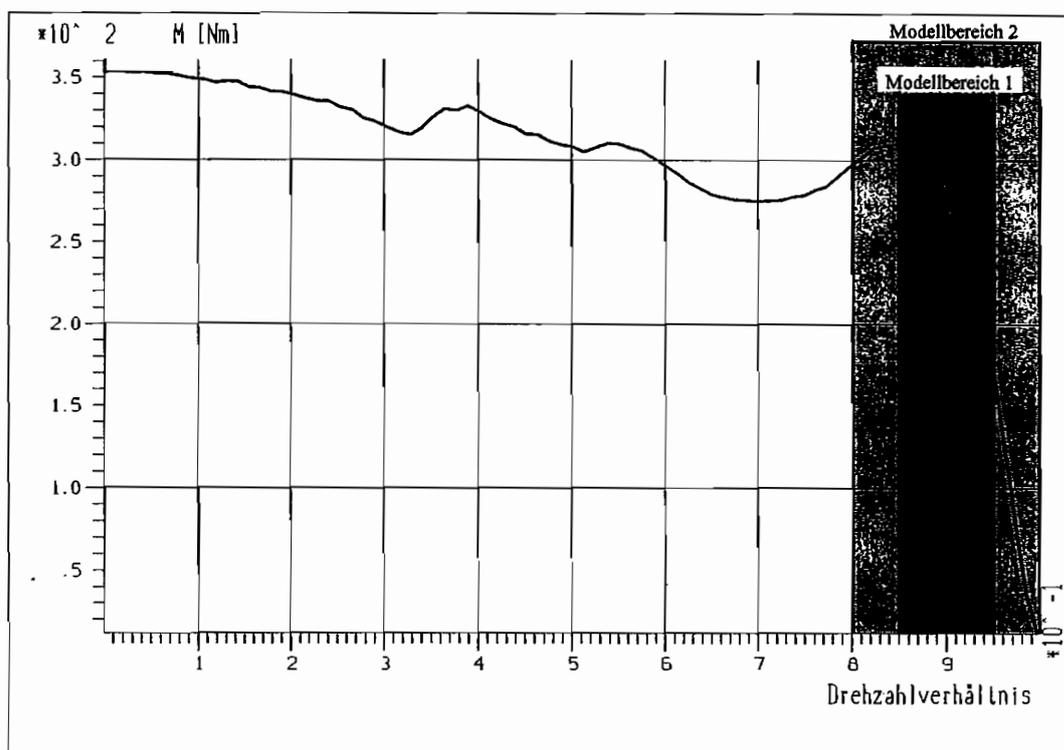


Abb. 6.31: Gültigkeitsbereich der beiden Erregungen der Kupplung 422TH bei  $\nu = 0,9$

### 6.3.2 Untersuchungen nichtlinearer Modelleigenschaften

Als Ergebnisse der allgemeinen nichtlinearen Identifikation der Kupplung 422TH mit Teilfüllung ergeben sich Modelle mit vielen linear eingehenden Parametern. In diesem Kapitel soll untersucht werden, ob die ermittelten Black-Box-Modelle Rückschlüsse auf physikalische Vorgänge zulassen. Werden die im Anhang B.1 und B.2 angegebenen Modellkoeffizienten der beiden Modelle mit und ohne Berücksichtigung der mechanischen Trägheit der An- und Abtriebsseite verglichen, ergeben sich keine Übereinstimmungen, obwohl die Modellstruktur bis auf die Berücksichtigung von zwei zusätzlichen Werten des jeweiligen Ausgangs gleich ist. Bei Vergleich der Modellkoeffizienten sind sowohl die linear als auch nichtlinear eingehenden Parameter größtenteils nur in der Größenordnung ähnlich. Aber auch hier treten bei vielen Unterschieden im Vorzeichen auf.

Aus diesem Grund wird die Kupplung um einen bestimmten stationären Betriebspunkt mit einer Rauscherregung mit kleiner und großer Amplitude erregt. Die geschätzten Koeffizienten des Modells werden hinsichtlich ihrer Aussagekraft über die Nichtlinearität der Kupplung geprüft. Um den Betriebspunkt  $\nu = 0,9$  werden zwei gleiche pseudozufällige Rauschfunktionen mit verschiedenen Amplituden auf der Abtriebsseite aufgebracht. Der Gültigkeitsbereich der beiden Modelle ergibt sich entsprechend der schraffierten Bereiche aus Abb. 6.31. Die Erregung erfolgt in einem Bereich von  $0,85 \leq \nu \leq 0,95$  für das Modell 1 und  $0,8 \leq \nu \leq 1,0$  für das Modell 2. Die Drehzahl des Pumpenrades wird im Gegensatz zu den vorangegangenen Untersuchungen bei  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$  konstant gehalten, damit der bestimmte in Abb. 6.31 eingezeichnete stationäre Betriebsbereich der Turbinenseite untersucht werden kann. Die erste Erregung ist ein turbinenseitig aufgebracht mehrwertiges Rauschsignal mit einer maxi-

malen Amplitude von  $50 \text{ min}^{-1}$  und einem erregten Frequenzbereich bis ca. 13 Hz. Die zweite Erregerfunktion unterscheidet sich von der ersten nur durch einen größeren Amplitudenbereich von  $100 \text{ min}^{-1}$ . Nachfolgend ist die stationäre Pumpendrehzahl sowie die verschiedenen Amplitudenwerte der dynamischen Erregung auf der Turbinenseite angegeben.

- Rauschfunktion 1:  $n_p = 1000 \text{ min}^{-1} = \text{konst.}$ ,  $n_T = 900 \pm 25 \pm 50 \text{ min}^{-1}$
- Rauschfunktion 2:  $n_p = 1000 \text{ min}^{-1} = \text{konst.}$ ,  $n_T = 900 \pm 50 \pm 100 \text{ min}^{-1}$

Die gemessenen dynamischen Momente enthalten die hydrodynamischen Anteile sowie Anteile aus der Trägheitswirkung der Laufräder, des Gehäuses, der Wellen und des Öls. Um eine möglichst hohe Vergleichbarkeit der Modelle zu erhalten, wird neben der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite auch der Einfluß des stationären Anteils an der Leistungsübertragung abgezogen. Die gemessenen Größen der Drehzahlen und Drehmomente  $M_P$  und  $M_T$  werden so mittelwertfrei betrachtet. Als Systemgrößen der Kupplung für die Parameterschätzung erhält man die gemessenen Drehzahlen und die nach Gl. (6.6) aus den gemessenen Drehmomenten berechneten Größen  $M_{h_P}^*$  und  $M_{h_T}^*$ .  $\bar{M}_P$  und  $\bar{M}_T$  sind hierbei die Mittelwerte der gemessenen Zeitverläufe.

$$\begin{aligned} M_{h_P}^* &= M_P - \bar{M}_P - \theta_P \cdot \ddot{\varphi}_P \\ M_{h_T}^* &= M_T - \bar{M}_T + \theta_T \cdot \ddot{\varphi}_T \end{aligned} \quad (6.6)$$

Die stationäre Kennlinie (Abb. 6.31) kann innerhalb des durch die Rauschfunktion 1 erregten Betriebsbereichs näherungsweise als linear angenommen werden. Im Gegensatz dazu liegt im Modellbereich 2 sowohl die im Nennbetriebsbereich vorherrschende lineare Steigung als auch ein starkes Abknicken des Kennlinienverlaufs bei  $\nu \approx 0,87$  vor. Das stationäre Verhalten ist daher besonders für das zu identifizierende dynamische Modell von  $0,8 \leq \nu \leq 1,0$  stark nichtlinear. Im Idealfall (lineares Verhalten der Kupplung) sind die Mittelwerte der gemessenen Größen gleich dem stationären Moment der Kupplung für den entsprechenden Betriebspunkt von  $\nu = 0,9$  ( $\bar{M}_P = \bar{M}_T = M_{stat}$ ).  $M_{stat}$  beträgt in diesem Punkt 285 Nm. Die ermittelten dynamischen Mittelwerte weichen bei den beiden durchgeführten Messungen voneinander ab. Mit  $\bar{M}_{P_1} = \bar{M}_{T_1} = 292 \text{ Nm}$  liegen sie bei Erregung der Kupplung mit kleiner Amplitude (Erregung 1) ungefähr in der Nähe des stationären Werts. Wird die Erregung 2 aufgebracht, ergibt sich mit  $\bar{M}_{P_2} = \bar{M}_{T_2} = 268 \text{ Nm}$  eine deutlich geringere Mittellage der Schwingung. Je nach nichtlinearem Verhalten in dem betrachteten Betriebsbereich weicht der dynamische Offset vom stationären Wert der Kennlinie ab. Diese Abweichung entsteht vor allem bei Erregung der Turbinenseite. Es soll hier nicht näher auf diese Problematik eingegangen werden, da Untersuchungen an diesem Kupplungstyp hinsichtlich der Verschiebung der Mittellage der Schwingung in [8] durchgeführt worden sind.

Bei dem nichtlinearen dynamischen Modellansatz handelt es sich wiederum um das in Gl. (6.2) dargestellte diskrete Gleichungssystem. Die Ordnung der Nichtlinearität sowie die Zeitverschiebungen der jeweiligen Glieder werden für beide oben aufgeführten Erregungen gleich gewählt. In Tab. 6.3 ist die Modellstruktur beider Schätzungen angegeben.

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 2$		
Anzahl der Modellkoeffizienten :	29	29
Zeitverschiebungen	$(q = 1)$ :	$n_{11} = 2, n_{12} = 2$
		$m_{11} = 1, m_{12} = 1$
	$(q = 2)$ :	$n_{21} = 2, n_{22} = 2$
		$m_{21} = 0, m_{22} = 0$

Tab. 6.3: Ermittelte Modellstruktur der beiden nichtlinearen Modellansätze nach Gl. (6.7) der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

Der Modellansatz für diese Untersuchungen lautet demnach bei beiden Modellbereichen gleich.

$$\begin{aligned}
 M_{h_P}^*(k) &= \bar{M}_{h_P}^* + a_{1,1}^1 M_{h_P}^*(k-1) + \sum_{i=0}^2 b_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^2 b_{i,2}^1 n_T(k-i) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,11}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_{ij,12}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,22}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) \\
 M_{h_T}^*(k) &= \bar{M}_{h_T}^* + a_{1,2}^2 M_{h_T}^*(k-1) + \sum_{i=0}^2 b_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^2 b_{i,2}^2 n_T(k-i) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,11}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_{ij,12}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,22}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) \tag{6.7}
 \end{aligned}$$

Nach der Bestimmung der Modellparameter ergeben sich zwei Sätze von Koeffizienten zur Berechnung von  $M_{h_P}^*$  und  $M_{h_T}^*$  (für jeden Modellbereich ein Satz), die im Anhang B.3 ausführlich gegenübergestellt sind. Es kann festgehalten werden, daß die linear eingehenden Parameter zwar nicht identisch sind, aber eine gewisse Ähnlichkeit aufweisen, da deren Größenordnung gleich ist. Bei Betrachtung der nichtlinear eingehenden Koeffizienten ist jedoch keine Übereinstimmung der jeweiligen Modellteile zu erkennen. Weitere Schätzungen mit höherer Modellordnung (z.B.  $q = 3$ ) haben zu den gleichen Ergebnissen geführt. Aussagen über physikalische Vorgänge, wie z.B. die Art und Ordnung der Nichtlinearität können nicht getroffen werden. Rückschlüsse auf die Physik sind mit dieser Form der nichtlinearen Modellierung (diskreter allgemeiner Modellansatz) bis jetzt bei der Kupplung nicht möglich.

## 6.4 Reduktion der Anzahl der Modellparameter

Zur Identifikation der hydrodynamischen Kupplung kann die Modellordnung und -struktur des Differenzengleichungsansatzes nicht beliebig gewählt werden, da Grenzen bei der eingesetzten Rechentechnik bezüglich der Menge der Modellkoeffizienten erreicht werden. Die Anzahl der zu schätzenden Parameter hängt direkt von der Modellordnung ab und ist in dieser Arbeit auf maximal 80 Koeffizienten pro diskreter Gleichung beschränkt. Ebenfalls ist die Ordnung der Nichtlinearität auf max.  $q = 4$  festgelegt. Werden Zeitverschiebungen der nichtlinearen Summenglieder von  $n_{ij} > 4$  gewählt, steigt die Anzahl der zu bestimmenden Parameter sehr stark an, und bei der Schätzung treten Probleme mit der Stabilität des Schätzverfahrens auf. Aus diesem Grund soll jetzt versucht werden, durch genaue Betrachtung der physikalischen Vorgänge eine Reduktion der Anzahl der Modellparameter vorzunehmen.

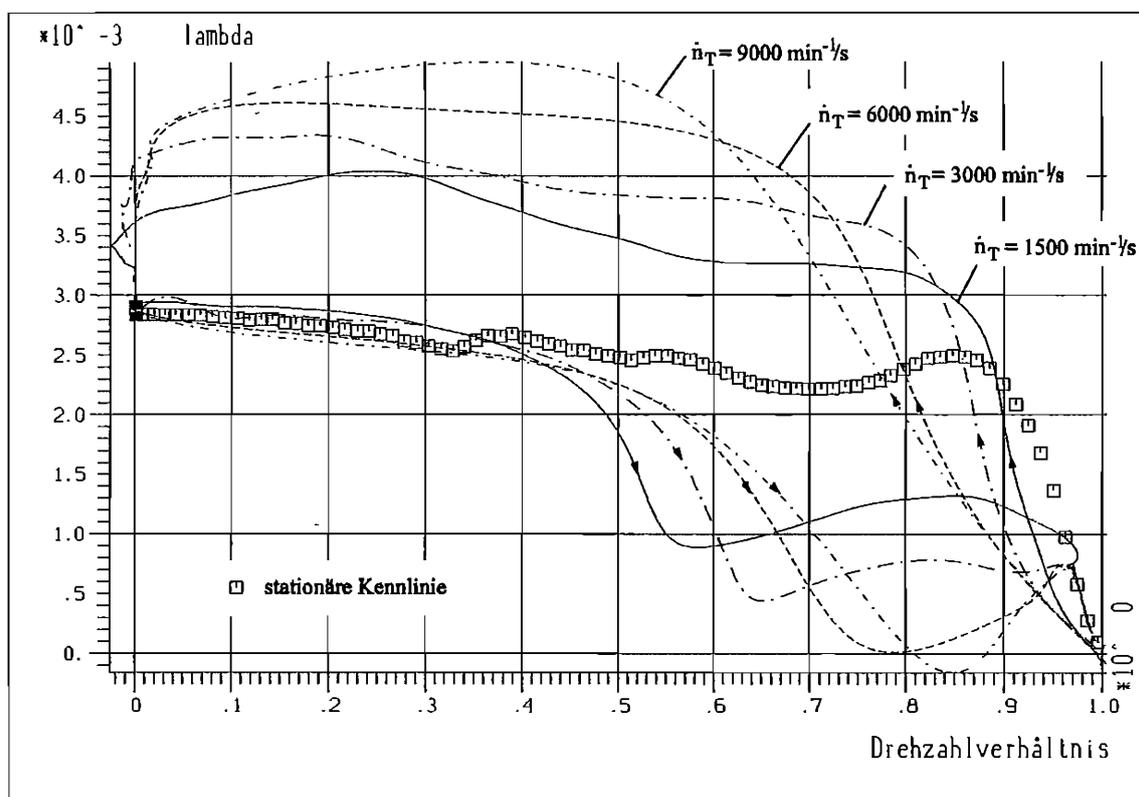


Abb. 6.32: Gemessene dynamische Momente aus Blockiersversuchen auf der Turbinenseite mit stationärer Kennlinie über  $\nu$  für verschiedene Beschleunigungen der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

Das in Kap. 5 beschriebene instationäre Verhalten beider Kupplungen lässt sich prinzipiell durch eine mit steigender Beschleunigung der Erregung verzögerte Momentenaufnahme beschreiben. Bei den durchgeführten Untersuchungen steigt dann das gemessene Drehmoment vom Synchronpunkt aus gesehen bei größerem Schlupf über die stationäre Kennlinie an. Um diese Vorgänge noch einmal zu verdeutlichen, sind in Abb. 6.32 als Beispiel die gemessenen Momente abhängig von der Beschleunigung der Turbinenseite der Kupplung 422TH

bei Teilfüllung dargestellt. Die Turbinendrehzahl wird dabei von 1000 auf 0 verzögert und wieder auf  $1000 \text{ min}^{-1}$  beschleunigt. Dieses Verzögerungsverhalten der Kupplung soll durch Einführung eines Verzögerungsglieds mit dem diskreten Modellansatz abgebildet werden.

Es wird wieder von dem in Gl. (6.2) dargestellten Differenzgleichungsmodell ausgegangen. Bei allen nichtlinearen Summengliedern der Eingangsgrößen werden jetzt die Koeffizienten der aktuellen Eingänge  $n_P(k)$  und  $n_T(k)$  des Mehrgrößensystems bei der Modellierung nicht berücksichtigt. In den linearen Summengliedern treten sie aber weiterhin auf. Näherungsweise kann dies als eine Erweiterung um eine Totzeit von einem Zeitschritt aufgefaßt werden. Dies bedeutet, daß Veränderungen zum Zeitpunkt  $k$  in den Erregungsgrößen  $n_P$  und  $n_T$  erst mit einem Zeitschritt Verzögerung auf die Ausgangsgrößen  $M_P$  und  $M_T$  wirken. Das in Abb. 6.32 aufgeführte dynamische Verhalten der Kupplung soll so durch die Berücksichtigung einer Totzeit im Modellansatz angenähert werden. Es ergibt sich damit ausgehend vom Modellansatz der Gl. (6.2) das in Gl. (6.8) dargestellte modifizierte diskrete Modell. Abgesehen von den beiden linearen Elementen (jeweils fett dargestellt) beginnen alle Summenglieder bei  $i = 1$  anstelle von  $i = 0$ . Dies ermöglicht einen Modellansatz vom Grad  $q = 4$ , da die Anzahl der Modellkoeffizienten bis  $q = 3$  durch diese Maßnahme reduziert worden ist. Gl. (6.8) unterscheidet sich von den vorherigen Modellansätzen durch die letzten fünf Summenglieder der Ordnung  $q = 4$  sowie die Startgröße  $i = 1$  der Summenglieder.

$$\begin{aligned}
M_P(k) = & \bar{M}_P + \sum_{i=0}^{n_{11}} \mathbf{b}_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} \mathbf{b}_{i,2}^1 n_T(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{11}} a_{i,1}^1 M_P(k-i) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} \mathbf{b}_{ij,11}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{n_{22}} \mathbf{b}_{ij,12}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} \mathbf{b}_{ij,22}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} \mathbf{b}_{ijl,111}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=1}^{n_{32}} \mathbf{b}_{ijl,112}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} \mathbf{b}_{ijl,122}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} \mathbf{b}_{ijl,222}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=i}^{n_{41}} \sum_{l=j}^{n_{41}} \sum_{v=l}^{n_{41}} \mathbf{b}_{ijlv,1111}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) n_P(k-v) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=i}^{n_{41}} \sum_{l=j}^{n_{41}} \sum_{v=1}^{n_{42}} \mathbf{b}_{ijlv,1112}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) n_T(k-v) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=i}^{n_{41}} \sum_{l=1}^{n_{42}} \sum_{v=l}^{n_{42}} \mathbf{b}_{ijlv,1122}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) n_T(k-l) n_T(k-v) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=1}^{n_{42}} \sum_{l=j}^{n_{42}} \sum_{v=l}^{n_{42}} \mathbf{b}_{ijlv,1222}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) n_T(k-v)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^{n_{42}} \sum_{j=i}^{n_{42}} \sum_{l=j}^{n_{42}} \sum_{v=l}^{n_{42}} b_{ijlv,2222}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) n_T(k-v) \\
M_T(k) & = \bar{M}_T + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^2 n_T(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{12}} a_{i,1}^2 M_T(k-i) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{n_{22}} b_{ij,12}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} b_{ijl,111}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=1}^{n_{32}} b_{ijl,112}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,122}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,222}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=i}^{n_{41}} \sum_{l=j}^{n_{41}} \sum_{v=l}^{n_{41}} b_{ijlv,1111}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) n_P(k-v) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=i}^{n_{41}} \sum_{l=i}^{n_{41}} \sum_{v=1}^{n_{42}} b_{ijlv,1112}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) n_P(k-l) n_T(k-v) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=i}^{n_{41}} \sum_{l=1}^{n_{42}} \sum_{v=l}^{n_{42}} b_{ijlv,1122}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) n_T(k-l) n_T(k-v) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{41}} \sum_{j=1}^{n_{42}} \sum_{l=j}^{n_{42}} \sum_{v=l}^{n_{42}} b_{ijlv,1222}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) n_T(k-v) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{42}} \sum_{j=i}^{n_{42}} \sum_{l=j}^{n_{42}} \sum_{v=l}^{n_{42}} b_{ijlv,2222}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) n_T(k-l) n_T(k-v) \quad (6.8)
\end{aligned}$$

Die Kupplung wird wieder innerhalb des in Kap. 6.1 erläuterten Betriebsbereichs mit mehrwertigem pseudozufälligem Rauschen erregt (Abb. 6.11). Nach der Parameterschätzung der unbekanntem Modellkoeffizienten ergibt sich das nichtlineare Modell mit der in Tab. 6.4 dargestellten Struktur. Das genaue Modell sowie die geschätzten Parameter sind im Anhang B.4 angegeben.

Um die Modellgüte zu beurteilen, werden in Abb. 6.33 und 6.34 Messungen und Simulationsrechnungen bei unterschiedlichen Erregungen innerhalb des Gültigkeitsbereichs des Modells verglichen. Auf der linken Seite sind wieder die Eingangsgrößen  $n_P$  und  $n_T$  und auf der rechten Seite die gemessenen und die simulierten Ausgangsgrößen  $M_P$  und  $M_T$  dargestellt. Hierbei handelt es sich wieder um die gleichen Erregungen der Kupplung, die auch bei den zuvor verwendeten Modellen betrachtet worden sind (Rampe und genäherte Rechteckschwingung auf der Abtriebsseite). Im Anhang sind für weitere Vergleiche zusätzliche Messungen und Simulationsrechnungen mit dem hier vorgestellten reduzierten Modell aufgeführt.

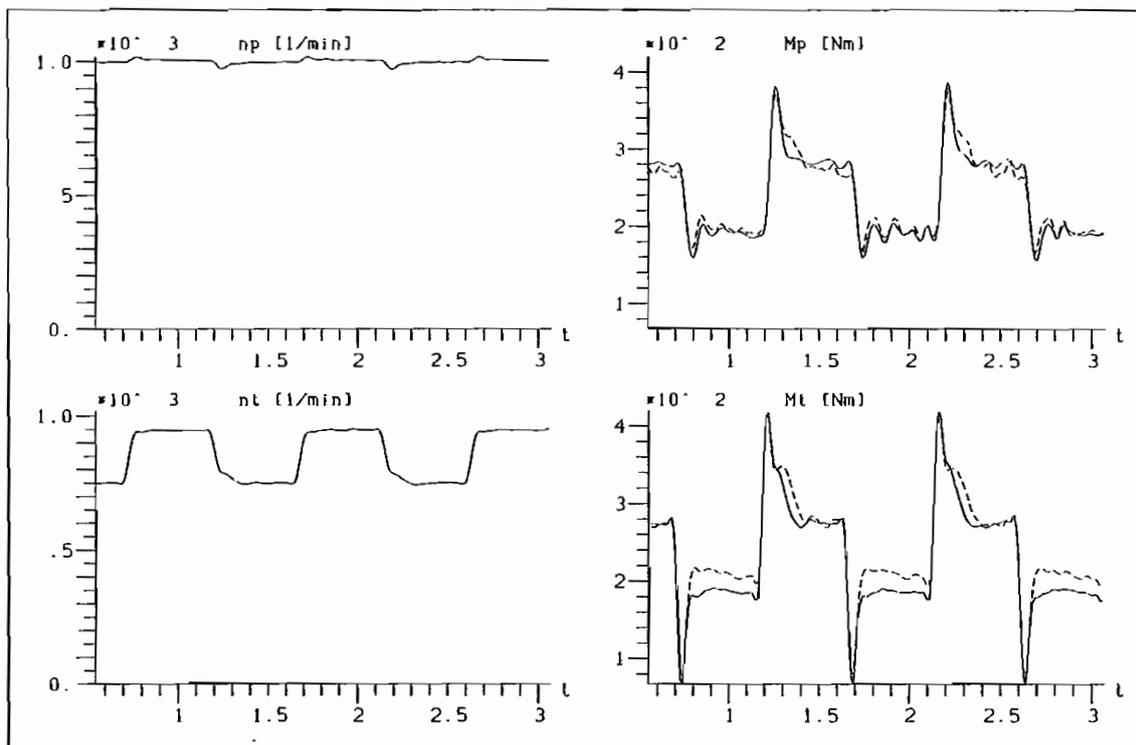


Abb. 6.33: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Rechteckerregung)

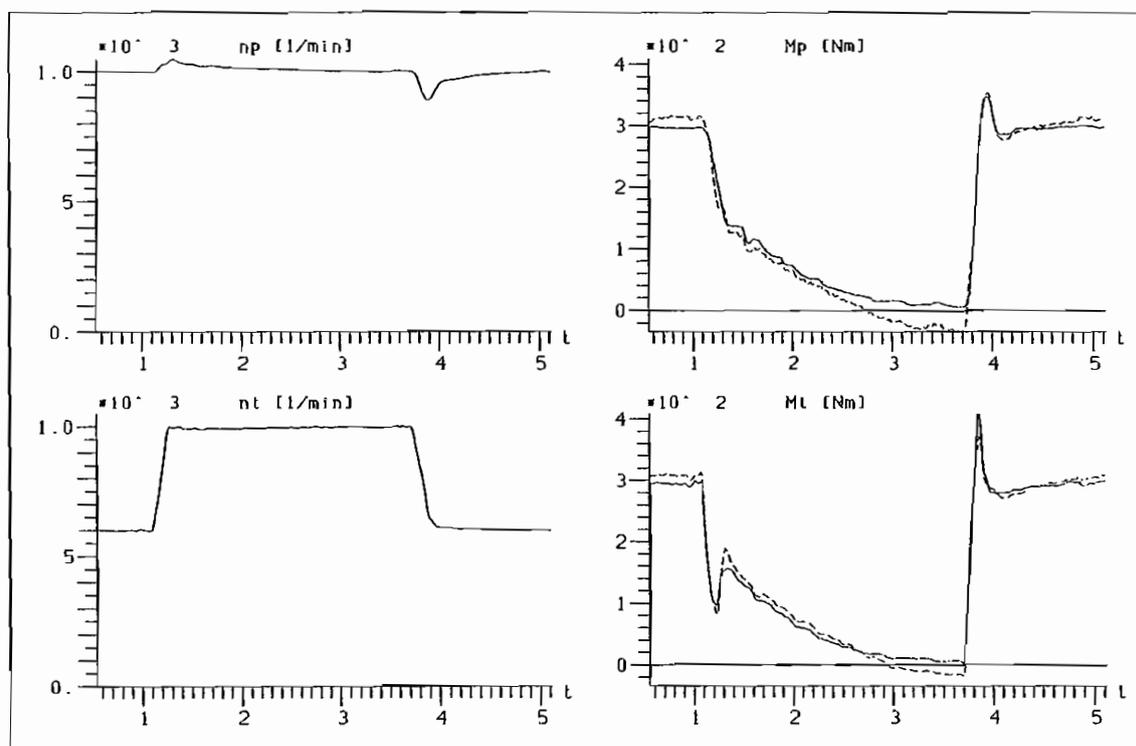


Abb. 6.34: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentenverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Rampenerregung)

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 4$		80	80
Anzahl der Modellkoeffizienten :			
Zeitverschiebungen	$(q = 1):$	$n_{11} = 6$ ,	$n_{12} = 6$
		$m_{11} = 1$ ,	$m_{12} = 1$
	$(q = 2):$	$n_{21} = 5$ ,	$n_{22} = 5$
		$m_{21} = 0$ ,	$m_{22} = 0$
	$(q = 3):$	$n_{31} = 1$ ,	$n_{32} = 1$
		$m_{31} = 0$ ,	$m_{32} = 0$
	$(q = 4):$	$n_{41} = 1$ ,	$n_{42} = 1$
		$m_{41} = 0$ ,	$m_{42} = 0$

Tab. 6.4: Ermittelte Modellstruktur des nichtlinearen Modellansatzes nach Gl. (6.8) der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

## 6.5 Variation der Modellform

Die bis zu diesem Punkt bestimmten Modelle basieren auf der Modellform 1 der zu Beginn des Abschnitts 6.1 in Abb. 6.3 dargestellten Black-Box-Modelle der Kupplung. Dabei sind die Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  die Ein-, die Drehmomente  $M_P$  und  $M_T$  (bzw.  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$ ) die Ausgangsgrößen des nichtlinearen Modells. In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, daß die Kupplung auch mit einer anderen Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen modelliert werden kann.

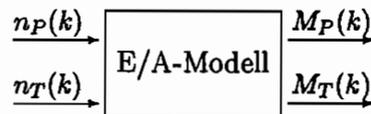


Abb. 6.35: Ein-/Ausgangsgrößenmodell der Modellform 1 mit den Eingängen  $n_P$  und  $n_T$  zu den Ausgängen  $M_P$  und  $M_T$

Ist es erwünscht, mit dem zur Berechnung der Drehmomente ermittelten Modell nach Abb. 6.35 die Signalflußrichtung umzukehren und die Drehzahlverläufe zu bestimmen, müssen die Momente als Eingangsgrößen der Simulation vorgegeben werden. Das aufgestellte diskrete Gleichungssystem muß dafür entsprechend der Zuordnung der Ein- und Ausgangsgrößen invertiert werden:

$$\begin{aligned}
 M_P &= f(M_P, n_P, n_T) & \Rightarrow & & n_P &= f(n_P, n_T, M_P, M_T) \\
 M_T &= f(M_T, n_P, n_T) & & & n_T &= f(n_P, n_T, M_P, M_T)
 \end{aligned}$$

Es ergibt sich ein diskretes Gleichungssystem, bei dem die nun zu berechnenden Ausgangsgrößen  $n_P$  und  $n_T$  bis auf einzelne Terme nur von den linear sowie nichtlinear auftretenden

eigenen Faktoren abhängen. Anstelle eines überwiegend aus nichtrekursiven Termen bestehenden Gleichungssystems liegen nun zwei fast ausschließlich rekursive Gleichungen vor, da man aus den nichtrekursiven Gleichungsteilen durch die Invertierung rekursive Teile erhält. Wird der Modellansatz (ohne Reduktion der zu schätzenden Parameter) nach Kap. 6.2 und 6.3 verwendet, ergibt sich ein Gleichungssystem in impliziter Form, bei dem die aktuell zu berechnenden Ausgangsgrößen  $n_P(k)$  und  $n_T(k)$  sowohl in den linearen als auch in den nichtlinearen Summengliedern auftreten. Eine Lösung erfordert einen großen Rechenaufwand und neigt sehr schnell zu instabilem Verhalten.

Bei Verwendung der reduzierten Modellierung des letzten Abschnitts (Kap.6.4), entfällt dieses Problem, da in dem Modell nur in den linearen Termen die aktuellen Größen  $n_P(k)$  bzw.  $n_T(k)$  auftreten. Eine Umkehrung ist so mathematisch ohne viel Aufwand möglich. Eine andere Möglichkeit besteht darin, ein nichtlineares Modell mit geänderten Ein- und Ausgangsgrößen zu bestimmen.

Da bei einer vorliegenden Erregung der Kupplung auf dem Versuchsstand alle vier Systemgrößen  $n_P(k)$ ,  $M_P(k)$ ,  $n_T(k)$  und  $M_T(k)$  gemessen werden, kann je nach Zuordnung der Ein- und Ausgänge ein entsprechendes dynamisches Modell bestimmt werden. Für die in Abb. 6.36 dargestellte Modellform mit den Drehmomenten als Ein- und den Drehzahlen als Ausgangsgrößen soll jetzt exemplarisch das Vorgehen erläutert werden.

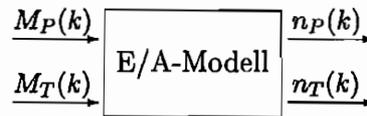


Abb. 6.36: Ein-/Ausgangsgrößenmodell der Modellform 2 ( $M_P$ ,  $M_T$  Eingänge,  $n_P$ ,  $n_T$  Ausgänge)

Das vorliegende Identifikationsverfahren wird jetzt auf die dargestellte Kombination der Ein- und Ausgangsgrößen angewendet. Die Kupplung wird mit einer Rauscherregung auf der Abtriebsdrehzahl in einem Betriebsbereich von  $0,8 \leq \nu \leq 1,0$  beaufschlagt und die vier Systemgrößen  $n_P$ ,  $n_T$ ,  $M_P$  und  $M_T$  gemessen. Der zur Identifikation des Systemverhaltens der Kupplung verwendete Modellansatz ist in Gl. (6.9) bis zur Ordnung  $q = 3$  dargestellt. Bei dem Modell handelt es sich um die reduzierte Variante nach Kap. 6.3, d.h. die nichtlinearen Summenglieder enthalten keine aktuellen Terme der Eingangsgrößen  $M_P(k)$  und  $M_T(k)$ . Weiterhin werden aber abweichend von den bisherigen Modellansätzen beide zurückliegende Ausgangsgrößen zur Berechnung der aktuellen Größe herangezogen. Dies äußert sich durch ein zusätzliches lineares Glied pro Gleichung. Der aktuelle Ausgang  $n_P(k)$  berechnet sich nicht nur aus den zurückliegenden eigenen Termen sondern auch aus denen des zweiten Ausgangs  $n_T(k)$ . Entsprechendes gilt für die Berechnungsgleichung der zweiten Größe  $n_T(k)$ . Die zusätzlichen Gleichungsglieder sind fett dargestellt.

$$\begin{aligned}
n_P(k) &= \bar{n}_P + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^1 M_P(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^1 M_T(k-i) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{m_{11}} a_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{12}} a_{i,2}^1 n_T(k-i) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{n_{22}} b_{ij,12}^1 M_P(k-i) M_T(k-j) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^1 M_T(k-i) M_T(k-j) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} b_{ijl,111}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) M_P(k-l) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=1}^{n_{32}} b_{ijl,112}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) M_T(k-l) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,122}^1 M_P(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,222}^1 M_T(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l) \\
n_T(k) &= \bar{n}_T + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^2 M_P(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^2 M_T(k-i) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{m_{11}} a_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{12}} a_{i,2}^2 n_T(k-i) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^2 M_P(k-i) M_P(k-j) + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{n_{22}} b_{ij,12}^2 M_P(k-i) M_T(k-j) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^2 M_T(k-i) M_T(k-j) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} b_{ijl,111}^2 M_P(k-i) M_P(k-j) M_P(k-l) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=1}^{n_{32}} b_{ijl,112}^2 M_P(k-i) M_P(k-j) M_T(k-l) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,122}^2 M_P(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l) \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,222}^2 M_T(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l) \tag{6.9}
\end{aligned}$$

Das Vorgehen zur Bestimmung der Modellstruktur und -parameter unterscheidet sich nicht von dem zu Beginn beschriebenen Verfahren. Der einzige Unterschied liegt in der veränderten Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen für die Schätzung der Koeffizienten. Nach mehrmaliger Variation des Ansatzgrads ergibt sich die in Tab. 6.5 aufgeführte Struktur des Absolutmodells. Der genaue Modellaufbau sowie alle geschätzten Modellparameter zur Bestimmung von  $n_P(k)$  und  $n_T(k)$  sind im Anhang B.5 aufgeführt.

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 3$		
Anzahl der Modellkoeffizienten :	73	73
Zeitverschiebungen ( $q = 1$ ):	$n_{11} = 6$ , $n_{12} = 6$	
	$m_{11} = 1$ , $m_{12} = 1$	
( $q = 2$ ):	$n_{21} = 4$ , $n_{22} = 4$	
	$m_{21} = 0$ , $m_{22} = 0$	
( $q = 3$ ):	$n_{31} = 2$ , $n_{32} = 2$	
	$m_{31} = 0$ , $m_{32} = 0$	

Tab. 6.5: Ermittelte Modellstruktur nach Abb. 6.36 des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes nach Gl. (6.9) der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

Werden Simulationsrechnungen durchgeführt, erhält man mit dem bestimmten Modell die in Abb. 6.37 aufgetragenen Verläufe. Dargestellt sind links die Eingangsgrößen  $M_P$  und  $M_T$  und rechts die gemessenen (durchgezogen) und simulierten (gestrichelt) Zeitverläufe der Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$ . Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. Eine Modifikation der Modellform durch Herausrechnen der Trägheitsterme aus den Meßwerten ist bei der hier verwendeten Modellform nicht möglich, da aufgrund der Wahl der Eingangsgrößen die Beschleunigungen  $\dot{n}_P$  und  $\dot{n}_T$  nicht vorab bekannt sind. In Abb. 6.38 und 6.39 sind zwei Vergleiche zwischen Simulationen und Messungen des vorliegenden Modells dargestellt. Es handelt sich um eine genäherte Rechteck- und eine Sinuserregung auf der Abtriebsseite der Kupplung. Auch hier stimmen Messung und Rechnung gut überein.

