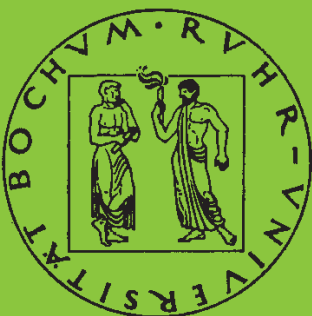


Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

Peter Jaschke

**Mathematische Modellierung des
Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen
mit hybriden Modellansätzen**

Heft Nr. 121



RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
INSTITUT FÜR MECHANIK

Peter Jaschke

**Mathematische Modellierung
des Betriebsverhaltens
hydrodynamischer Kupplungen
mit hybriden Modellansätzen**

MITTEILUNGEN AUS DEM INSTITUT FÜR MECHANIK NR. 121
2000

Herausgeber:
Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum
Schriftenreihe
Universitätsstr. 150
44780 Bochum

© 2000 Dr.-Ing. Peter Jaschke
Köhlerwaldstr. 38a
58300 Wetter

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanische Vervielfältigung (Fotokopie, Mikrokopie) des Werkes oder von Teilen daraus bedarf der vorherigen Zustimmung des Autors.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1996 bis 1999 im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der *Arbeitsgruppe für numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik* am Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Waller danke ich sehr herzlich für die Betreuung dieser Arbeit. Durch zahlreiche interessante Anregungen und Diskussionen hat er die Arbeit stets gefördert. Herrn Prof. Dr.-Ing. Otto T. Bruhns danke ich für sein Interesse und die freundliche Bereitschaft zur Übernahme des Korreferates.

Allen Mitarbeitern der *Arbeitsgruppe für numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik* danke ich für die gute Zusammenarbeit und kollegiale Unterstützung. Besonders hervorheben möchte ich dabei Herrn Dirk Eichel für seine unermüdliche Diskussionsbereitschaft sowie meinen ehemaligen Kollegen Herrn Jan Steinhausen, der mich geduldig in die verwendete Versuchstechnik eingeführt hat.

Für die Bereitstellung der untersuchten hydrodynamischen Kupplungen möchte ich mich bei der Firma Voith Turbo GmbH & Co. KG bedanken.

Wetter, im Februar 2000

Peter Jaschke

Dissertation eingereicht am: 23. November 1999

Tag der mündlichen Prüfung: 04. Februar 2000

Erster Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Waller

Zweiter Referent: Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns

*meiner Frau Viola
und
meiner Tochter Sonja
gewidmet*

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Hydrodynamische Kupplungen	2
1.2	Stand der Forschung	5
1.3	Zielsetzung	9
1.4	Aufbau der Arbeit	10
2	Allgemeines zur Modellierung technischer Systeme	12
2.1	Dimensionsanalyse	12
2.2	Analytisch-Physikalische Modellierung	16
2.3	Black-Box-Modellierung	17
2.4	Ersatzmodelle als Hilfsmittel	20
2.5	Hybride Modellierung	21
2.6	Auswahl der Modellierungstechnik	23
3	Versuchstechnik	26
3.1	Vorhandene hydrodynamische Kupplungen	27
3.2	Versuchsstand	29
3.2.1	Die Antriebseinheiten	30
3.2.2	Regelung der Antriebseinheiten	32
3.2.3	Meß- und Rechentechnik	34
3.2.4	Meßwertaufbereitung	36
3.2.5	Genauigkeit des Nachfahrens einer vorgegebenen Erregung	37

4	Dimensionslose Kennzahlen hydrodynamischer Kupplungen	41
4.1	Stationäre Betriebszustände	41
4.2	Dynamischer Betrieb	45
4.2.1	Kennzahlen für den dynamischen Betrieb	45
4.2.2	Ähnlichkeitsbetrachtungen	48
4.2.3	Verifikation der dynamischen Ähnlichkeitsbetrachtungen	51
4.2.4	Anmerkungen	57
5	Grundlegendes zur hybriden Modellierung hydrodynamischer Kupplungen	59
5.1	Analytisch physikalische Modellierung	60
5.1.1	Modell nach HASSELGRUBER	61
5.1.2	Modell nach HERBERTZ	63
5.2	Modifikation des Modells von HASSELGRUBER	71
5.2.1	Abhängigkeit des Verlustkennwertes vom Betriebspunkt	71
5.2.2	Anmerkungen	73
5.3	Modellstrukturen für weitere hybride Modellierungen	77
5.3.1	Modellstruktur nach HASSELGRUBER	77
5.3.2	Modellstruktur nach HERBERTZ	78
5.3.3	Kombinierte Modellstruktur von HASSELGRUBER und HERBERTZ	80
5.3.4	Modellstruktur - Dimensionsanalyse	81
6	Parameteridentifikation	85
6.1	Modellstrukturen	85
6.2	Parameterschätzung	86
6.2.1	Ausgangsfehler	87
6.2.2	Gütekriterium und Zielfunktion	88
6.2.3	Optimierungsverfahren	88
6.3	Erregung der Kupplung zur Identifikation	91
6.4	Identifikationsergebnisse	94
6.4.1	Identifikation der Modelle mit Erregung 1	95
6.4.2	Modellidentifikation mit Erregung 2	99
6.5	Vor- / Nachteile der Methode, Diskussion	101
6.5.1	Modellstrukturen	101
6.5.2	Optimierungsverfahren	102
6.5.3	Identifizierbarkeit der Parameter	102
6.5.4	Motivation für ein hybrides Verfahren zur Ermittlung der Modellparameter	107

7	Ermittlung der Modellparameter über die Identifikation linearer Modelle	108
7.1	Grundgedanke des Verfahrens	108
7.2	Anwendung des Verfahrens auf hydrodynamische Kupplungen	115
7.2.1	Vorbemerkungen	115
7.2.2	Kombinierte Modellstruktur	117
7.2.3	Linearisierung der Modellgleichungen	118
7.2.4	Kondensation der linearisierten Modellgleichungen	120
7.2.5	Bestimmung der Parameter des kondensierten Modells	123
7.2.6	Expansion der Modellgleichungen	124
7.2.7	Simulation der Betriebszustände	127
7.2.8	Bestimmung der Modellparameter	128
7.2.9	Berücksichtigung des stationären Kennfeldes	129
7.2.10	Anmerkungen	130
7.3	Identifikation und Verifikation der Modelle	131
8	Verwendbarkeit der ermittelten Modelle	141
8.1	Simulation des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen	142
8.1.1	Kupplung 422TH mit dem Modell 2 simuliert	142
8.1.2	Kupplungen 366TJ und 487TNJ mit dem Modell 2 und Ähnlichkeitsgesetzen simuliert	145
8.2	Antriebsstrangsimulationen	151
8.2.1	Modellantriebsstrang	151
8.2.2	Modellierung des Modellantriebsstranges mit hydrodynamischer Kupplung	153
8.2.3	Antriebsstrangsimulationen mit dem Modell 2	156
8.2.4	Antriebsstrangsimulationen mit einer Kupplung anderer Baugröße	158
9	Zusammenfassung	162
	Literaturverzeichnis	165
A	Parameter der digitalen Regelung	170
B	Trägheitsmassen der Kupplungs-Laufräder	172

C Weitere Meßergebnisse zu den Ähnlichkeitsbetrachtungen	175
C.1 Stationäre Betriebszustände	176
C.2 Dynamische Betriebszustände	180
D Identifikationsergebnisse	186
D.1 Parameteridentifikation über nichtlineare Optimierung	186
D.2 Parameteridentifikation über lineare Modelle	191
D.2.1 Modell 1 (Kupplung 422TH)	192
D.2.2 Modell 2 (Kupplung 422TH)	194
D.2.3 Modell 3 (Kupplung 422TH)	198
D.2.4 Anmerkungen zu Modell 2 und 3	202
D.2.5 Modell 4 (Kupplung 366TJ)	203

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen und Bezeichnungen

Formelzeichen

A	Systemmatrix
<i>A</i>	Amplitude
<i>a</i>	wesentliche Einflußgröße
B	Eingangsmatrix
C	Ausgangsmatrix
C	Kovarianzmatrix
C_R	Verlustkennwert
c	Parametervektor
<i>c</i>	Modellparameter
<i>D</i>	Profildurchmesser
<i>d</i>	Modellparameter
<i>F</i>	Rampensteigung
<i>F</i>	Füllgrad
<i>F</i>	Kraft
f	Fehlervektor
<i>G</i>	Übertragungsfunktion
J	JAKOBI-Matrix
<i>j</i>	imaginäre Einheit
<i>k</i>	dimensionslose Kennzahl
<i>k</i>	Federsteifigkeit
<i>L</i>	Stromfadenlänge
M	Momentenvektor / -matrix
<i>M</i>	Mittelwert
<i>M</i>	Moment
<i>N</i>	Stützstellenanzahl
<i>Ne</i>	NEWTON'sche Kennzahl
<i>n</i>	Drehzahl
Q	Modellparametermatrix
<i>Re</i>	REYNOLDS-Zahl

s	Schlupf
\mathbf{T}	Transformationsmatrix
T_G	Periodendauer
T_R	Zeitschrittweite
t	Zeit
Δt	Zeitschrittweite
u	Eingangsgröße
V	Volumen
\mathbf{x}	Vektor der Optimierungsvariablen
x	Zustandsgröße
\mathbf{y}	Vektor der Ausgangsgrößen
y	Ausgangsgröße
\mathbf{Z}	Matrix der Zustandsvektoren \mathbf{z}
$\mathbf{Z}^{[2]}$	Matrix der Zustandsvektoren $\mathbf{z}^{[2]}$
Z	Zielfunktion
\mathbf{z}	Zustandsvektor
ζ	Übertragungsfaktor für Massen
η	Wirkungsgrad
θ	Massenträgheitsmoment
κ	Übertragungsfaktor für Längenmaße
λ	Leistungszahl
λ	Rohrreibungszahl
μ	Momentenwandlung
ν	Drehzahlverhältnis
ν_v	kinematische Viskosität
ξ	Offset
ξ	Übertragungsfaktor für (Trägheits-) Kräfte
Π	dimensionsloses Potenzprodukt (Kennzahl)
ρ	Dichte
ρ	Korrelationskoeffizient
σ	Übertragungsfaktor für Winkelgeschwindigkeiten
σ^*	Übertragungsfaktor für Geschwindigkeiten
τ	Übertragungsfaktor für Zeiten
φ	Verdrehwinkel
ω	Kreisfrequenz
ω	Winkelgeschwindigkeit

Indizes

0	konstant
1	Eintritt
1	Pumpenseite
2	Austritt
2	Turbinenseite
E	EULER
h	hydrodynamisch
m	Modell
o	Original
P	Pumpe
r	reduziert
$stat$	stationär
T	Turbine

Bezeichnungen

∇	Nabla-Operator
\otimes	KRONECKER Multiplikation
$(.)^T$	transponiert
$(.)^\dagger$	Pseudoinverse
$(.)^{[2]}$	KRONECKER Multiplikation, bei der die permutierten Produktkomponenten nur einmal verwendet werden
$(.)'$	Unterscheidungsmerkmal
$(.)^*$	Unterscheidungsmerkmal
$(.)$	Unterscheidungsmerkmal

Kapitel 1

Einleitung

Modelle sind (vereinfachte) Abbilder der Realität, die es dem Menschen ermöglichen sollen, komplexe Zusammenhänge, Strukturen und Vorgänge erfassen und überschauen zu können. Die Gestalt der Modelle kann jedoch sehr verschieden sein und wird an den jeweiligen Verwendungszweck angepaßt. So sind z.B. verkleinerte Darstellungen – im Modellbau erstellt, gezeichnet oder skizziert – des betrachteten Objekts für manche Anwendungen hilfreich. Ebenso können Analogien eine Modellvorstellung liefern. Ein mathematisches Modell soll mit Hilfe eines mathematischen Formalismus das Verhalten eines realen Objekts (näherungsweise) beschreiben. Der Vorgang zur Erstellung eines (mathematischen) Modells wird mit (mathematischer) Modellierung bezeichnet¹.