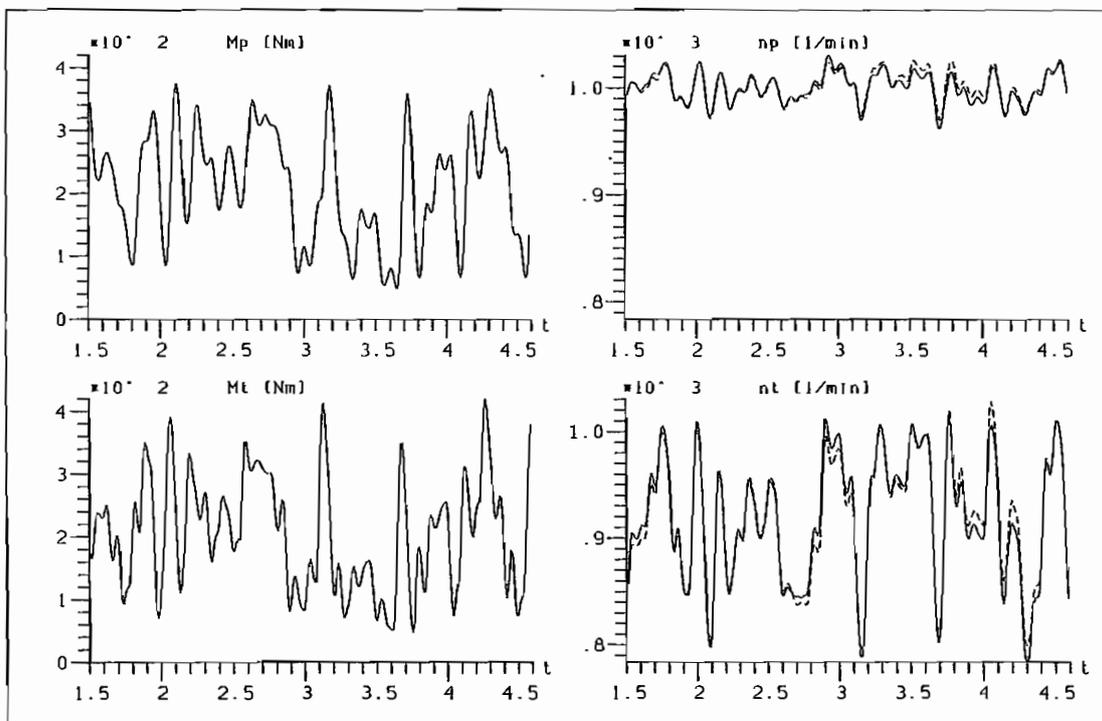


Abb. 6.37: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehzahlverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung

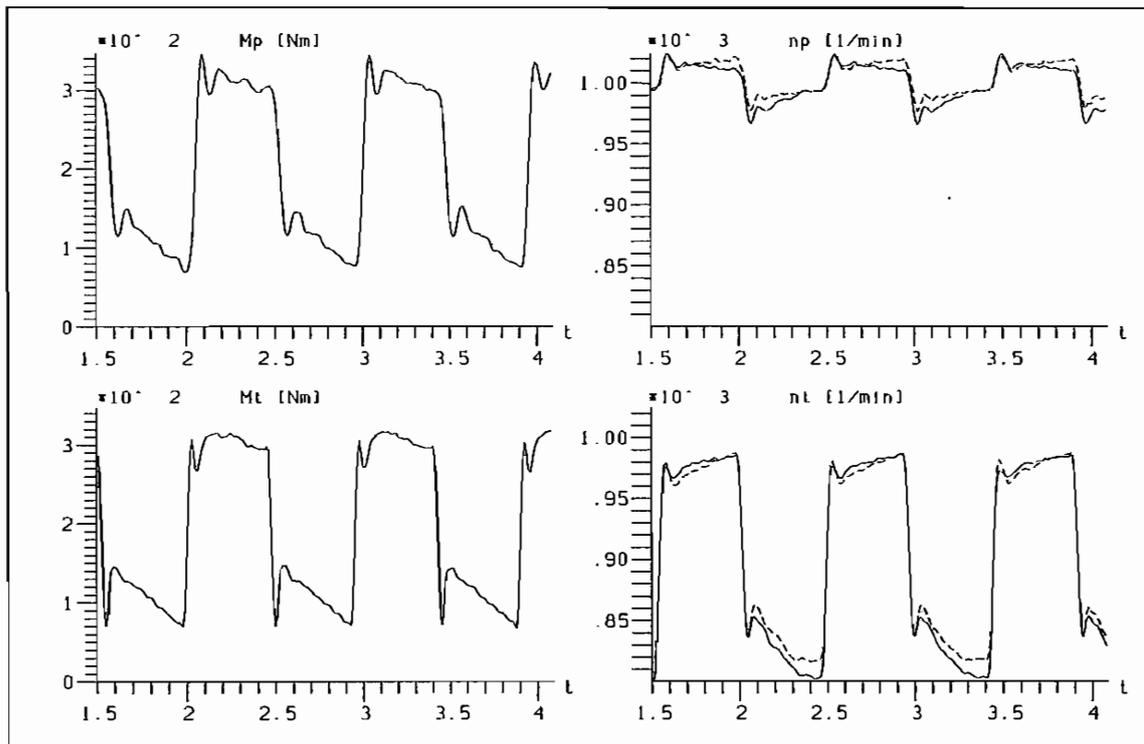


Abb. 6.38: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehzahlverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Rechteckerregung)

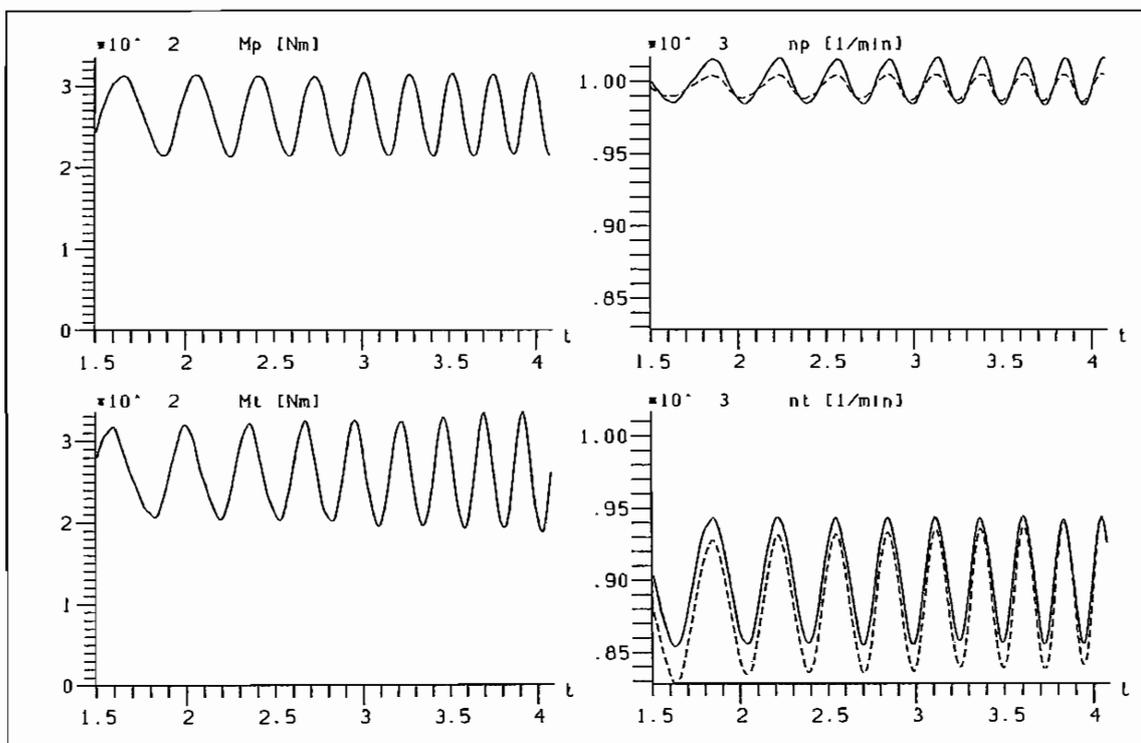


Abb. 6.39: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehzahlverläufe der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung (Sinussweeperregung)

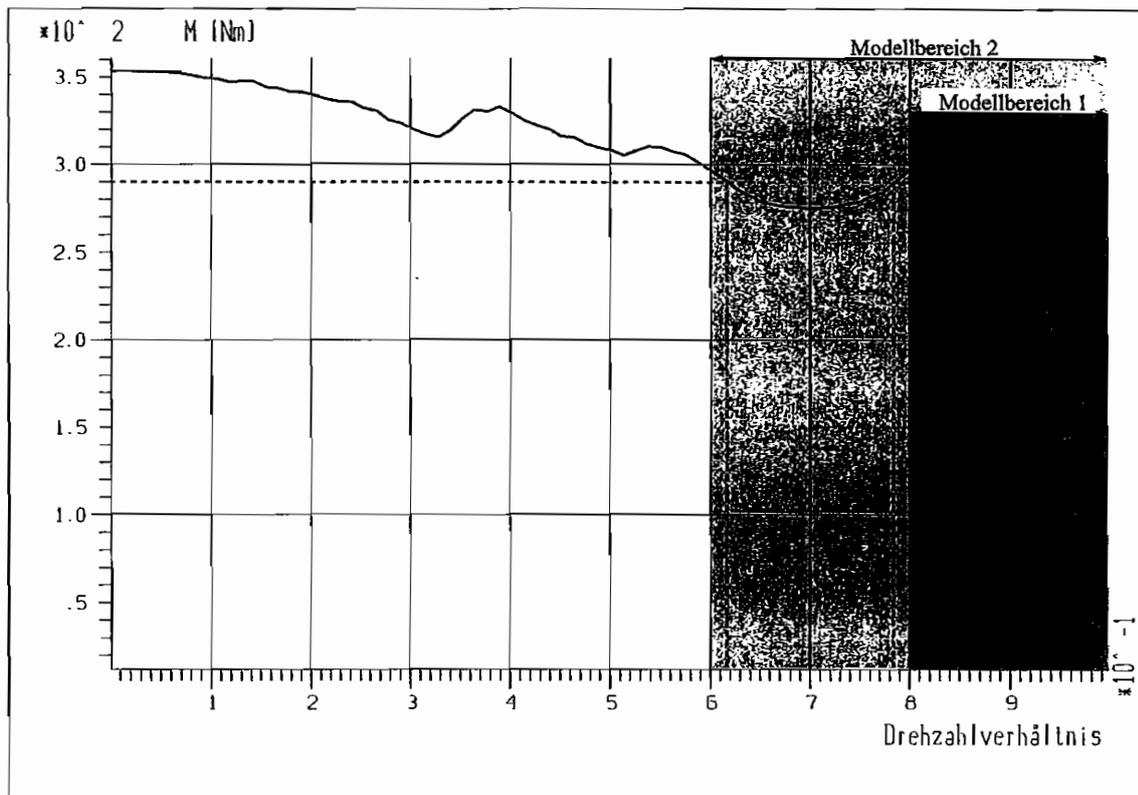


Abb. 6.40: Modellbereiche zur Identifikation bei vorgegebenen Drehmomentenverläufen

Gegenüber den Drehzahlen als Eingangsgrößen des Modells ergeben sich systembedingt bei der Vorgabe der Drehmomente Probleme. Man erhält je nach betrachtetem Betriebsbereich bei der Kupplungsbauf orm 422TH mit 8 l Füllung keine eindeutige Zuordnung der Drehzahlen und Drehmomente. Dadurch treten Probleme bei der Identifikation der Modelle auf. Das stationäre Verhalten ist aufgrund des starken Abknickens bei  $\nu \approx 0,85$  nicht eindeutig umkehrbar. Betrachtet man in Abb. 6.40 den mit „Modellbereich 1“ gekennzeichneten Betriebsbereich, liegt bei  $\nu \leq 0,84$  eine Doppeldeutigkeit bei der Zuordnung der Drehzahlen und Drehmomente vor. Das in diesem Abschnitt ermittelte Modell (Tab. 6.5) liefert für diese Probleme am Rand des bezeichneten Gültigkeitsbereichs noch gute Ergebnisse. Wird die Kupplung jedoch in dem mit „Modellbereich 2“ bezeichneten Bereich erregt, können aufgrund des Verlaufs der stationären Kennlinie einem Drehmoment von z.B.  $M_{stat} = 290 \text{ Nm}$  drei Drehzahlverhältnisse  $\nu = 0,62, 0,78$  und  $0,89$  zugeordnet werden. Eine Schätzung der unbekanntenen Modellkoeffizienten führt in diesem Fall mit den Drehmomenten als Eingangsgrößen zu instabilen oder groben Modellen. Daher ist die Vorgabe von Drehmomenten bei Kupplungen mit dem in Abb. 6.40 dargestellten stationären Verhalten bei Ein-/Ausgangsgrößenmodellen für eine eindeutige Zuweisung eines Betriebspunkts problematisch.

Die in diesem Abschnitt durchgeführten Untersuchungen sollen verdeutlichen, daß die Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen der Modellierung frei gewählt werden können. Bei dem hier vorliegenden Versuchsobjekt Kupplung führt die Vorgabe der Drehmomente als Eingangsgrößen zu Problemen der Eindeutigkeit. Aus diesem Grund soll nicht weiter auf die verschiedenen Modellformen eingegangen werden. Den weiteren Berechnungen liegt daher die in den

Kapiteln 6.1 bis 6.4 verwendete Modellform mit den Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  als Eingangs- und den Drehmomenten  $M_P$  und  $M_T$  als Ausgangsgrößen des Modells zugrunde. Bei dieser Wahl kann genau der jeweilige gewünschte Betriebspunkt der Kupplung vorgegeben werden.

## 6.6 Anwendung der Identifikationsmethode auf andere Bauformen

Das vorgestellte Identifikationsverfahren zur Bestimmung der Übertragungsverhalten hydrodynamischer Kupplungen soll jetzt auf den Typ 422TH mit Vollfüllung (10 l) und die zweite Kupplung mit Rechteckprofil und verschließbarem Stauraum angewendet werden. Die bis zu diesem Punkt ermittelten Modelle sind für die Bauart 422TH mit 8 l Füllung gültig. Diese können nicht auf andere Füllungen und Bauarten übertragen werden, da sie speziell für die Bauform angepaßt worden sind. Daher muß für jede untersuchte Veränderung der Geometrie oder der Füllung ein entsprechendes Modell geschätzt werden. Im folgenden wird dargestellt, daß die Bestimmung der Übertragungseigenschaften nach der aufgeführten Identifikationsmethode bei Kupplungen mit unterschiedlichem stationären und instationären Verhalten angewendet werden kann.

Die Erregung der Prüfobjekte erfolgt weiterhin mit pseudozufälligem Rauschen als Drehzahlsignal der An- und Abtriebsseite in dem Betriebsbereich von  $600 \leq n_T \leq 1000 \text{ min}^{-1}$  turbinenseitig und  $900 \leq n_P \leq 1100 \text{ min}^{-1}$  pumpenseitig. Die Drehzahlverläufe  $n_P$  und  $n_T$  bilden die Ein- und die Drehmomentverläufe  $M_P$  und  $M_T$  die Ausgangsgrößen des Modells. Der nichtlineare Modellansatz zur Identifikation des Übertragungsverhaltens ist für die verschiedenen Bauarten gleich. Es handelt sich um das in Kap. 6.4 vorgestellte reduzierte Absolutmodell (Gl. (6.8)).

### 6.6.1 Identifikation der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 4$		
Anzahl der Modellkoeffizienten :	77	77
Zeitverschiebungen	$(q = 1):$	$n_{11} = 6, \quad n_{12} = 6$
		$m_{11} = 1, \quad m_{12} = 1$
	$(q = 2):$	$n_{21} = 4, \quad n_{22} = 4$
		$m_{21} = 0, \quad m_{22} = 0$
	$(q = 3):$	$n_{31} = 2, \quad n_{32} = 2$
		$m_{31} = 0, \quad m_{32} = 0$
	$(q = 4):$	$n_{31} = 1, \quad n_{32} = 1$
		$m_{31} = 0, \quad m_{32} = 0$

Tab. 6.6: Ermittelte Modellstruktur des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes nach Gl. (6.8) der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung

Ein Füllgrad der Kupplung 422TH von 10 Litern wird als Vollfüllung bei diesem Kupplungstyp bezeichnet. Das stationäre Übertragungsverhalten verändert sich gegenüber der bis jetzt betrachteten Teilfüllung (8 l) deutlich. Sowohl die Maximalwerte des übertragenen Drehmoments als auch der prinzipielle Verlauf unterscheiden sich erheblich. Ebenfalls liegen bei instationären Vorgängen nicht so große Abweichungen vom stationären Verlauf vor (vergl. Meßergebnisse aus Kap.5).

Die Parameterschätzung liefert die in Tab. 6.6 aufgeführte Struktur des allgemeinen Modellsatzes nach Gl. (6.8). Die Ordnung der Nichtlinearität liegt bei  $q = 4$ . Bis auf je einen Term mit  $M_P(k - 1)$  bzw.  $M_T(k - 1)$  sind nur nichtrekursive Gleichungsteile in dem Modell enthalten. In Abb. 6.41 sind Messung und Simulation der Rauscherregung über der Zeit dargestellt. Die linken beiden Graphiken enthalten die gemessenen Drehzahlverläufe als Eingangsgrößen des Modells und die rechten Graphiken die gemessenen (durchgezogen) und simulierten (gestrichelt) Drehmomentverläufe. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen.

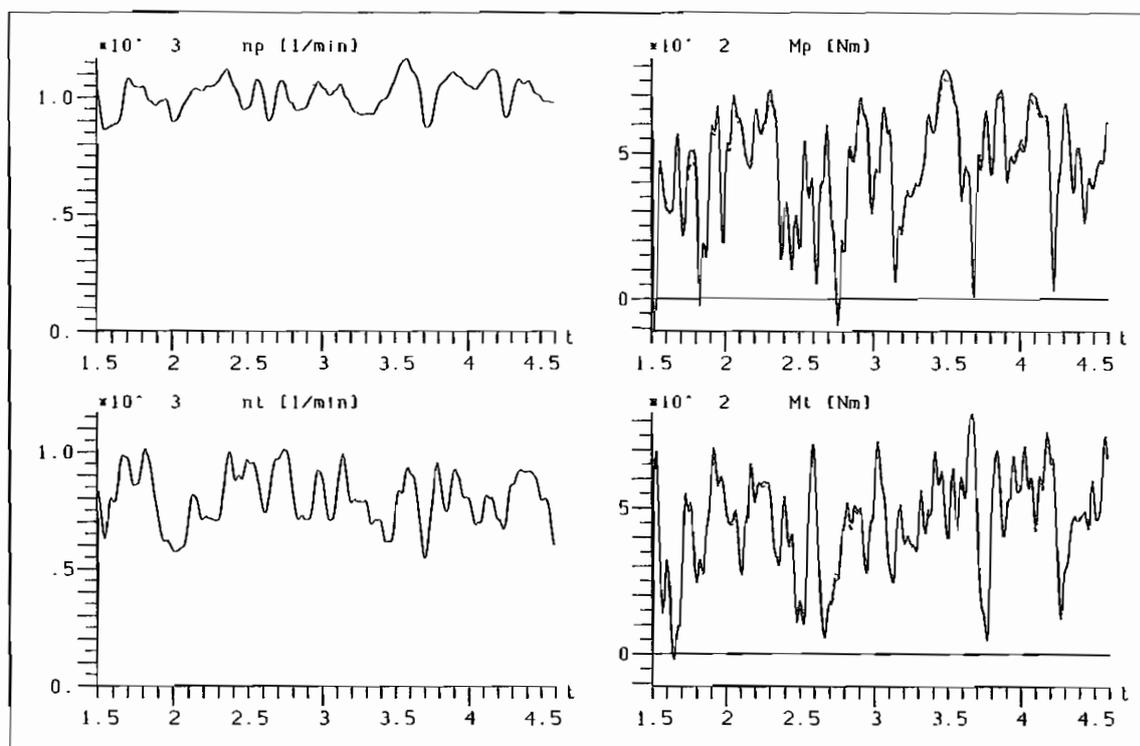


Abb. 6.41: Gemessene (—) und simulierte (- -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung

Zur Beurteilung der Modellgüte sind in den Abbildungen 6.42 und 6.43 exemplarisch zwei weitere Simulationsrechnungen mit unterschiedlichen Erregungen innerhalb des Modellbereichs aufgeführt. Es handelt sich dabei wiederum um eine periodische Erregung in Form einer genäherten Rechteckschwingung und einer Drehzahlrampe auf der Turbinenseite der Kupplung. Das ermittelte Modell bildet die Übertragungseigenschaften der Kupplung 422TH mit Vollfüllung sehr gut ab. Bei der Rampenfunktion (Abb. 6.43) treten wieder Abweichungen in den stationären Lagen bei  $n_T = 600$  und  $1000 \text{ min}^{-1}$  auf.

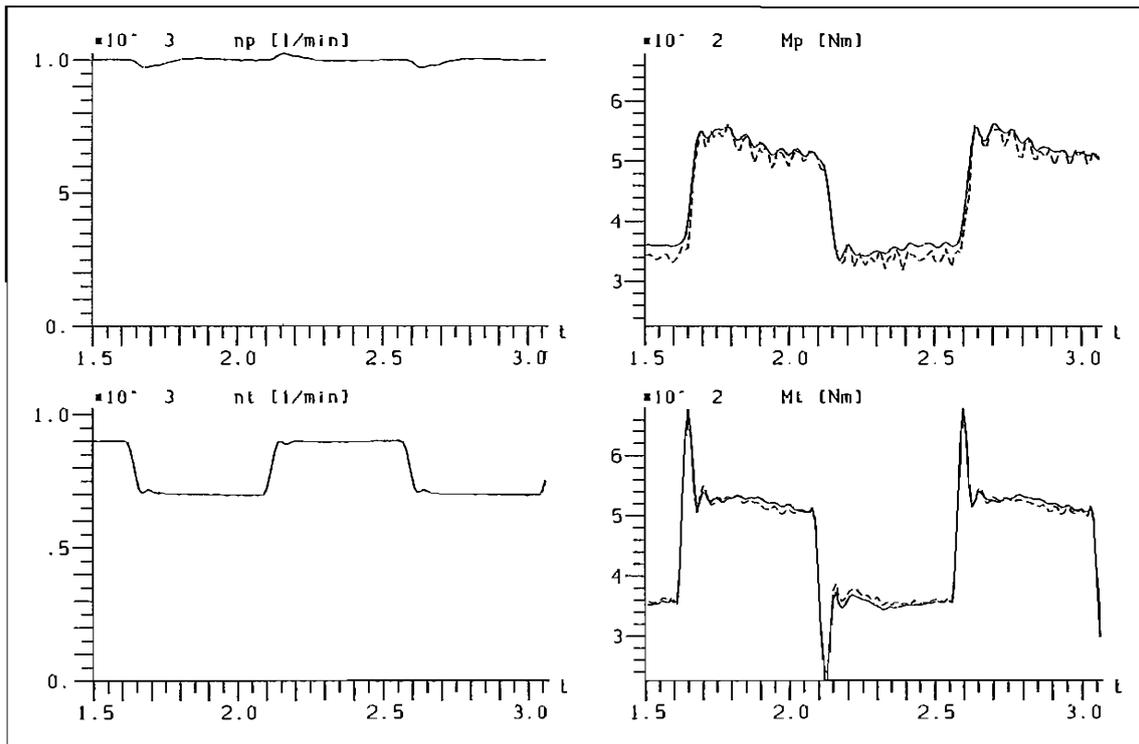


Abb. 6.42: Gemessene (—) und simulierte (---) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung (Rechteckerregung)

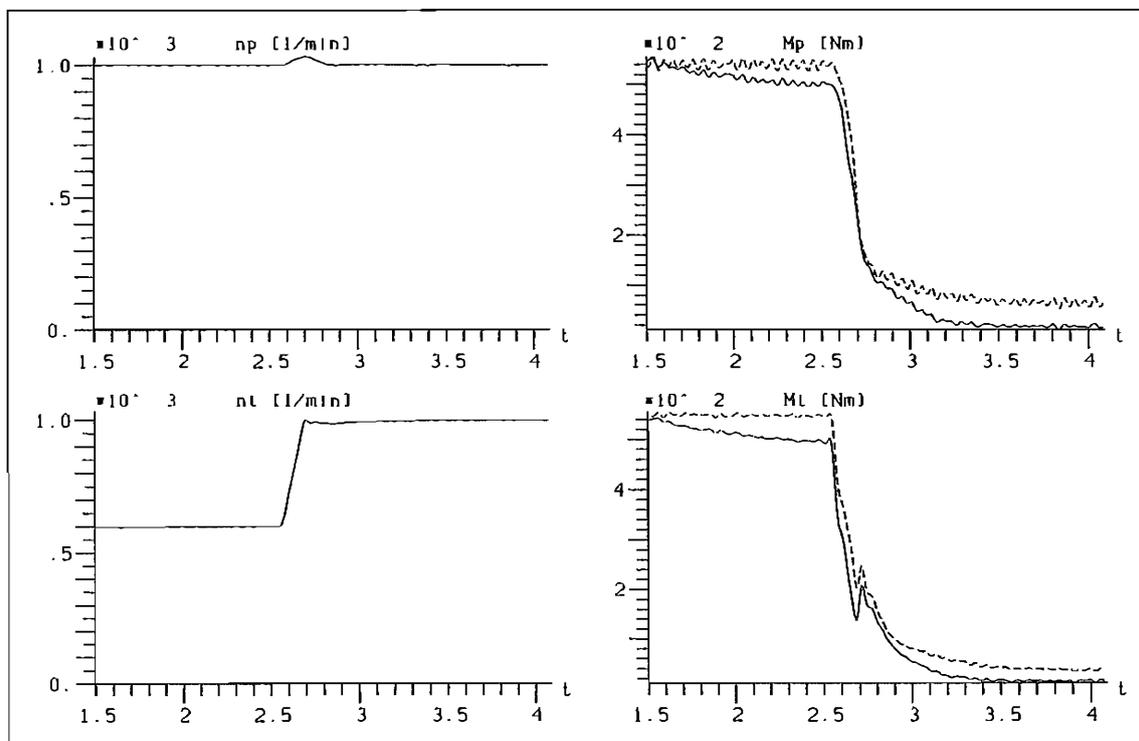


Abb. 6.43: Gemessene (—) und simulierte (---) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung (Rampenerregung)

### 6.6.2 Identifikation der Kupplung NM 350S bei Teilfüllung

Im Gegensatz zu der Serienkupplung VOITH 422TH handelt es sich bei der Bauart NM 350S um eine Versuchskupplung, die mit rechteckigem Schaufelraum und verschließbarem Stauraum ausgeführt ist. Der Stauraum beeinflusst das Übertragungsverhalten der Kupplung besonders bei Teilfüllung durch eine betriebspunktabhängige Veränderung des Volumenstroms. In Kap. 5 sind Messungen dazu aufgeführt. In diesem Abschnitt wird überprüft, ob das Identifikationsverfahren auch bei geänderter Geometrie erfolgreich angewendet werden kann. Die folgenden Untersuchungen werden daher an diesem Prüfobjekt bei Teilfüllung vorgenommen. Zum einen wird eine Füllung von 7 Litern bei verschlossenem Stauraum und zum anderen eine von 8 Litern bei geöffnetem Stauraum betrachtet. Dies entspricht jeweils ca. 80 % des max. Volumens der entsprechenden Geometrievariante dieses Kupplungstyps.

Zuerst wird die Variante mit **verschlossenem Stauraum** (7 l Füllung) betrachtet. Die Parameterschätzung ergibt die in Tab. 6.7 dargestellte Struktur des Modellansatzes. Die Ordnung der Nichtlinearität des Modells beträgt  $q = 3$ . In diesem Fall handelt es sich um ein nichtrekursives Modell, da die Modellausgänge  $M_P$  und  $M_T$  nur von den Eingangsgrößen  $n_P$  und  $n_T$  abhängen und keine zurückliegenden Ausgangsgrößen zur Berechnung herangezogen werden ( $m_{11} = m_{12} = 0$ ).

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 3$			
Anzahl der Modellkoeffizienten :		74	74
Zeitverschiebungen	$(q = 1):$	$n_{11} = 6$ ,	$n_{12} = 6$
		$m_{11} = 0$ ,	$m_{12} = 0$
	$(q = 2):$	$n_{21} = 5$ ,	$n_{22} = 5$
		$m_{21} = 0$ ,	$m_{22} = 0$
	$(q = 3):$	$n_{31} = 1$ ,	$n_{32} = 1$
		$m_{31} = 0$ ,	$m_{32} = 0$

Tab. 6.7: Ermittelte Modellstruktur des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes nach Gl. (6.8) der Kupplung NM 350S ohne Stauraum mit 7 l Füllung

In Abb. 6.44 sind Simulation (gestrichelt) und Messung (durchgezogen) einer Rauscherregung auf der Turbinenseite der Kupplung aufgetragen. Das Modell bildet das Übertragungsverhalten trotz großer Unterschiede im Pumpen- und Turbinenmoment sehr gut ab. Für eine genauere Beurteilung der Modellgüte sind in Abb. 6.45 und 6.46 weitere Simulationsrechnungen den gemessenen Zeitverläufen gegenübergestellt. Aufgetragen ist eine Rampen- und eine genäherte Rechteckerregung der Turbinendrehzahl bei konstanter Pumpendrehzahl. Der große Einfluß der Trägheit der Abtriebsseite ist deutlich zu erkennen. Bis auf leichte Abweichungen in den stationären Lagen der Rampenerregung ist eine sehr gute Übereinstimmung zu erkennen.

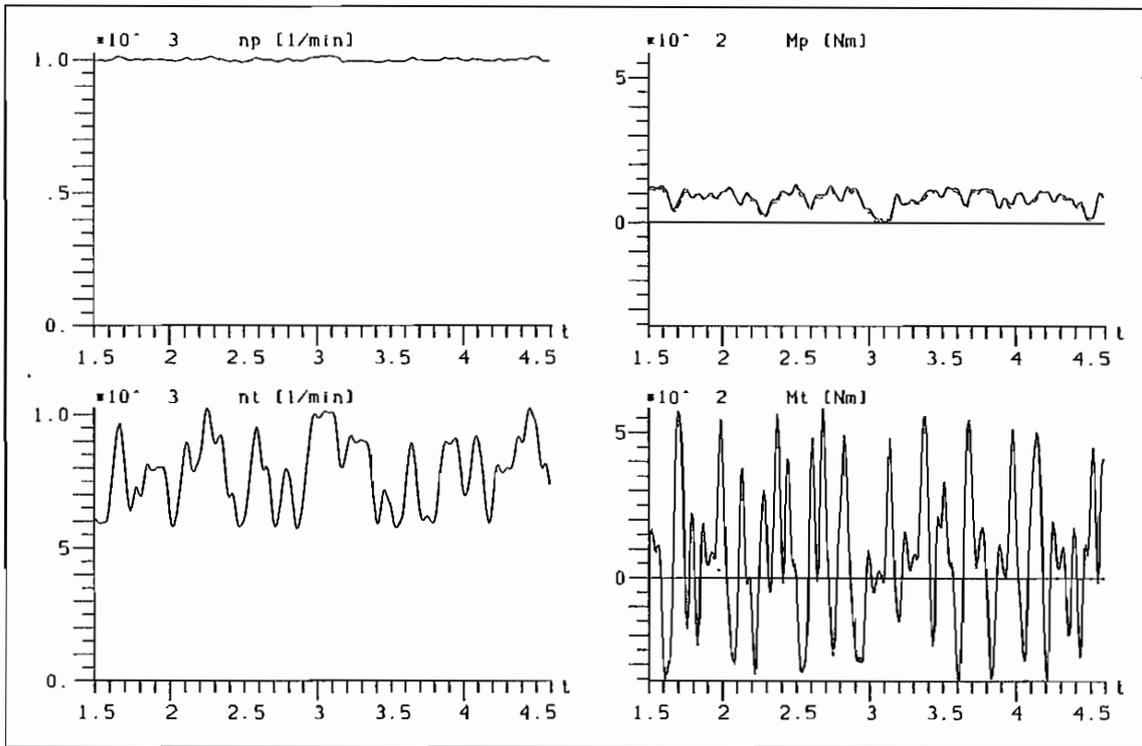


Abb. 6.44: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung NM 350S ohne Stauraum mit 7 l Füllung (Rauscherregung)

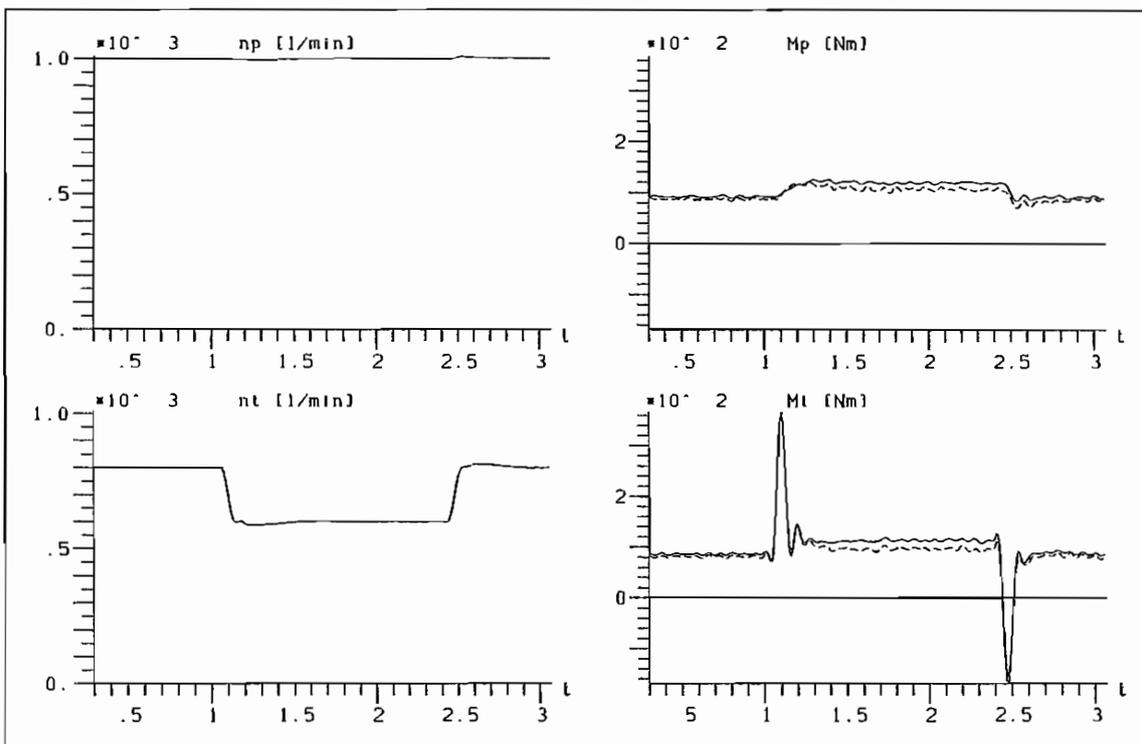


Abb. 6.45: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung NM 350S ohne Stauraum mit 7 l Füllung (Rampenerregung)

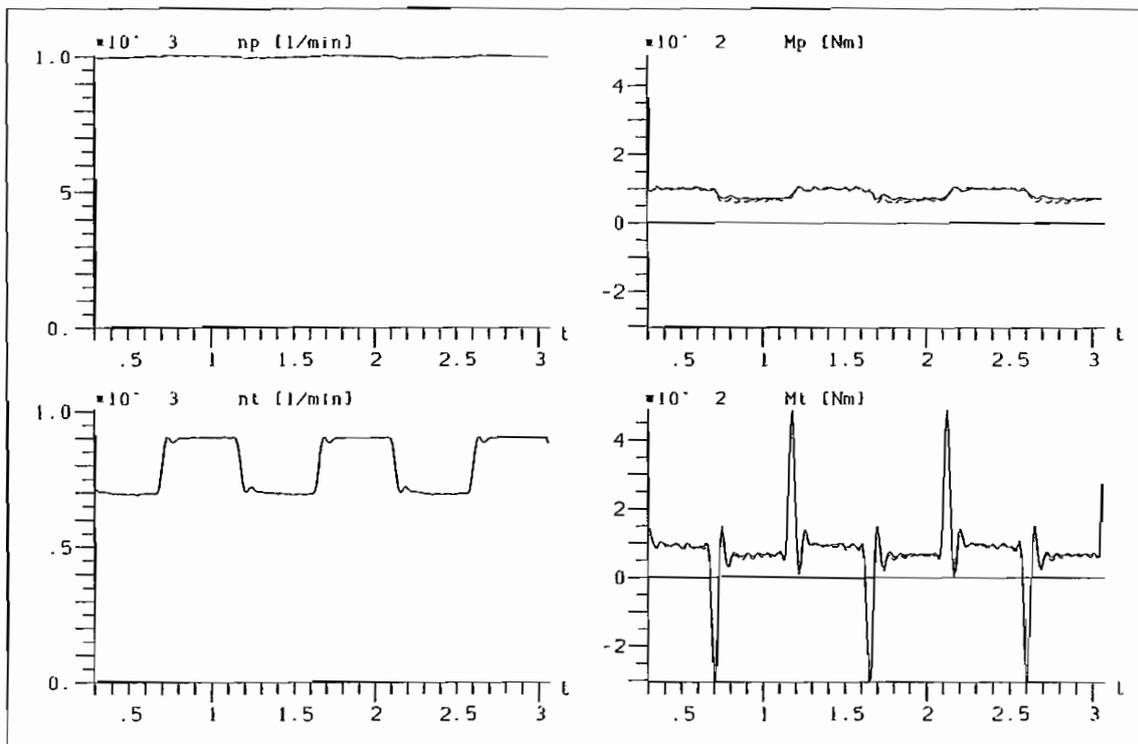


Abb. 6.46: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung NM 350S ohne Stauraum mit 7 l Füllung (Rechteckerregung)

Als nächstes wird die Kupplung mit **geöffnetem Stauraum** dynamisch erregt und nichtlinear modelliert. In Tab. 6.8 ist die ermittelte Modellstruktur für das untersuchte Prüfobjekt angegeben. Hier ergibt im Gegensatz zu der Variante ohne Stauraum einer Rückführung der um einen Zeitschritt zurückliegenden Ausgangsgröße  $M_P(k-1)$  bzw.  $M_T(k-1)$  eine Verbesserung der Modellgüte ( $m_{11} = m_{12} = 1$ ).

In den Abbildungen 6.47, 6.48 und 6.49 sind wiederum verschiedene Simulationsrechnungen zusammen mit den gemessenen Verläufen aufgetragen. Es handelt sich dabei wie zuvor um eine Rauscherregung der Kupplung sowie eine Drehzahlrampe und eine periodische Funktion auf der Turbinenseite. In allen drei Darstellungen ist eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation zu erkennen.

Obwohl die beiden untersuchten Geometrievariationen dieser Kupplung (mit und ohne Stauraum) ähnliches dynamisches Verhalten mit großen in der Leistungsübertragung dominierenden Trägheitstermen bei Drehzahlerregungen aufweisen, kann keine einheitliche Modellstruktur bestimmt werden. Die Ordnung der Nichtlinearität liegt jeweils bei  $q = 3$ . Ebenfalls unterscheiden sich die Zeitverschiebungen der Summenterme nur unwesentlich. Dies hat aber einen großen Einfluß auf die Stabilität der Parameterschätzung und die Genauigkeit der Modellierung. Da die Modellkoeffizienten unterschiedlich groß sind, können keine Gemeinsamkeiten festgestellt werden. Rückschlüsse auf physikalische Vorgänge sind wie bei der Kupplung 422TH anhand der Parameter nicht zu erkennen. Es lassen sich nur prinzipielle Aussagen über die Ordnung der Nichtlinearität treffen.