Der allgemeine Nutzen von Modellen ist sehr vielfältig. Mathematische Modelle von technischen Systemen werden unter anderem dazu verwendet, mit Hilfe der Simulation, Erfahrungen über das System zu sammeln. Die Betrachtung des Modells anstelle des Systems kann z.B. kostengünstiger oder weniger zeitaufwendig sein. Auch können durch Veränderung von Parametern bei bestimmten mathematischen Modellen Erkenntnisse über die Optimierung des Systems gewonnen werden. Hierdurch können gegebenenfalls auch Zerstörungen des realen Systems vermieden werden.

Bei der Auslegung von Antriebssystemen ist es oftmals wichtig, neben dem stationären Verhalten des Antriebsstranges auch die dynamischen Eigenschaften des Systems zu kennen, um unerwünschte Effekte oder gar eine Zerstörung von Antriebsstrangelementen zu vermeiden. Hierzu ist es oftmals nützlich, Modelle zu erstellen, mit denen dieses Verhalten simuliert werden kann. Antriebsstränge bestehen meist aus mehreren Komponenten (z.B. Motoren, Getriebe, Arbeitsmaschinen und Verbindungselementen), die unterschiedlich angeordnet werden können. Häufig kann auch zwischen verschiedenen Modellvarianten gewählt werden. Daher werden häufig Modelle für die einzelnen Antriebsstrangelemente erstellt. Diese Modelle werden dann entsprechend dem gewählten Aufbau des Antriebsstranges zu einer Gesamtsystembeschreibung zusammengesetzt. Dadurch wird eine fle-

¹Der Begriff *Modell* wird in dieser Arbeit sowohl für ein mathematisches Modell als auch für eine (kleinere) Versuchskupplung verwendet. Mit einem *Modellversuch* bzw. einer *Modellmessung* ist eine exemplarische Messung an einer Modellkupplung gemeint.

xible Modellierung von Antriebssträngen ermöglicht. Der gesamte Antriebsstrang kann jedoch nur dann in genügender Genauigkeit beschrieben werden, wenn alle Komponenten entsprechend genau abgebildet werden.

Hydrodynamische Kupplungen sind Komponenten, die in verschiedenartige Antriebssysteme eingebaut werden. Um das Verhalten dieser Systeme berechnen zu können, sind Modelle, die das dynamische Verhalten der Kupplung beschreiben können, notwendig. Die bisher entwickelten Modelle für die Beschreibung des Kupplungsverhaltens sind jedoch nicht voll befriedigend, da ihre Einsatzmöglichkeiten sehr beschränkt sind. Daher werden in dieser Arbeit weitere Ansätze zur Modellierung hydrodynamischer Kupplungen aufgezeigt.

1.1 Hydrodynamische Kupplungen

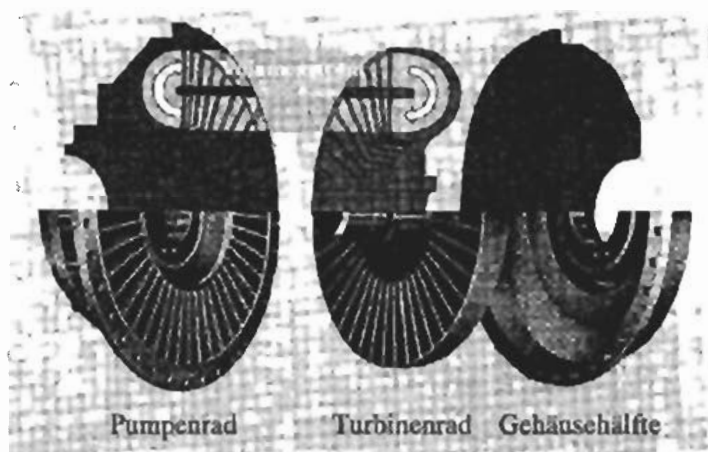


Abb. 1.1: Aufbau einer hydrodynamischen Kupplung

Hydrodynamische Kupplungen bestehen im wesentlichen aus einer Kreiselpumpe und einer Flüssigkeitsturbine, die in einem Gehäuse angeordnet sind (Abb. 1.1). Die Antriebswelle ist mit dem Pumpenrad und dem umlaufenden Gehäuse verbunden, während die Turbinenwelle (Abtrieb) in dem Gehäuse gelagert ist. Zwischen den Schaufelkanälen befindet sich das Fluid (in der Regel Öl). Ist eine Drehzahldifferenz (Schlupf) zwischen den Schaufelrädern vorhanden, wird in den Rädern ein unterschiedlich großer Druck erzeugt. Aufgrund dieses Druckunterschiedes entsteht ein Volumenstrom, der nacheinander die Pumpe und Turbine durchströmt. Eine Momentenübertragung ist demnach nur bei vorhandenem Schlupf möglich. Die entstehende Verlustwärme wird je nach Bauform entweder über das Gehäuse der Kupplung an die Umgebung konvektiv abgegeben oder durch den Austausch und die Kühlung des Betriebsfluids abgeführt.