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 3$		
Anzahl der Modellkoeffizienten :	56	56
Zeitverschiebungen	$(q = 1):$	$n_{11} = 6, n_{12} = 6$
		$m_{11} = 1, m_{12} = 1$
	$(q = 2):$	$n_{21} = 4, n_{22} = 4$
		$m_{21} = 0, m_{22} = 0$
	$(q = 3):$	$n_{31} = 1, n_{32} = 1$
		$m_{31} = 0, m_{32} = 0$

Tab. 6.8: Ermittelte Modellstruktur des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes der Kupplung NM 350S mit Stauraum und 8 l Füllung nach Gl. (6.8)

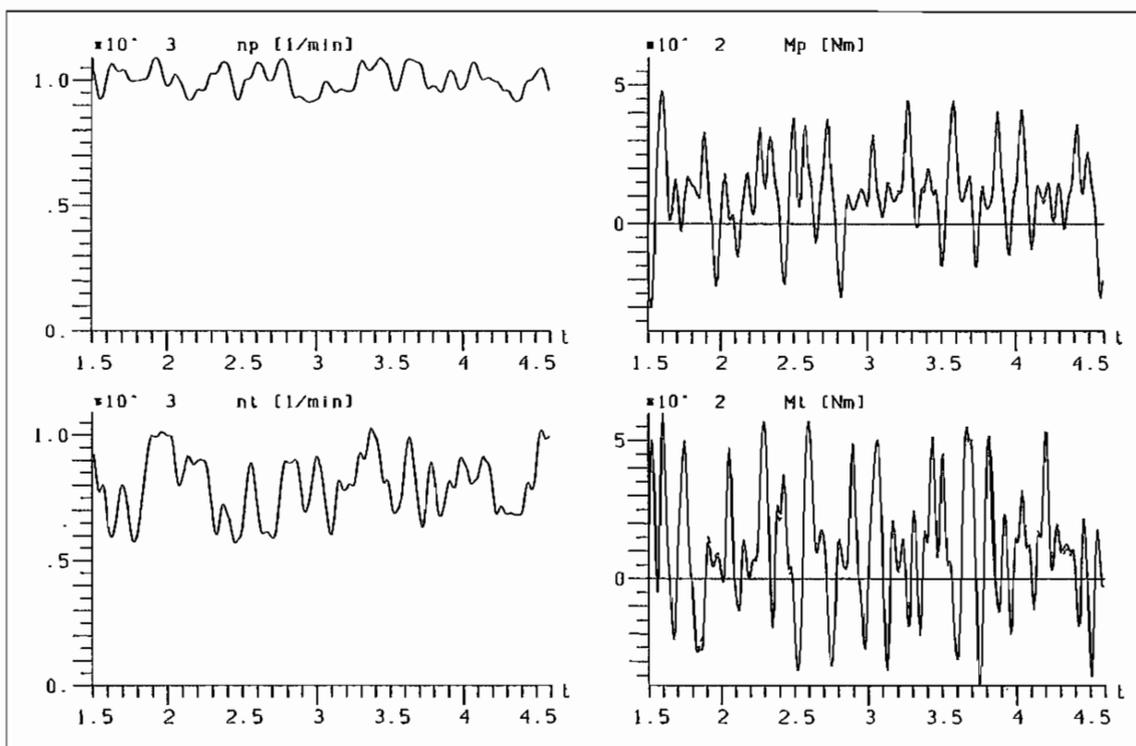


Abb. 6.47: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung NM 350S mit Stauraum und 8 l Füllung

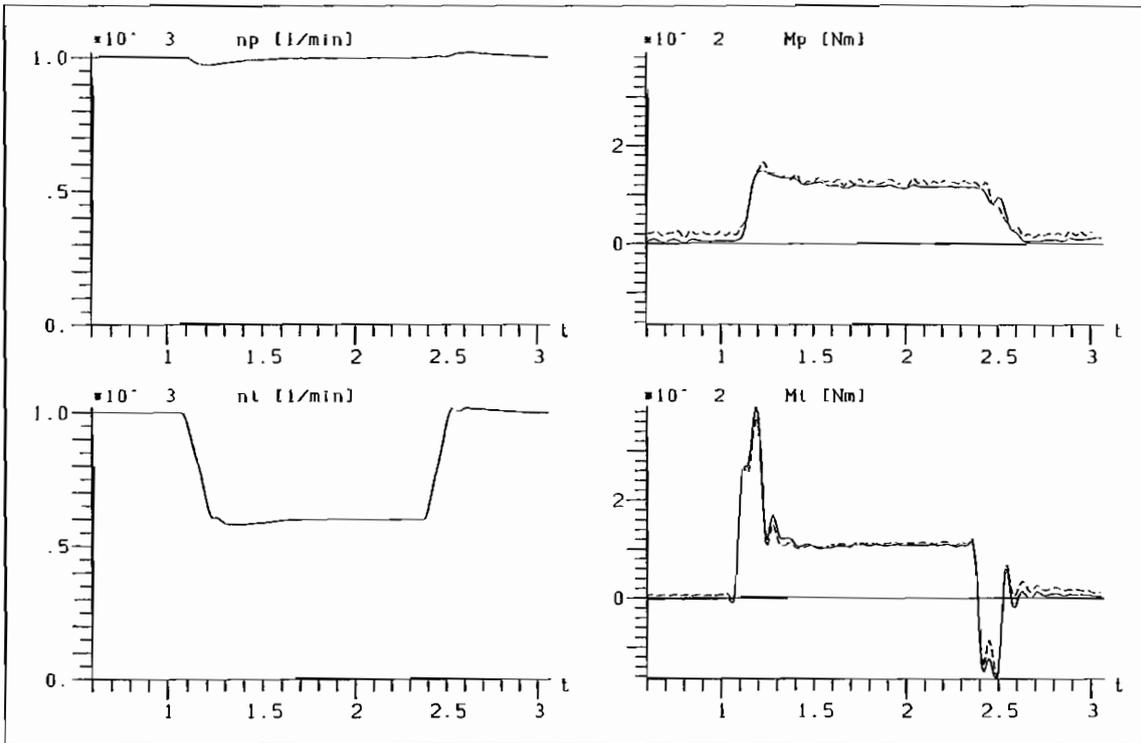


Abb. 6.48: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung NM 350S mit Stauraum und 8 l Füllung (Rampenerregung)

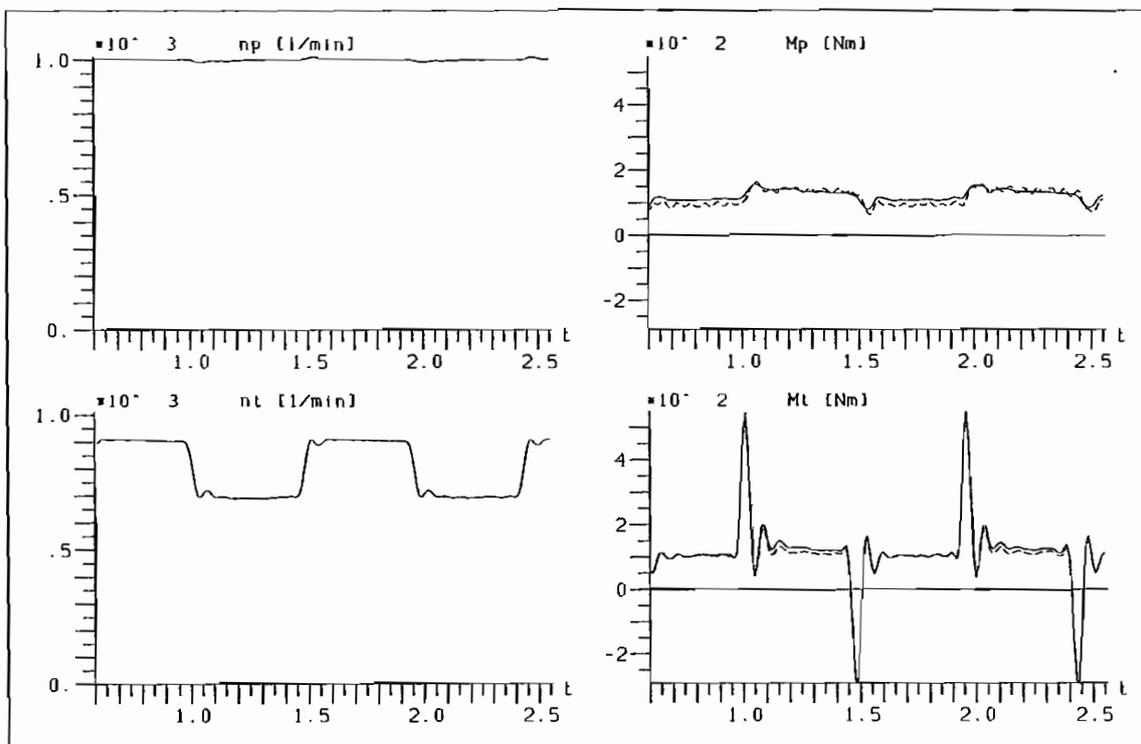


Abb. 6.49: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Drehmomentverläufe der Kupplung NM 350S mit Stauraum und 8 l Füllung (Rechteckerregung)

# Kapitel 7

## Nichtlineare Kupplungsmodelle in Antriebsstrangberechnungen

Die in dem vorangegangenen Kapitel (Kap. 6) verwendeten Modelle zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens der hydrodynamischen Kupplung sind Ein-/Ausgangsgrößenmodelle für Mehrgrößensysteme. Hierbei handelt es sich um diskrete nichtlineare Differenzgleichungssysteme, die für einen entsprechenden Kupplungstyp ermittelt worden sind. Sie bilden die stationären und instationären Eigenschaften einer Kupplung für einen bestimmten Füllgrad über große Betriebsbereiche innerhalb des Gültigkeitsbereichs ab. Die jeweils betrachtete hydrodynamische Kupplung wird dabei als Zweigrößensystem mit zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen modelliert. Die Struktur, d.h. der innere Aufbau des Modells (z.B. Ordnung der Nichtlinearität, Anzahl der Zeitverschiebungen, etc.), sowie die linear auftretenden Modellkoeffizienten werden mittels Parameterschätzverfahren ermittelt. Nach dem in Kap. 6 beschriebenen Ablauf der Identifikation ergibt sich ein für den erregten Betriebsbereich gültiges Modell, mit dem Simulationsrechnungen direkt an den Ein- und Ausgangsgrößen des Teilsystems durchgeführt worden sind. Dies ist eine vor allem in der Regelungstechnik und Systemtheorie verwendete Vorgehensweise, um komplexe Systeme zu untersuchen bzw. zu identifizieren.

In der Mechanik und Antriebstechnik besteht das Vorgehen bei Untersuchungen komplexer Systeme darin, jeweils Teile oder Einheiten aus dem Gesamtsystem herauszuschneiden und getrennt zu betrachten. Diese werden dabei fast immer als Mehrgrößensysteme modelliert. In Antriebssträngen handelt es sich bei den Teilsystemen z.B. um Wellen, Trägheitsmassen, Dämpfer, Kupplungen und Getriebe, die Motoren und Arbeitsmaschinen in einem komplexen System verbinden. Die Modelle der unterschiedlichen Komponenten werden an ihren Systemgrenzen entsprechend ihrer Lage zueinander zu einem Gesamtsystem zusammengesetzt. Dabei steht vor allem die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Modellen im Vordergrund. Eine Trennung in Ein- und Ausgangsgrößen des Teilsystems ist hierbei nicht möglich. Auf die Kupplung als Element von Antriebssträngen angewendet bedeutet dies, daß bei Simulationsrechnungen für Torsionsschwingungsprobleme die ermittelten diskreten Modelle in ein Gleichungssystem zur Simulation des Gesamtsystems eingebaut werden müssen.

In diesem Kapitel soll eine Vorgehensweise vorgestellt werden, die eine Kombination der diskreten nichtlinearen Modelle der Kupplung mit Modellen anderer Elemente eines Antriebs-

strangs ermöglicht. Vielfach besteht dieser aus Trägheiten und Wellen, die zwischen Motor und Arbeitsmaschine zusammen mit der hydrodynamischen Kupplung eingebaut sind. Um Torsionsschwingungsprobleme zu untersuchen, werden die genannten Bauteile vereinfachend als Feder-Masse-Systeme modelliert. Bei Mehrmassenschwingern liegen die Bewegungsgleichungen in kontinuierlicher Form als Differentialgleichungen vor, die je nach Struktur in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung durch die Transformation in den Zustandsraum überführt werden können (vergl. Kap 4). Bei Simulationsrechnungen läßt sich die Genauigkeit der Berechnung durch Variation der Abtastzeit und des Integrationsverfahrens beeinflussen. Dies ist bei den diskreten Kupplungsmodellen durch die bei der Identifikation festgelegte Abtastzeit nicht möglich. Wie sich noch zeigen wird, steht dem Vorteil der einfachen Lösbarkeit der diskreten Modelle der Nachteil der festen Abtastzeit gegenüber. Es ist nicht möglich, den Einfluß der Abtastzeit aus den geschätzten Modellparametern herauszurechnen, da diese implizit in jedem Parameter enthalten ist.

## 7.1 Aufbereitung der Modellgleichungen

Um Simulationsrechnungen für Torsionsschwingungen eines gekoppelten Systems durchzuführen, wird ein Antriebsstrangmodell in Form der in Abb. 7.1 dargestellten Schwingerkette mit hydrodynamischer Kupplung betrachtet. Das System besteht aus je einer Trägheitsmasse  $\theta_1$  und  $\theta_2$  vor und hinter der Kupplung und besitzt vier Freiheitsgrade mit den jeweiligen Winkelverdrehungen  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  und  $\varphi_4$ . Die Kupplung ist so in den Antriebsstrang eingefügt, daß  $\varphi_2$  die Verdrehung des Pumpenrads (Antriebsseite) und  $\varphi_3$  die entsprechende Verdrehung des Turbinenrads ist. Verbunden werden die drei Komponenten des Schwingungssystems (zwei Trägheitsmassen und eine hydrodynamische Kupplung) mit elastischen Wellen, die als lineare Feder-Dämpfer Elemente ( $k_i$ ,  $d_i$ ) modelliert werden. Die Erregung des Systems erfolgt über die beiden dargestellten Drehmomente  $M_1$  und  $M_4$ .

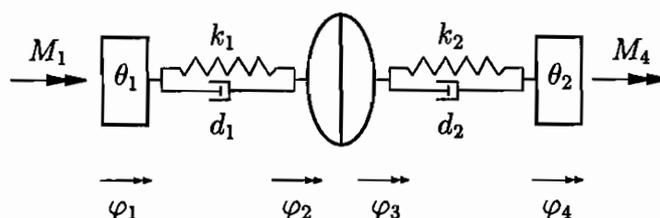


Abb. 7.1: Einfaches Antriebsstrangmodell mit hydrodynamischer Kupplung

Sollen neben Drehmomenterregungen des Antriebsstrangs auch Drehzahlerregungen zugelassen werden, wird dies über eine den jeweiligen Trägheiten  $\theta_1$  und  $\theta_2$  vor- bzw. nachgeschaltene Feder realisiert. Dabei handelt es sich um eine idealisierte Modellierung einer Welle als Drehsteifigkeit ohne Dämpfung und Trägheit. Die relativen Verdrehungen der beiden Federn entsprechen dabei den Momenten  $M_1$  und  $M_4$ . Es ergibt sich der in Abb. 7.2 dargestellte erweiterte Aufbau des Schwingungssystems.

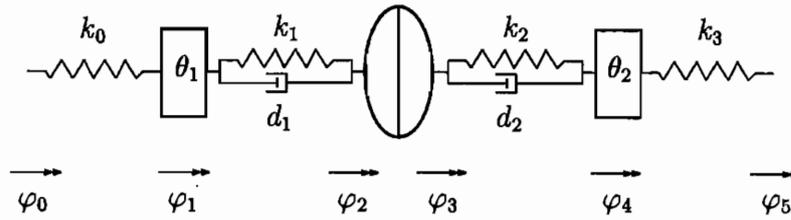


Abb. 7.2: Einfaches Antriebsstrangmodell mit hydrodynamischer Kupplung für Drehzahlerregung

Werden die Elemente der in Abb. 7.1 dargestellten Schwingerkette freigeschnitten und die Momentengleichgewichte aufgestellt, ergibt sich das folgende lineare Differentialgleichungssystem:

$$\theta_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + d_1 \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k_1 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = M_1 \quad (7.1)$$

$$d_1 \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k_1 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = M_2 \quad (7.2)$$

$$d_2 \cdot (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) + k_2 \cdot (\varphi_3 - \varphi_4) = M_3 \quad (7.3)$$

$$\theta_2 \cdot \ddot{\varphi}_4 + d_2 \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3) + k_2 \cdot (\varphi_4 - \varphi_3) = M_4 \quad (7.4)$$

$M_2$  und  $M_3$  sind die an den Systemgrenzen der freigeschnittenen Kupplung wirkenden Schnittmomente. In Abb. 7.3 ist die Vorzeichendefinition dieser Größen dargestellt. Zusammen mit den beiden Gleichungen des Kupplungsmodells erhält man ein das Gesamtsystem beschreibendes Gleichungssystem.

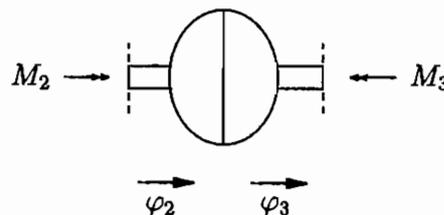


Abb. 7.3: Vorzeichendefinition der an den Systemgrenzen wirkenden Schnittgrößen der hydrodynamischen Kupplung im Antriebsstrang

Das Differentialgleichungssystem (Gl. (7.1) bis Gl. (7.4)) muß bei Berücksichtigung von Drehzahlerregungen des Antriebsstrangs um die zwei Federn mit den Steifigkeiten  $k_0$  und  $k_3$  erweitert werden. Mit

$$M_1 = k_0 \cdot (\varphi_0 - \varphi_1) \quad (7.5)$$

$$M_4 = k_3 \cdot (\varphi_5 - \varphi_4) \quad (7.6)$$

erhält man aus Gl. (7.1) und Gl. (7.4):

$$\theta_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + d_1 \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + k_1 \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) + k_0 \cdot \varphi_1 = k_0 \cdot \varphi_0 \quad (7.7)$$

$$\theta_2 \cdot \ddot{\varphi}_4 + d_2 \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3) + k_2 \cdot (\varphi_4 - \varphi_3) + k_3 \cdot \varphi_4 = k_3 \cdot \varphi_5 \quad (7.8)$$

Die beiden Gleichungen (Gl. (7.2) und Gl. (7.3)) bleiben jedoch unverändert. Für allgemeine Drehschwingungssimulationen müssen die dargestellten Erregungsfälle (Abb. 7.1 und 7.2) sowie Kombinationen davon entsprechend ausgewählt werden. Je nach Erregung werden die Drehmomente  $M_1$  und  $M_4$  bzw. die Verdrehungen  $\varphi_0$  und  $\varphi_5$  berücksichtigt.

Die Beziehungsgleichungen zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens der Kupplung sind von der jeweiligen Wahl der Ein- und Ausgangsgrößen des Modells abhängig. Hier soll die Modellform betrachtet werden, bei der die Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  die Ein- und die Drehmomente  $M_P$  und  $M_T$  die Ausgangsgrößen darstellen (vergl. Kap. 6). Mit diesem Modellansatz erhält man bei der Identifikation der Kupplung zwei nichtlineare diskrete Gleichungen (je eine Differenzgleichung zur Bestimmung der Drehmomente  $M_2$  und  $M_3$ ). Das Gleichungssystem besitzt analog zu den Untersuchungen in Kap. 6 unter Berücksichtigung der Lage der Kupplung, im Antriebsstrang (vergl. Abb. 7.3) die in Gl. (7.9) und (7.10) dargestellte Form. Es handelt sich hierbei um das in Kap. 6.4 dargestellte Modell, bei dem die nichtlinearen Gleichungsteile nicht die Größen des aktuellen Zeitschritts  $k$  enthalten. Die jeweiligen Summenterme beginnen erst um einen Zeitschritt verzögert bei  $k - 1$ . Der Modellansatz bildet Nichtlinearitäten bis dritter Ordnung ( $q = 3$ ) ab. Anstelle der bis jetzt verwendeten Bezeichnungen der Pumpen- und Turbinenmomente und -drehzahlen als Systemgrößen an der Teilsystemgrenze werden die der Einbaulage entsprechenden Bezeichnungen verwendet. In den nachfolgend aufgeführten Modellgleichungen sind  $M_2$  bzw.  $M_3$  die Drehmomente auf der Pumpen- bzw. Turbinenseite der Kupplung und  $n_2$  bzw.  $n_3$  die entsprechenden Drehzahlen der jeweiligen Seite (Abb. 7.3).

In Gl. (7.9) und (7.10) ist aus Gründen der Vollständigkeit das entsprechende Kupplungsmodell noch einmal aufgeführt. Die beiden Drehmomente  $M_2$  bzw.  $M_3$  berechnen sich aus den Drehzahlen  $n_2$  und  $n_3$  sowie aus den rückgeführten zurückliegenden Werten des jeweiligen Moments.

$$\begin{aligned} M_2(k) &= \bar{M}_2 + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^1 n_2(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^1 n_3(k-i) + \sum_{i=1}^{m_{11}} a_{i,1}^1 M_2(k-i) \\ &+ \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^1 n_2(k-i) n_2(k-j) + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{n_{22}} b_{ij,12}^1 n_2(k-i) n_3(k-j) \\ &+ \sum_{i=1}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^1 n_3(k-i) n_3(k-j) \\ &+ \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} b_{ijl,111}^1 n_2(k-i) n_2(k-j) n_2(k-l) \\ &+ \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=1}^{n_{32}} b_{ijl,112}^1 n_2(k-i) n_2(k-j) n_3(k-l) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,122}^1 n_2(k-i) n_3(k-j) n_3(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,222}^1 n_3(k-i) n_3(k-j) n_3(k-l) \quad (7.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_3(k) = & \bar{M}_3 + \sum_{i=0}^{n_{11}} b_{i,1}^2 n_2(k-i) + \sum_{i=0}^{n_{12}} b_{i,2}^2 n_3(k-i) + \sum_{i=1}^{n_{12}} a_{i,1}^2 M_3(k-i) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=i}^{n_{21}} b_{ij,11}^2 n_2(k-i) n_2(k-j) + \sum_{i=1}^{n_{21}} \sum_{j=1}^{n_{22}} b_{ij,12}^2 n_2(k-i) n_3(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{22}} \sum_{j=i}^{n_{22}} b_{ij,22}^2 n_3(k-i) n_3(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=j}^{n_{31}} b_{ijl,111}^2 n_2(k-i) n_2(k-j) n_2(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=i}^{n_{31}} \sum_{l=1}^{n_{32}} b_{ijl,112}^2 n_2(k-i) n_2(k-j) n_3(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{31}} \sum_{j=1}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,122}^2 n_2(k-i) n_3(k-j) n_3(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^{n_{32}} \sum_{j=i}^{n_{32}} \sum_{l=j}^{n_{32}} b_{ijl,222}^2 n_3(k-i) n_3(k-j) n_3(k-l) \quad (7.10)
\end{aligned}$$

Die zu Beginn dieses Kapitels ermittelten Bewegungsdifferentialgleichungen der Schwingerkette liegen jetzt in kontinuierlicher und das identifizierte Kupplungsmodell in diskreter Form gemäß Abb. 7.4 vor. Aufgrund der durch das diskrete Modell festgelegten Abtastzeit werden die kontinuierlichen Differentialgleichungen (7.1), (7.2), (7.3) und (7.4) bzw. (7.7) und (7.8) in eine diskrete Formulierung überführt. Für die Verdrehungen  $\varphi_1$  und  $\varphi_4$  der Trägheitsmassen und  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  der beiden Kupplungshälften sowie deren Zeitableitungen wird als Näherung der rückwärtige Differenzenquotient eingesetzt (vergl. Kap. 3). Es ergeben sich die in Gl. (7.11) dargestellten Integrationsformeln der jeweiligen Terme.

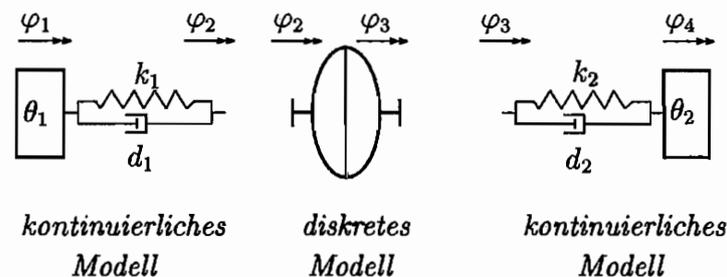


Abb. 7.4: Modellformen des in Abb. 7.1 dargestellten Antriebsstrangs mit hydrodynamischer Kupplung

$$\begin{aligned}
 \varphi_i &\approx \varphi_i(k) \\
 \dot{\varphi}_i &\approx \frac{1}{\Delta T} \cdot (\varphi_i(k) - \varphi_i(k-1)) \\
 \ddot{\varphi}_i &\approx \frac{1}{\Delta T^2} \cdot (\varphi_i(k) - 2 \cdot \varphi_i(k-1) + \varphi_i(k-2))
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Nach Einsetzen der entsprechenden Differenzterme in das Differentialgleichungssystem und Umstellen nach den jeweiligen Zeitverschiebungen der Freiheitsgrade  $\varphi_i(k)$ ,  $\varphi_i(k-1)$  und  $\varphi_i(k-2)$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) erhält man die folgende diskrete Darstellung:

$$\left. \begin{matrix} M_1(k) \\ k_0 \cdot \varphi_0(k) \end{matrix} \right| = \frac{a_1}{a_1^*} \cdot \varphi_1(k) + a_2 \cdot \varphi_1(k-1) + a_3 \cdot \varphi_1(k-2) + a_4 \cdot \varphi_2(k) + a_5 \cdot \varphi_2(k-1) \tag{7.12}$$

$$M_2(k) = -a_4 \cdot \varphi_1(k) - a_5 \cdot \varphi_1(k-1) + a_4 \cdot \varphi_2(k) + a_5 \cdot \varphi_2(k-1) \tag{7.13}$$

$$M_3(k) = -b_4 \cdot \varphi_3(k) - b_5 \cdot \varphi_3(k-1) + b_4 \cdot \varphi_4(k) + b_5 \cdot \varphi_4(k-1) \tag{7.14}$$

$$\left. \begin{matrix} M_4(k) \\ k_3 \cdot \varphi_5(k) \end{matrix} \right| = \frac{b_1}{b_1^*} \cdot \varphi_4(k) + b_2 \cdot \varphi_4(k-1) + b_3 \cdot \varphi_4(k-2) + b_4 \cdot \varphi_3(k) + b_5 \cdot \varphi_3(k-1) \tag{7.15}$$

Abhängig von der vorliegenden Erregungsart (Drehzahl- oder Drehmomenterregung) müssen in Gl. (7.12) und Gl. (7.15) die entsprechenden Terme auf der linken und rechten Seite gewählt werden. Die obere Möglichkeit der jeweiligen Gleichung bezieht sich auf eine Drehmoment- und die untere auf eine Drehzahlerregung des Antriebsstrangs. Diese Abhängigkeit wird im weiteren Verlauf noch näher erläutert.

Die Koeffizienten  $a_1$  bis  $a_5$  und  $b_1$  bis  $b_5$  bzw.  $a_1^*$  und  $b_1^*$  enthalten die Systemparameter ( $\theta_i$ ,  $k_i$ ,  $d_i$  mit  $i=1,2$  bzw.  $k_0$ ,  $k_3$ ) des Mehrmassenschwingers sowie die Abtastzeit  $\Delta T$ . Es ergibt sich der nachfolgend aufgeführte Zusammenhang zwischen den kontinuierlichen und den diskreten Parametern des betrachteten Schwingungssystems.

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{\theta_1}{\Delta T^2} + \frac{d_1}{\Delta T} + k_1 & b_1 &= \frac{\theta_2}{\Delta T^2} + \frac{d_2}{\Delta T} + k_2 \\
 a_1^* &= \frac{\theta_1}{\Delta T^2} + \frac{d_1}{\Delta T} + k_1 + k_0 & b_1^* &= \frac{\theta_2}{\Delta T^2} + \frac{d_2}{\Delta T} + k_2 + k_3 \\
 a_2 &= -\frac{2 \cdot \theta_1}{\Delta T^2} - \frac{d_1}{\Delta T} & b_2 &= -\frac{2 \cdot \theta_2}{\Delta T^2} - \frac{d_2}{\Delta T} \\
 a_3 &= \frac{\theta_1}{\Delta T^2} & b_3 &= \frac{\theta_2}{\Delta T^2} \\
 a_4 &= -\frac{d_1}{\Delta T} - k_1 & b_4 &= -\frac{d_2}{\Delta T} - k_2 \\
 a_5 &= \frac{d_1}{\Delta T} & b_5 &= \frac{d_2}{\Delta T}
 \end{aligned} \tag{7.16}$$

Für eine einheitliche Darstellung des gesamten diskreten Gleichungssystems müssen die aktuellen Zeitgrößen  $n_2(k)$  und  $n_3(k)$  des nichtlinearen Kupplungsmodells (Gl. (7.9) und (7.10)) durch die Verdrehungen  $\varphi_2(k)$  und  $\varphi_3(k)$  ausgedrückt werden.

Unter Verwendung von

$$n_i(k) = \dot{\varphi}_i(k) \cdot \frac{30}{\pi} \approx \frac{\varphi_i(k) - \varphi_i(k-1)}{\Delta T} \cdot \frac{30}{\pi} \quad (i = 2, 3) \quad (7.17)$$

ergibt sich mit  $K = \frac{30}{\pi \cdot \Delta T}$ :

$$\begin{aligned} M_2(k) = & \bar{M}_2 + \mathbf{b}_{0,1}^1 \cdot \mathbf{K} \cdot (\varphi_2(k) - \varphi_2(k-1)) + \sum_{i=1}^{n_{11}} b_{i,1}^1 n_2(k-i) \\ & + \mathbf{b}_{0,2}^1 \cdot \mathbf{K} \cdot (\varphi_3(k) - \varphi_3(k-1)) + \sum_{i=1}^{n_{12}} b_{i,2}^1 n_3(k-i) \\ & + \sum_{i=1}^{m_{11}} a_{i,1}^1 M_2(k-i) + \dots \text{(nichtlineare Modellterme)} \end{aligned} \quad (7.18)$$

$$\begin{aligned} M_3(k) = & \bar{M}_3 + \mathbf{b}_{0,1}^2 \cdot \mathbf{K} \cdot (\varphi_2(k) - \varphi_2(k-1)) + \sum_{i=1}^{n_{11}} b_{i,1}^2 n_2(k-i) \\ & + \mathbf{b}_{0,2}^2 \cdot \mathbf{K} \cdot (\varphi_3(k) - \varphi_3(k-1)) + \sum_{i=1}^{n_{12}} b_{i,2}^2 n_3(k-i) \\ & + \sum_{i=1}^{m_{12}} a_{i,1}^2 M_3(k-i) + \dots \text{(nichtlineare Modellterme)} \end{aligned} \quad (7.19)$$

Da die nichtlinearen Summenglieder der Gleichungen erst bei einer Zeitverschiebung  $k = 1$  beginnen und somit keine Terme mit  $n_2(k)$  und  $n_3(k)$  enthalten, ändern sich jeweils nur die beiden ersten Elemente der linearen Modellterme (fett dargestellt). Aus diesem Grund sind in Gl. (7.18) und (7.19) als Kurzform des Gleichungssystems nur die linearen Gleichungsteile angegeben.

Zusammen mit den beiden Modellgleichungen zur Bestimmung der Größen  $M_2$  und  $M_3$  erhält man mit Gl. (7.20) ein Differenzgleichungssystem zur Beschreibung des Systemverhaltens des in Abb. 7.1 bzw. 7.2 dargestellten Antriebsstrangs.  $\mathbf{z}(k)$  ist hierbei der Vektor der unbekanntenen Größen des Systems. Dies sind die vier Freiheitsgrade  $\varphi_1$  bis  $\varphi_4$  sowie die Drehmomente  $M_2$  und  $M_3$  vor und hinter der Kupplung.  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  sind konstante Systemmatrizen. Der Vektor  $\mathbf{h}(k)$  ist von der Zeit abhängig und enthält die Erregung des Systems sowie die nichtlinearen Modellanteile des Kupplungsmodells. Um die Übersicht zu wahren, sind diese in Gl. (7.24) mit (...) gekennzeichnet.

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{z}(k) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{z}(k-1) + \mathbf{h}(k) \quad (7.20)$$

mit:

$$\mathbf{z}(k) = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ M_2 \\ \varphi_3 \\ M_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix}_{(k)} ; \quad \mathbf{z}(k-1) = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ M_2 \\ \varphi_3 \\ M_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix}_{(k-1)} \quad (7.21)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 & a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1^* & & & & & \\ a_4 & -a_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K \cdot b_{0,1}^1 & 1 & -K \cdot b_{0,2}^1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \cdot b_{0,1}^2 & 0 & -K \cdot b_{0,2}^2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 & 1 & -b_4 \\ 0 & 0 & 0 & b_4 & 0 & \begin{matrix} b_1 \\ b_1^* \end{matrix} \end{pmatrix} \quad (7.22)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -a_2 & -a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_5 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K \cdot b_{0,1}^1 & a_{1,1}^1 & -K \cdot b_{0,2}^1 & 0 & 0 \\ 0 & -K \cdot b_{0,1}^2 & 0 & -K \cdot b_{0,2}^2 & a_{1,2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b_5 & 0 & b_5 \\ 0 & 0 & 0 & -b_5 & 0 & -b_2 \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

$$\mathbf{h}(k) = \begin{pmatrix} \begin{matrix} M_1(k) \\ k_0 \cdot \varphi_0(k) \end{matrix} \Big| - a_3 \cdot \varphi_1(k-2) \\ 0 \\ \bar{M}_2 + \sum_{i=1}^{n_{11}} b_{i,1}^1 n_2(k-i) + \sum_{i=1}^{n_{12}} b_{i,2}^1 n_3(k-i) + \dots \\ \bar{M}_3 + \sum_{i=1}^{n_{11}} b_{i,1}^2 n_2(k-i) + \sum_{i=1}^{n_{12}} b_{i,2}^2 n_3(k-i) + \dots \\ 0 \\ \begin{matrix} M_4(k) \\ k_3 \cdot \varphi_5(k) \end{matrix} \Big| - b_3 \cdot \varphi_4(k-2) \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

Die erste und letzte Zeile der Matrix  $\mathbf{A}$  (Gl. (7.22)) und des Vektors  $\mathbf{h}(k)$  (Gl. (7.24)) hängen von der Erregung des Antriebssystems ab und müssen bei Simulationsrechnungen entsprechend des Erregungsfalls gewählt werden. In Tab. 7.1 sind die vier möglichen Fälle dargestellt.

Je nach gewünschtem Simulationsfall wird antriebsseitig entweder das Drehmoment  $M_1$  oder über eine vorgeschaltete Welle die Verdrehung  $\varphi_0$  und abtriebsseitig das Moment  $M_4$  oder

Erregungsart		Elemente der Matrizen			
Antriebsseite	Abtriebsseite	Matrix <b>A</b>		Vektor <b>h</b>	
Drehzahl	Drehzahl	$a_1^*$	$b_1^*$	$k_0 \cdot \varphi_0(k)$	$k_3 \cdot \varphi_5(k)$
Drehzahl	Drehmoment	$a_1^*$	$b_1$	$k_0 \cdot \varphi_0(k)$	$M_4(k)$
Drehmoment	Drehzahl	$a_1$	$b_1^*$	$M_1(k)$	$k_3 \cdot \varphi_5(k)$
Drehmoment	Drehmoment	$a_1$	$b_1$	$M_1(k)$	$M_4(k)$

Tab. 7.1: Erregungsabhängige Wahl der entsprechenden Elemente der ersten und letzten Zeile der Matrix **A** und des Vektors **h(k)** der Gl. (7.20)

über eine nachgeschaltete Welle die Verdrehung  $\varphi_5$  als Erregung vorgegeben. Bei einer Drehzahlerregung werden die Momente  $M_1$  und  $M_4$  aus den Verdrehungen der Wellen mit den Steifigkeiten  $k_0$  bzw.  $k_3$  berechnet (vergl. Abb. 7.1 und 7.2).

$$M_1(k) = k_0 \cdot (\varphi_0 - \varphi_1) \quad (7.25)$$

$$M_4(k) = k_3 \cdot (\varphi_5 - \varphi_4) \quad (7.26)$$

Zur Berechnung der gesuchten Größen  $z_i(k)$  des aktuellen Zeitschritts  $k$  erhält man nach Umformen der Matrixengleichung (7.20) den folgenden Ausdruck:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{z}(k-1) + \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{h}(k) \quad (7.27)$$

Bei diesem Ausdruck handelt es sich um eine der diskreten Zustandsraumdarstellung ähnlichen Form. Der aktuelle Vektor  $\mathbf{z}(k)$  der gesuchten Größen berechnet sich aus dem im letzten Zeitschritt berechneten Vektor  $\mathbf{z}(k-1)$  und dem Vektor  $\mathbf{h}(k)$ , der die Erregungen und den größten Teil des nichtlinearen Modells enthält. Um die benötigten zurückliegenden Werte der Drehzahlen  $n_2$  und  $n_3$  zu erhalten, werden die zum Zeitpunkt  $k$  ermittelten Größen  $\varphi_2(k)$  und  $\varphi_3(k)$  numerisch differenziert. Diese werden wiederum im nächsten Berechnungsschritt  $k+1$  zur Bestimmung von  $\mathbf{z}(k+1)$  verwendet.

Simulationsrechnungen mit den in Tab. 7.1 aufgeführten Kombinationen der Erregungen können mit diesem diskreten Differenzgleichungssystem (Gl. (7.27)) für das dargestellte Modell eines Antriebsstrangs durchgeführt werden. Bei dem Kupplungsmodell handelt es sich um ein nichtlineares Gleichungssystem zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens innerhalb des Gültigkeitsbereichs des Modells.

## 7.2 Simulationsrechnungen mit nichtlinearem Kupplungsmodell

Im folgenden werden Simulationsrechnungen zur Beurteilung des Drehschwingungsverhaltens mit unterschiedlicher Erregung der An- und Abtriebsseite des Antriebsstrangs dargestellt. In Tab. 7.2 sind die Systemgrößen  $k_i$ ,  $d_i$  und  $\theta_i$  ( $i=1,2$ ) des Modells aufgeführt. Die unterste Zeile gibt die Zahlenwerte der mit einer Feder idealisierten vor- und nachgeschalteten Welle bei Drehzahlerregung der entsprechenden Seite an.

Antriebsseite		Abtriebsseite	
$\theta_1 =$	1 kg	$\theta_2 =$	2 kg
$d_1 =$	0 Nms/rad	$d_2 =$	0 Nms/rad
$k_1 =$	2500 Nm/rad	$k_2 =$	2500 Nm/rad
$k_0 =$	2500 Nm/rad	$k_3 =$	2500 Nm/rad

Tab. 7.2: Zahlenwerte des Antriebsstrangmodells für Simulationsrechnungen mit nichtlinearem Kupplungsmodell

Die Steifigkeiten und Trägheiten der Schwingerkette sind hierbei so gewählt worden, daß die unteren Eigenfrequenzen des An- und Abtriebsstrangs ohne Kupplung antriebsseitig bei Drehzahlerregung  $f = 4,9$  Hz und  $12,8$  Hz bzw. abtriebsseitig  $f = 5,2$  Hz und  $16$  Hz betragen. Zur überschlägigen Berechnung der Eigenfrequenzen werden die an- und abtriebsseitigen Teilsysteme als ungedämpfte Zweimassenschwinger ( $d_1 = d_2 = 0$ ) mit den Massenträgheiten des Pumpen- und Turbinenrads  $\theta_P = 1,03$  kgm<sup>2</sup> und  $\theta_T = 0,29$  kgm<sup>2</sup> der Kupplung 422TH betrachtet. Bei Drehmomenterregung des Antriebsstrangs fällt die entsprechende der Drehmasse vorgeschaltete Welle ( $k_0$  bzw.  $k_3$ ) weg und die unterste Eigenfrequenz erhöht sich auf  $11,2$  Hz auf der Antriebs- und  $15,8$  Hz auf der Abtriebsseite.

Die beiden ungedämpften Teilsysteme werden mit der hydrodynamischen Kupplung gekoppelt. Demnach ist die einzige dämpfende Komponente im Gesamtsystem die Kupplung. Bei dem verwendeten Kupplungsmodell handelt es sich um ein Absolutmodell, mit dem sowohl das stationäre als auch das instationäre Übertragungsverhalten innerhalb eines großen Betriebsbereichs abgebildet wird. Daher können Simulationsrechnungen mit einem Modell an wechselnden stationären Punkten innerhalb des Gültigkeitsbereichs des Kupplungsmodells durchgeführt werden, ohne Zusatzinformationen in Form der stationären Kennlinie zu benötigen. Die Schrittweite der Simulation liegt dabei fest, da das diskrete Kupplungsmodell mit einer Abtastfrequenz von  $100$  Hz ermittelt worden ist.  $\Delta T$  ist daher für alle Berechnungen gleich ( $\Delta T = 0,01$  s).

Bei der hier verwendeten hydrodynamischen Kupplung, handelt es sich um die Bauart 422TH mit 8 l Füllung. Die identifizierte Struktur des nichtlinearen Modells (Gl. (7.18) und (7.19)) ist in Tab. 7.3 aufgeführt.

Ordnung der Nichtlinearität: $q = 3$		
Anzahl der Modellkoeffizienten :	52	52
Zeitverschiebungen	$(q = 1):$	$n_{11} = 4, \quad n_{12} = 4$
		$m_{11} = 1, \quad m_{12} = 1$
	$(q = 2):$	$n_{21} = 4, \quad n_{22} = 4$
		$m_{21} = 0, \quad m_{22} = 0$
	$(q = 3):$	$n_{31} = 1, \quad n_{32} = 1$
		$m_{31} = 0, \quad m_{32} = 0$

Tab. 7.3: Ermittelte Modellstruktur des allgemeinen nichtlinearen Modellansatzes der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung nach Gl. (7.18) und (7.19)

Als Beispiel für Antriebsstrangsimulationen soll jetzt eine Drehzahlrampe auf der Abtriebsseite bei konstant vorgegebener Antriebsdrehzahl von  $n_0 = \dot{\varphi}_0 \cdot 30 / \pi = 1000 \text{ min}^{-1}$  aufgebracht werden. Es handelt sich hierbei um eine Drehzahlerregung beider Seiten des Antriebsstrangs. Aus dem Nennbetriebsbereich mit  $\nu = 0,95$  wird die Abtriebsseite bis auf  $n_5 = \dot{\varphi}_5 \cdot 30 / \pi = 650 \text{ min}^{-1}$  verzögert. Die Beschleunigung beträgt dabei  $\dot{n} = 2000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ . Dabei wird ein großer Betriebsbereich der Kupplung durchfahren ( $0,65 \leq \nu \leq 0,95$ ).

Dargestellt sind in den zwei Abbildungen (Abb. 7.5 und 7.6) die simulierten Drehzahlen in  $[\text{min}^{-1}]$  und Drehmomente in  $[\text{Nm}]$  an der Teilsystemgrenze der Kupplung sowie diese Größen an den Trägheitsmassen  $\theta_1$  und  $\theta_2$  des Antriebsstrangs. Aufgrund fehlender versuchstechnischer Möglichkeiten sind hier nur Simulationsrechnungen dargestellt. Wichtig ist in diesem Zusammenhang, daß sich vor und hinter der Kupplung jeweils ungedämpfte Teilantriebsstränge befinden ( $d_1 = d_2 = 0$ ). Die einzige dämpfende Komponente in diesem Modell bildet die dazwischen eingebaute hydrodynamische Kupplung. Die Erregung auf der Abtriebsseite des Antriebsstrangs ist eine Drehzahlrampe. Dies entspricht einer genäherten sprungförmigen Drehschwingungserregung. Durch den Einfluß der Kupplung in dem Antriebssystem werden die Eigenschwingungen gedämpft, und es ergibt sich ein stabiles Verhalten.

Es soll an dieser Stelle noch angemerkt werden, daß die für die durchgeführte Simulation festgelegte Abtastfrequenz von  $f_a = 100 \text{ Hz}$  für höhere Frequenzen im Antriebsstrang mit  $f > 30 \text{ Hz}$  zu ungenauer Wiedergabe der Amplituden führt, obwohl das Abtasttheorem noch eingehalten wird.

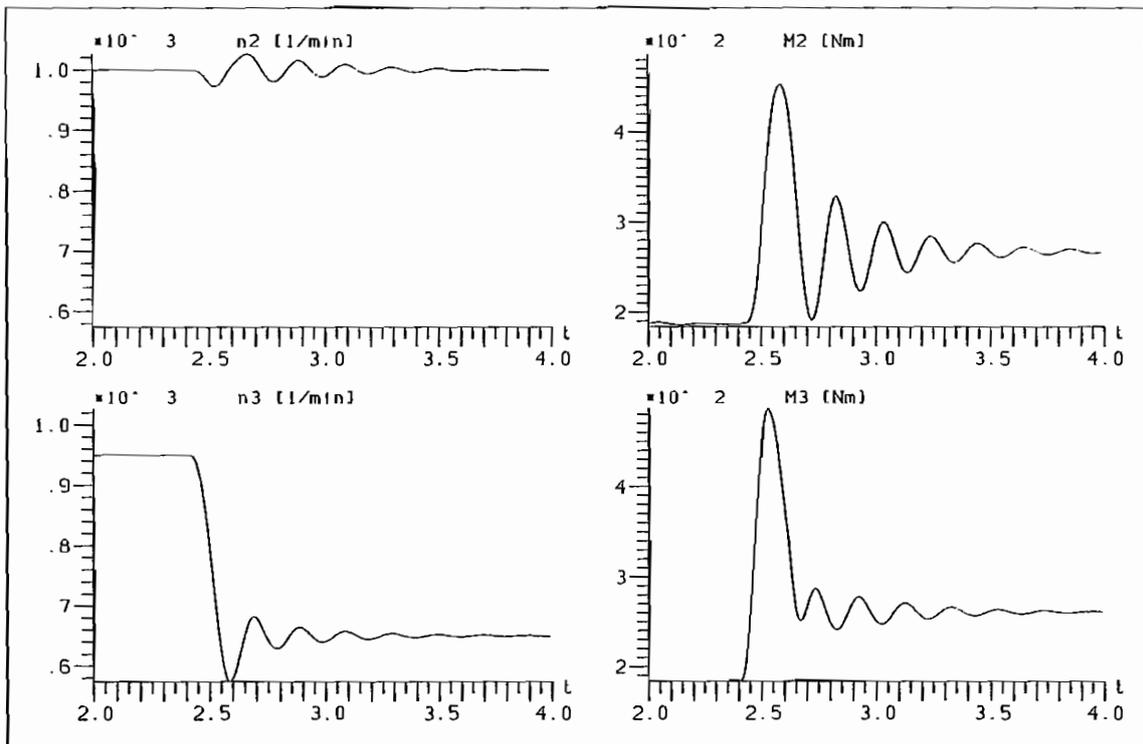


Abb. 7.5: Simulierte Drehzahl- und Drehmomentverläufe des Antriebsstrangs an der Teilsystemgrenze der Kupplung innerhalb der Schwingungssysteme

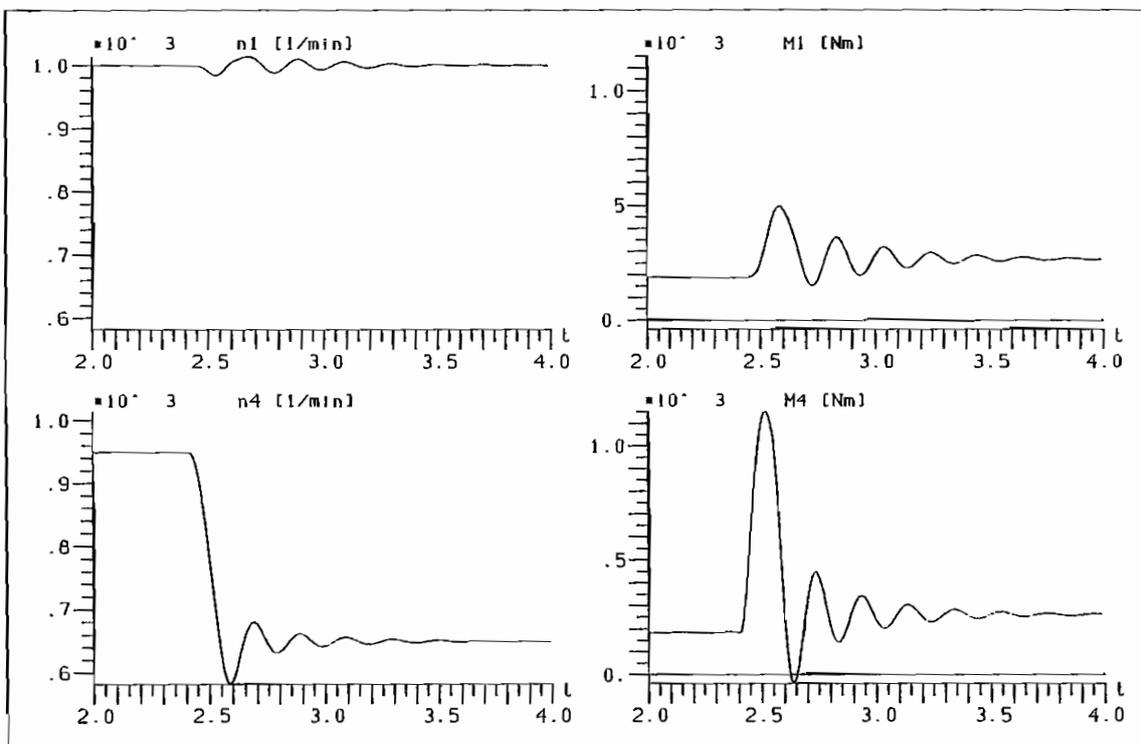


Abb. 7.6: Simulierte Drehzahl- und Drehmomentverläufe des Antriebsstrangs an den beiden Trägheitsmassen  $\theta_1$  und  $\theta_2$  des Schwingungssysteme

# Kapitel 8

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird das Übertragungsverhalten hydrodynamischer Kupplungen bei sehr schnellen Veränderungen über große Betriebsbereiche mit nichtlinearen Modellen abgebildet. Das stationäre und instationäre Verhalten der Kupplungen wird mit Hilfe der Black-Box-Identifikation bestimmt. Es wird ein Verfahren vorgestellt, mit dem die Kupplungen als nichtlineare Mehrgrößensysteme modelliert werden. Neben einer Reihe von instationären Untersuchungen an zwei verschiedenen Bauformen wird anhand von Vergleichen zwischen Messungen und Simulationsrechnungen die Leistungsfähigkeit der Identifikationsmethode und der ermittelten Modelle dargestellt. Dabei erfolgen mehrere Untersuchungen hinsichtlich der physikalischen Aussagekraft der nichtlinearen Modelle. In einem weiteren Schritt wird dargelegt, wie mit den ermittelten nichtlinearen Modellen grundlegende Antriebsstrangberechnungen für Torsionsschwingungen einer Schwingerkette mit hydrodynamischer Kupplung durchgeführt werden können.

Bei den untersuchten Bauformen handelt es sich zum einen um eine Voith-Turbokupplung 422TH mit Stauraum und zum anderen um eine speziell für die durchgeführten Untersuchungen konstruierte Modellkupplung, bei der Geometrievariationen durchgeführt werden können. Beide sind als Konstantfüllungskupplungen ausgelegt, die z.B. beim Schweranlauf von großen Maschinen zum Schutz der Antriebsmotoren und zur Dämpfung von Torsionsschwingungen in Antriebssträngen eingebaut werden. Aufgrund deren hochgradig nichtlinearen, stationären und instationären Verhaltens vor allem bei Teilfüllung sind nichtlineare Modellansätze zur Systembeschreibung erforderlich. Da wenige Kenntnisse über die inneren physikalischen Zusammenhänge vorliegen, wird die hydrodynamische Kupplung als Black-Box betrachtet und als System mit zwei Ein- und zwei Ausgangsgrößen modelliert.

Die für die Black-Box-Identifikation relevanten Systemgrößen sind die Drehzahlen und Drehmomente der An- und Abtriebsseite der Kupplung. Diese kann so unabhängig von anderen Antriebsstrangkomponenten auf dem Versuchsstand untersucht und modelliert werden. Da die Kupplung als Teilsystem aus dem Gesamtsystem herausgeschnitten wird, ist die Definition der Systemgrenze von großer Bedeutung. Die Systemgrößen sind die Ein- und Ausgangsgrößen des Modells und werden direkt an der Systemgrenze gemessen.

Aufgrund des nichtlinearen Übertragungsverhaltens müssen die Kupplungen für eine erfolgreiche Identifikation mit besonderen Funktionen erregt werden. Hierbei handelt es sich um pseudozufällige Rauschsignale, deren Amplituden verschiedene Werte annehmen. Den dem eingestellten Betriebspunkt entsprechenden stationären Drehzahlen werden die dynamischen Funktionen überlagert. Die erforderlichen Untersuchungen wurden auf einem für diese Zwecke ausgelegten Verspannungsprüfstand durchgeführt. Um hochdynamischen Rauschfunktionen als Sollwerte der Drehzahl- bzw. Drehmomentregler der Antriebsmaschinen realisieren zu können, ist der Versuchsstand um eine digitale Regelung erweitert worden.

Die in Kap. 5 durchgeführten Untersuchungen führen zu Erkenntnissen über die instationäre Leistungsübertragung der Kupplungen. Bei Beschleunigungsvorgängen ist der Einfluß der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite auf die gemessenen Drehmomente  $M_P$  und  $M_T$  sehr groß. Daher wird dieser bei der Darstellung der Meßwerte herausgerechnet. Ebenfalls beeinflusst die Trägheit des Öls in der Kupplung abhängig von der Größe der Beschleunigung die Momentenübertragung. Werden Blockiersversuche der Turbinenseite durchgeführt, kann die Ölverteilung in den Laufrädern über den gesamten untersuchten Betriebsbereich von  $0 \leq \nu \leq 1,0$  näherungsweise konstant angenommen werden. Sowohl für die Voith-Turbokupplung 422TH als auch für die Modellkupplung NM 350S verteilt sich die Füllung zu ca. 25 % im Turbinen- und 75 % im Pumpenrad. Bei Beschleunigungsversuchen der Pumpenseite kann hingegen keine vereinfachte Annahme über die Ölmenge in den beiden Laufrädern getroffen werden. Aus diesem Grund wird auf allgemeine Modellansätze zur Beschreibung des Kupplungsverhaltens zurückgegriffen.

Bei der nichtlinearen Modellierung bilden die Drehzahlen die Eingangsgrößen und die Drehmomente die Ausgangsgrößen des Modells. Weiterhin ist beispielhaft anhand einer Modellvariation, bei der die Drehmomente die Ein- und die Drehzahlen die Ausgangsgrößen darstellen, gezeigt worden, daß die in Kap. 6 vorgestellte Identifikationsmethode nicht auf eine bestimmte Kombination der Ein-/Ausgangsgrößen festgelegt ist. Aufgrund des Verlaufs der stationären Kennlinie ergeben sich bei der Kupplung mit Teilfüllung jedoch bei Vorgabe der Drehmomente Probleme mit der eindeutigen Zuweisung des dazugehörigen Betriebspunktes, da einem stationären Moment mehrere Drehzahlverhältnisse zugeordnet werden können.

Bei dem verwendeten Modellansatz handelt es sich um ein allgemeines diskretes Differenzgleichungssystem, das linear in den Parametern ist, mit je einer nichtlinearen Berechnungsgleichung für jeden Systemausgang. Die unbekanntes Modellkoeffizienten werden aus Messungen am realen System mittels Parameterschätzverfahren bestimmt. Dies erfolgt mit der Methode der instrumentellen Variablen (IV), bei der iterativ der Schätzvektor ermittelt wird. Der erforderliche Startvektor wird vorab mit der Methode der kleinsten Quadrate (LS) berechnet. Das in Kap. 4 angegebene nichtlineare zeitdiskrete Differenzgleichungssystem bildet dabei die Grundlage aller Modellansätze. Wird der stationäre Betriebspunkt bei der Identifikation nicht von den Meßwerten abgezogen, handelt es sich um Absolutmodelle, die das stationäre und instationäre Systemverhalten abbilden. Werden mittelwertfreie Eingangsgrößen verwendet, können Veränderungen um die entsprechende stationäre Lage betrachtet werden, wobei das stationäre Übertragungsverhalten hierbei nicht erfaßt wird.

Die bei dem Kupplungstyp 422TH mit Teilfüllung erlangten Ergebnisse werden auf eine andere Füllung sowie die zweite untersuchte Bauart übertragen. Bei allen Varianten ist jeweils ein Modell für den Betriebsbereich von  $0,6 \leq \nu \leq 1,0$  ermittelt worden, in dem das stationäre Verhalten stark nichtlinear ist. Das übertragene Drehmoment steigt vom Synchronpunkt  $\nu = 1,0$  aus betrachtet stark an und knickt zwischen  $\nu = 0,75$  und  $\nu = 0,9$  je nach Füllgrad der jeweiligen Kupplung deutlich ab. Die Identifikationsmethode ist dabei unabhängig vom Kupplungstyp und ergibt leistungsfähige Modelle, mit denen das Übertragungsverhalten innerhalb des Gültigkeitsbereichs auch bei hohen Beschleunigungen gut abgebildet wird.

Die in dieser Arbeit eingesetzten zeitdiskreten Modellansätze können mit einem Digitalrechner gut verarbeitet werden und bieten den Vorteil linear auftretender Modellparameter. Es werden ausgetestete Schätzverfahren (LS- und IV-Methode) zur Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten verwendet. Simulationsrechnungen im Zeitbereich lassen sich mit den Zweigrößenmodellen schnell und effizient durchführen. Ebenfalls können die ermittelten Kupplungsmodelle in Antriebsstrangmodellen für Drehschwingungssimulationen verwendet werden. Werden alle Bestimmungsgleichungen des zu untersuchenden Systems in zeitdiskreter Darstellung betrachtet, gelangt man zu einer geschlossenen Formulierung des Gesamtsystems.

Bei allen Simulationsrechnungen wirkt sich jedoch nachteilig die feste Abtastzeit der diskreten Modelle aus. Sie befindet sich implizit in jedem Modellparameter und kann daher nicht herausgerechnet bzw. verändert werden. Da die Abtastzeit bei den hier durchgeführten Untersuchungen fest bei  $\Delta T = 0,01$  s liegt, können Antriebsstrangschwingungen bis Erregungsfrequenzen von ca. 15 Hz betrachtet werden. Dadurch werden die Möglichkeiten bei Simulationsrechnungen erheblich eingeschränkt. Um dieses Problem zu lösen, müssen Modelle gefunden werden, die nicht von der Abtastzeit  $\Delta T$  abhängen. Dies können z.B. kontinuierliche Ansätze sein.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Identifikationsverfahren mit allgemeinen nichtlinearen Differenzgleichungen als Modellansatz ergibt ein leistungsstarkes Modell für Simulationsrechnungen des Übertragungsverhaltens der Kupplung im Zeitbereich. Das stationäre und dynamische Verhalten wird mit einem Modell über einen großen Betriebsbereich mit stark nichtlinearer Kennlinie abgebildet.

# Literaturverzeichnis

- [1] Ackermann, J.: „Abtastregelung“, Springer-Verlag, 1972
- [2] Benz, W.: „Kenngrößen für das Verhalten drehnachgiebiger Kupplungen“, VDI-Berichte Nr. 73, 1963
- [3] Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: „Taschenbuch der Mathematik“, Verlag Harri Deutsch, Thun, 1987
- [4] Diekmann, K.: „Digitale Regelungstechnik“, Skriptum zur Vorlesung für Studierende des Maschinenbaus Vertiefungsrichtung Automatisierungstechnik, Bochum, Auflage WS 88/89
- [5] Diekmann, K.: „Die Identifikation von Mehrgrößensystemen mit Hilfe rekursiver Parameterschätzverfahren“, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1981
- [6] Diekmann, K.: „Prozeßüberwachung mit regelungstechnischen Verfahren anhand von dynamischen Modellen“, Habilitationsschrift, Schriftenreihe des Lehrstuhls für Regelungssysteme und Steuerungstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1990
- [7] Dien, R.: „Torsionsschwingungsverhalten einer hydrodynamischen Kupplung“, MTZ 53, 1992
- [8] Folchert, U.: „Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kupplungen“, Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik Nr. 87, Ruhr-Universität Bochum, 1994
- [9] Föttinger, H.: „Die hydrodynamische Arbeitsübertragung, insbesondere durch Transformatoren, Ein Rückblick und Ausblick, Jahrbuch der Schiffsbau technischen Gesellschaft, Bd. 31, S. 171-214, 1930
- [10] Frömder, J.: „Das dynamische Verhalten der Föttinger-Kupplung“, Dissertation, Fakultät für Maschinenwesen, TH Hannover, 1962
- [11] Gersten, K.: „Einführung in die Strömungsmechanik“, Bertelsmann Universitätsverlag, Düsseldorf, 1974
- [12] Gödde, P.: „Die Strömung in hydrodynamischen Kupplungen bei Schaufelgittervariation“, Cuvillier Verlag Göttingen, 1995

- [13] Haber, R.; Unbehauen, H.: „Structure Identification of Nonlinear Dynamic Systems - A Survey on Input/Output Approaches“, *Automatica*, Vol. 26, No. 4, 651-677, 1990
- [14] Hasselgruber, H.: „Zum Drehschwingungsverhalten der hydrodynamischen Kupplung“, *Industrie-Anzeiger* 87. Jg. 1965, Nr. 8, S. 121-123, Nr. 25, S. 436-438
- [15] Höller, H.: „Hydrodynamische Kupplungen und Bremsen“, Firmenschrift Fa. VOITH-Turbo GmbH&Co. KG, Crailsheim, 1987
- [16] Isermann, R.: „Digitale Regelungstechnik“, Band I und II, Springer-Verlag, 1988
- [17] Isermann, R.: „Identifikation dynamischer Systeme“, Band I und II, Springer-Verlag, 1988
- [18] Isermann, R.: „Parameterschätzung dynamischer Systeme“, *Automatisierungstechnik* 36, Heft 6, 1988
- [19] Jedner, U.: „Eine adaptive Regelstrategie für zeitvariante und nichtlineare Systeme“, VDI-Verlag, Reihe 8, Nr. 167, Düsseldorf, 1988
- [20] Kickbusch, E.: „Föttinger-Kupplungen und Föttinger-Getriebe“, Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1963
- [21] Kortmann, M.: „Die Identifikation nichtlinearer Ein- und Mehrgrößensysteme auf der Basis nichtlinearer Modellansätze“, VDI Fortschrittberichte, Reihe 8, Nr. 177, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1989
- [22] Kortmann, M., Unbehauen, H.: „Ein neuer Algorithmus zur automatischen Selektion der optimalen Modellstruktur bei der Identifikation nichtlinearer Systeme“, *Automatisierungstechnik* 35, Heft 12, 1987
- [23] Kost, A.: „Strömungsstruktur und Drehmomentübertragung in hydrodynamischen Kupplungen“, VDI Fortschrittberichte, Reihe 7, Nr. 234, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1993
- [24] Kugel, F.: „Schwingungs- und Stoßdämpfung bei hydrodynamischer Kraftübertragung“, *Ölhydraulik und Pneumatik* 6, Nr. 9, 1962
- [25] Lachmann, K.: „Parameteradaptive Regelalgorithmen für bestimmte Klassen nichtlinearer Prozesse mit eindeutigen Nichtlinearitäten“, VDI Fortschrittberichte, Reihe 8, Nr. 66, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1983
- [26] Liping, W.: „Berechnung von kontinuierlichen Modellen aus diskreten Identifikationsergebnissen“, Schriftenreihe des Lehrstuhls für Regelungssysteme und Steuerungstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1992
- [27] Menne, A.: „Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern“, *Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik* Nr. 86, Ruhr-Universität Bochum, 1994

- [28] Middelman, V.: „Analyse des Systemverhaltens Hydrodynamischer Kupplungen bei Variation der Kreislaufgeometrie“, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Ruhr-Universität Bochum, 1992
- [29] Rath, M.: „Abbildung hydrodynamischer Kopplungen in Antriebssystemen“, Reihe Konstruktionstechnik, Verlag Shaker, Aachen, 1992
- [30] Renker, U.: „Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme“, Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik Nr. 68, Ruhr-Universität Bochum, 1989
- [31] Reuter, H.: „Zur Identifikation nichtlinearer Systemmodelle mit wenig a-priori-Informationen“, VDI Fortschrittberichte, Reihe 8, Nr. 471, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995
- [32] Rjabenki, V.S.; Filippow, A.F.: „Über die Stabilität von Differenzgleichungen“, VEB Deutscher Verlag d. Wissensch., Berlin, 1960
- [33] Sasse, Ch.: „Hydrodynamische Kupplung mit radialen Schaufelgittern, Experimentelle Analyse der Strömung und Momentübertragung bei Variation der Gittergeometrie“, Cuvillier Verlag Göttingen, 1995
- [34] Schmitt, G.: „Simulationstechnik“, Oldenbourg-Verlag, München, 1980
- [35] Schöne, A.: „Simulation technischer Systeme“, Band I, Carl Hanser Verlag, München, 1974
- [36] Schwarz, H.: „Zur nichtlinearen Approximation nichtlinearer dynamischer Systeme“, Automatisierungstechnik 37, Heft 6, 1989
- [37] Schwarz, H.: „Äquivalente zeitdiskrete Modelle für bilineare Systeme“, Forschungsbericht Nr. 03/84, Mess-, Steuer- und Regelungstechnik, Universität-Gesamthochschule-Duisburg
- [38] Schwarz, R.: „Identifikation mechanischer Mehrkörpersysteme“, VDI Fortschrittberichte, Reihe 8, Nr. 30, Düsseldorf, 1980
- [39] Söchting, F.: „Dämpfung der Drehschwingungen durch Flüssigkeitskupplungen“, VDI-Zeitschrift, Bd. 82, Nr. 23, 1938
- [40] Strobel, H.: „Experimentelle Systemanalyse“, Akademie-Verlag, Berlin, 1975
- [41] Tuis, L.: „Anwendung von mehrwertigen pseudozufälligen Signalen zur Identifikation von nichtlinearen Experimentelle Systemanalyse“, Schriftenreihe Mess- und Regelungstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1975
- [42] Unbehauen, H.: „Regelungstechnik I,II,III“, 3. Auflage, Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden, 1988
- [43] Unbehauen, H.: „Identifikation nichtlinearer Systeme“, Interner Bericht ESR-9304, Lehrstuhl f. Elektr. Steuerung und Regelung, Bochum, Juni 1993
- [44] Unbehauen, R.: „Systemtheorie“, 5. Auflage, Oldenbourg Verlag, 1990

- [45] VDI-Richtlinie 2153: „Hydrodynamische Leistungsübertragung, Begriffe - Bauformen - Wirkungsweise“, Düsseldorf, 1994
- [46] J. M. Voith GmbH: „Hydrodynamik in der Antriebstechnik, Wandler, Wandlergetriebe, Kupplungen, Bremsen“, Krausskopf-Verlag, Mainz, 1987
- [47] Waller, H.; Schmidt, R.: „Schwingungslehre für Ingenieure“, Wissenschaftsverlag, 1989
- [48] Weishaupt, E.: „Adaptive Regler für eine Verstelleinheit am Netz mit aufgeprägtem Druck“, Ölhydraulik und Pneumatik 36, Nr. 11, 1992
- [49] Wernstedt, J.: „Experimentelle Prozeßanalyse“, Oldenbourg Verlag, Berlin, 1989
- [50] Wienholt, H.: „Verlustzustand und Instabilitäten der Strömung in Hydrodynamischen Kupplungen bei Variation der Schaufelgitter“, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Ruhr-Universität Bochum, 1993
- [51] Worsch, H.: „Drehschwingungsverhalten von hydrodynamischen Kupplungen“, Voith Forschung u. Konstruktion, Heft 33, Aufsatz 2, 1989
- [52] Worsch, H.; Sideris, D.: „Torsionsschwingungsverhalten von hydrodynamischen Kupplungen“, MTZ, 1989, Nr. 4, S. 179-182, Nr. 6, S. 285-289
- [53] Wunsch, G.: „Handbuch der Systemtheorie“, Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1986

# Anhang A

## Instationäre Meßergebnisse

### A.1 Identifikation der Trägheitsmassen

In diesem Abschnitt werden zuerst die gemessenen dynamischen Dämpfungsmatrizen der beiden Kupplungsbauarten ohne Füllung dargestellt. An- und Abtriebsseite der Kupplung werden dabei nacheinander harmonisch in einem Frequenzbereich von ca. 0 - 8 Hz erregt. Für jeden Frequenzpunkt werden jeweils die vier Systemgrößen  $n_P$ ,  $M_P$ ,  $n_T$  und  $M_T$  gemessen und die Amplitude und Phase der Schwingung ermittelt. Als Ergebnis erhält man je nach Formulierung der Frequenzinformationen die vier Elemente des Frequenzgangs oder der dynamischen Dämpfungsmatrix der leeren Kupplung.

Aufgetragen sind in Abb. A.1, Abb. A.2 und A.3 für die Kupplung 422TH, NM 350S ohne und mit Stauraum jeweils die Real- und Imaginärteile der Elemente  $d_{ij}$  über der Erregerfrequenz in [Hz]. Aus der Steigung der Imaginärteile der Elemente  $d_{11}$  und  $d_{22}$  können die Trägheiten der An- und Abtriebsseite der Kupplung berechnet werden. Die ermittelten Werte der beiden Prüfobjekte betragen:

- Kupplung 1 (422 TH):

$$\theta_P = 1,03344 \text{ kg m}^2$$

$$\theta_T = 0,28977 \text{ kg m}^2$$

- Kupplung 2 (NM 350 S):

$$\text{ohne Stauraum : } \theta_P = 1,1216 \text{ kg m}^2$$

$$\theta_T = 0,6462 \text{ kg m}^2$$

$$\text{mit Stauraum : } \theta_P = 1,0943 \text{ kg m}^2$$

$$\theta_T = 0,6269 \text{ kg m}^2$$

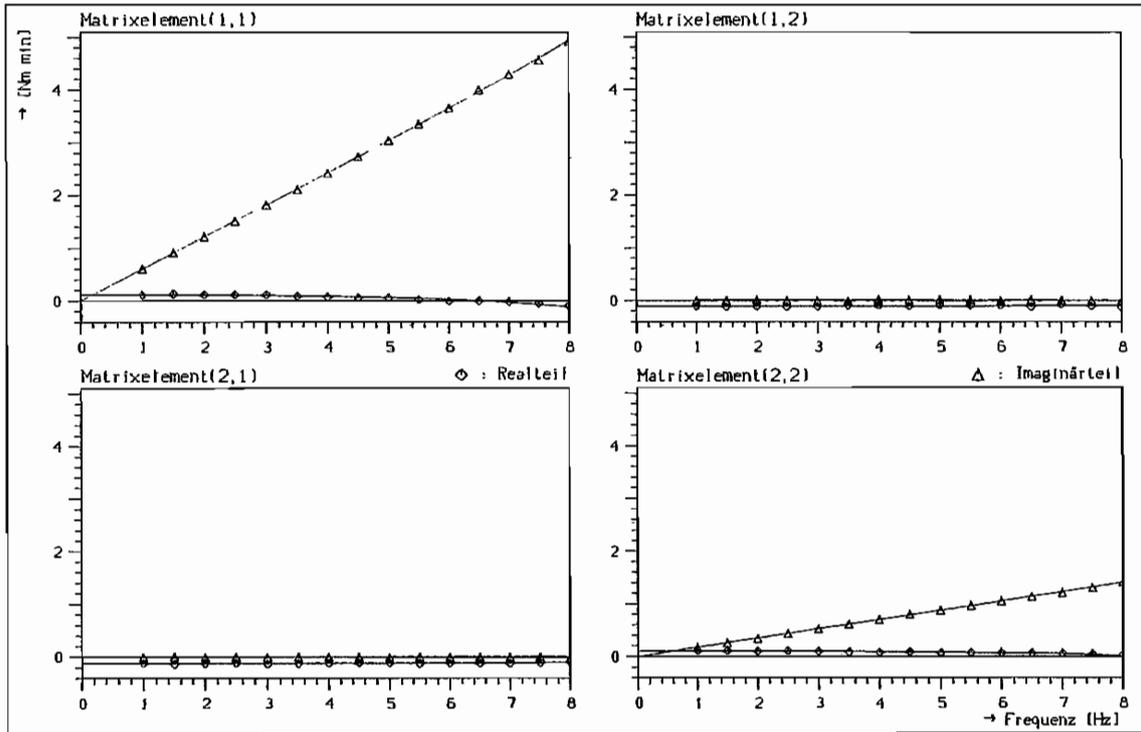


Abb. A.1: Gemessene dynamische Dämpfungsmatrix der Kupplung 422TH ohne Füllung

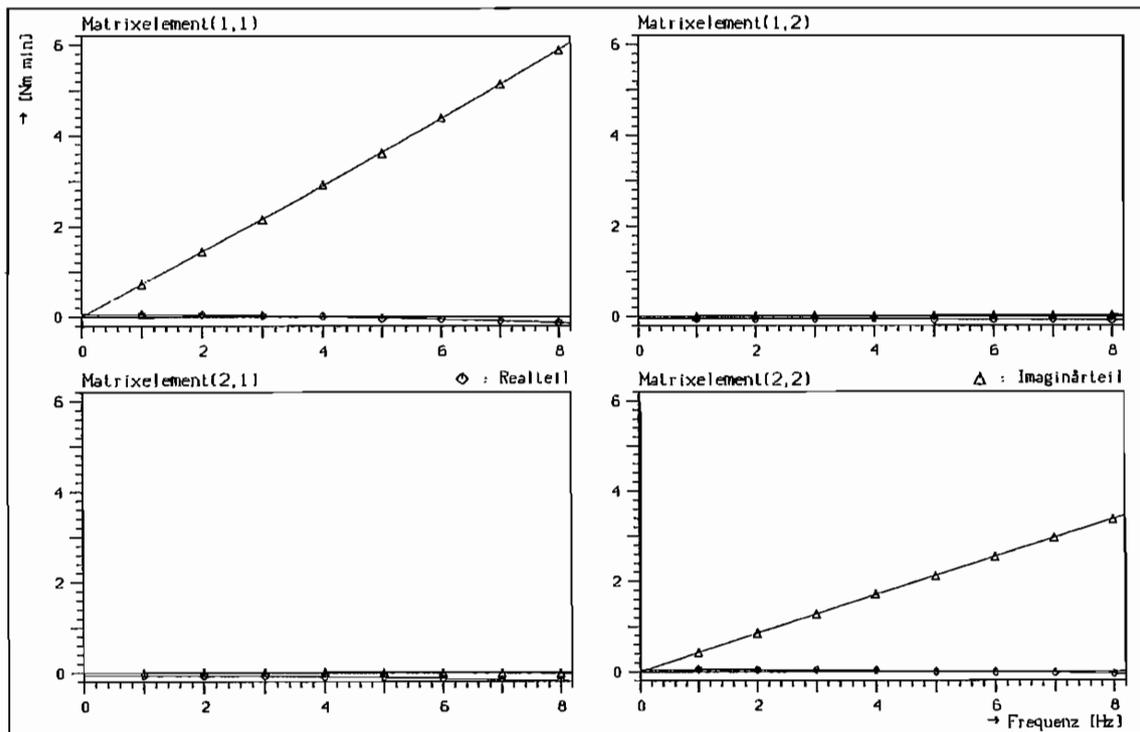


Abb. A.2: Gemessene dynamische Dämpfungsmatrix der Kupplung NM 350S ohne Füllung (ohne Stauraum)

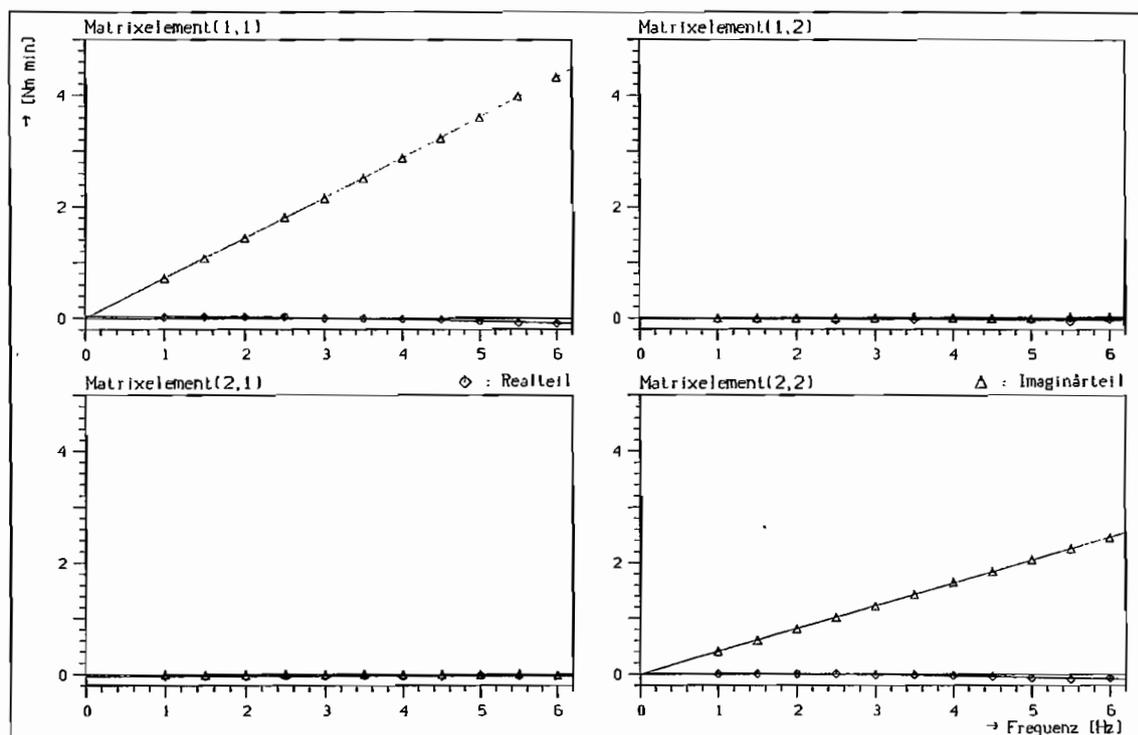


Abb. A.3: Gemessene dynamische Dämpfungsmatrix der Kupplung NM 350S ohne Füllung (mit Stauraum)

## A.2 Gemessene dynamische Kennlinien

Im folgenden sind verschiedene dynamische Messungen der Kupplungen dargestellt. Es handelt sich dabei um Blockiersversuche der Abtriebsseite sowie um Beschleunigungsversuche der Antriebsseite mit konstanten Beschleunigungen bzw. Verzögerungen. Neben den gemessenen Zeitverläufen der Pumpen- und Turbinenmomente werden die Drehmomente ohne Berücksichtigung der Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite nach Gl. (A.1) und (A.2) berechnet.

$$M_{h_P} = M_h + \theta_{P_{öl}} \cdot \ddot{\varphi}_P = M_P - \theta_P \cdot \ddot{\varphi}_P \quad (\text{A.1})$$

$$M_{h_T} = M_h - \theta_{T_{öl}} \cdot \ddot{\varphi}_T = M_T + \theta_T \cdot \ddot{\varphi}_T \quad (\text{A.2})$$

In den Graphiken werden die dynamischen Drehmomente  $M_{h_P}$  und  $M_{h_T}$ , die sich aus dem zwischen den Laufrädern ausgetauschten hydrodynamischen Moment und den Trägheitstermen der Ölfüllung zusammensetzen, normiert über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  aufgetragen. Berechnet werden diese  $\lambda$ -Kennlinien nach den folgenden Bestimmungsgleichungen. Dabei werden sowohl Pumpen- als auch Turbinenmoment auf die Pumpendrehzahl  $\omega_P = n_P \cdot \pi/30$  bezogen.

$$\lambda_P = \frac{M_{hP}}{\rho \cdot D^5 \cdot \omega_P^2} \quad (\text{A.3})$$

$$\lambda_T = \frac{M_{hT}}{\rho \cdot D^5 \cdot \omega_P^2} \quad (\text{A.4})$$

Zusätzlich ist die stationäre Kennlinie eingezeichnet, um Unterschiede zwischen stationärem und instationärem Kupplungsverhalten zu verdeutlichen. Die in den Abbildungen A.6 und A.7 auftretenden Schleifen bei  $\nu \approx 0,88$  sind auf Probleme der Regelungstechnik des Versuchsstands zurückzuführen (vergl. Kap. 5 und 6). Aufgrund der schnellen Änderung der Drehmomente und Drehzahlen treten kurzzeitige Abweichungen von der konstanten Soll-drehzahl auf, die ausgeregelt werden müssen.

Nach den Meßergebnissen der Kupplung 422TH wird die Kupplung NM 350S ohne Stauraum ebenfalls untersucht und dargestellt. Dabei sind sowohl Blockierversuche auf der Turbinenseite als auch Beschleunigungsversuche auf der Antriebsseite durchgeführt worden.

### A.2.1 Blockiervorgänge der Turbinenseite

#### Blockiervorgänge der Kupplung 422TH mit Vollfüllung

Dargestellt sind die gemessenen Zeitverläufe (Abb. A.4 und A.5) der Drehzahlen und Drehmomente sowie die dynamischen Kennlinien  $\lambda_P$  und  $\lambda_T$  der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung in Analogie zu den Untersuchungen bei Teilfüllung aus Kap. 5.4.3. Es handelt sich um Blockiervorgänge der Turbinenraddrehzahl mit einer konstanten Beschleunigung von  $\dot{n}_T = 1000$  und  $10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ .

In Abb. A.6 sind  $\lambda_P$  und  $\lambda_T$  ohne Trägheitswirkung der Laufräder aufgetragen. Wird eine konstante Verteilung des Öls von 25 % im Pumpen- und 75 % im Turbinenrad über den gesamten Betriebsbereich angenommen, ergibt sich der in Abb. A.7 dargestellte Kennlinienverlauf.