Es wurden unterschiedliche Bauformen hydrodynamischer Kupplungen entwickelt, die sich in folgende Gruppen einteilen lassen (vgl. VDI-RICHTLINIEN 2153 [70]):

- Konstantfüllungskupplungen

Bei dieser Art von Kupplungen wird das Betriebsfluid vor Betriebsbeginn eingefüllt, und der Füllgrad kann während des Betriebes nicht geändert werden. Konstantfüllungskupplungen werden meist als Anfahrkupplungen, Momentenbegrenzer oder zur Veränderung des Schwingungsverhaltens von Antrieben eingesetzt. Die maximal übertragbaren Momente können durch den Füllgrad eingestellt werden. Um das Anfahrmoment gering zu halten, werden Konstantfüllungskupplungen häufig mit einem unbeschauelten Raum (Stauraum) ausgeführt. Bei großem Schlupf befindet sich ein Teil des Fluids in diesem Raum und trägt daher nicht zur Momentenübertragung bei.

- Stellkupplungen

Das Übertragungsverhalten von Stellkupplungen kann während des Betriebs von außen stufenlos verändert werden. In der gebräuchlichsten Ausführung wird der Füllgrad der Kupplung mit Hilfe eines Schöpfrohres verändert. Der Füllgrad kann aber auch über andere Zu- oder Ablaufsteuerungen variiert werden. Eingriffe über einen Ringschieber in die Kreislaufströmung zur Veränderung der Momentenübertragung sind zwar möglich, werden aber praktisch nicht durchgeführt.

- Schaltkupplungen

Schaltkupplungen entsprechen im wesentlichen den Stellkupplungen. Allerdings werden bei Schaltkupplungen die Übertragungseigenschaften nur zwischen zwei Grenzwerten verändert.

Im folgenden wird jedoch nur noch auf Konstantfüllungskupplungen eingegangen.

Die Einsatzgebiete hydrodynamischer Kupplungen ergeben sich aus deren Betriebseigenschaften. Im wesentlichen sind dies:

- Nahezu verschleißfreie Drehzahlwandlung.
- Geringe Anfahrmomente.
- Je nach Betriebsbereich und Erregung schwingungsdämpfende oder schwingungstrennende Eigenschaften.

Aufgrund der geringen Anfahrmomente werden hydrodynamische Kupplungen für das Beschleunigen von Maschinen mit großen Drehträgheiten verwendet. Auch können bei Mehrmotorenantrieben unterschiedliche Motoren miteinander gekoppelt werden. Die Kupplungen nehmen dann einen Belastungsausgleich vor. Sie werden weiterhin bei Systemen eingesetzt, bei denen es zu häufigem Blockieren kommt, da durch die Kupplung zum einen eine Momentenbegrenzung im Antriebsstrang erfolgt und zum anderen auch bei großen Drehzahldifferenzen kein Verschleiß auftritt. Aufgrund der dynamischen Eigenschaften der Kupplung werden sie auch zur Beeinflussung des Schwingungsverhaltens von Antriebssystemen eingesetzt.

Die Momentenübertragung hydrodynamischer Kupplungen wird vor allem durch die Pumpen- und Turbinendrehzahl beeinflusst. Auch die Dichte und Temperatur des Betriebsfluids sowie der Füllgrad der Kupplung haben einen großen Einfluß auf das Betriebsverhalten. Weitere Größen wie z.B. die Viskosität des Fluids werden normalerweise aufgrund ihres geringen Einflusses nicht betrachtet.

Zur Beschreibung des stationären Betriebsverhaltens dienen die folgenden – in der Regel experimentell ermittelten – Kennzahlen:

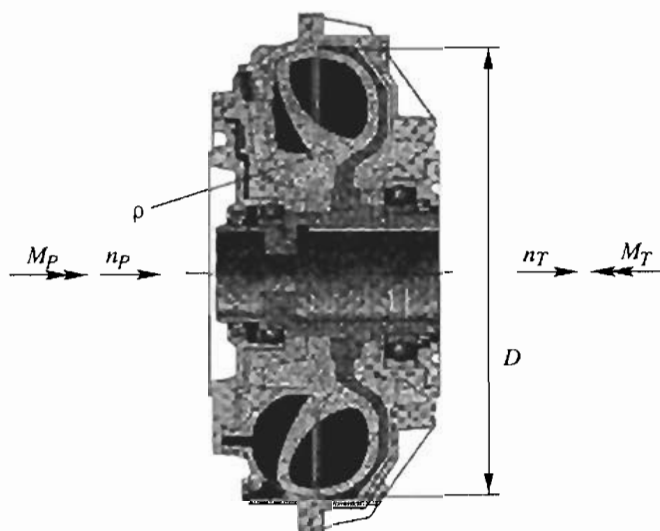
Leistungszahl $\lambda = \frac{M_P}{\rho D^5 \omega_P^2}$

Drehzahlverhältnis $\nu = \frac{\omega_T}{\omega_P}$

Schlupf $s = 1 - \nu$

Wandlung $\mu = \frac{|M_T|}{|M_P|}$

Wirkungsgrad $\eta = \mu \nu$



Werden die an der Kupplung angreifenden Momente bilanziert, so ergibt sich, daß das Pumpen- und Turbinenmoment im stationären Betrieb – wenn die Reibung in der Lagerung der Kupplung vernachlässigt wird – gleich groß sind, weshalb die Wandlung zu $\mu = 1$ und der Wirkungsgrad zu $\eta = 1 - s$ werden. Die Leistungszahl wird in Abhängigkeit vom Schlupf aus Messungen bestimmt. In Abb. 1.2 ist eine Leistungszahl-Kennlinie einer hydrodynamischen Kupplung beispielhaft dargestellt.