#### Blockiervorgänge der Kupplung NM 350S mit Teilfüllung

Das gleiche gilt für die Kupplung NM 350S ohne Stauraum. Für den Teilfüllungsbetrieb (7 l) sind in Abb. A.8 und A.9 die gemessenen Zeitverläufe und in den Abbildungen A.10 und A.11 die  $\lambda$ -Verläufe ohne und mit Annahme einer konstanten Verteilung des Öls von 25 % im Turbinen- und 75 % im Pumpenrad dargestellt.

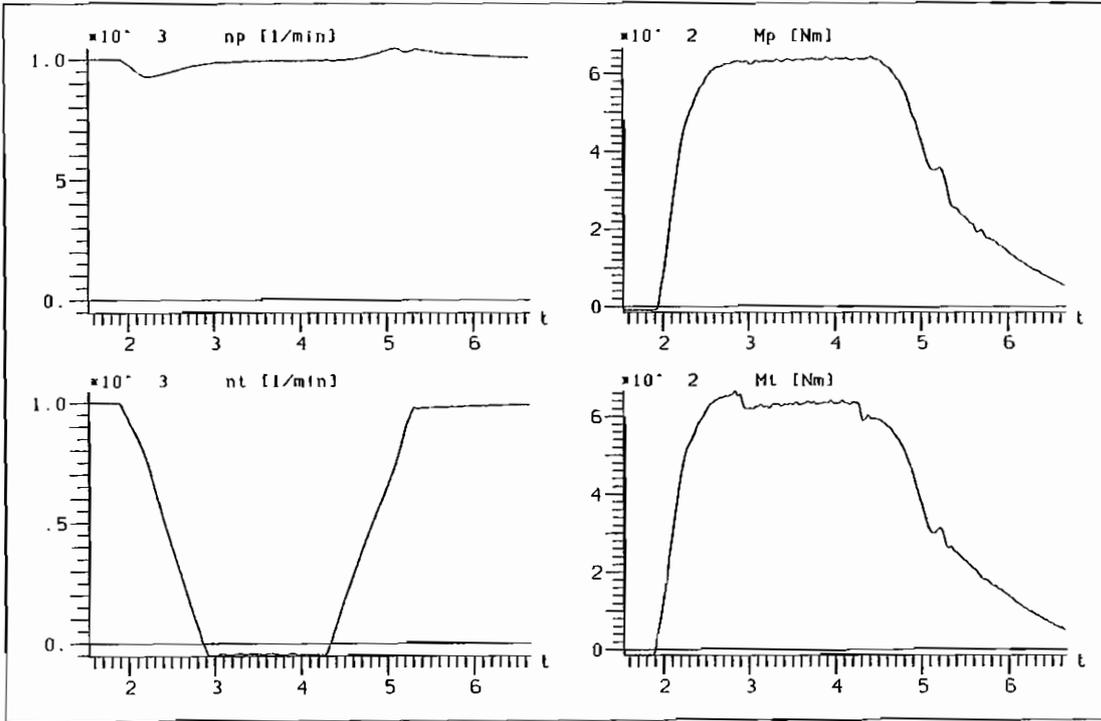


Abb. A.4: Gemessene Zeitverläufe der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung bei einem Blockierversuch mit  $\dot{n}_T = 1000 \text{ min}^{-1}$

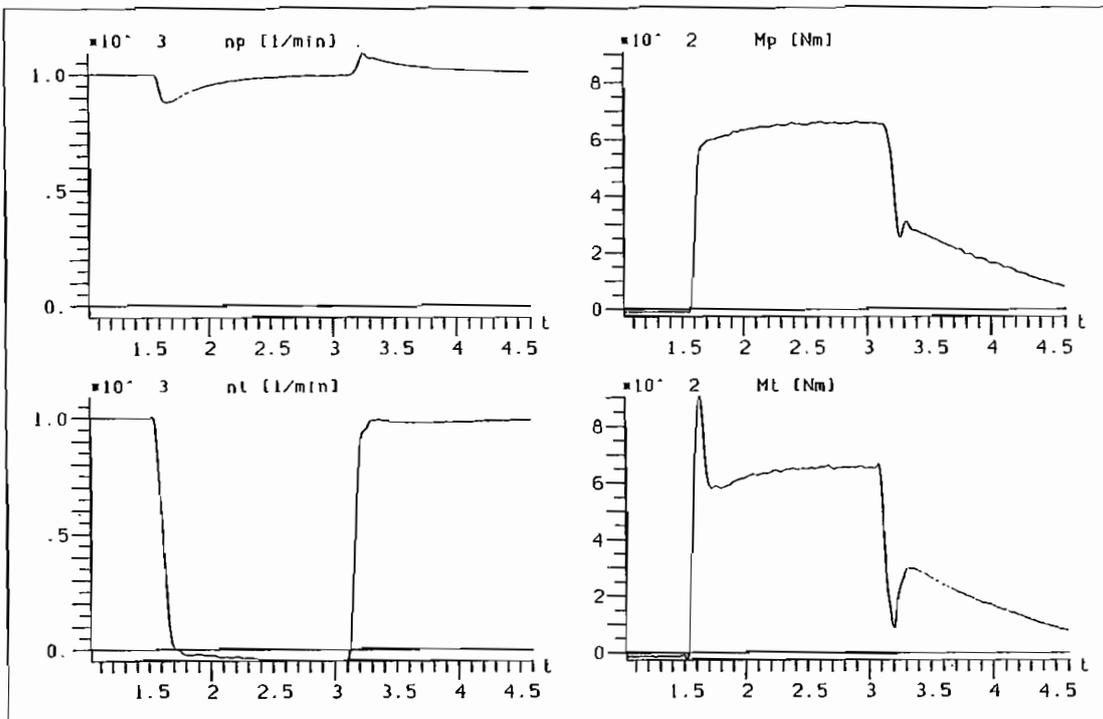


Abb. A.5: Gemessene Zeitverläufe der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung bei einem Blockierversuch mit  $\dot{n}_T = 10000 \text{ min}^{-1}$

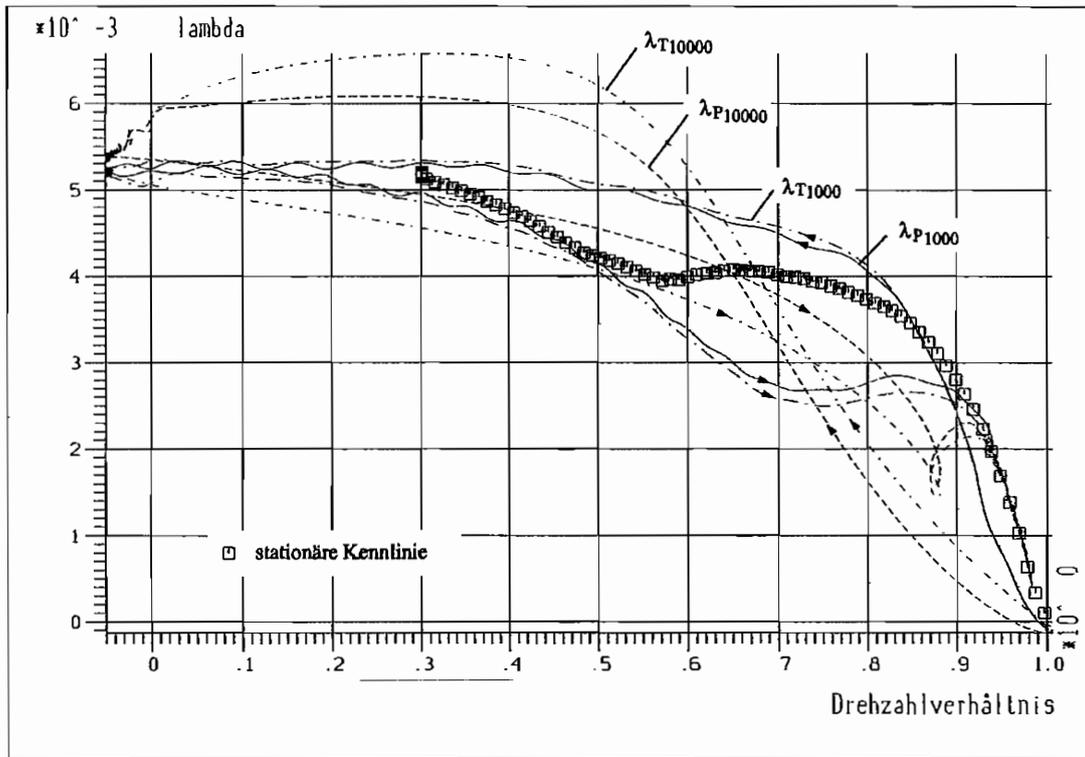


Abb. A.6: Gemessene dynamische  $\lambda$ -Kennlinien der Blockiersversuche der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung

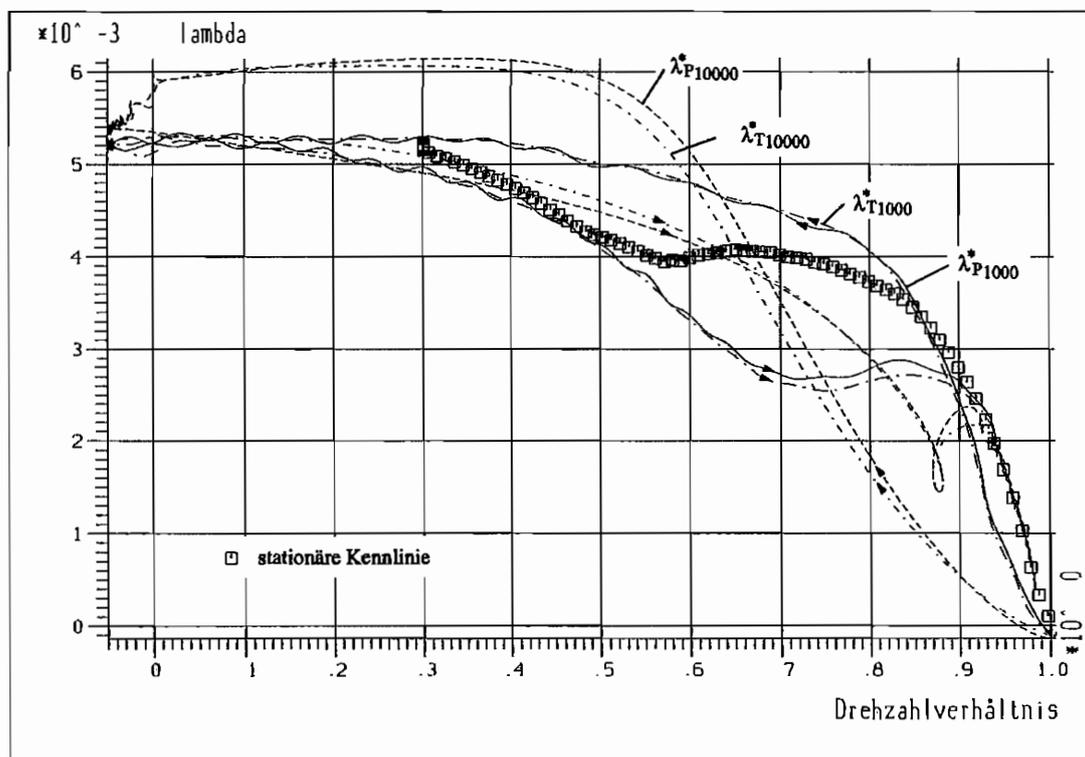


Abb. A.7: Gemessene dynamische  $\lambda^*$ -Kennlinien der Blockiersversuche der Kupplung 422TH mit 10 l Füllung

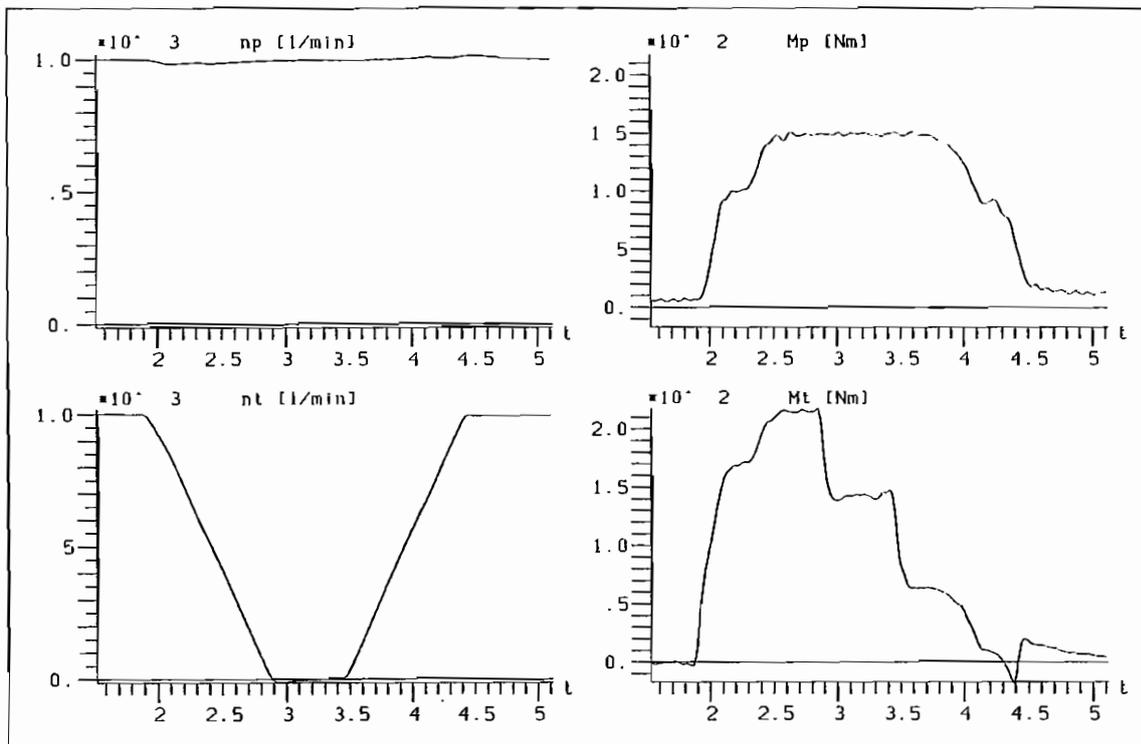


Abb. A.8: Gemessene Zeitverläufe der Kupplung NM 350S mit 7 l Füllung bei einem Blockiersuch mit  $\dot{n}_T = 1000 \text{ min}^{-1}$

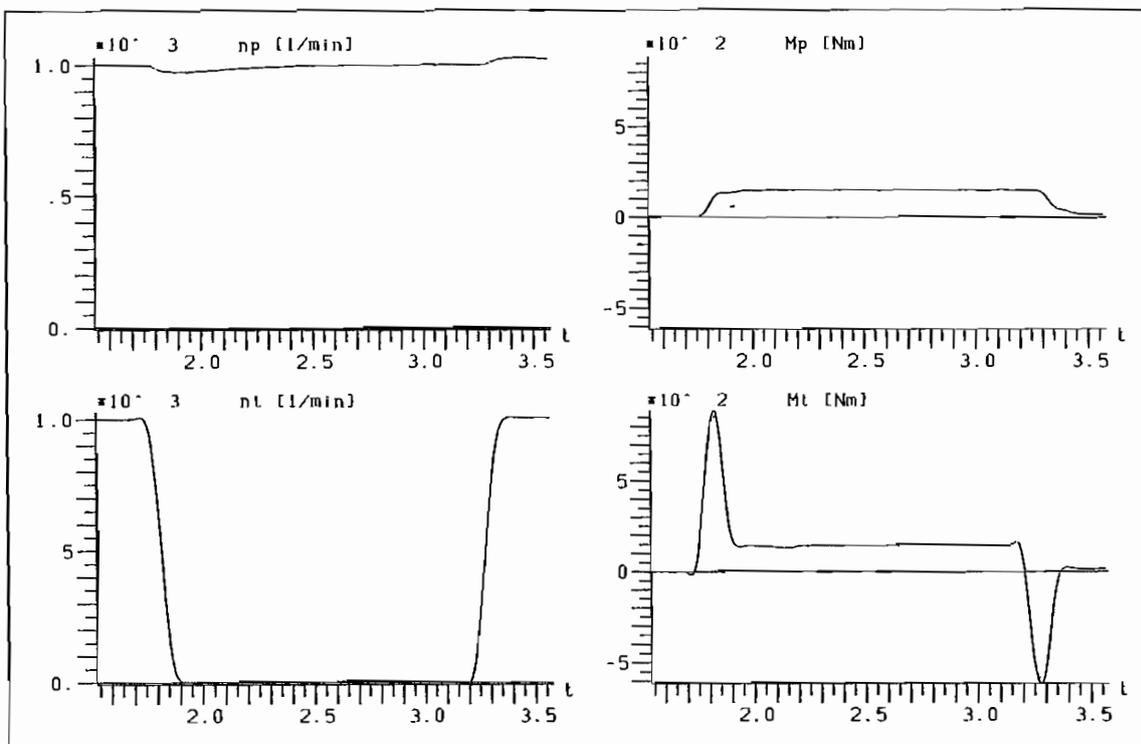


Abb. A.9: Gemessene Zeitverläufe der Kupplung NM 350S mit 7 l Füllung bei einem Blockiersuch mit  $\dot{n}_T = 10000 \text{ min}^{-1}$

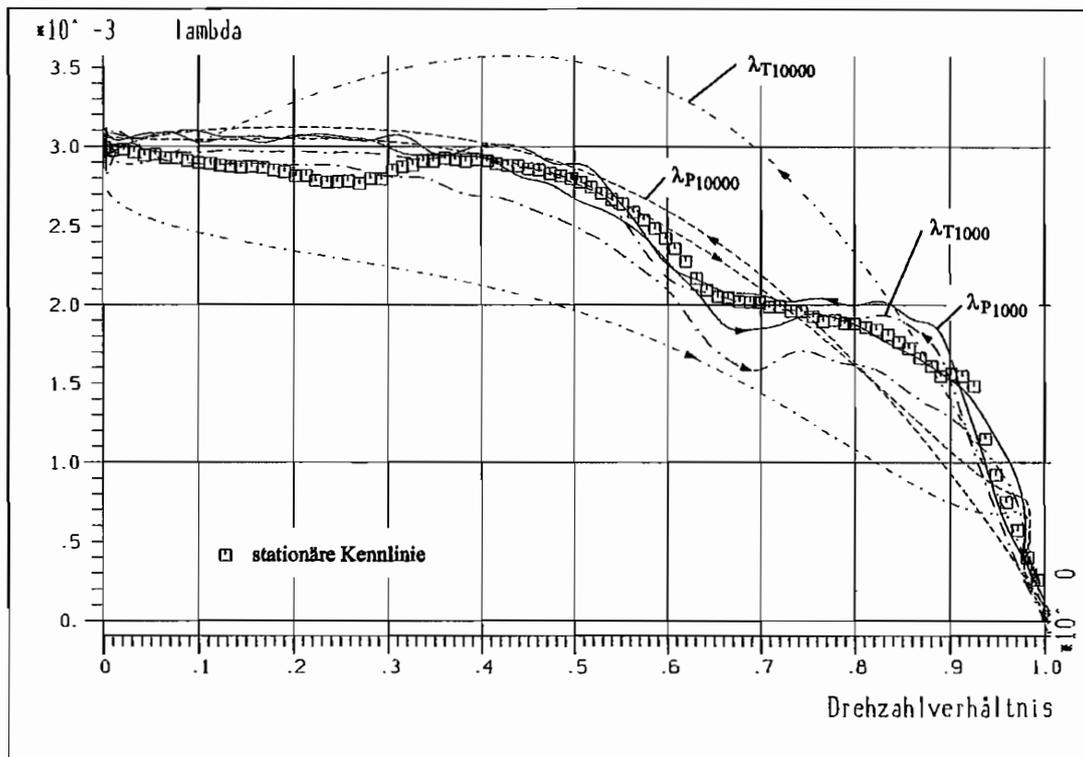


Abb. A.10: Gemessene dynamische  $\lambda$ -Kennlinien der Blockiersversuche der Kupplung NM 350S mit 7 l Füllung

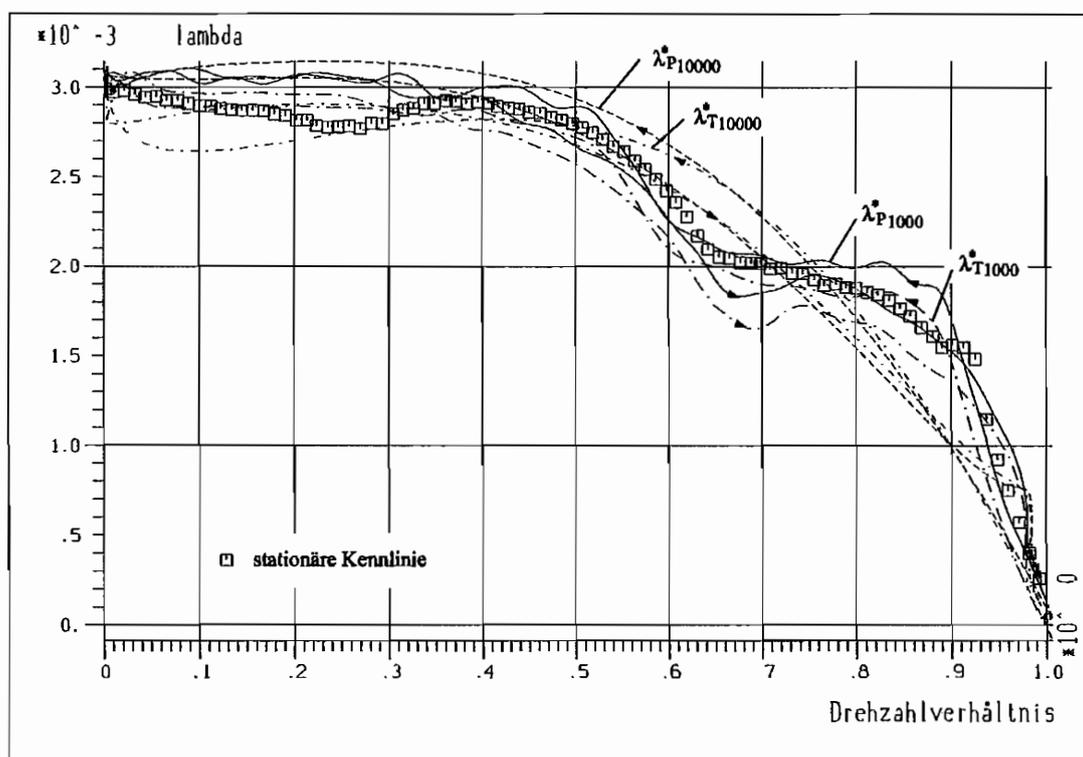


Abb. A.11: Gemessene dynamische  $\lambda^*$ -Kennlinien der Blockiersversuche der Kupplung NM 350S mit 7 l Füllung

### A.2.2 Beschleunigungsvorgänge der Pumpenseite

Die für Blockiersversuche getroffene Aussage einer näherungsweise konstanten Verteilung des Öls in den Laufrädern beider Kupplungen soll nun für andere Betriebszustände überprüft werden. Um weitere Erkenntnisse zu erhalten, werden anhand der Kupplung NM 350S Beschleunigungsvorgänge auf der Pumpen- bzw. Antriebsseite durchgeführt. Die Antriebsdrehzahl wird dabei vom Gleichlauf mit  $n_P = n_T = 1000 \text{ min}^{-1}$  auf  $1500 \text{ min}^{-1}$  beschleunigt. Die Turbinendrehzahl bleibt konstant bei  $1000 \text{ min}^{-1}$ . In Abb. A.12 und A.13 sind die vier gemessenen Systemgrößen beispielhaft für eine Füllung von 7 l und  $\dot{n}_P = 1000$  und  $6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  angegeben.

Werden die normierten dynamischen  $\lambda$ -Kennlinien über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  dargestellt, müssen Pumpen- und Turbinenmoment nach Gl. (A.3) und (A.4) durch  $\omega_P^2$  geteilt werden. Es tritt somit ein Unterschied zwischen den Drehmoment- und den  $\lambda$ -Verläufen auf. Hier werden einheitlich nur die  $\lambda$ -Verläufe über dem Drehzahlverhältnis  $\nu$  betrachtet.

In Abb. A.14 und A.15 sind die  $\lambda$ -Verläufe für verschiedene Beschleunigungen der Antriebsseite aufgetragen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind nur die Hochfahrvorgänge von  $1000$  auf  $1500 \text{ min}^{-1}$  dargestellt. Auch hier weichen die dynamischen Kennlinien von der normierten stationären Kennlinie ab. Sie sind wie bei den Blockiervorgängen der Turbinenseite von der Beschleunigung  $\dot{n}_P$  (in diesem Fall der Antriebsseite) abhängig.

Um den Einfluß der Trägheit des Öls auf die dynamische Leistungsübertragung abschätzen zu können, sind in Abb. A.16 und A.17 jeweils das normierte Pumpen- und Turbinenmoment für Teil- und Vollfüllung der Kupplung aufgetragen (7 und 8 l). Die Beschleunigung  $\dot{n}_P$  beträgt dabei zum einen  $1000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  und zum anderen  $6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ . Bei niedriger Dynamik sind in Übereinstimmung zu den Versuchen an der Turbinenseite kaum Unterschiede zwischen Pumpen- und Turbinenmoment zu erkennen. Ebenfalls weichen diese nur gering von dem stationären  $\lambda$ -Verlauf ab. Bei der bei den durchgeführten Untersuchungen auf dem Versuchstand realisierbaren Dynamik von  $\dot{n}_P = 6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  treten jedoch Abweichungen auf. Die Annahme einer konstanten Verteilung des Öls über den untersuchten Betriebsbereich kann in dem Fall der Veränderungen der Pumpendrehzahl nicht getroffen werden. Es hat sich herausgestellt, daß vor allem die Momente der Turbinenseite stark von der Ölverteilung in der Kupplung abhängig sind.

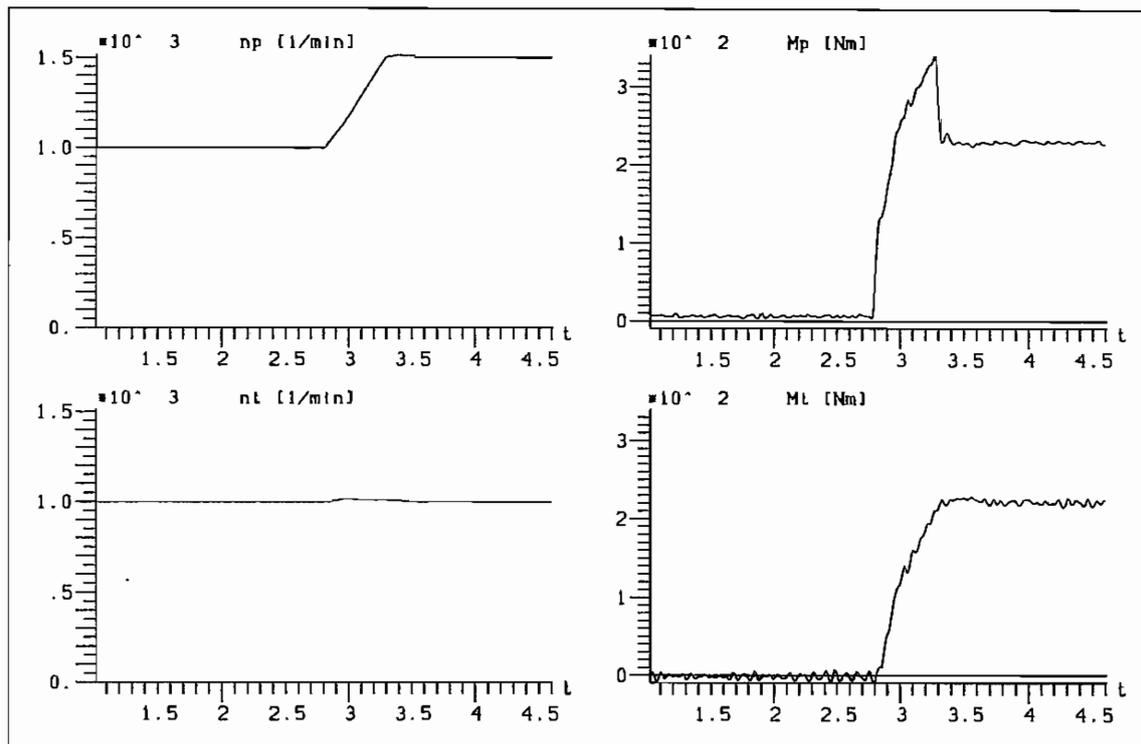


Abb. A.12: Gemessene Zeitverläufe der Systemgrößen der Kupplung NM 350S mit 7 l Füllung für  $\dot{n}_P = 1000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$

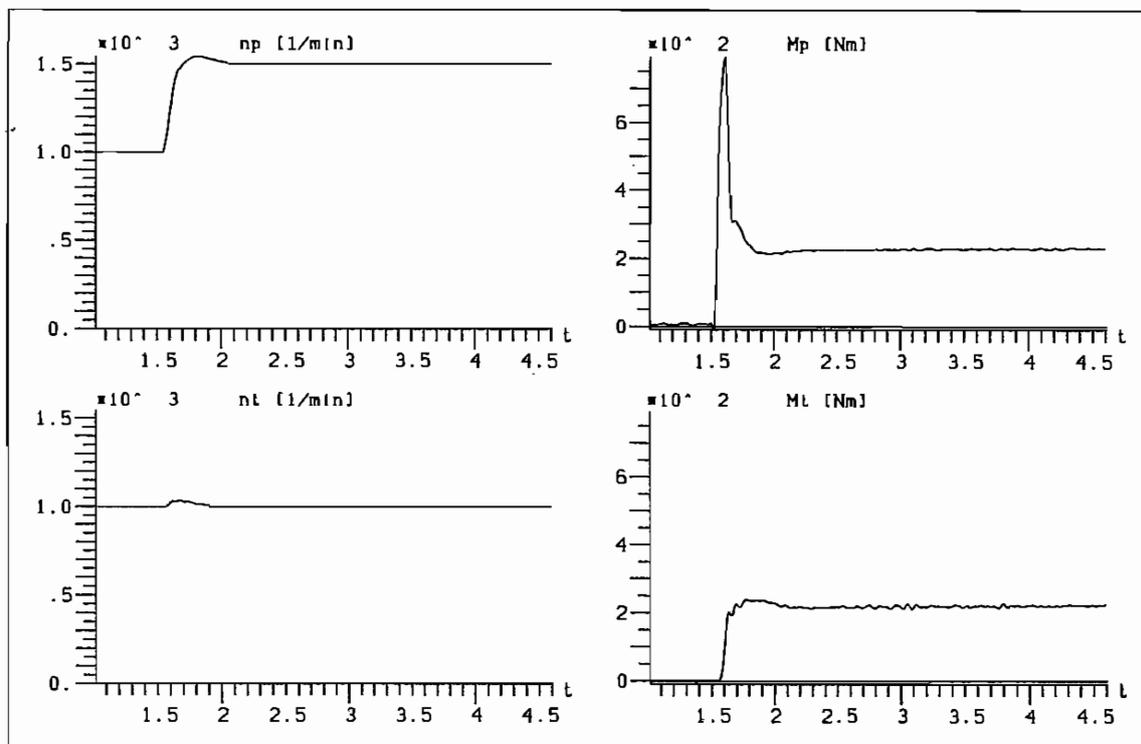


Abb. A.13: Gemessene Zeitverläufe der Systemgrößen der Kupplung NM 350S mit 7 l Füllung für  $\dot{n}_P = 6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$

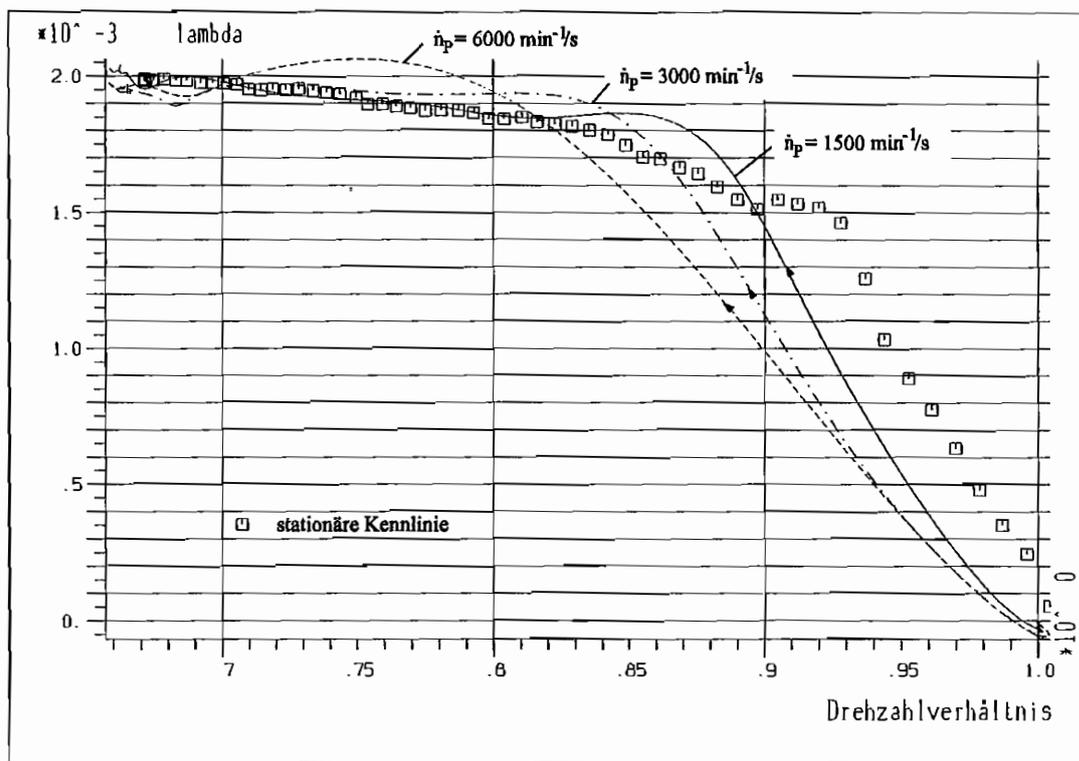


Abb. A.14: Gemessene normierte Momente abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder für  $\dot{n}_p = 1500, 3000$  und  $6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  über  $\nu$  (NM 350S, 7 l Füllung)

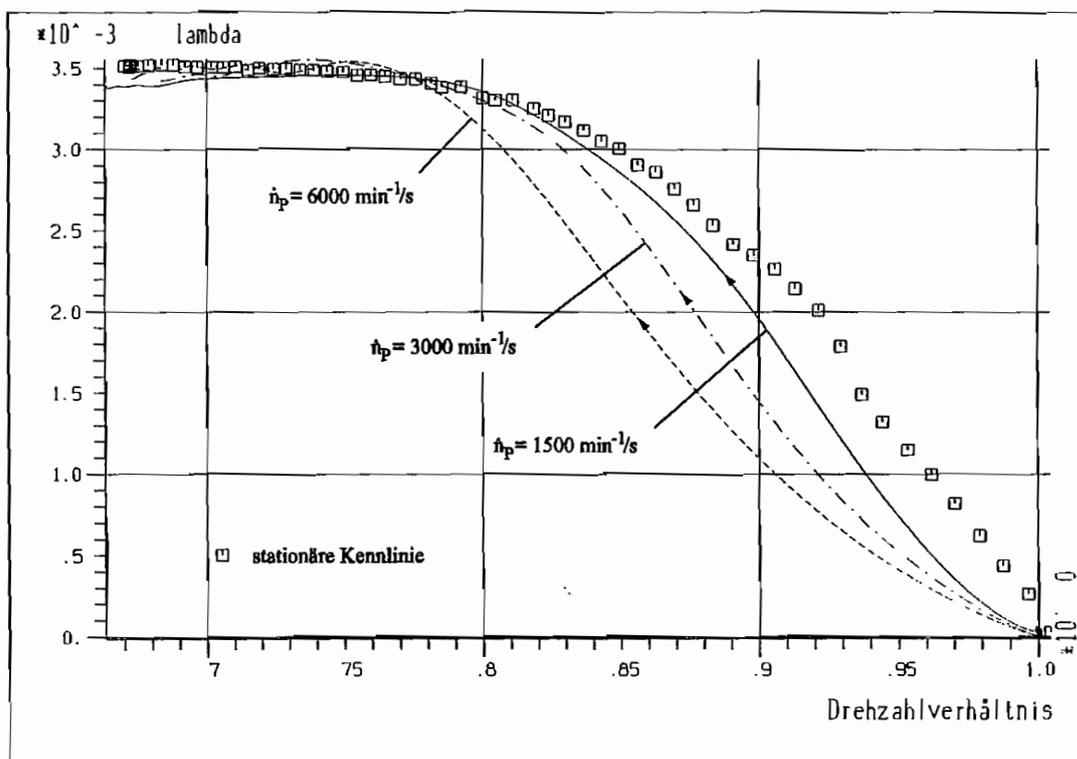


Abb. A.15: Gemessene normierte Momente abzüglich der Trägheitswirkung der Laufräder für  $\dot{n}_p = 1500, 3000$  und  $6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  über  $\nu$  (NM 350S, 8 l Füllung)

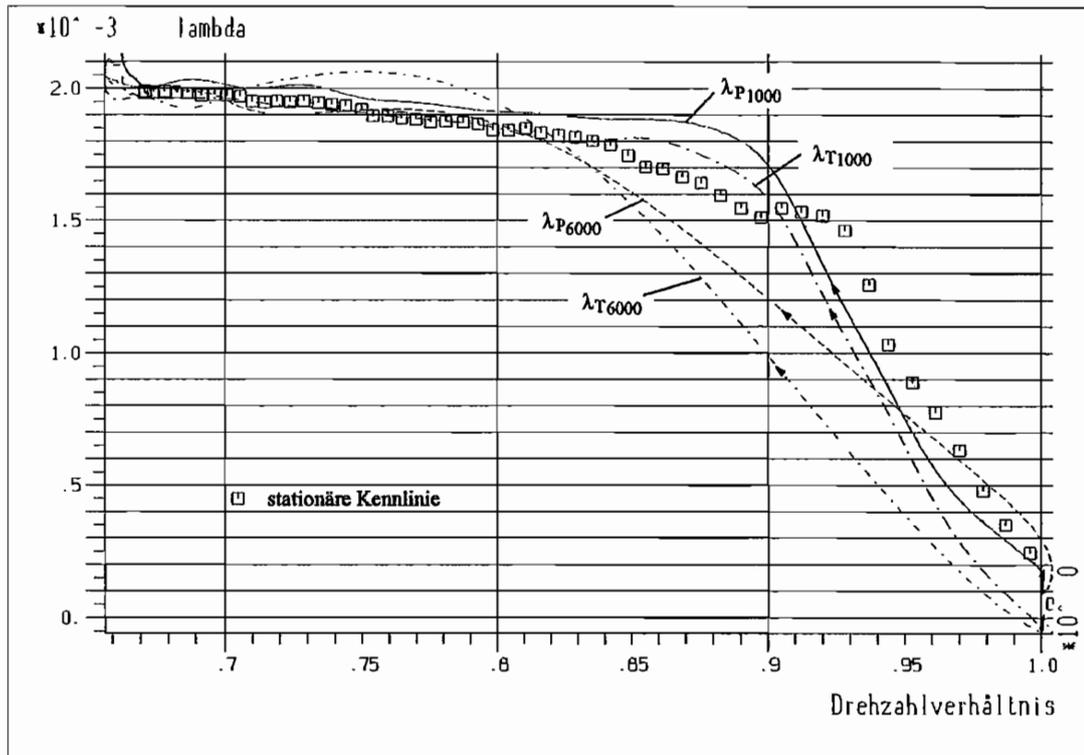


Abb. A.16: Gemessene dynamische  $\lambda$ -Kennlinien der Beschleunigungsversuche der Kupplung NM 350S mit 7 l Füllung für  $\dot{n}_P = 1000$  und  $6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$

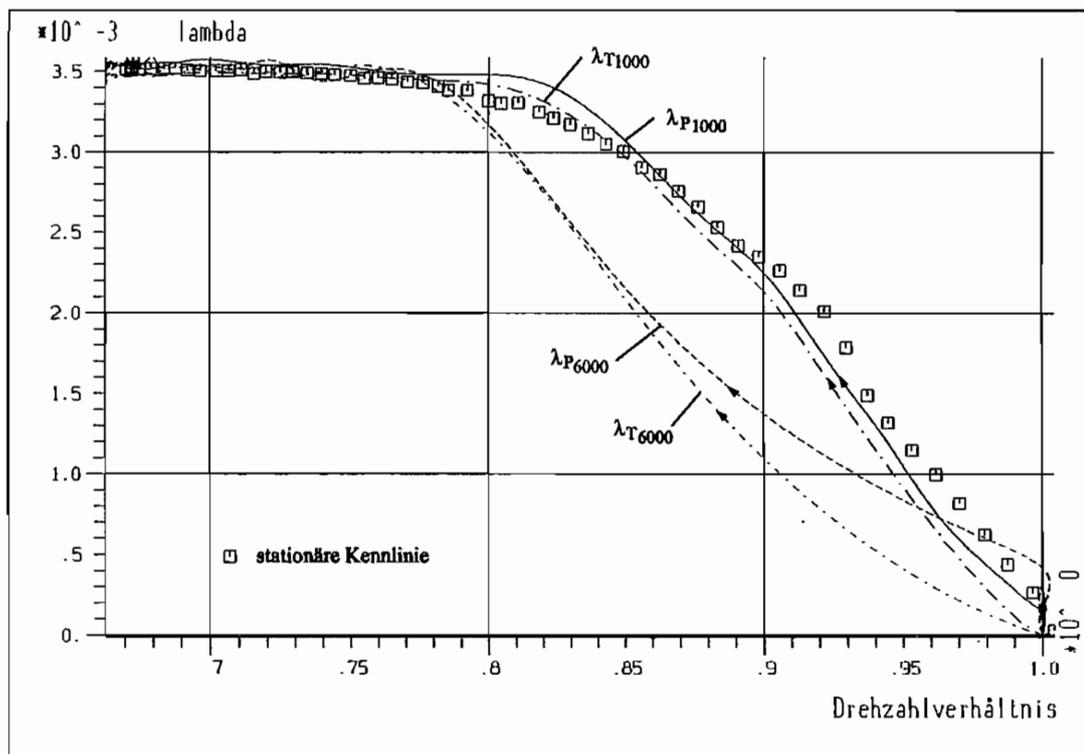


Abb. A.17: Gemessene dynamische  $\lambda$ -Kennlinien der Beschleunigungsversuche der Kupplung NM 350S mit 8 l Füllung für  $\dot{n}_P = 1000$  und  $6000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$

# Anhang B

## Nichtlineare Modelle der hydrodynamischen Kupplungen

Die in Kap. 6 bestimmten nichtlinearen Modelle sind in diesem Abschnitt ausführlich dargestellt. Neben dem entsprechenden Modellansatz werden alle ermittelten Modellkoeffizienten zur Berechnung der jeweiligen Modellausgänge angegeben. Bei den Ausgängen handelt es sich bis auf Kap. B.5, in dem ein Modell zur Bestimmung der Drehzahlen  $n_P(k)$  und  $n_T(k)$  vorliegt, um die Drehmomente  $M_P(k)$  und  $M_T(k)$ . Es sind weiterhin Vergleiche zwischen Zeitbereichssimulationen und Meßergebnissen der verschiedenen Modelle aufgetragen, die als Ergänzung der Untersuchungen in Kap. 6 dienen sollen.