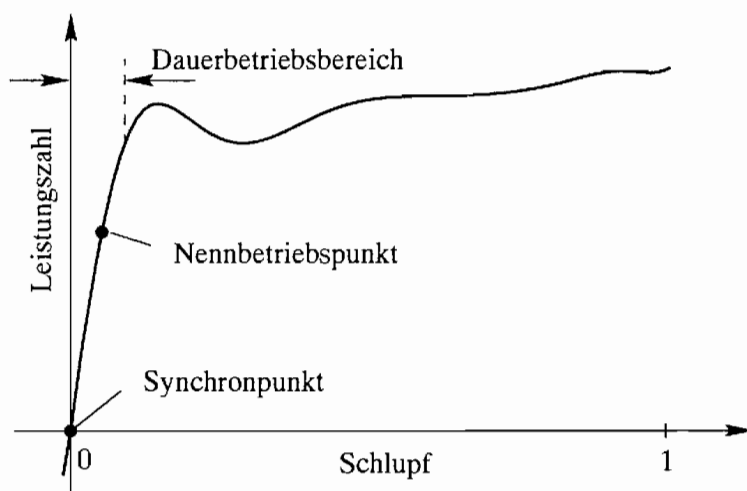


Abb. 1.2: Charakteristische Kennlinie einer hydrodynamischen Kupplung

Normalerweise wird die Kupplung in der Nähe des Nennbetriebspunktes ($s \approx 0,02$ bis $0,04$) betrieben. Bei größerem Schlupf wird der Wirkungsgrad so niedrig, daß ein Dauerbetrieb unwirtschaftlich wird. Darüber hinaus kann es bei großem Schlupf und hohen Drehzahlen auch zu einer Überhitzung der Kupplung kommen. Bei kleinem Schlupf werden jedoch die übertragenen Momente klein, was im Synchronpunkt ($s = 0$) dazu führt, daß kein Moment mehr übertragen wird. Im Übersynchronbereich kehrt sich der Leistungsfluß um.

Diese Art der Beschreibung des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen ist nicht ganz zufriedenstellend. Einerseits kann über die experimentell ermittelte Leistungszahlkennlinie keine Aussage über das dynamische Verhalten der Kupplung gemacht werden, obwohl dies notwendig ist, wenn die Kupplung z.B. als Blockierschutz oder zur Schwingungsdämpfung eingesetzt werden soll. Andererseits ist es auch von Interesse, das Betriebsverhalten rein rechnerisch zu ermitteln, damit zeitaufwendige und kostenintensive Versuche bei der Konstruktion neuer Kupplungen entfallen können. Daher wurden weiterreichende Untersuchungen durchgeführt, deren Ergebnisse im nächsten Kapitel dargestellt werden.

1.2 Stand der Forschung

Erste Ansätze zur Berechnung des stationären Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen basieren auf der eindimensionalen Stromfadentheorie. Dabei wird angenommen, daß die Strömungsgrößen über den Strömungsquerschnitt konstant sind, weshalb die Strömung durch einen repräsentativen Stromfaden beschrieben werden kann. Die geometrische Lage des Stromfadens ergibt sich aus der Impulsmittelung über die Strömungsquerschnitte. Da jedoch die realen Strömungsgrößen im allgemeinen nicht bekannt sind, erfolgt die Bestimmung der Stromfadenlage näherungsweise aus einer Geometriemittelung. Die Berechnung des Übertragungsverhaltens ist mit dieser einfachen Theorie jedoch nicht ganz unproblematisch, weshalb meistens auf experimentell ermittelte Aussagen zurückgegriffen wird, um z.B. Strömungsverluste anzupassen. TIMM [66] u.a. haben umfangreiche Untersuchungen auf diesem Gebiet durchgeführt. Von KICKBUSCH [39] wurde eine zusammenfassende Darstellung dieser Grundlagen gegeben.

Zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen nimmt SÖCHTING [63] für kleine Geschwindigkeitsschwankungen an, daß sich das von dem Fluid übertragene Moment linear mit der Drehzahldifferenz der Laufräder (Pumpen- und Turbinenrad) ändert. Der sogenannte Kopplungsfaktor wird aus stationären Messungen bestimmt und entspricht der Steigung des Kennfeldes in Richtung von $(\omega_P - \omega_T)$. KUGEL [43] untersucht diesen Ansatz weiter und weist auf die Frequenzabhängigkeit des Kopplungsfaktors hin.

FRÖMDER [19] wendet die Stromfadentheorie auf instationäre Betriebszustände an. Ausgehend von der EULER'schen Turbinengleichung und der instationären, reibungsbehafteten Fadenströmung für rotierende Systeme stellt er die Berechnungsgleichungen für eine

vollgefüllte Kupplung auf. Nach einer Linearisierung der Gleichungen betrachtet er das Verhalten der Kupplung bei speziellen Erregungen.

Im weiteren wurden viele Arbeiten veröffentlicht, die auf die Arbeit von FRÖMDER [19] zurückgreifen (z.B. BENZ [11], DIEN [14], HASSELGRUBER [25], ISHIHARA [30], SIDERIS [78] und WORSCH [77]). Sie führen teilweise die theoretischen Überlegungen weiter und entwickeln aus den Gleichungen (mittels Linearisierungen) Ersatzmodelle aus Massenträgheiten, masselosen Federn und geschwindigkeitsproportionalen Dämpferelementen. Diese Entwicklungen haben zu Darstellungen mit parallelgeschalteten Federn und Dämpfern (Kelvin-Modelle), deren Steifigkeiten und Dämpfungen als frequenzabhängig angenommen werden, geführt.