### B.1 Absolutmodell der Kupplung 422 TH (8 l Füllung)

#### B.1.1 Der Modellansatz

Bei dem Modellansatz handelt es sich um ein allgemeines nichtlineares Differenzgleichungssystem mit Nichtlinearitäten 3. Ordnung. Die Berechnungsgleichungen für das Pumpen- und Turbinenmoment lauten:

$$\begin{aligned} M_P(k) &= \bar{M}_P + a_{1,1}^1 M_P(k-1) + \sum_{i=0}^4 b_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^4 b_{i,2}^1 n_T(k-i) \\ &+ \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,11}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 b_{ij,12}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) \\ &+ \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,22}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) \\ &+ b_{000,111}^1 n_P(k) n_P(k) n_P(k) + b_{000,112}^1 n_P(k) n_P(k) n_T(k) \\ &+ b_{000,122}^1 n_P(k) n_T(k) n_T(k) + b_{000,222}^1 n_T(k) n_T(k) n_T(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_T(k) = & \bar{M}_T + a_{1,2}^2 M_T(k-1) + \sum_{i=0}^4 b_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^4 b_{i,2}^2 n_T(k-i) \\
& + \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,11}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 b_{ij,12}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
& + \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,22}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) \\
& + b_{000,111}^2 n_P(k) n_P(k) n_P(k) + b_{000,112}^2 n_P(k) n_P(k) n_T(k) \\
& + b_{000,122}^2 n_P(k) n_T(k) n_T(k) + b_{000,222}^2 n_T(k) n_T(k) n_T(k)
\end{aligned}$$

In Abb. B.1 sind die für die Bestimmung der Modellkoeffizienten gemessenen Systemgrößen  $n_P$ ,  $n_T$ ,  $M_P$  und  $M_T$  dargestellt. Erregt wird die Drehzahl der An- und Abtriebsseite der Kupplung mit mehrwertigem pseudozufälligem Rauschen (vergl. Kap. 4).

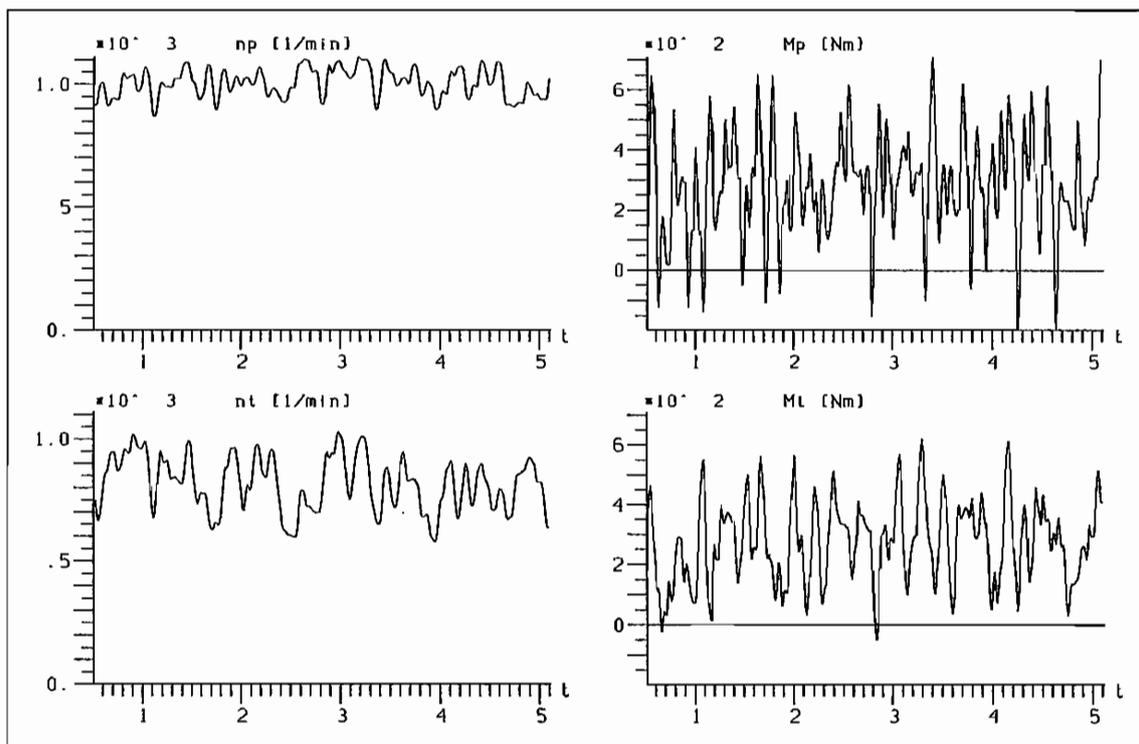


Abb. B.1: Gemessene Systemgrößen der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung bei Erregung mit mehrwertigem, pseudozufälligem Rauschen

## B.1.2 Identifizierte Modellkoeffizienten

Koeffizienten zur Berechnung des Pumpenmoments  $M_P$ :

$\bar{M}_P = -4523.93338556588$	$a_{1,1}^1 = 0.8273452177927538$
$b_{0,1}^1 = 21.88006908111856$	$b_{0,2}^1 = -2.34831462275179$
$b_{1,1}^1 = -5.79617241911546$	$b_{1,2}^1 = 10.97395226984735$
$b_{2,1}^1 = -16.3910507605706$	$b_{2,2}^1 = -19.0656004261764$
$b_{3,1}^1 = 23.50882119293055$	$b_{3,2}^1 = 12.68023215077482$
$b_{4,1}^1 = -9.0563252127663$	$b_{4,2}^1 = -2.41640545201517$
$b_{00,11}^1 = -4.266314198260090E-02$	$b_{00,22}^1 = -3.201591519456315E-03$
$b_{01,11}^1 = 0.1594110900138048$	$b_{01,22}^1 = 2.850423330693274E-02$
$b_{02,11}^1 = -0.196972501163387$	$b_{02,22}^1 = -4.297238119147550E-02$
$b_{03,11}^1 = 0.1123507215980907$	$b_{03,22}^1 = 4.272160567705895E-02$
$b_{04,11}^1 = -8.255106724959660E-03$	$b_{04,22}^1 = -1.883764893258899E-02$
$b_{11,11}^1 = -0.213362101906569$	$b_{11,22}^1 = -4.504823653894618E-02$
$b_{12,11}^1 = 0.5010800380033515$	$b_{12,22}^1 = 0.1289544300286706$
$b_{13,11}^1 = -0.302129858825538$	$b_{13,22}^1 = -0.130651756820384$
$b_{14,11}^1 = 3.304386458933094E-02$	$b_{14,22}^1 = 6.006076936353110E-02$
$b_{22,11}^1 = -0.243619934597405$	$b_{22,22}^1 = -8.535585566482950E-02$
$b_{23,11}^1 = 0.2361311493787354$	$b_{23,22}^1 = 0.1637518062179879$
$b_{24,11}^1 = 1.476310879411357E-03$	$b_{24,22}^1 = -7.599414874164267E-02$
$b_{33,11}^1 = -2.081199819602375E-02$	$b_{33,22}^1 = -6.582992804248988E-02$
$b_{34,11}^1 = -4.697880952124932E-02$	$b_{34,22}^1 = 5.483744973449233E-02$
$b_{44,11}^1 = 1.729482513325919E-02$	$b_{44,22}^1 = -9.974420572177678E-03$
$b_{00,12}^1 = 2.838875980174293E-02$	$b_{30,12}^1 = -0.172522635472887$
$b_{01,12}^1 = -4.044523614345507E-02$	$b_{31,12}^1 = 0.408030051035439$
$b_{02,12}^1 = 3.573458099026538E-04$	$b_{32,12}^1 = -0.33745277087678$
$b_{03,12}^1 = 2.622815267341138E-02$	$b_{33,12}^1 = 8.430480162223830E-02$
$b_{04,12}^1 = -1.662742555845397E-02$	$b_{34,12}^1 = 2.105619567529970E-02$
$b_{10,12}^1 = -0.129275923076761$	$b_{40,12}^1 = 5.517945577781802E-02$
$b_{11,12}^1 = 0.2376324007943822$	$b_{41,12}^1 = -0.139533655598484$
$b_{12,12}^1 = -0.125440499601154$	$b_{42,12}^1 = 0.122611586125231$
$b_{13,12}^1 = -1.872923540440751E-02$	$b_{43,12}^1 = -3.127827258052207E-02$
$b_{14,12}^1 = 3.799270615570548E-02$	$b_{44,12}^1 = -8.724546523907860E-03$
$b_{20,12}^1 = 0.2180492532647804$	
$b_{21,12}^1 = -0.473868650604572$	
$b_{22,12}^1 = 0.356025548717298$	
$b_{23,12}^1 = -7.165815754956384E-02$	
$b_{24,12}^1 = -3.149438118452962E-02$	
$b_{000,111}^1 = 6.512636542915783E-06$	$b_{000,122}^1 = 1.022478842976903E-05$
$b_{000,112}^1 = -7.031348400104997E-06$	$b_{000,222}^1 = -4.912931633266337E-06$

Koeffizienten zur Berechnung des Turbinenmoments  $M_T$ :

$\bar{M}_T$	= -2977.31945317984	$a_{2,2}^2$	= 0.8298545833201842
$b_{0,1}^2$	= 10.31930568943062	$b_{0,2}^2$	= -4.19470977556193
$b_{1,1}^2$	= -1.5173926553025	$b_{1,2}^2$	= 12.87933385936139
$b_{2,1}^2$	= -3.92214867984421	$b_{2,2}^2$	= -12.3902799118623
$b_{3,1}^2$	= 6.80152737108347	$b_{3,2}^2$	= 3.79299382828503
$b_{4,1}^2$	= -3.20213964799109	$b_{4,2}^2$	= 0.6041818195180894
$b_{00,11}^2$	= -3.860799739101139E-02	$b_{00,22}^2$	= 4.585753714025031E-03
$b_{01,11}^2$	= 0.1636560699025722	$b_{01,22}^2$	= -1.845671372245760E-02
$b_{02,11}^2$	= -0.187306447975345	$b_{02,22}^2$	= 1.036157939995518E-02
$b_{03,11}^2$	= 0.1192164713304464	$b_{03,22}^2$	= 5.873877639260171E-03
$b_{04,11}^2$	= -3.377678404316952E-02	$b_{04,22}^2$	= -4.990335419442715E-03
$b_{11,11}^2$	= -0.218345264411369	$b_{11,22}^2$	= 1.750646649520603E-02
$b_{12,11}^2$	= 0.4999825884840447	$b_{12,22}^2$	= -3.324247272075808E-03
$b_{13,11}^2$	= -0.322154413219152	$b_{13,22}^2$	= -2.718084426749101E-02
$b_{14,11}^2$	= 9.554638379080414E-02	$b_{14,22}^2$	= 1.369969123857117E-02
$b_{22,11}^2$	= -0.253314471356589	$b_{22,22}^2$	= -1.823612499856608E-02
$b_{23,11}^2$	= 0.2669998628791745	$b_{23,22}^2$	= 4.610533136269623E-02
$b_{24,11}^2$	= -6.925238897016861E-02	$b_{24,22}^2$	= -1.661574337799720E-02
$b_{33,11}^2$	= -3.296082313460147E-02	$b_{33,22}^2$	= -1.779140464253714E-02
$b_{34,11}^2$	= -5.143269841084930E-03	$b_{34,22}^2$	= 1.104619324453892E-02
$b_{44,11}^2$	= 8.076055267970616E-03	$b_{44,22}^2$	= -1.656580057397327E-03
$b_{00,12}^2$	= 3.366846993276339E-02	$b_{30,12}^2$	= -0.123544736175518
$b_{01,12}^2$	= -6.906387385822654E-02	$b_{31,12}^2$	= 0.2484453461574957
$b_{02,12}^2$	= 4.304753835435803E-02	$b_{32,12}^2$	= -0.182683582539312
$b_{03,12}^2$	= -1.024318221391240E-02	$b_{33,12}^2$	= 4.903411374311872E-02
$b_{04,12}^2$	= -1.504856351118632E-03	$b_{34,12}^2$	= 9.422798847452895E-03
$b_{10,12}^2$	= -0.128213912629462	$b_{40,12}^2$	= 3.097965052054974E-02
$b_{11,12}^2$	= 0.2435922848242171	$b_{41,12}^2$	= -5.884784957163446E-02
$b_{12,12}^2$	= -0.155076089171871	$b_{42,12}^2$	= 3.689308447735584E-02
$b_{13,12}^2$	= 3.344803591608069E-02	$b_{43,12}^2$	= 5.699268893408770E-04
$b_{14,12}^2$	= 8.523898827093034E-03	$b_{44,12}^2$	= -1.027888539493915E-02
$b_{20,12}^2$	= 0.1830110683787325		
$b_{21,12}^2$	= -0.362758420215641		
$b_{22,12}^2$	= 0.257340444579313		
$b_{23,12}^2$	= -7.067260755547977E-02		
$b_{24,12}^2$	= -7.954153161392696E-03		
$b_{000,111}^2$	= 3.603202353756607E-06	$b_{000,122}^2$	= 8.395252314219448E-06
$b_{000,112}^2$	= -4.711647674793262E-06	$b_{000,222}^2$	= -4.152872862539513E-06

### B.1.3 Zeitbereichssimulationen

Nachfolgend werden mehrere Zeitbereichssimulationen mit dem oben dargestellten Gleichungssystem zur Berechnung der Drehmomente aus den vorgegebenen Drehzahlen dargestellt. Zur Verifikation des identifizierten Modells werden die gemessenen Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  der Kupplung als Eingangsgrößen verwendet. Der Gültigkeitsbereich erstreckt sich entsprechend der Rauscherregung zur Identifikation über den angegebenen Bereich.

- $900 \text{ min}^{-1} \leq n_P \leq 1100 \text{ min}^{-1}$
- $600 \text{ min}^{-1} \leq n_T \leq 1000 \text{ min}^{-1}$

Innerhalb dieses Bereiches wird die Pumpen- oder Turbinendrehzahl der Kupplung nach verschiedenen dynamischen Funktionen variiert. Entweder findet eine Erregung der Antriebs- oder eine Erregung der Abtriebsseite statt. Die jeweilige Messung (durchgezogen) und Simulation (gestrichelt) des Drehmoments wird zusammen mit der entsprechenden gemessenen Erregung der Kupplung in einer Graphik in der folgenden Reihenfolge dargestellt:

- Erregung Antriebsseite :
  1. Drehzahlrampe,  $n_P = 1000 \rightarrow 900 \rightarrow 1000 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_T = 800 \text{ min}^{-1}$ , Beschleunigung:  $2000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ , Amplitude:  $100 \text{ min}^{-1}$ , Betriebspunkt  $\nu = 0,8$
  2. genäherte Rechteckfunktion für  $n_P$ , Frequenz:  $1 \text{ Hz}$ ,  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_T = 800 \text{ min}^{-1}$ , Amplitude  $100 \text{ min}^{-1}$
- Erregung Abtriebsseite :
  1. genäherte Rechteckfunktion, Frequenz:  $1 \text{ Hz}$ ,  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_T = 800 \text{ min}^{-1}$ , Amplitude  $100 \text{ min}^{-1}$
  2. genäherte Rechteckfunktion, Frequenz:  $5 \text{ Hz}$ ,  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_T = 800 \text{ min}^{-1}$ , Amplitude  $100 \text{ min}^{-1}$
  3. Drehzahlrampe,  $n_P = 1050 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_T = 1000 \rightarrow 800 \rightarrow 1000 \text{ min}^{-1}$ , Beschleunigung:  $3000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ , Amplitude  $200 \text{ min}^{-1}$
  4. Drehzahlrampe,  $n_P = 950 \text{ min}^{-1}$ ,  $n_T = 1000 \rightarrow 800 \rightarrow 1000 \text{ min}^{-1}$ , Beschleunigung:  $3000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$ , Amplitude  $200 \text{ min}^{-1}$

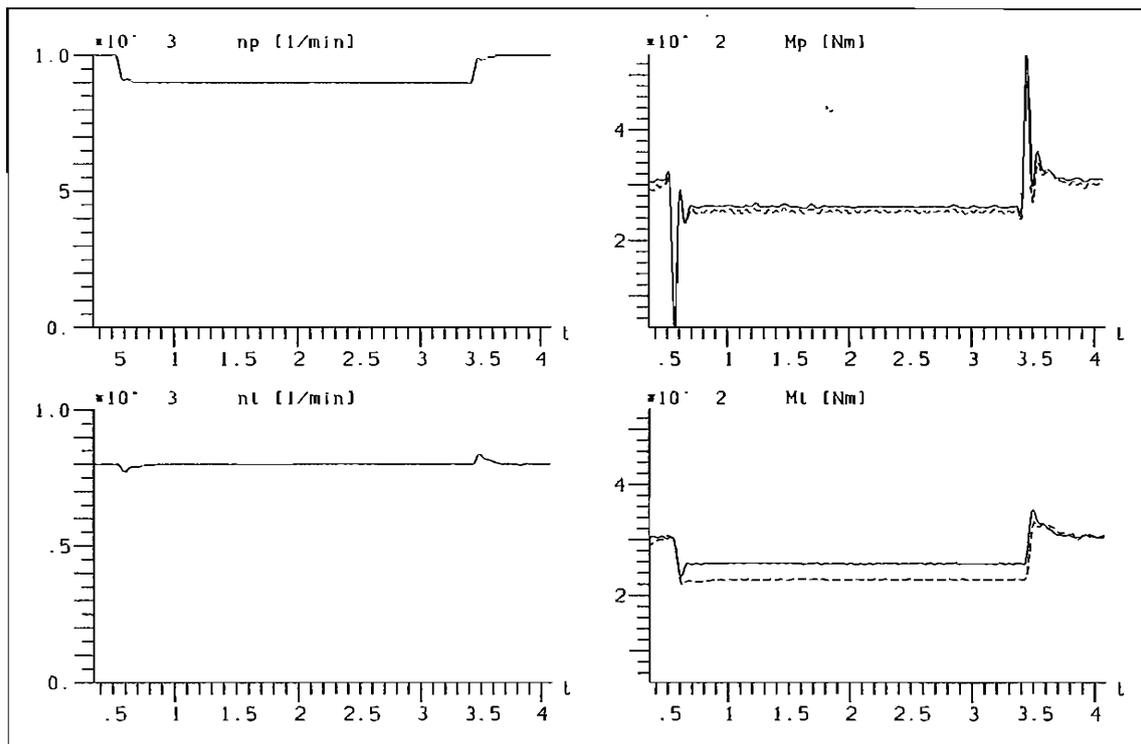


Abb. B.2: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei pumpenseitiger Erregung mit einer Rampenfunktion

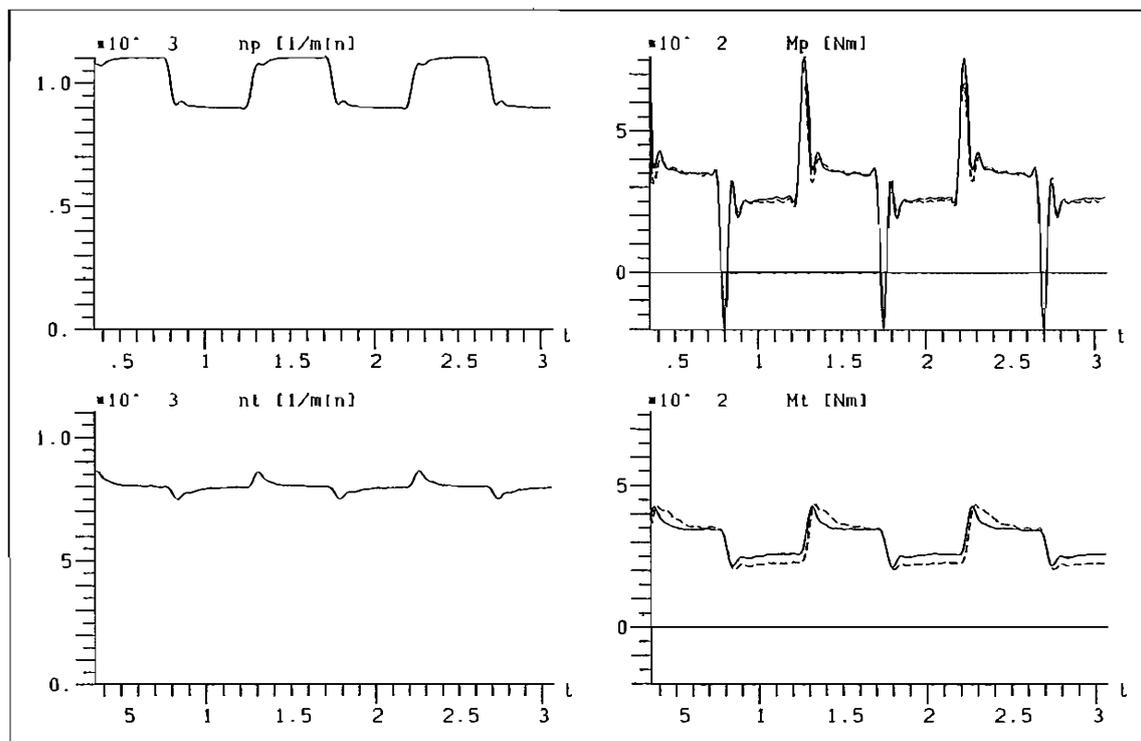


Abb. B.3: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei pumpenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion

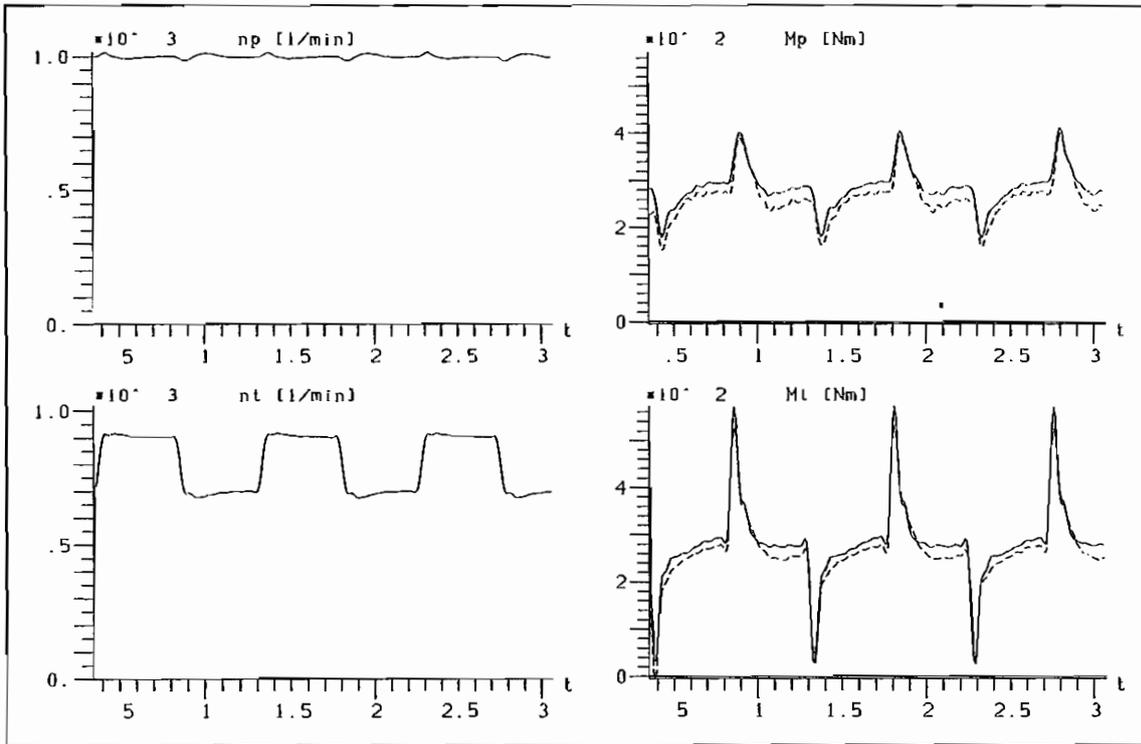


Abb. B.4: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion ( $f = 1$  Hz)

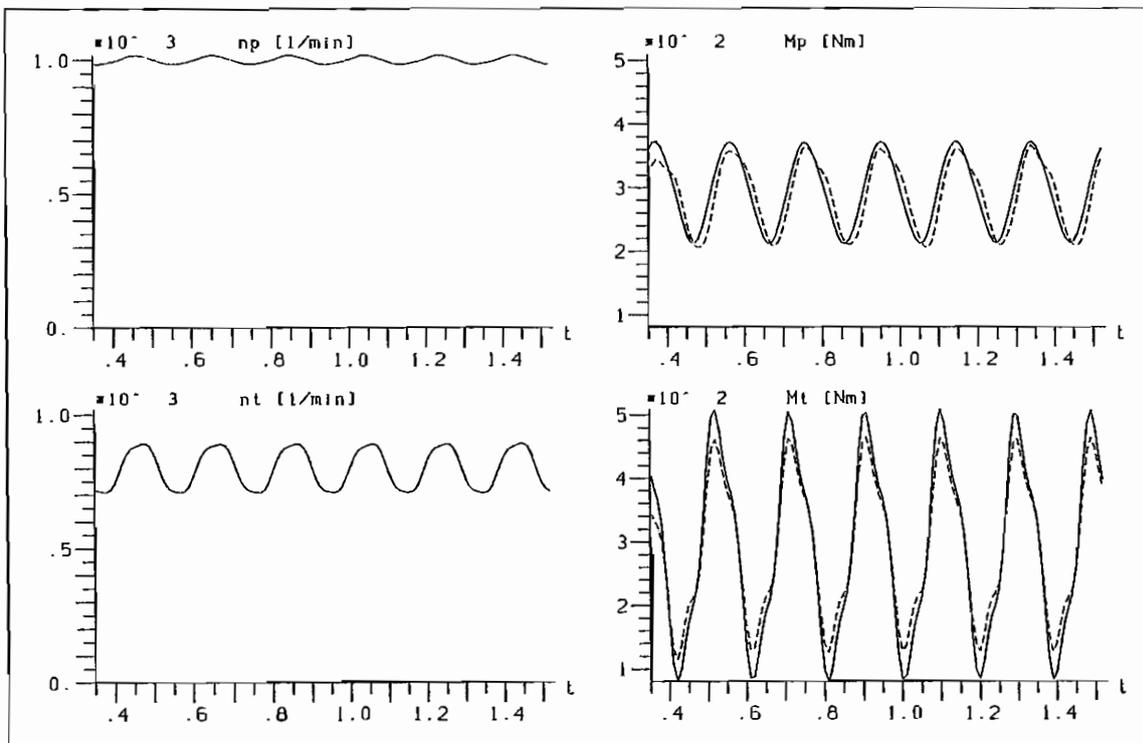


Abb. B.5: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion ( $f = 5$  Hz)

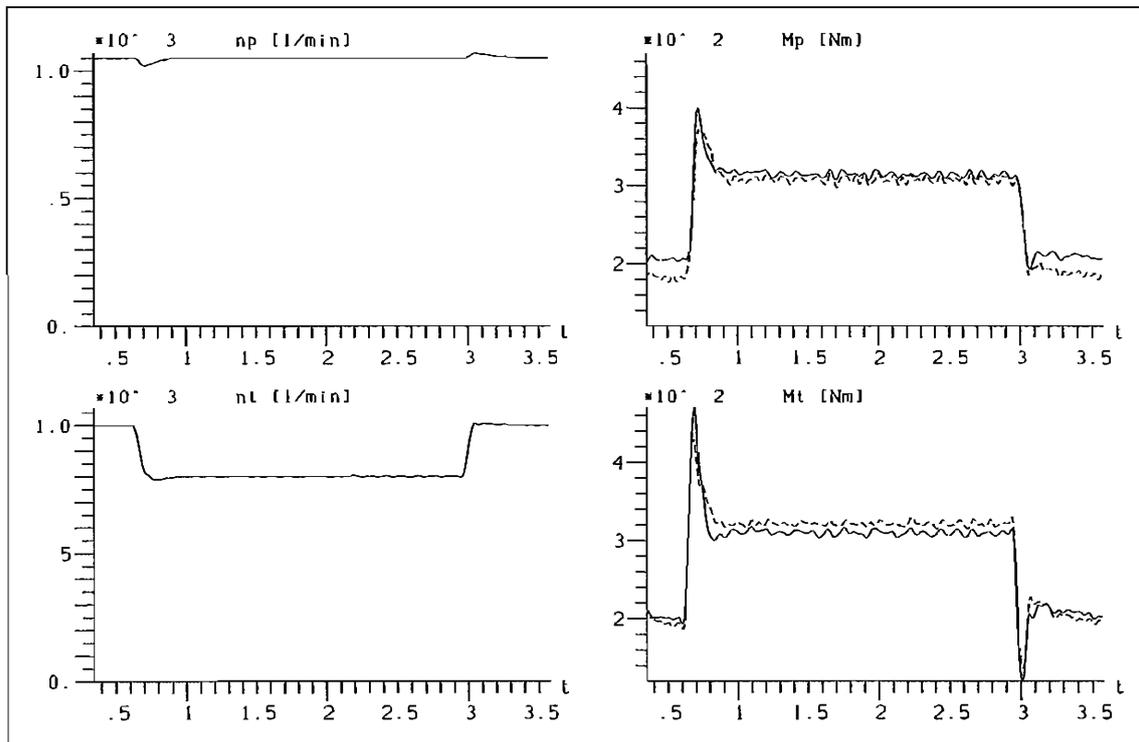


Abb. B.6: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rampenfunktion

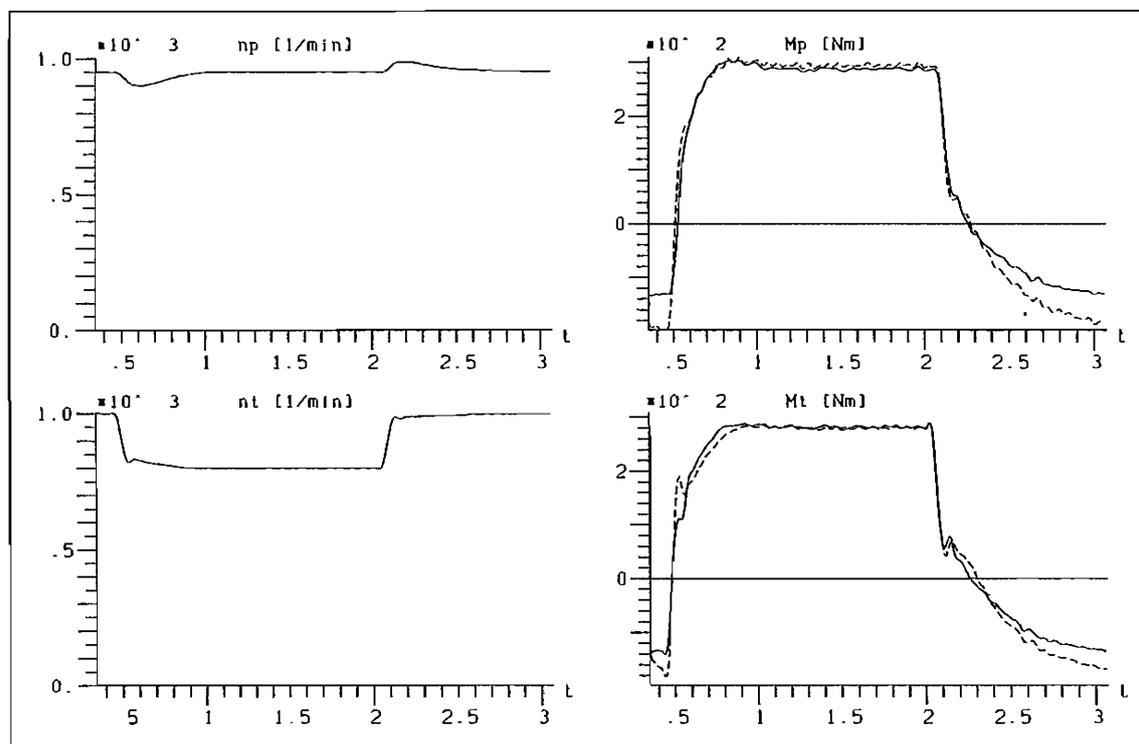


Abb. B.7: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rampenfunktion

## B.2 Modifiziertes Modell der Kupplung 422 TH mit 8 l Füllung

Bei dem in diesem Kapitel dargestellten Modellansatz werden die Trägheitsmomente aufgrund der Drehträgeit der An- und Abtriebsseite der Kupplung nicht bei der Identifikation des nichtlinearen Modells berücksichtigt. Die Systemgrößen sind in diesem Fall die Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  sowie die Drehmomente  $M_{hP}$  und  $M_{hT}$ . Diese werden nach Gl. (B.1) und (B.2) berechnet.

$$M_{hP} = M_P - \theta_P \cdot \ddot{\varphi}_P \quad (\text{B.1})$$

$$M_{hT} = M_T + \theta_T \cdot \ddot{\varphi}_T \quad (\text{B.2})$$

In Abb. B.8 sind die gemessenen Drehzahlen und Drehmomente ohne Trägheitswirkung der Laufräder aufgetragen.