ROGOS [53] vermutet, daß sich das hydrodynamische Moment bei instationärer Erregung der Kupplung nicht aus rein theoretischen Überlegungen herleiten läßt, da die Strömungsstruktur wesentlich komplizierter sei als bis dahin für die theoretischen Untersuchungen angenommen wurde, und bezweifelt die Zulässigkeit der gemachten Annahmen zur Berechnung der Strömung.

Die Vermutung von ROGOS [53], daß die Strömung in der hydrodynamischen Kupplung nicht als eine Rohrströmung im üblichen Sinn angesehen werden kann, wird durch Strömungsmessungen an einer Modellkupplung aus Plexiglas bestätigt (vgl. GÖDDE [22], MIDDELMANN [46], SASSE [55] und WIENHOLT [76]). Die Strömungsgeschwindigkeiten wurden über ein Laser-Doppler-Anemometer gemessen. Daher wurden in den genannten Arbeiten lediglich vollgefüllte Kupplungen mit einem Rechteckkanal vermessen. Es konnten auch nur Messungen im stationären Betrieb bei relativ geringen Pumpen- und Turbinendrehzahlen vorgenommen werden. Dennoch zeigen diese Messungen – bei vielen Variationen der Kupplungsgeometrie – die Komplexität der Strömungsverhältnisse.

KOST [41] verbesserte die Berechnung der Momentenübertragung im stationären Betrieb, in dem er die strömungsmechanischen Erhaltungsgleichungen für Masse (Kontinuitätsgleichung) und Impuls (Navier-Stokes-Gleichungen) über ein Finite-Volumenverfahren gelöst und damit erstmals das dreidimensionale Strömungsfeld berechnet hat. Diese Berechnung machte er unter der Annahme einer mit inkompressiblem, viskosen Fluid vollgefüllten Kupplung. Um für die Berechnungen Symmetrien ausnutzen zu können, setzte er gleiche Schaufelzahlen von Pumpe und Turbine voraus. Weiterhin beschränkte er sich bei den Berechnungen auf laminare Strömungsformen. BAI [6] erweiterte diese Strömungsrechnungen um ein k - ϵ -Turbulenzmodell zur Beschreibung der turbulenten Strömungserscheinungen. Dies verbesserte die Berechnung der Momentenkennlinie vor allem für größeren Schlupf.

HUITENGA [28] entwickelte mit Hilfe von Strömungsrechnungen eine neue Bauform für Anfahrkupplungen. Hierzu führt er die Strömungssimulation an verschiedenen Bauformen durch und setzt die Geometrieänderungen mit den berechneten Strömungsstrukturen und Momentenkennlinien in Beziehung. Eine Kombination der für Anfahrkupplungen günstigen Geometrieänderungen der Pumpen- und Turbinenlaufräder liefert dann konkrete Hinweise für die konstruktive Gestaltung von Anfahrkupplungen.

Von FORMANSKI [16] wird erstmals das dynamische Kupplungsverhalten über eine drei-

dimensionale Strömungssimulation berechnet. Um die Ergebnisse zu verbessern, erweitert er das vorhandene Standard-k- ϵ -Modell um den Einfluß der Corioliskraft auf die turbulente Strömung. Die Berechnung des Kupplungsverhaltens benötigt aufgrund der großen Anzahl an Finiten-Volumen jedoch so viel Rechenzeit, daß hiermit eine Analyse von Antriebsstrangschwingungen praktisch nicht durchgeführt werden kann. Weiterhin hängt die Zeitdiskretisierung von der Gitternetzaufteilung und der Relativgeschwindigkeit zwischen Pumpe und Turbine ab, d.h. die Zeitschrittweite ist für Simulationsrechnungen festgelegt, aber nicht zu jedem Zeitpunkt gleich groß. Eine Kopplung dieser Modellgleichungen mit Modellen anderer Antriebsstrangelemente wird hierdurch erschwert.

Um das dynamische Kupplungsverhalten mit geringerem Rechenaufwand und damit in kürzerer Zeit simulieren zu können, hat FOLCHERT [15] ein Modell mit Hilfe der Methoden der Systemidentifikation aufgestellt. Dabei werden lediglich die Zusammenhänge zwischen den Drehzahlen und Momenten abgebildet (Ein- / Ausgangsgrößenmodell); die Strömung in der Kupplung wird jedoch nicht explizit modelliert. Zur Beschreibung des nichtlinearen Systemverhaltens wählte er einen Ansatz über die Kopplung von bereichsweise linearen Modellen. Um ein lineares Modell für einen Betriebsbereich aufzustellen, führte er Frequenzgangmessungen durch, bei der die Erregungsamplitude konstant gehalten wurde. Über Anpassung von gebrochenrationalen Polynomen an den gemessenen Frequenzgang wird dieser parametrisiert. Das Ergebnis ist ein Modell der Kupplung im Frequenzbereich, dessen Gültigkeitsbereich auf kleine Abweichungen von dem gewählten Betriebspunkt beschränkt ist. Über die inverse Fourier-Transformation wird dann ein lineares Differentialgleichungssystem erster Ordnung für die Zeitbereichssimulationen ermittelt. Um größere Betriebsbereiche simulieren zu können, müssen mehrere Modelle dieser Art ermittelt werden, deren Gültigkeitsbereiche sich berühren. Es muß dann während der Simulation zwischen diesen einzelnen Modellen umgeschaltet werden, wenn die Grenzen der jeweiligen Modellbereiche erreicht sind. Diese Umschaltung ist jedoch problematisch, da Einschwingvorgänge der einzelnen Modelle nicht vollkommen ausgeschlossen werden können.

Ein nichtlineares Ein- / Ausgangsgrößenmodell der Kupplung, das für einen relativ großen Betriebsbereich Gültigkeit hat, stellt BEHRENS [9] in Form von diskreten Differenzgleichungen auf, die er mittels Systemidentifikation bestimmt. Die dynamischen Eigenschaften der Kupplung können hiermit gut beschrieben werden. Dadurch, daß die zu bestimmenden Parameter linear in die Differenzgleichungen eingehen, können diese relativ einfach und mit geringer Rechenzeit bestimmt werden. Hierzu muß die Kupplung jedoch mit großen Beschleunigungen über weite Betriebsbereiche erregt werden, was sehr hohe Anforderungen an den zu verwendenden Versuchsstand stellt. Ein weiterer Nachteil dieser Modelle liegt darin, daß die Schrittweite der Zeitdiskretisierung bei der Modellerstellung implizit in die Modellparameter eingeht und damit auch für anschließende Simulationsrechnungen festgelegt ist. Dies ist vor allem deshalb so problematisch, weil auch die Schrittweite bei der Modellierung nicht beliebig gewählt werden kann.

Wie die hydrodynamische Kupplung das Verhalten eines Antriebsstranges beeinflusst, wird in der Literatur kontrovers diskutiert. BECK [7], [8] untersuchte das Schwingungsverhal-

ten des Antriebsstranges einer Schredder-Anlage. Er stellte unter bestimmten Betriebsbedingungen große Schwingungsamplituden fest. Diese führte er, aufgrund von Vergleichen zwischen Simulationsrechnungen und Messungen an diesem Antrieb, auf eine entdämpfende Kupplungscharakteristik in dem Bereich der Kennlinie mit negativer Steigung zurück. Dagegen gibt es zahlreiche Veröffentlichungen, die den schwingungsdämpfenden Charakter der Kupplungen hervorheben. Vor allem wird von MENNE [45] sehr differenziert auf die Effekte der Dämpfung und Schwingungstrennung von hydrodynamischen Kupplungen eingegangen, wobei selbsterregte Schwingungen für ausgeschlossen gehalten werden. Im Bereich einer flachen Kennlinie bzw. hoher Erregungsfrequenz wird von einer Schwingungstrennung gesprochen, bei der die beiden *entkoppelten* Antriebsstrangseiten nicht mehr durch die Kupplung gedämpft werden.

RATH [49] greift auf die Stromfadentheorie zurück und verbessert das Modell dadurch, daß er einen Parameter an eine gemessene stationäre Kennlinie anpaßt. Dieses Modell soll zur Simulation von dynamisch belasteten Antriebssträngen verwendet werden. Um eine Eigenschwingungsanalyse durchführen zu können, werden frequenzunabhängige Kopplungsmodelle erzeugt, die nach Linearisierungen aus der Übertragungsmatrix identifiziert werden können. Eine Anwendung dieser Modelle für Antriebsstrangberechnungen wird von GOLD [24] dargestellt.

Von STEINHAUSEN [64] wird ein Modellantriebsstrang mit einer hydrodynamischen Kupplung, wie sie auch in der vorliegenden Arbeit benutzt wird, aufgebaut. Mit Hilfe der Modelle von FOLCHERT [15] und BEHRENS [9] führt er Berechnungen des Antriebsstranges durch. Für die Eigenwert- und Eigenformanalyse sind nur die Modelle von FOLCHERT [15] verwendbar, da sie eine bereichsweise lineare Darstellung der Kupplung liefern. Die Eigenfrequenzen und Dämpfungen des Antriebsstranges lassen sich im allgemeinen gut berechnen. Schwierigkeiten ergeben sich jedoch bei den Moden, bei denen die Kupplungsräder nur eine geringe Relativbewegung ausführen. Dies entsteht durch eine ungenaue Abbildung des Kupplungsverhaltens im Frequenzbereich für sehr niedrige Frequenzen. Daher sind auch Zeitbereichsrechnungen ungenau, wenn die obengenannten Moden mit angeregt werden. Für andere stationär periodische Erregungen bzw. für Erregungen mit mäßiger Beschleunigung liefern diese Modelle qualitativ und quantitativ gute Ergebnisse. Für Zeitbereichsuntersuchungen – auch mit großen Beschleunigungen – eignen sich die Modelle von BEHRENS [9]. Hiermit sind Berechnungen über relativ große Betriebsbereiche möglich. Durch diese Modelle ist jedoch die Zeitdiskretisierung für die Simulationsrechnungen mit $\Delta T = 0,01$ s vorgegeben worden. Bei der Betrachtung des verwendeten Modell-Antriebsstranges hatte dies keine Auswirkungen, da die relevanten Eigenfrequenzen des Antriebsstranges so niedrig waren, daß für die Simulationsrechnungen diese Schrittweite ausreichend war. Liegen die Eigenfrequenzen des Antriebsstranges höher, so könnte die Schrittweite zu groß sein. Dies kann jedoch nicht umgangen werden, da die Schrittweite für den Identifikationsprozeß der Kupplungsmodelle nicht beliebig variiert werden kann.

1.3 Zielsetzung

Wie aus dem Stand der Forschung hervorgeht, sind schon einige Untersuchungen zu dem Themenbereich der hydrodynamischen Kupplung durchgeführt worden.