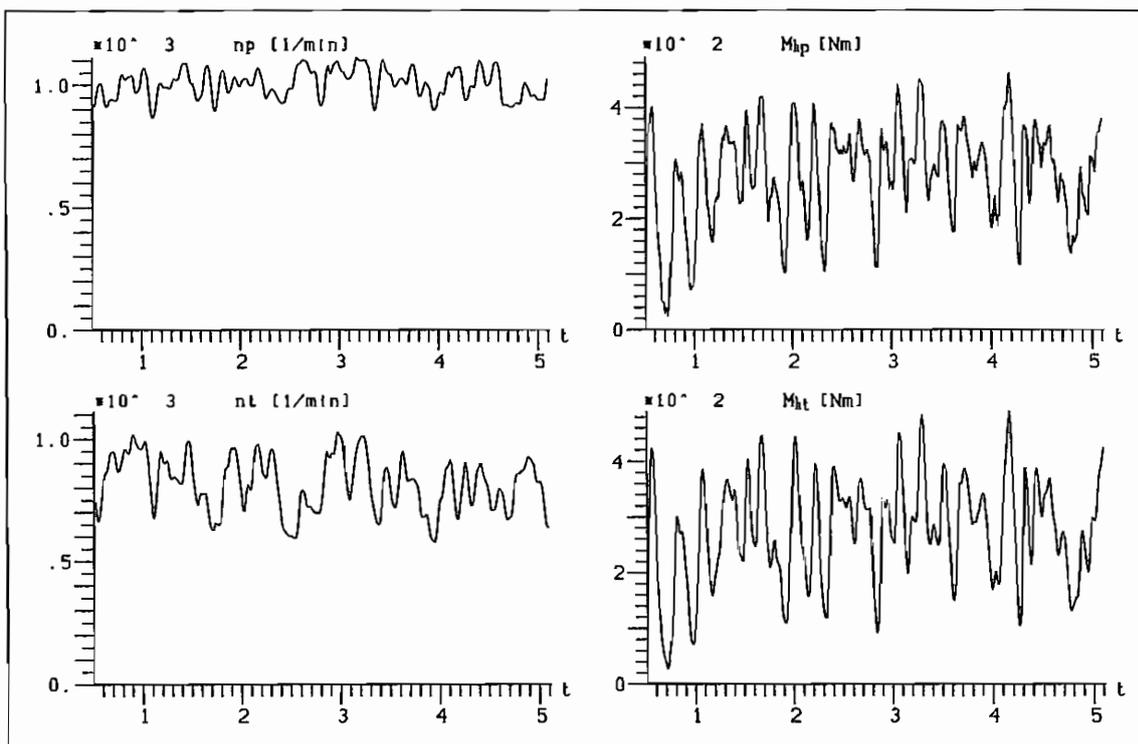


Abb. B.8: Gemessene Systemgrößen der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung, Drehmomente ohne Trägheitswirkung der An- und Abtriebsseite bei Erregung mit Rauschen

### B.2.1 Der Modellansatz

Das Modell für Zeitbereichssimulationen des Pumpen- und Turbinenmoments lautet entsprechend der Einteilung in einen Trägheitsterm und einen nichtlinearen Modellterm wie folgt:

$$M_P(k) = M_{h_P}(k) + \theta_P \cdot \ddot{\varphi}_P(k) = M_{h_P}(k) + \theta_P \cdot \dot{n}_P(k) \cdot \frac{\pi}{30} \quad (\text{B.3})$$

$$M_T(k) = M_{h_T}(k) - \theta_T \cdot \ddot{\varphi}_T(k) = M_{h_T}(k) - \theta_T \cdot \dot{n}_T(k) \cdot \frac{\pi}{30} \quad (\text{B.4})$$

Als nichtlinearen Modellansatz wird das dargestellte Differenzgleichungssystem verwendet. Nachfolgend sind die ermittelten Modellkoeffizienten und als Ergänzung der Untersuchungen in Kap. 6.3 zwei weitere Zeitbereichssimulationen aufgetragen.

$$\begin{aligned} M_{h_P}(k) &= \bar{M}_{h_P} + \sum_{i=0}^4 b_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^4 b_{i,2}^1 n_T(k-i) + \sum_{i=1}^3 a_{i,1}^1 M_{h_P}(k-i) \\ &+ \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,11}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 b_{ij,12}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) \\ &+ \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,22}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) \\ &+ b_{000,111}^1 n_P(k) n_P(k) n_P(k) + b_{000,112}^1 n_P(k) n_P(k) n_T(k) \\ &+ b_{000,122}^1 n_P(k) n_T(k) n_T(k) + b_{000,222}^1 n_T(k) n_T(k) n_T(k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{h_T}(k) &= \bar{M}_{h_T} + \sum_{i=0}^4 b_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^4 b_{i,2}^2 n_T(k-i) + \sum_{i=1}^3 a_{i,2}^2 M_{h_T}(k-i) \\ &+ \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,11}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 b_{ij,12}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) \\ &+ \sum_{i=0}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,22}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) \\ &+ b_{000,111}^2 n_P(k) n_P(k) n_P(k) + b_{000,112}^2 n_P(k) n_P(k) n_T(k) \\ &+ b_{000,122}^2 n_P(k) n_T(k) n_T(k) + b_{000,222}^2 n_T(k) n_T(k) n_T(k) \end{aligned}$$

## B.2.2 Identifizierte Modellkoeffizienten

Koeffizienten zur Berechnung des Pumpenmoments  $M_P$ :

$\bar{M}_P = -3646.80667762458$	$a_{1,1}^1 = 1.71664003467595$
	$a_{2,1}^1 = -0.977219656386296$
	$a_{3,1}^1 = 0.176299218052008$
$b_{0,1}^1 = 10.19410235231043$	$b_{0,2}^1 = 1.79764031179366$
$b_{1,1}^1 = 7.09474139823578$	$b_{1,2}^1 = -6.17508674238343$
$b_{2,1}^1 = -14.0838378241751$	$b_{2,2}^1 = 6.36675404920243$
$b_{3,1}^1 = 13.21077899145893$	$b_{3,2}^1 = -3.41958933952264$
$b_{4,1}^1 = -4.9386037834629$	$b_{4,2}^1 = 1.05380692068138$
$b_{00,11}^1 = -7.537123106089893E-03$	$b_{00,22}^1 = 1.341158876968506E-03$
$b_{01,11}^1 = -4.507440906127158E-02$	$b_{01,22}^1 = -9.538865172316946E-03$
$b_{02,11}^1 = 5.154463470353221E-02$	$b_{02,22}^1 = 3.693808318985247E-03$
$b_{03,11}^1 = -3.197549815740785E-02$	$b_{03,22}^1 = 4.486735621412662E-03$
$b_{04,11}^1 = 1.649521830609046E-02$	$b_{04,22}^1 = -1.929047899693614E-03$
$b_{11,11}^1 = 0.1064969565586579$	$b_{11,22}^1 = 1.026371587977337E-02$
$b_{12,11}^1 = -0.298022811570263$	$b_{12,22}^1 = -4.638276666810270E-03$
$b_{13,11}^1 = 0.2101797452814935$	$b_{13,22}^1 = -1.462611892020504E-02$
$b_{14,11}^1 = -8.356815547904261E-02$	$b_{14,22}^1 = 6.664363481831969E-03$
$b_{22,11}^1 = 0.2626679670502198$	$b_{22,22}^1 = 7.864120834710774E-04$
$b_{23,11}^1 = -0.441676324440777$	$b_{23,22}^1 = 7.119740334019297E-03$
$b_{24,11}^1 = 0.1723460215398517$	$b_{24,22}^1 = -4.535033201136684E-03$
$b_{33,11}^1 = 0.2076210725017517$	$b_{33,22}^1 = -3.630638420872855E-04$
$b_{34,11}^1 = -0.162367003496001$	$b_{34,22}^1 = 1.983618750273308E-03$
$b_{44,11}^1 = 3.072184457005278E-02$	$b_{44,22}^1 = -1.020902132609080E-03$
$b_{00,12}^1 = -6.022508469300191E-03$	$b_{30,12}^1 = -1.135855603615709E-02$
$b_{01,12}^1 = 6.679545266160857E-02$	$b_{31,12}^1 = -6.299453858991909E-02$
$b_{02,12}^1 = -0.132888089069183$	$b_{32,12}^1 = 0.1987976783784688$
$b_{03,12}^1 = 0.1216976539280949$	$b_{33,12}^1 = -0.236594967022029$
$b_{04,12}^1 = -4.769320889727168E-02$	$b_{34,12}^1 = 0.1105488290531866$
$b_{10,12}^1 = 7.349695957145741E-03$	$b_{40,12}^1 = 1.129247331391525E-03$
$b_{11,12}^1 = -0.148879203792603$	$b_{41,12}^1 = 2.452317247161772E-02$
$b_{12,12}^1 = 0.3294602163750823$	$b_{42,12}^1 = -6.791316661929158E-02$
$b_{13,12}^1 = -0.326303942038066$	$b_{43,12}^1 = 7.785275321020890E-02$
$b_{14,12}^1 = 0.1366637084106514$	$b_{44,12}^1 = -3.516377461460251E-02$
$b_{20,12}^1 = 7.733737607850343E-03$	
$b_{21,12}^1 = 0.1280576250464946$	
$b_{22,12}^1 = -0.336087573796249$	
$b_{23,12}^1 = 0.3680353062991343$	
$b_{24,12}^1 = -0.165500904712644$	
$b_{000,111}^1 = 5.174062944784951E-06$	$b_{000,122}^1 = 4.869922755834643E-06$
$b_{000,112}^1 = -4.259532045469693E-06$	$b_{000,222}^1 = -2.021282869718588E-06$

Koeffizienten zur Berechnung des Turbinenmoments  $M_T$ :

$\bar{M}_T = -1303.08210915327$	$a_{1,2}^2 = 1.96711254776164$
	$a_{2,2}^2 = -1.3244068541826$
	$a_{3,2}^2 = 0.3025762114921235$
$b_{0,1}^2 = 4.75853779376484$	$b_{0,2}^2 = 0.423478087526746$
$b_{1,1}^2 = -3.73152004287113$	$b_{1,2}^2 = 0.22840225303662$
$b_{2,1}^2 = 5.66439524813904$	$b_{2,2}^2 = -2.44437365519116$
$b_{3,1}^2 = -3.2053594206518$	$b_{3,2}^2 = 2.55065651502809$
$b_{4,1}^2 = 0.4468950202135602$	$b_{4,2}^2 = -0.685763153422158$
$b_{00,11}^2 = -4.775184544087097E-03$	$b_{00,22}^2 = -4.227129799403428E-03$
$b_{01,11}^2 = 3.863092702886205E-03$	$b_{01,22}^2 = 1.090771522376598E-02$
$b_{02,11}^2 = -7.383940376712417E-03$	$b_{02,22}^2 = -5.975452392760871E-03$
$b_{03,11}^2 = -1.669372540163749E-03$	$b_{03,22}^2 = 2.439793314806593E-03$
$b_{04,11}^2 = 6.864020535886083E-03$	$b_{04,22}^2 = -2.499556700286120E-05$
$b_{11,11}^2 = 1.008496641861711E-02$	$b_{11,22}^2 = -4.906098984406526E-03$
$b_{12,11}^2 = -4.590417851431993E-02$	$b_{12,22}^2 = 2.874099992482115E-03$
$b_{13,11}^2 = 5.571316545319859E-02$	$b_{13,22}^2 = 1.550599226902704E-03$
$b_{14,11}^2 = -3.246759393186948E-02$	$b_{14,22}^2 = -4.117013968652827E-03$
$b_{22,11}^2 = 5.997479144753014E-02$	$b_{22,22}^2 = 3.838223515231220E-03$
$b_{23,11}^2 = -0.122085970480839$	$b_{23,22}^2 = -1.786621355631723E-02$
$b_{24,11}^2 = 5.179498920824699E-02$	$b_{24,22}^2 = 1.314174385879596E-02$
$b_{33,11}^2 = 5.315949044870649E-02$	$b_{33,22}^2 = 1.428018484784843E-02$
$b_{34,11}^2 = -3.534035252505418E-02$	$b_{34,22}^2 = -1.486490348611368E-02$
$b_{44,11}^2 = 4.206899767041250E-03$	$b_{44,22}^2 = 2.890273991567937E-03$
$b_{00,12}^2 = 3.339010763284022E-03$	$b_{30,12}^2 = -4.151721983498646E-02$
$b_{01,12}^2 = 9.790174722184019E-03$	$b_{31,12}^2 = 5.425129105242377E-02$
$b_{02,12}^2 = -4.110897808095614E-02$	$b_{32,12}^2 = 1.854123242264904E-02$
$b_{03,12}^2 = 4.637993048072530E-02$	$b_{33,12}^2 = -6.741873877763282E-02$
$b_{04,12}^2 = -1.888637127046877E-02$	$b_{34,12}^2 = 3.656952794790413E-02$
$b_{10,12}^2 = -1.978527151004527E-02$	$b_{40,12}^2 = 1.462922381392672E-02$
$b_{11,12}^2 = -8.108615866149193E-03$	$b_{41,12}^2 = -2.167932642532832E-02$
$b_{12,12}^2 = 0.1038291852710244$	$b_{42,12}^2 = 1.775778553110285E-03$
$b_{13,12}^2 = -0.130484923574841$	$b_{43,12}^2 = 1.381286630567046E-02$
$b_{14,12}^2 = 5.659810989072866E-02$	$b_{44,12}^2 = -8.178035829359942E-03$
$b_{20,12}^2 = 4.288230521251535E-02$	
$b_{21,12}^2 = -3.350232055345259E-02$	
$b_{22,12}^2 = -8.279463461985869E-02$	
$b_{23,12}^2 = 0.1367709994810866$	
$b_{24,12}^2 = -6.576150085766130E-02$	
$b_{00,111}^2 = 2.043392257566889E-06$	$b_{00,122}^2 = 3.824000736618593E-06$
$b_{00,112}^2 = -2.829462054876330E-06$	$b_{00,222}^2 = -1.660836472350268E-06$

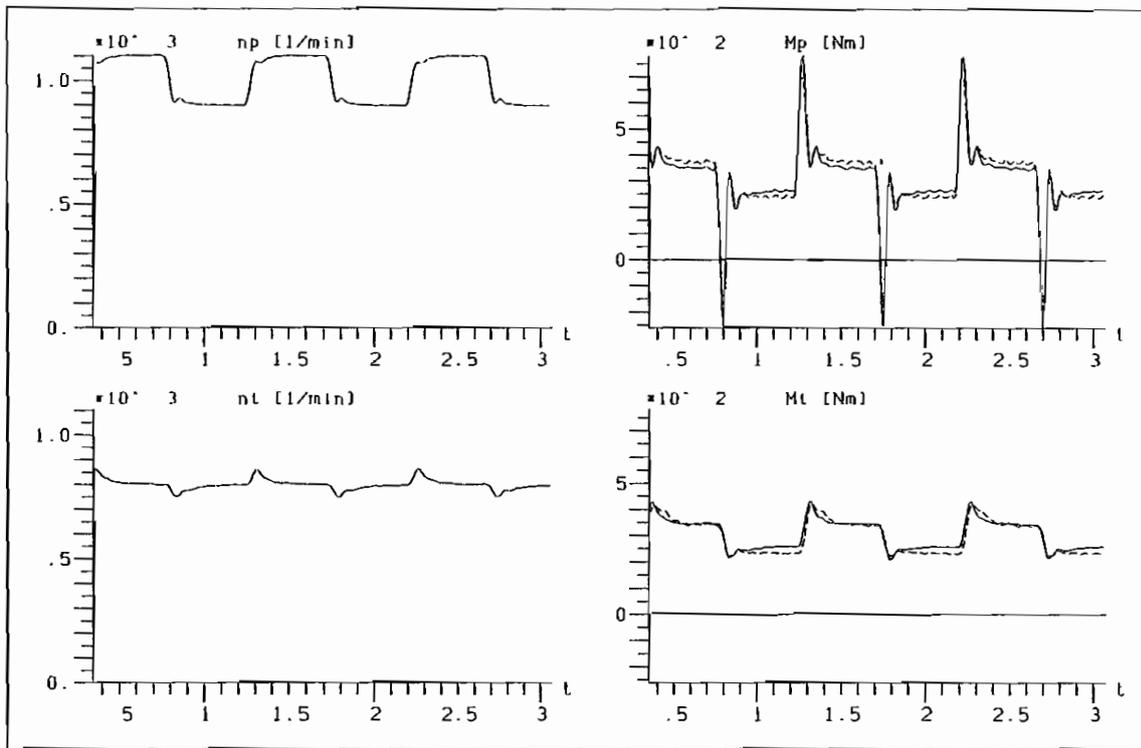


Abb. B.9: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei pumpenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion ( $f = 1$  Hz)

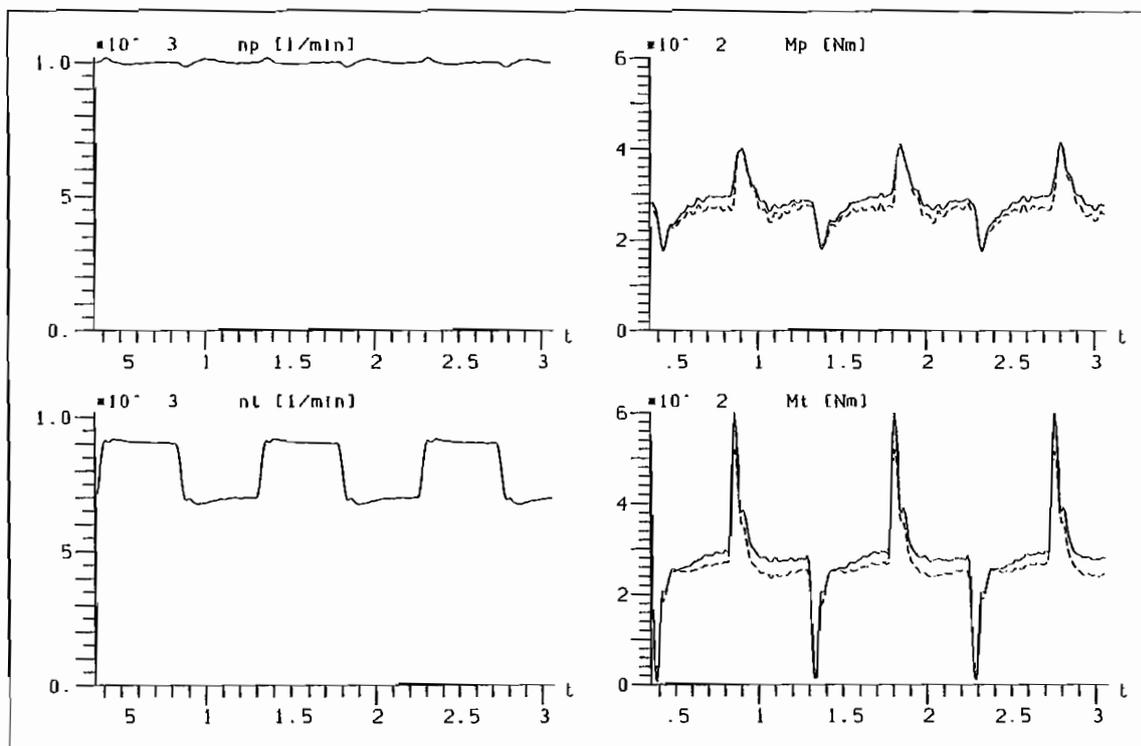


Abb. B.10: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion ( $f = 1$  Hz)

### B.3 Untersuchung nichtlinearer Modelleigenschaften

Um den Einfluß des stationären Übertragungsverhaltens auf die Parameterschätzung und damit auf die Identifikation des dynamischen Modells der hydrodynamischen Kupplung abschätzen zu können, wird diese in dem Betriebspunkt  $\nu = 0,9$  turbinenseitig mit mehrwertigem Rauschen erregt. In Abb. B.11 und B.12 sind die gemessenen Größen, die sich nur durch unterschiedliche Amplituden unterscheiden, bei einer Füllung von 8 Litern der Kupplung 422TH dargestellt. Der stationäre Betriebspunkt ist bei beiden Drehzahlerregungen gleich.

- Erregung 1 :  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$  ,  $n_T = 900 \pm 25 \pm 50 \text{ min}^{-1}$  ,  $\nu = 0,9$
- Erregung 2 :  $n_P = 1000 \text{ min}^{-1}$  ,  $n_T = 900 \pm 50 \pm 100 \text{ min}^{-1}$  ,  $\nu = 0,9$

Der Modellansatz ist in Übereinstimmung mit den vorangegangenen Auswertungen gewählt worden und für beide Identifikationsläufe (je Erregung einer) und demnach für beide Modelle gleich. Als dynamisches Modell erhält man das aufgeführte Gleichungssystem (Gl. (B.5)). Die ermittelten Koeffizienten des Pumpen- und Turbinenmoments sind für das Modell 1 (identifiziert mit Erregung 1) und das Modell 2 (identifiziert mit Erregung 2) jeweils in einer Tabelle gegenübergestellt. Die Messwerte liegen in diesem Fall mittelwertfrei vor (Modell zur Bestimmung von  $M_{h_P}^*$  und  $M_{h_T}^*$ ).

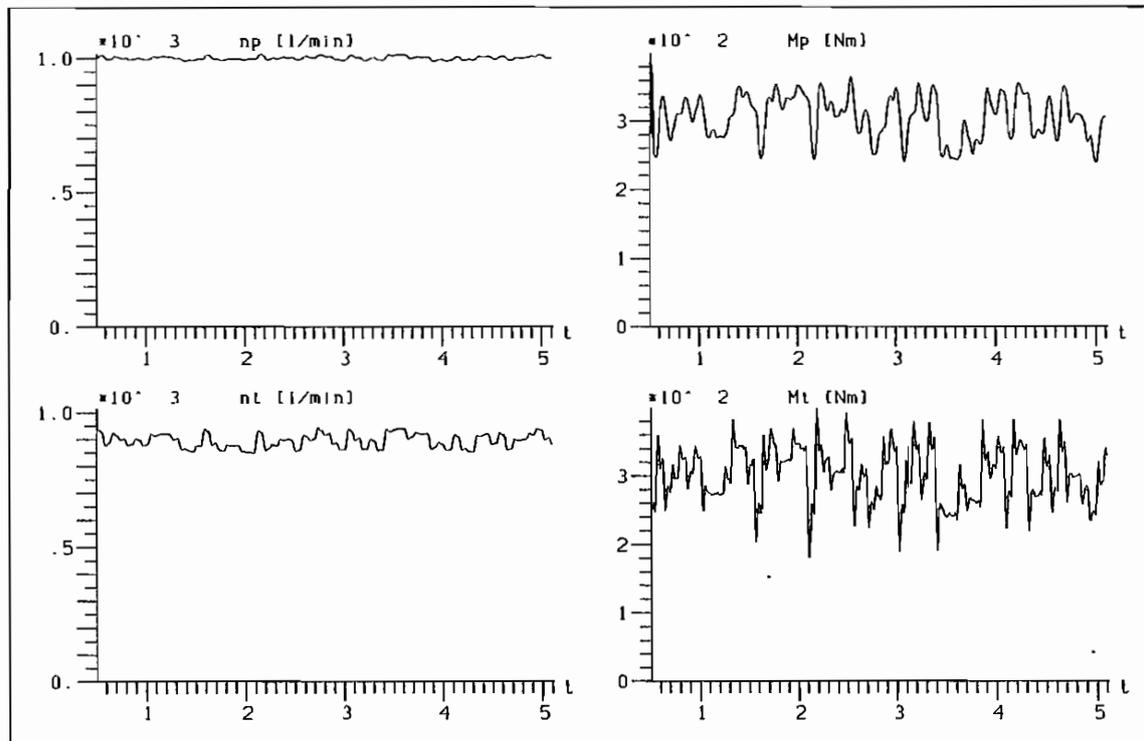


Abb. B.11: Gemessene Systemgrößen der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung bei Erregung mit pseudozufälligem Rauschen (Erregung 1)

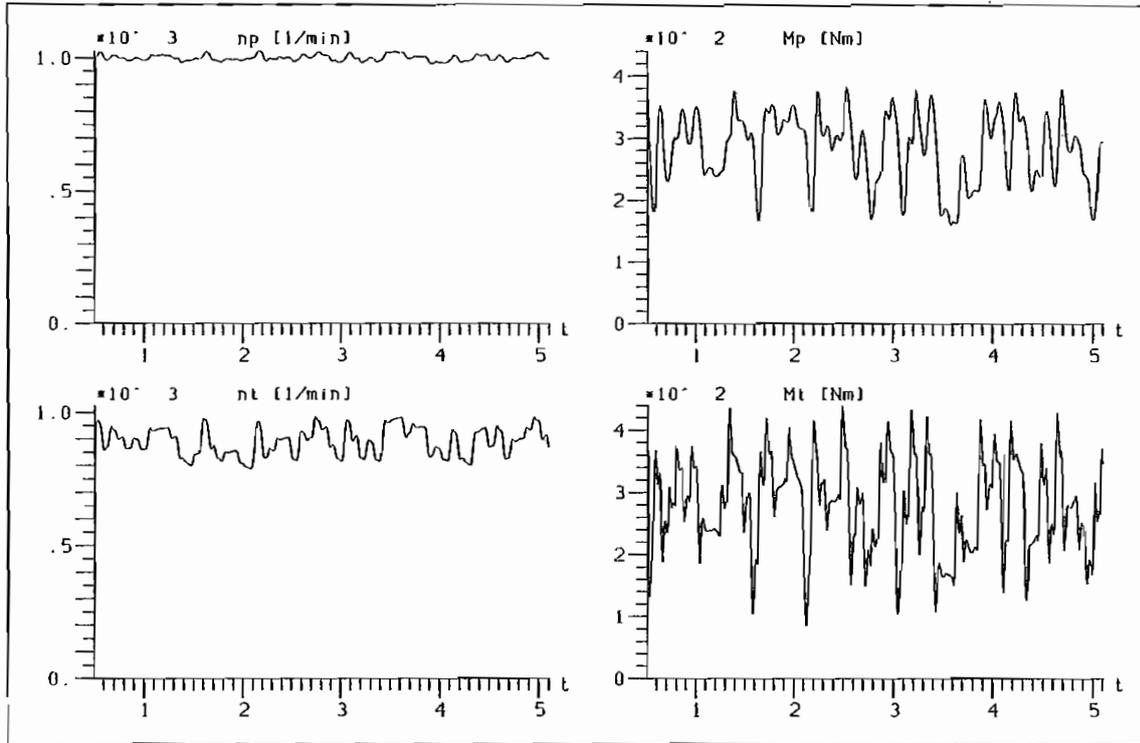


Abb. B.12: Gemessene Systemgrößen der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung bei Erregung mit pseudozufälligem Rauschen (Erregung 2)

### B.3.1 Der Modellansatz

$$\begin{aligned}
 M_{h_P}^*(k) &= \bar{M}_{h_P}^* + a_{1,1}^1 M_{h_P}^*(k-1) + \sum_{i=0}^2 b_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^2 b_{i,2}^1 n_T(k-i) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,11}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_{ij,12}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,22}^1 n_T(k-i) n_T(k-j)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{h_T}^*(k) &= \bar{M}_{h_T}^* + a_{1,2}^2 M_{h_T}^*(k-1) + \sum_{i=0}^2 b_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^2 b_{i,2}^2 n_T(k-i) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,11}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_{ij,12}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
 &+ \sum_{i=0}^2 \sum_{j=i}^2 b_{ij,22}^2 n_T(k-i) n_T(k-j)
 \end{aligned}$$

(B.5)

### B.3.2 Identifizierte Modellkoeffizienten

Koeffizienten zur Berechnung des Pumpenmoments  $M_P$ :

Koeffizient	Wert aus Modell 1	Wert aus Modell 2
$\bar{M}_P =$	4.45367376272775	3.99817739057744
$b_{0,1}^1 =$	-3.99640880070625	-3.2798741499023
$b_{1,1}^1 =$	6.86482778152865	5.66747637904274
$b_{2,1}^1 =$	-2.39139359305512	-2.1768872904903
$b_{0,2}^1 =$	-0.547502843308615	-0.30705340286813
$b_{1,2}^1 =$	0.0003965533743117	-0.371334368504503
$b_{2,2}^1 =$	-0.445529631120508	0.4429444495875554
$a_{1,1}^1 =$	0.355247465368472	0.848135953532095
$b_{00,11}^1 =$	-1.13623378663516	-0.0990602439034091
$b_{01,11}^1 =$	2.77934879855749	0.2240302199606389
$b_{02,11}^1 =$	-0.938097171311242	-0.0734240437504780
$b_{11,11}^1 =$	-2.01214555690271	-0.0209696272728479
$b_{12,11}^1 =$	1.47669529745419	-0.11679166993207
$b_{22,11}^1 =$	-0.266043666633735	0.0888734656248493
$b_{00,12}^1 =$	-0.104799823387366	-0.0434350108078334
$b_{01,12}^1 =$	0.4207985099792636	0.1280344777543973
$b_{02,12}^1 =$	-0.202318536511676	-0.0730286217513196
$b_{10,12}^1 =$	0.291119753577794	0.0938586919638311
$b_{11,12}^1 =$	-0.786848332618071	-0.261402083630685
$b_{12,12}^1 =$	0.4619593067012885	0.1483278285350593
$b_{20,12}^1 =$	-0.184620693621872	-0.0429627006300936
$b_{21,12}^1 =$	0.4113645998892998	0.1284672773139163
$b_{22,12}^1 =$	-0.251030778188699	-0.0760045125340980
$b_{00,22}^1 =$	-3.229785646195248E-03	-3.289031997886659E-03
$b_{01,22}^1 =$	2.184016492532769E-02	1.763086239817823E-02
$b_{02,22}^1 =$	-1.890723112438408E-02	-1.347590176128221E-02
$b_{11,22}^1 =$	-4.142571206089051E-02	-2.346176844292813E-02
$b_{12,22}^1 =$	5.785302732662422E-02	3.104987888225707E-02
$b_{22,22}^1 =$	-2.942501906249983E-02	-1.077490677061376E-02

Koeffizienten zur Berechnung des Turbinenmoments  $M_T$ :

Koeffizient	Wert aus Modell 1	Wert aus Modell 2
$\bar{M}_T =$	2.83048124153028	4.3211208102407
$b_{0,1}^2 =$	-0.237691438024184	-1.2238622720046
$b_{1,1}^2 =$	0.2291420687803817	1.35396453387091
$b_{2,1}^2 =$	0.6121327608491595	0.1641504635687525
$b_{0,2}^2 =$	-1.00773632162767	-0.948579200130997
$b_{1,2}^2 =$	0.6760340523530093	0.8807094669319698
$b_{2,2}^2 =$	-0.319929922915912	-0.164760966864363
$a_{1,2}^2 =$	0.5991479364262275	0.8491315083504566
$b_{00,11}^2 =$	0.1680407400428407	-0.0093966617313867
$b_{01,11}^2 =$	-0.996657239985012	0.1816363189569187
$b_{02,11}^2 =$	0.5581755586531827	-0.174365313928973
$b_{11,11}^2 =$	0.852830604032178	-0.288968521723064
$b_{12,11}^2 =$	-0.773218494496383	0.4171038949995136
$b_{22,11}^2 =$	0.1437306098628567	-0.122550139467316
$b_{00,12}^2 =$	-1.808674067434789E-02	-9.226888615017969E-03
$b_{01,12}^2 =$	-8.682923139957666E-04	1.573792220995073E-02
$b_{02,12}^2 =$	6.935780719355832E-02	3.490056449862777E-03
$b_{10,12}^2 =$	2.044505717140587E-02	9.685259846364147E-03
$b_{11,12}^2 =$	6.047425105649750E-02	-3.068301915979532E-02
$b_{12,12}^2 =$	-7.494718729958549E-02	9.706271033394386E-03
$b_{20,12}^2 =$	-1.187229265070577E-02	2.753384211084508E-03
$b_{21,12}^2 =$	-3.664203708442670E-02	1.283074371006165E-02
$b_{22,12}^2 =$	2.366702767148609E-02	-1.274386945981120E-02
$b_{00,22}^2 =$	-2.322038632375011E-03	-4.498407081241495E-04
$b_{01,22}^2 =$	1.798306906947155E-02	4.746658687814431E-03
$b_{02,22}^2 =$	-1.236109467329882E-02	-4.680786047043028E-03
$b_{11,22}^2 =$	-2.337421772836201E-02	-7.115357978889847E-03
$b_{12,22}^2 =$	2.308137313881353E-02	7.829228708615687E-03
$b_{22,22}^2 =$	-1.172971633143937E-02	-2.598986404077408E-03

## B.4 Reduziertes dynamisches Modell

Im Gegensatz zu den in Kap. 6.2 und 6.3 ermittelten Modellen der Kupplung 422TH mit Teilfüllung werden jetzt in den nichtlinearen Termen die aktuellen Werte der Drehzahlen  $n_P(k)$  und  $n_T(k)$  nicht zur Berechnung der Ausgangsgrößen  $M_P(k)$  oder  $M_T(k)$  verwendet (vergl. Kap. 6.4). Nur bei den linearen Termen treten weiterhin die aktuellen Größen auf (in Gl. (B.6) fett dargestellt).

Es handelt sich hierbei um ein Absolutmodell, das sowohl das stationäre als auch das instationäre Übertragungsverhalten der Kupplung 422TH mit Teilfüllung abbildet. Die Erregung erfolgt wieder mit pseudozufälligen Rauschsignalen, die den stationären Drehzahlen überlagert werden. In Abb. B.13 sind die gemessenen Systemgrößen und die Simulationsrechnung der Drehmomente mit dem reduzierten Modell dargestellt.

Nachfolgend sind das Modell und die zur Berechnung von  $M_P(k)$  und  $M_T(k)$  ermittelten Modellkoeffizienten angegeben. Es handelt sich hierbei um einen Modellansatz 4. Ordnung. Danach werden mehrere Vergleiche zwischen Messungen und Zeitbereichssimulationen aufgetragen, bei denen die An- und Abtriebsseite der Kupplung variiert worden sind. Die Messungen sind durchgezogen und die Simulationen der Drehmomente gestrichelt dargestellt.

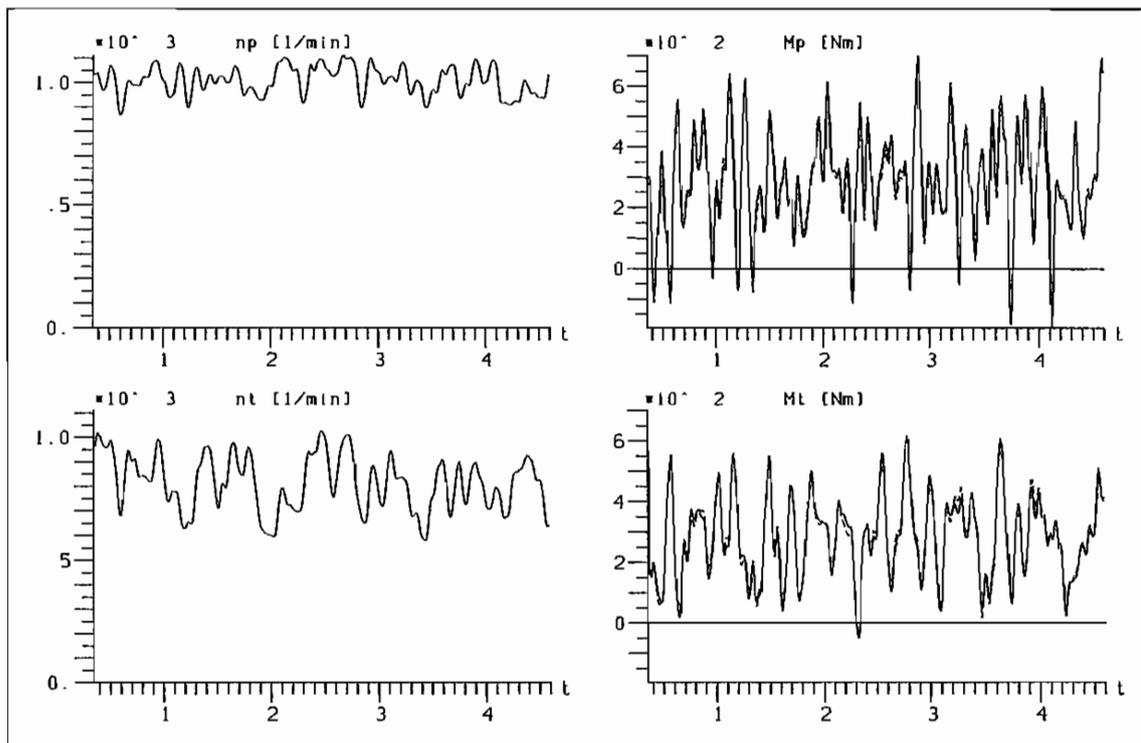


Abb. B.13: Messung und Simulation mit reduziertem Modell bei Rauscherregung der Kupplung 422TH mit Teilfüllung

## B.4.1 Der Modellansatz

$$\begin{aligned}
M_P(k) &= \bar{M}_P + a_{1,1}^1 M_P(k-1) + \sum_{i=0}^6 b_{i,1}^1 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^6 b_{i,2}^1 n_T(k-i) \\
&+ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=i}^5 b_{ij,11}^1 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 b_{ij,12}^1 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
&+ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=i}^5 b_{ij,22}^1 n_T(k-i) n_T(k-j) \\
&+ b_{111,111}^1 n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) + b_{111,112}^1 n_P(k-1) n_P(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{111,122}^1 n_P(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) + b_{111,222}^1 n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,1111}^1 n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) \\
&+ b_{1111,1112}^1 n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,1122}^1 n_P(k-1) n_P(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,1222}^1 n_P(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,2222}^1 n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) \\
\\
M_T(k) &= \bar{M}_T + a_{1,2}^2 M_T(k-1) + \sum_{i=0}^6 b_{i,1}^2 n_P(k-i) + \sum_{i=0}^6 b_{i,2}^2 n_T(k-i) \\
&+ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=i}^5 b_{ij,11}^2 n_P(k-i) n_P(k-j) + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 b_{ij,12}^2 n_P(k-i) n_T(k-j) \\
&+ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=i}^5 b_{ij,22}^2 n_T(k-i) n_T(k-j) \\
&+ b_{000,111}^2 n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) + b_{000,112}^2 n_P(k-1) n_P(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{000,122}^2 n_P(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) + b_{000,222}^2 n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,1111}^2 n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) \\
&+ b_{1111,1112}^2 n_P(k-1) n_P(k-1) n_P(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,1122}^2 n_P(k-1) n_P(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,1222}^2 n_P(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) \\
&+ b_{1111,2222}^2 n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1) n_T(k-1)
\end{aligned} \tag{B.6}$$

## B.4.2 Identifizierte Modellkoeffizienten

Koeffizienten zur Berechnung des Pumpenmoments  $M_P$ :

$\bar{M}_P = -15360.0189282857$	$a_{1,1}^1 = 0.8478569919702749$
$b_{0,1}^1 = 17.62945884807049$	$b_{0,2}^1 = -0.744235728314834$
$b_{1,1}^1 = 3.24880222929642$	$b_{1,2}^1 = 22.76599402911961$
$b_{2,1}^1 = 42.92783995065838$	$b_{2,2}^1 = -27.6023067540955$
$b_{3,1}^1 = -26.4011355554685$	$b_{3,2}^1 = 34.19137482251971$
$b_{4,1}^1 = 16.83563385740853$	$b_{4,2}^1 = -24.9980235553812$
$b_{5,1}^1 = -7.54637912032194$	$b_{5,2}^1 = 10.20979334355797$
$b_{6,1}^1 = 1.0791395169299$	$b_{6,2}^1 = -1.18298513797527$
$b_{11,11}^1 = -3.515820407028513E-02$	$b_{11,22}^1 = 5.146791951119666E-03$
$b_{12,11}^1 = -4.695585472674679E-02$	$b_{12,22}^1 = -1.855686191720451E-02$
$b_{13,11}^1 = -2.678714935609605E-02$	$b_{13,22}^1 = 7.059021048917202E-03$
$b_{14,11}^1 = 6.432653935189591E-02$	$b_{14,22}^1 = 8.806417454252369E-03$
$b_{15,11}^1 = -2.139615040323406E-02$	$b_{15,22}^1 = -4.023067068828823E-03$
$b_{22,11}^1 = 5.673037527327551E-02$	$b_{22,22}^1 = 3.503592794186261E-02$
$b_{23,11}^1 = 1.812164369766833E-03$	$b_{23,22}^1 = -5.665301979024661E-02$
$b_{24,11}^1 = -0.100786304916255$	$b_{24,22}^1 = 7.120608039258513E-03$
$b_{25,11}^1 = 4.188600571069400E-02$	$b_{25,22}^1 = 2.547902481637720E-03$
$b_{33,11}^1 = 1.631750568776624E-02$	$b_{33,22}^1 = 3.607652333084843E-02$
$b_{34,11}^1 = -3.405354578717378E-02$	$b_{34,22}^1 = -2.806489464273909E-02$
$b_{35,11}^1 = 1.655771580044529E-02$	$b_{35,22}^1 = 2.063381320112966E-03$
$b_{44,11}^1 = 7.319847390317590E-02$	$b_{44,22}^1 = 6.432935573684517E-03$
$b_{45,11}^1 = -7.417106984212296E-02$	$b_{45,22}^1 = 1.758258880727225E-03$
$b_{55,11}^1 = 1.932581354321882E-02$	$b_{55,22}^1 = -1.590507603395963E-03$
$b_{11,12}^1 = -3.647406336312997E-02$	$b_{41,12}^1 = -3.049145921340823E-02$
$b_{12,12}^1 = 3.298588829147774E-02$	$b_{42,12}^1 = 2.193823109337244E-02$
$b_{13,12}^1 = -9.516478869954880E-02$	$b_{43,12}^1 = 2.702063794276909E-02$
$b_{14,12}^1 = 9.988692329352488E-02$	$b_{44,12}^1 = -9.256788538368709E-02$
$b_{15,12}^1 = -4.137637633357371E-02$	$b_{45,12}^1 = 7.006673758110082E-02$
$b_{21,12}^1 = -2.752478065963259E-02$	$b_{51,12}^1 = 3.315650842068862E-03$
$b_{22,12}^1 = -5.665906789727159E-02$	$b_{52,12}^1 = 2.272720925247995E-03$
$b_{23,12}^1 = 0.21785488750902$	$b_{53,12}^1 = -1.019984860249678E-02$
$b_{24,12}^1 = -0.25422572194293$	$b_{54,12}^1 = 2.872979316998680E-02$
$b_{25,12}^1 = 0.1151398888086987$	$b_{55,12}^1 = -2.341199077045530E-02$
$b_{31,12}^1 = 4.297386304597239E-02$	
$b_{32,12}^1 = 1.827609536485397E-02$	
$b_{33,12}^1 = -0.163366630658857$	
$b_{34,12}^1 = 0.2342967696495179$	
$b_{35,12}^1 = -0.125806185966212$	
$b_{111,111}^1 = 1.730242086850353E-05$	$b_{111,122}^1 = -8.994263658301804E-07$
$b_{111,112}^1 = 4.358295325346262E-05$	$b_{111,222}^1 = -2.672342308329689E-06$
$b_{1111,1111}^1 = -2.735310814655500E-10$	$b_{1111,1222}^1 = 1.367657905329555E-08$
$b_{1111,1112}^1 = -1.251077901692765E-08$	$b_{1111,2222}^1 = -5.042285667125612E-09$
$b_{1111,1122}^1 = -9.718438241657078E-09$	

Koeffizienten zur Berechnung des Turbinenmoments  $M_T$ :

$\bar{M}_T = 5361.551759224385$	$a_{1,2}^2 = 0.8211201805370365$
$b_{0,1}^2 = 0.43015114447916$	$b_{0,2}^2 = -6.85018918937112$
$b_{1,1}^2 = -55.0709385822993$	$b_{1,2}^2 = 55.26409578649327$
$b_{2,1}^2 = 6.58408317225985$	$b_{2,2}^2 = -23.0205761971883$
$b_{3,1}^2 = -12.7212938466109$	$b_{3,2}^2 = 15.19810364488512$
$b_{4,1}^2 = 14.1214721156284$	$b_{4,2}^2 = -9.07453651539981$
$b_{5,1}^2 = -7.40963184961583$	$b_{5,2}^2 = 4.98943556920858$
$b_{6,1}^2 = 0.89392420960757$	$b_{6,2}^2 = -0.998427212118259$
$b_{11,11}^2 = 0.1309545350159169$	$b_{11,22}^2 = -8.461583583994070E-03$
$b_{12,11}^2 = 3.956629971639813E-03$	$b_{12,22}^2 = 7.060476198421383E-02$
$b_{13,11}^2 = -2.452772920878487E-02$	$b_{13,22}^2 = -7.096667921177867E-02$
$b_{14,11}^2 = 3.218122064572526E-02$	$b_{14,22}^2 = 4.160349770063476E-02$
$b_{15,11}^2 = -6.953422565857181E-03$	$b_{15,22}^2 = -1.099282163022508E-02$
$b_{22,11}^2 = 2.884081311776753E-02$	$b_{22,22}^2 = -7.705116630677366E-02$
$b_{23,11}^2 = -8.070344055886380E-02$	$b_{23,22}^2 = 0.1609491617200546$
$b_{24,11}^2 = 2.223261087783612E-02$	$b_{24,22}^2 = -9.818060476027313E-02$
$b_{25,11}^2 = -9.582758211763575E-03$	$b_{25,22}^2 = 2.506742548757756E-02$
$b_{33,11}^2 = 0.118302010683692$	$b_{33,22}^2 = -8.675955810031155E-02$
$b_{34,11}^2 = -0.187620749056805$	$b_{34,22}^2 = 0.1040497222347767$
$b_{35,11}^2 = 6.681432681943988E-02$	$b_{35,22}^2 = -2.302335199783556E-02$
$b_{44,11}^2 = 0.1003269935172284$	$b_{44,22}^2 = -2.720631412739749E-02$
$b_{45,11}^2 = -7.778412293191649E-02$	$b_{45,22}^2 = 7.557017092040041E-03$
$b_{55,11}^2 = 1.600230315671069E-02$	$b_{55,22}^2 = 6.946280518604908E-04$
$b_{11,12}^2 = -0.11577694042353$	$b_{41,12}^2 = -0.101119080986791$
$b_{12,12}^2 = 2.711710492167185E-02$	$b_{42,12}^2 = 0.2004948282192344$
$b_{13,12}^2 = -9.280931744615372E-02$	$b_{43,12}^2 = -8.063955518446164E-02$
$b_{14,12}^2 = 0.1069985552367143$	$b_{44,12}^2 = -9.936120455313358E-02$
$b_{15,12}^2 = -4.447397241710860E-02$	$b_{45,12}^2 = 8.065088526814179E-02$
$b_{21,12}^2 = -3.747834529576721E-02$	$b_{51,12}^2 = 3.871743439412966E-02$
$b_{22,12}^2 = -4.550591713268659E-03$	$b_{52,12}^2 = -8.576667953639116E-02$
$b_{23,12}^2 = 0.1990955968940397$	$b_{53,12}^2 = 5.895846483326749E-02$
$b_{24,12}^2 = -0.288053099840909$	$b_{54,12}^2 = 6.810166831201058E-03$
$b_{25,12}^2 = 0.1319708474602521$	$b_{55,12}^2 = -1.862236013721485E-02$
$b_{31,12}^2 = 9.630572295463934E-02$	
$b_{32,12}^2 = -0.137695493281171$	
$b_{33,12}^2 = -8.230813144473358E-02$	
$b_{34,12}^2 = 0.2728362293346435$	
$b_{35,12}^2 = -0.150330427962217$	
$b_{111,111}^2 = -1.267693559103832E-04$	$b_{111,122}^2 = -1.791926957661616E-05$
$b_{111,112}^2 = 1.326631372968734E-04$	$b_{111,222}^2 = 1.069079644366865E-06$
$b_{1111,1111}^2 = 4.307792468832144E-08$	$b_{1111,1222}^2 = 6.540102702456973E-09$
$b_{1111,1112}^2 = -5.091187647854322E-08$	$b_{1111,2222}^2 = -4.243090068536958E-09$
$b_{1111,1122}^2 = 7.496711772192466E-09$	

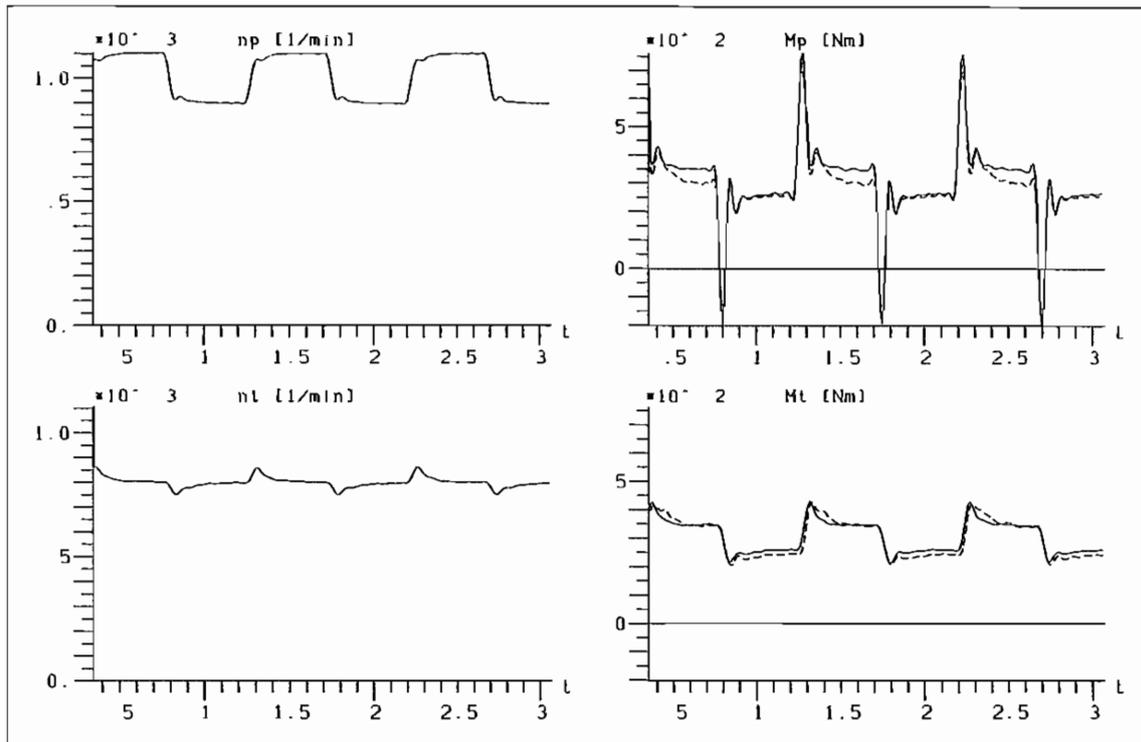


Abb. B.14: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei pumpenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion ( $f = 1$  Hz)

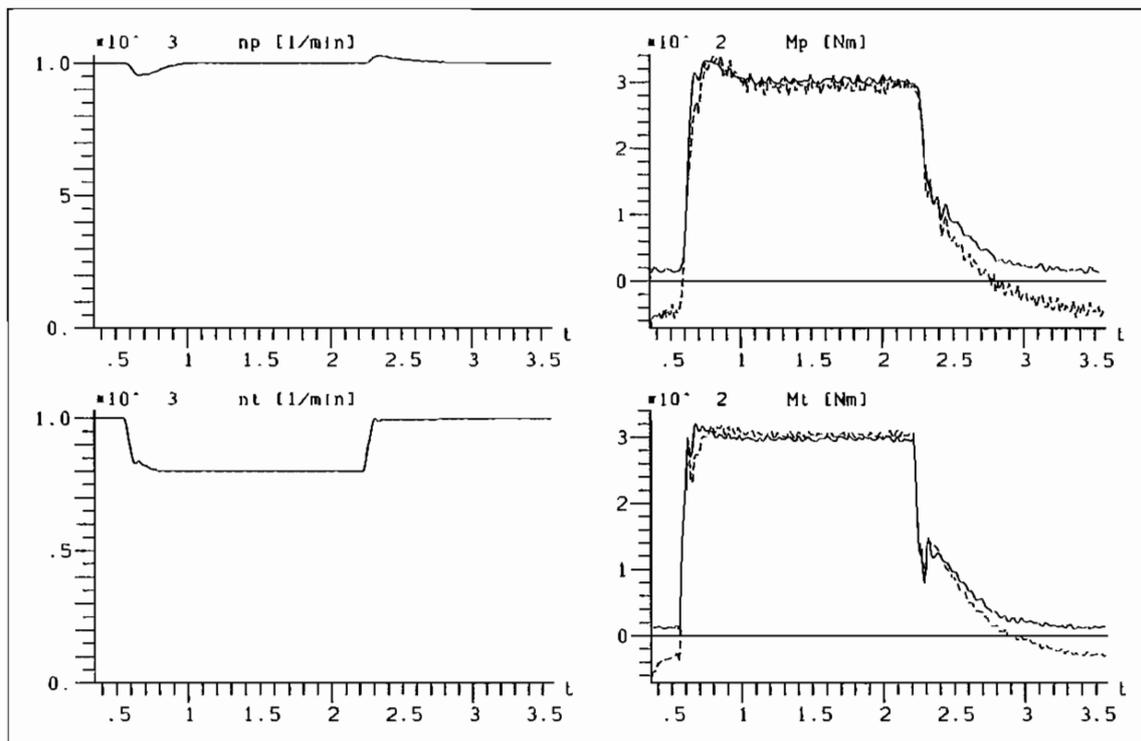


Abb. B.15: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rampenfunktion

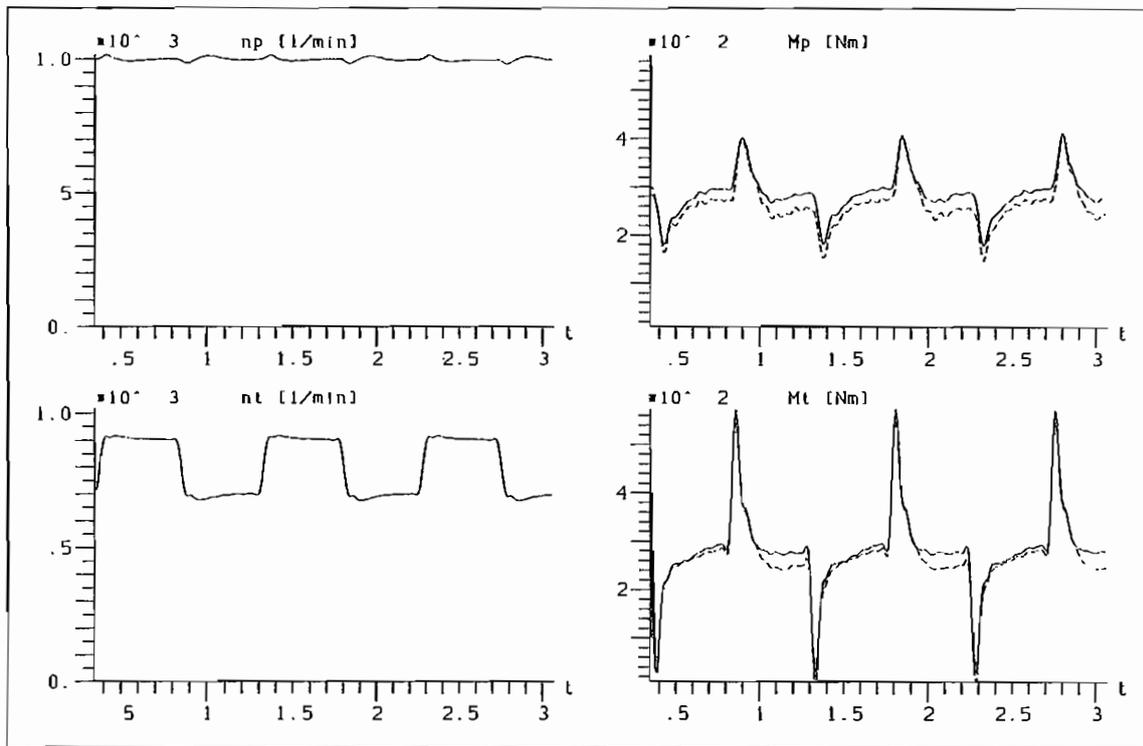


Abb. B.16: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion ( $f = 1$  Hz)

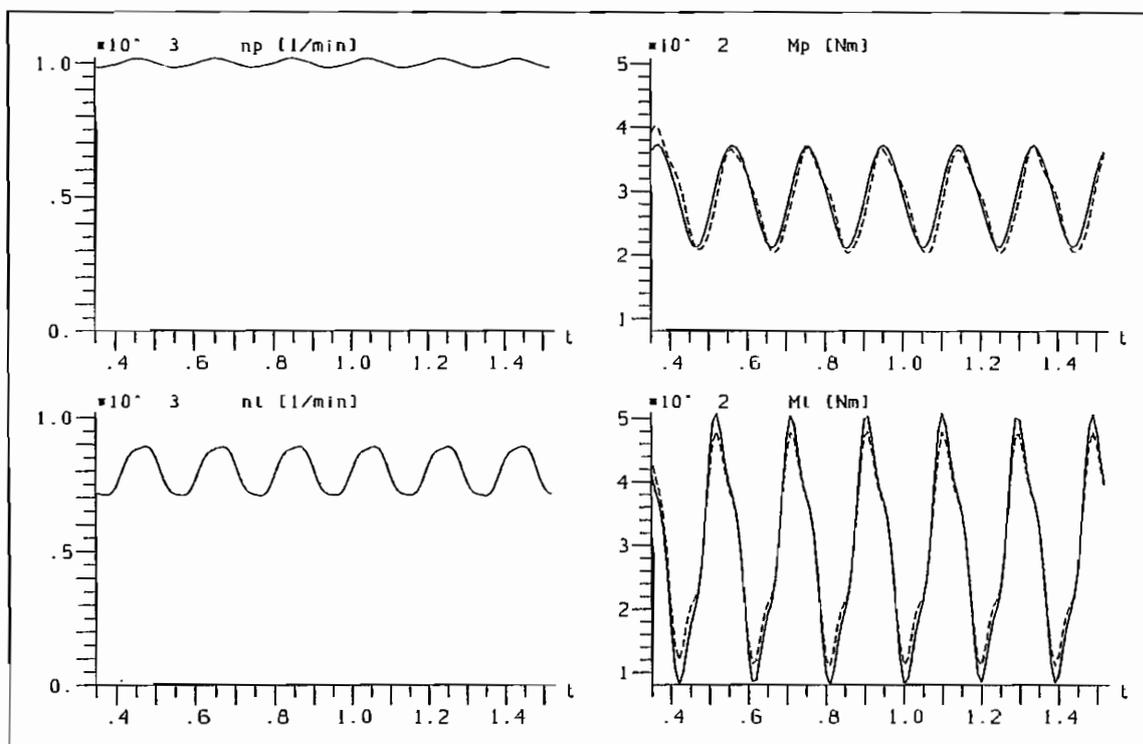


Abb. B.17: Vergleich von Messung und Simulation der Kupplung 422 TH (8 l Füllung) bei turbinenseitiger Erregung mit einer Rechteckfunktion ( $f = 5$  Hz)

## B.5 Variation der Modellform

Es soll im folgenden die Variabilität der in dieser Arbeit verwendeten Identifikationsmethode vorgestellt werden. Aus diesem Grund wird die Modellform variiert. Um die Übertragungseigenschaften der Kupplung 422TH mit 8 l Füllung zu erfassen, sind jetzt die Drehmomente die Eingangsgrößen und die Drehzahlen die Ausgangsgrößen des Modellansatzes. In Abb. B.18 ist das entsprechende Blockschaltbild mit der Definition der Ein- und Ausgangsgrößen dargestellt.

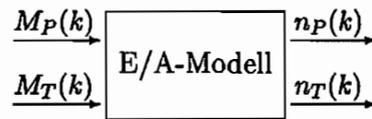


Abb. B.18: Modellform mit den Drehzahlen  $n_P$  und  $n_T$  als Eingangsgrößen und den Drehmomenten  $M_P$  und  $M_T$  als Ausgangsgrößen

Das Gleichungssystem sowie die ermittelten Modellkoeffizienten werden nachfolgend für diese Modellform aufgeführt. Man erhält zwei diskrete nichtlineare Berechnungsgleichungen zur Bestimmung der Drehzahlverläufe  $n_P(k)$  und  $n_T(k)$ . Abweichend von den zuvor bestimmten Modellen werden hier beide um einen Zeitschritt zurückliegende Ausgangsgrößen zur Berechnung des jeweiligen aktuellen Ausgangs verwendet (in Gl. (B.7) fett dargestellt).

### B.5.1 Der Modellansatz

$$\begin{aligned}
 n_P(k) = & \bar{n}_P + \mathbf{a}_{1,1}^1 \mathbf{n}_P(\mathbf{k} - \mathbf{1}) + \mathbf{a}_{1,2}^1 \mathbf{n}_T(\mathbf{k} - \mathbf{1}) + \sum_{i=0}^6 b_{i,1}^1 M_P(k-i) + \sum_{i=0}^6 b_{i,2}^1 M_T(k-i) \\
 & + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,11}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 b_{ij,12}^1 M_P(k-i) M_T(k-j) \\
 & + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,22}^1 M_T(k-i) M_T(k-j) \\
 & + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i}^2 \sum_{l=j}^2 b_{ijl,111}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) M_P(k-l) \\
 & + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i}^2 \sum_{l=1}^2 b_{ijl,112}^1 M_P(k-i) M_P(k-j) M_T(k-l) \\
 & + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=j}^2 b_{ijl,122}^1 M_P(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l) \\
 & + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i}^2 \sum_{l=j}^2 b_{ijl,222}^1 M_T(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_T(k) = & \bar{n}_T + a_{1,1}^2 n_P(k-1) + a_{1,2}^2 n_T(k-1) + \sum_{i=0}^6 b_{i,1}^2 M_P(k-i) + \sum_{i=0}^6 b_{i,2}^2 M_T(k-i) \\
& + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,11}^2 M_P(k-i) M_P(k-j) + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 b_{ij,12}^2 M_P(k-i) M_T(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i}^4 b_{ij,22}^2 M_T(k-i) M_T(k-j) \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i}^2 \sum_{l=j}^2 b_{ijl,111}^2 M_P(k-i) M_P(k-j) M_P(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i}^2 \sum_{l=1}^2 b_{ijl,112}^2 M_P(k-i) M_P(k-j) M_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=j}^2 b_{ijl,122}^2 M_P(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l) \\
& + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=i}^2 \sum_{l=j}^2 b_{ijl,222}^2 M_T(k-i) M_T(k-j) M_T(k-l)
\end{aligned}$$

(B.7)

## B.5.2 Identifizierte Modellkoeffizienten

Koeffizienten zur Berechnung der Pumpendrehzahl  $n_P$ :

$\bar{M}_P = 1135.137782054021$	$a_{1,1}^1 = -4.471210920019075E-02$
	$a_{1,2}^1 = -6.884162774213109E-02$
$b_{0,1}^1 = -0.552744140841241$	$b_{0,2}^1 = 1.898469929574275E-02$
$b_{1,1}^1 = 0.4834120990126393$	$b_{1,2}^1 = -2.128314410583698E-02$
$b_{2,1}^1 = 0.3375318236649036$	$b_{2,2}^1 = -3.800896671236841E-02$
$b_{3,1}^1 = -0.523995899187867$	$b_{3,2}^1 = 5.982006530393846E-02$
$b_{4,1}^1 = 0.4654056669969577$	$b_{4,2}^1 = -0.184950491297059$
$b_{5,1}^1 = -0.307134294969728$	$b_{5,2}^1 = 0.1848470690019894$
$b_{6,1}^1 = 0.1905100904587015$	$b_{6,2}^1 = -9.905289258676931E-02$
$b_{11,11}^1 = -1.474035288447339E-02$	$b_{11,22}^1 = -1.668029492861933E-03$
$b_{12,11}^1 = 4.382984299445524E-02$	$b_{12,22}^1 = 1.487686697373646E-03$
$b_{13,11}^1 = -2.326893664576346E-02$	$b_{13,22}^1 = 3.318009356462425E-03$
$b_{14,11}^1 = 5.765890581642452E-03$	$b_{14,22}^1 = -1.062668628605933E-03$
$b_{22,11}^1 = -5.002803025854518E-02$	$b_{22,22}^1 = 2.565861171660799E-03$
$b_{23,11}^1 = 9.082323579787043E-02$	$b_{23,22}^1 = -1.221059523732037E-02$
$b_{24,11}^1 = -3.572483944071791E-02$	$b_{24,22}^1 = 4.925490560367506E-03$
$b_{33,11}^1 = -5.812225646036495E-02$	$b_{33,22}^1 = 7.587473639887320E-03$
$b_{34,11}^1 = 5.412303210050594E-02$	$b_{34,22}^1 = -6.948406351057201E-03$
$b_{44,11}^1 = -1.365093306640119E-02$	$b_{44,22}^1 = 1.633667099028457E-03$
$b_{11,12}^1 = 2.720516548833984E-03$	$b_{31,12}^1 = 4.385008323424699E-03$
$b_{12,12}^1 = -5.526452253434399E-03$	$b_{32,12}^1 = -1.850422994812106E-02$
$b_{13,12}^1 = 1.123832738358032E-02$	$b_{33,12}^1 = 2.794502142205601E-02$
$b_{14,12}^1 = -4.024380407827266E-03$	$b_{34,12}^1 = -1.556669927322218E-02$
$b_{21,12}^1 = -6.397030776952305E-03$	$b_{41,12}^1 = -1.274012680369196E-03$
$b_{22,12}^1 = 1.883566949436499E-02$	$b_{42,12}^1 = 5.675644653820199E-03$
$b_{23,12}^1 = -2.959985443794721E-02$	$b_{43,12}^1 = -8.580103655731363E-03$
$b_{24,12}^1 = 1.374931720238237E-02$	$b_{44,12}^1 = 5.456323189946488E-03$
$b_{111,111}^1 = 2.348267541307791E-06$	$b_{122,111}^1 = 2.478566802466275E-05$
$b_{112,111}^1 = -1.527267032486179E-05$	$b_{222,111}^1 = -1.110805675352821E-05$
$b_{111,112}^1 = 2.836082881962909E-05$	$b_{111,122}^1 = -1.010088939068509E-05$
$b_{112,112}^1 = -5.689045993406694E-06$	$b_{112,122}^1 = 3.914244089742169E-06$
$b_{121,112}^1 = -4.358284151351199E-05$	$b_{122,122}^1 = -2.181682205559809E-06$
$b_{122,112}^1 = 4.802904356893123E-06$	$b_{211,122}^1 = 2.112269704479530E-05$
$b_{221,112}^1 = 1.870873603593281E-05$	$b_{212,122}^1 = -3.043041317685180E-05$
$b_{222,112}^1 = -1.441558126202835E-06$	$b_{222,122}^1 = 1.596013920224237E-05$
$b_{111,222}^1 = 9.821249992825187E-06$	$b_{122,222}^1 = 3.453123240149124E-05$
$b_{112,222}^1 = -3.117430993881953E-05$	$b_{222,222}^1 = -1.225653440428686E-05$

Koeffizienten zur Berechnung der Turbinendrehzahl  $n_T$ :

$\bar{M}_T = 787.753368537873$	$a_{1,1}^2 = -0.697970582601556$
	$a_{1,2}^2 = 0.9239228928604461$
$b_{0,1}^2 = 0.166152824913297$	$b_{0,2}^2 = -9.371552646734926E-02$
$b_{1,1}^2 = -0.895136982086115$	$b_{1,2}^2 = -0.2080056730656$
$b_{2,1}^2 = 1.23807785770623$	$b_{2,2}^2 = 0.1558693422921351$
$b_{3,1}^2 = -0.650267851131503$	$b_{3,2}^2 = -0.189243879387504$
$b_{4,1}^2 = 0.3470384443062357$	$b_{4,2}^2 = 0.1505359670409234$
$b_{5,1}^2 = -0.180158868897706$	$b_{5,2}^2 = 0.1228254842717433$
$b_{6,1}^2 = 9.873624643296353E-02$	$b_{6,2}^2 = -7.184708552813390E-02$
$b_{11,11}^2 = -6.873749804071849E-03$	$b_{11,22}^2 = -1.019638584807580E-03$
$b_{12,11}^2 = 3.242358713032444E-02$	$b_{12,22}^2 = 1.298809365835040E-06$
$b_{13,11}^2 = -3.176937641910626E-02$	$b_{13,22}^2 = 4.006567630767676E-03$
$b_{14,11}^2 = 1.426493444705556E-02$	$b_{14,22}^2 = -1.852595934451528E-03$
$b_{22,11}^2 = -4.563148250235826E-02$	$b_{22,22}^2 = 3.776539667711631E-03$
$b_{23,11}^2 = 9.703544022340793E-02$	$b_{23,22}^2 = -1.455717210501461E-02$
$b_{24,11}^2 = -4.170174503997259E-02$	$b_{24,22}^2 = 7.386914030661273E-03$
$b_{33,11}^2 = -5.679298870586535E-02$	$b_{33,22}^2 = 1.020482174658354E-02$
$b_{34,11}^2 = 4.997697868202522E-02$	$b_{34,22}^2 = -1.139398411055481E-02$
$b_{44,11}^2 = -1.120850979214083E-02$	$b_{44,22}^2 = 3.727870344263806E-03$
$b_{11,12}^2 = 5.387498954178227E-03$	$b_{31,12}^2 = 4.579831915179966E-03$
$b_{12,12}^2 = -8.256670570517599E-03$	$b_{32,12}^2 = -1.660733659628022E-02$
$b_{13,12}^2 = 1.190497146308189E-02$	$b_{33,12}^2 = 2.080221028336381E-02$
$b_{14,12}^2 = -7.227355081795394E-03$	$b_{34,12}^2 = -8.066551048159454E-03$
$b_{21,12}^2 = -9.463939070428751E-03$	$b_{41,12}^2 = -1.250909013833734E-03$
$b_{22,12}^2 = 2.080800692692719E-02$	$b_{42,12}^2 = 4.434429067941891E-03$
$b_{23,12}^2 = -2.453746692117419E-02$	$b_{43,12}^2 = -5.344880370216742E-03$
$b_{24,12}^2 = 1.144272489818831E-02$	$b_{44,12}^2 = 1.024450381692076E-03$
$b_{111,111}^2 = 8.196563442197657E-06$	$b_{122,111}^2 = 4.296305387185839E-05$
$b_{112,111}^2 = -3.238941951622109E-05$	$b_{222,111}^2 = -1.698527546878381E-05$
$b_{111,112}^2 = 2.649608420135507E-05$	$b_{111,122}^2 = -2.462093411637056E-05$
$b_{112,112}^2 = -8.787527519871218E-06$	$b_{112,122}^2 = 3.122317535542151E-05$
$b_{121,112}^2 = -4.880528022965790E-05$	$b_{122,122}^2 = -1.630873051894354E-05$
$b_{122,112}^2 = 1.674458832923164E-05$	$b_{211,122}^2 = 3.397972886709510E-05$
$b_{221,112}^2 = 2.642246872852638E-05$	$b_{212,122}^2 = -5.310964445559563E-05$
$b_{222,112}^2 = -1.291919929613527E-05$	$b_{222,122}^2 = 2.746824214572285E-05$
$b_{111,222}^2 = 7.037372537155305E-06$	$b_{122,222}^2 = 2.910853241644417E-05$
$b_{112,222}^2 = -2.421352432691037E-05$	$b_{222,222}^2 = -1.139237726022201E-05$

# Anhang C

## Parameter der digitalen Regelung

### Regelalgorithmus

$$u(k) = (1 - c_1) \cdot u(k-1) + c_1 \cdot u(k-2) + q_0 \cdot e(k) + q_1 \cdot e(k-1) + q_2 \cdot e(k-2) \quad (\text{C.1})$$

mit  $e(k) = n_{\text{soll}}(k) - n_{\text{ist}}(k)$  (Regelabweichung),  $u(k)$  Reglerstellgröße

### Regelparameter

$$c_1 = -\frac{T_V}{T + T_V} \quad (\text{C.2})$$

$$q_0 = \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left( 1 + \frac{\Delta T + T_V}{2T_I} + \frac{T_D + T_V}{\Delta T} \right) \quad (\text{C.3})$$

$$q_1 = \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left( -1 + \frac{\Delta T}{2T_I} - \frac{2(T_D + T_V)}{\Delta T} \right) \quad (\text{C.4})$$

$$q_2 = \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left( \frac{T_D + T_V}{\Delta T} - \frac{T_V}{2T_I} \right) \quad (\text{C.5})$$

**Grundeinstellung beider Regler bei Start, Regelung um Nullage :**

PI - Regler (Kupplung 422TH, NM 350S)			
Achse 1		Achse 2	
$K = 5$	$c_1 = 0$	$K = 5$	$c_1 = 0$
$T_I = 0.3$	$q_0 = 5.00417$	$T_I = 0.3$	$q_0 = 5.00417$
$T_D = 0$	$q_1 = -4,99583$	$T_D = 0$	$q_1 = -4,99583$
$T_V = 0$	$q_2 = 0$	$T_V = 0$	$q_2 = 0$

## C.1 Regelparameter der Kupplung 422TH mit 8 und 10 l Füllung

mittlere Dynamik, Rampen mit  $\dot{n} < 3500 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  :

PID - Regler mit verzögertem D-Anteil (Kupplung 422TH)			
Achse 1		Achse 2	
$K = 8.5$	$c_1 = -0.95238$	$K = 8.5$	$c_1 = -0.95238$
$T_I = 0.145$	$q_0 = 40.89561$	$T_I = 0.145$	$q_0 = 40.89561$
$T_D = 0.04$	$q_1 = -81.35644$	$T_D = 0.04$	$q_1 = -81.35644$
$T_V = 0.01$	$q_2 = 40.46223$	$T_V = 0.01$	$q_2 = 40.46223$

hohe Dynamik, Rampen mit  $\dot{n} > 3500 \text{ min}^{-1}/\text{s}$  :

PID - Regler mit verzögertem D-Anteil (Kupplung 422TH)			
Achse 1		Achse 2	
$K = 8.5$	$c_1 = -0.90909$	$K = 8$	$c_1 = -0.8$
$T_I = 0.05$	$q_0 = 70.36068$	$T_I = 0.1$	$q_0 = 72.02$
$T_D = 0.04$	$q_1 = -138.85977$	$T_D = 0.02$	$q_1 = -142.396$
$T_V = 0.005$	$q_2 = 69.50682$	$T_V = 0.002$	$q_2 = 70.384$

hohe Dynamik, mehrwertiges Rauschen, Erregung zwischen 0 und 13 Hz :

PID - Regler mit verzögertem D-Anteil (Kupplung 422TH)			
Achse 1		Achse 2	
$K = 8$	$c_1 = -0.95238$	$K = 5$	$c_1 = -0.8$
$T_I = 0.3$	$q_0 = 30.86381$	$T_I = 0.2$	$q_0 = 45.00625$
$T_D = 0.03$	$q_1 = -61.33302$	$T_D = 0.02$	$q_1 = -88.99875$
$T_V = 0.01$	$q_2 = 30.46984$	$T_V = 0.002$	$q_2 = 43.995$

## C.2 Regelparameter der Kupplung NM 350S mit 7 und 8 l Füllung

hohe Dynamik, Rampen mit  $\dot{n} < 10000 \text{ min}^{-1}/\text{s}$

PID - Regler mit verzögertem D-Anteil (Kupplung NM 350S)			
Achse 1		Achse 2	
$K = 8.5$	$c_1 = -0.95238$	$K = 4$	$c_1 = -0.8$
$T_I = 0.145$	$q_0 = 40.89561$	$T_I = 0.5$	$q_0 = 36.002$
$T_D = 0.04$	$q_1 = -81.35644$	$T_D = 0.02$	$q_1 = -71.1996$
$T_V = 0.01$	$q_2 = 40.46223$	$T_V = 0.002$	$q_2 = 35.1984$

### Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1      Theodor Lehmann:  
Große elasto-plastische Formänderungen
- Nr. 2      Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:  
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations.  
Basic Concepts
- Nr. 3      Wolfgang Krings:  
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten
- Nr. 4      Burkhard Lücke:  
Theoretische und experimentelle Untersuchung der zyklischen elastoplastischen  
Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen
- Nr. 5      Knut Schwarze:  
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter  
Profilmittellinie
- Nr. 6      Hubert Sommer:  
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen  
Formänderungen
- Nr. 7      H. Stumpf/F. J. Biehl:  
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendungen zur Berechnung  
orthotroper Platten
- Nr. 8      Albert Meyers:  
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnelllaufenden Zentrifugenschalen
- Nr. 9      Berend Fischer:  
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchung eines dickwandigen Zylinders bei  
endlichen Verzerrungen
- Nr. 10     Wojciech Pietraszkiewicz:  
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 11     Wilfried Ullenboom:  
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung
- Nr. 12     Jürgen Güldenpfennig:  
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter  
elastoplastischer Wellen
- Nr. 13     Pawel Rafalski:  
Minimum Principles in Plasticity
- Nr. 14     Peter Hilgers:  
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse
- Nr. 15     Hans-Albert Lauer:  
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung  
von Spannungsrestriktionen
- Nr. 16     Martin Fritz:  
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen  
Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen
- Nr. 17     H. Stumpf/F. J. Biehl:  
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with  
Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates

- Nr. 18 Uwe Kohlberg:  
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates
- Nr. 19 Heinz Antes:  
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalentragwerken
- Nr. 20 Czeslaw Wozniak:  
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods
- Nr. 21 Maria K. Duszek:  
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:  
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung
- Nr. 23 Jürgen Preuss:  
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:  
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen
- Nr. 25 Dieter Weichert:  
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:  
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells
- Nr. 27 Georg Zander:  
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast
- Nr. 28 Pawel Rafalski:  
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:  
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft
- Nr. 30 F.-J. Blehl:  
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem
- Nr. 31 Maria K. Duszek:  
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory
- Nr. 32 Reinhard Piltner:  
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen
- Nr. 33 Petrisor Mazilu:  
Variationsprinzip der Thermoplastizität  
I. Wärmeausbreitung und Plastizität
- Nr. 34 Helmut Stumpf:  
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells
- Nr. 35 Bernd Kaempf:  
Ein Extremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente

- Nr. 36      **Alfred Kraft:**  
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten
- Nr. 37      **Petrisor Mazilu:**  
Variationsprinzipie der Thermoplastizität  
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse
- Nr. 38      **Klaus-Detlef Mickley:**  
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen
- Nr. 39      **Lutz-Peter Nolte:**  
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen
- Nr. 40      **Ulrich Blix:**  
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode
- Nr. 41      **Peter Becker:**  
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden
- Nr. 42      **Dietmar Bouchard:**  
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepassten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme
- Nr. 43      **Uwe Zdebel:**  
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz
- Nr. 44      **Jan Kubik:**  
Thermosdiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent
- Nr.45      **Horst J. Klepp:**  
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme
- Nr. 46      **J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:**  
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems
- Nr. 47      **Franz Karl Labisch:**  
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren
- Nr. 48      **J. Chroscielewski/L.-P. Nolte:**  
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY
- Nr. 49      **Karl-Heinz Bürger:**  
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung
- Nr. 50      **Ulrich Schmid:**  
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern
- Nr. 51      **Jörg Frischbier:**  
Theorie der Stoßbelastung orthotroper Platten und ihr experimentelle Überprüfung am Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte
- Nr. 52      **W. Tampczynski:**  
Strain history effect in cyclic plasticity

- Nr. 53 Dieter Weichert:  
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:  
Wellenausbreitung in akustischen Medien  
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:  
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:  
Finite strain theory of rods
- Nr. 57 Andreas Pape:  
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:  
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken
- Nr. 59 Peihua LIU:  
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:  
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen
- Nr. 61 Martin Pitzer:  
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes
- Nr. 62 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:  
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory
- Nr. 63 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:  
Variational principles of fracture mechanics
- Nr. 65 Guido Obermüller:  
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten
- Nr. 66 Herbert Diehl:  
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder
- Nr. 67 Michael Geis:  
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode
- Nr. 68 Günter Renker:  
Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme
- Nr. 69 Berthold Schieck:  
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien
- Nr. 70 Frank Szepan:  
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung
- Nr. 71 Christian Scholz:  
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen

- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:  
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory
- Nr. 73 Werner Fornefeld:  
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells
- Nr. 74 J. Saczuk/H. Stumpf:  
On statical shakedown theorems for non-linear problems
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:  
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua
- Nr. 76 Ulfert Rott:  
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:  
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 78 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chrosielewski/H. Stumpf:  
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation  
Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:  
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation  
Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:  
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenbau
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:  
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie
- Nr. 83 J. Pohé:  
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis
- Nr. 84 U. Kikillus:  
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15
- Nr. 85 T. Guo:  
Untersuchung des singulären Rißspitzenfeldes bei stationärem Rißwachstum in verfestigendem Material
- Nr. 86 Achim Menne:  
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern
- Nr. 87 Uwe Folchert:  
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kupplungen
- Nr. 88 Jörg Körber:  
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung angewendet auf viskoplastische Materialmodelle
- Nr. 89 Peer Schießle:  
ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung

- Nr. 90 Egbert Schopphoff:  
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule
- Nr. 91 Christoph Beerens:  
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik
- Nr. 92 K. C. Le/H. Stumpf:  
Finite elastoplasticity with microstructure
- Nr. 93 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994
- Nr. 94 Armin Lenzen:  
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von Strukturveränderungen
- Nr. 95 J. Makowski/H. Stumpf:  
Mechanics of Irregular Shell Structures
- Nr. 96 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:  
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells
- Nr. 97 W. Krings/A. Lenzen/u. a.:  
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller
- Nr. 98 Ralf Podleschny:  
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse
- Nr. 99 Bernd Westerhoff:  
Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl
- Nr. 100 Marc Mittelbach:  
Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell
- Nr. 101 Ulrich Hoppe:  
Über grundlegende Konzepte der nichtlinearen Kontinuumsmechanik und Schalentheorie
- Nr. 102 Marcus Otto:  
Erweiterung des Kaustikenverfahrens zur Analyse räumlicher Spannungskonzentrationen
- Nr. 103 Horst Lanzerath:  
Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode
- Nr. 104 Andreas Wichtmann:  
Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der Reckalterung
- Nr. 105 Bjarne Fosså:  
Ein Beitrag zur Fließflächenmessung bei vorgedehnten Stählen
- Nr. 106 Khanh Chau Le:  
Kontinuumsmechanisches Modellieren von Medien mit veränderlicher Mikrostruktur
- Nr. 107 Holger Behrens:  
Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allgemeinen diskreten Modellansätzen



**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik  
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM  
Nr. 107**