Das stationäre Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen kann als gut erforscht angesehen werden. Problematisch ist lediglich die Kennlinienberechnung aus Strömungssimulationen. Die von HUITENGA [28] vorgestellten Berechnungsmethoden gelten nur für vollgefüllte Kupplungen. Die in der Industrie eingesetzten Kupplungen sind jedoch in der Regel nur teilgefüllt. Eine Erweiterung der Berechnungen auf teilgefüllte Kupplungen ist mit den derzeitigen Rechnerkapazitäten aufgrund der entstehenden 2-Phasen-Strömung noch nicht möglich. Da aber viele Parameterstudien und Geometrievvariationen durchgeführt worden sind, sind die stationären Betriebseigenschaften einer neu konstruierten Kupplung für Kupplungsbauer abschätzbar geworden. Um einen bestimmten Kennlinienverlauf zu erhalten, müssen daher nur noch wenige Versuchskupplungen gebaut und deren Kennlinien gemessen werden. Die Umrechnung auf geometrisch ähnliche Kupplungen ist Stand der Technik, so daß die benötigten Versuchskupplungen mit kleineren Abmessungen und damit kostengünstiger hergestellt werden können.

Über das dynamische Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen liegen vergleichsweise nur geringe Kenntnisse vor. Die Beschreibung des dynamischen Verhaltens mit mathematischen Modellen ist noch nicht zufriedenstellend gelöst, da die Ermittlung geeigneter Modelle meist mit großem theoretischen oder experimentellen Aufwand verbunden ist. Auch die Anwendung, also die Durchführung von Simulationsrechnungen, ist bei den meisten Modellen mit negativen Randerscheinungen wie z.B. lange Rechenzeiten, problematische Zeitdiskretisierungen, kleine Gültigkeitsbereiche verbunden (vgl. Kap. 1.2). Auswirkungen von Geometrievvariationen auf das dynamische Betriebsverhalten sind bislang noch nicht hinreichend untersucht worden.

Aus den hier dargestellten Gründen wird das Hauptziel der Arbeit festgelegt:

Die Ermittlung zeitkontinuierlicher mathematischer Modelle zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen.

Dabei sollen folgende Rahmenbedingungen beachtet werden:

- Minimaler Aufwand für die Modellerstellung.
- Minimaler Aufwand für die Simulation des Betriebsverhaltens.
- Großer Gültigkeitsbereich des Modells.
- Einfache Kopplung des Kupplungsmodells mit anderen Modellen von Antriebsstrangelementen.
- Der Vergleich des dynamischen Betriebsverhaltens von Kupplungen unterschiedlicher Baugröße soll ermöglicht werden.

1.4 Aufbau der Arbeit

Im Kap. 2 wird zunächst allgemein auf die Modellierung technischer Systeme eingegangen. Es werden unterschiedliche Vorgehensweisen der Modellbildung erläutert, um – ausgehend vom Stand der Forschung und den Zielen dieser Arbeit – zu zeigen, weshalb für die Modellierung hydrodynamischer Kupplungen in dieser Arbeit die hybride Modellierung gewählt worden ist und dimensionsanalytische Betrachtungen durchgeführt werden.

Wie im Kap. 2 dargelegt wird, sind für die ausgewählte hybride Modellierung unter anderem auch experimentelle Untersuchungen an der hydrodynamischen Kupplung notwendig. Daher werden im Kap. 3 die für die Untersuchungen zur Verfügung stehenden hydrodynamischen Kupplungen sowie der verwendete Versuchsstand dargestellt.

In Analogie zu der Ermittlung der bekannten dimensionslosen Kennzahlen des stationären Betriebszustandes hydrodynamischer Kupplungen werden im Kap. 4 Kennzahlen für den dynamischen Betrieb der Kupplungen abgeleitet. Anschließende Betrachtungen zur Modelltheorie verdeutlichen den Nutzen dieser Kennzahlen für den Vergleich der dynamischen Betriebszustände zweier geometrisch ähnlicher Kupplungen. Mit Hilfe von Messungen wird dieser Sachverhalt verifiziert.

Die hybride Modellierung stellt eine Kombination der analytisch physikalischen Modellierung und der experimentellen Identifikation dar. Daher werden im Kap. 5, in dem die Grundlagen zur hybriden Modellierung hydrodynamischer Kupplungen dargestellt werden, zunächst Modelle nach der analytisch physikalischen Modellierung ermittelt. Da der experimentelle Aufwand bei der hybriden Modellierung in der Regel mit der Abbildungsgenauigkeit der analytisch physikalischen Modelle steigt, muß zwischen einem vertretbaren experimentellen Aufwand und der erforderlichen physikalischen Abbildungsgenauigkeit abgewogen werden. Um eine Auswahl treffen zu können, werden daher zwei Modelle mit unterschiedlicher Abbildungsgenauigkeit ermittelt: Erstens das bekannte HASSELGRUBER-Modell und zweitens ein Modell, daß – in Anlehnung an die Arbeiten von RATH [49] – durch die Übertragung einer von HERBERTZ [26] vorgestellten Modellierung des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Wandler auf hydrodynamische Kupplungen ermittelt wird (HERBERTZ-Modell).

Als eine Art Einschub werden die Möglichkeiten der hybriden Modellierung am Beispiel des HASSELGRUBER-Modells gezeigt. Durch eine – von der physikalischen Vorstellung inspirierte und mit Hilfe von Messungen realisierte – einfache Modifikation des Modells können deutliche Verbesserungen in der Abbildungsgenauigkeit des Betriebsverhaltens erzielt werden. Eine Diskussion der Ergebnisse zeigt einerseits, inwieweit eine physikalisch sinnvolle Interpretation dieser Anpassung möglich ist, und andererseits die Art der im weiteren verwendeten Modellstrukturen, welche anschließend in einer einheitlichen Schreibweise dargestellt werden. Dabei wird durch die Vernachlässigung von Parametern des HERBERTZ-Modells, die entsprechend der Theorie nur einen geringen Einfluß auf das Betriebsverhalten der Kupplung haben, eine weitere Modellstruktur (kombinierte Modellstruktur) ermittelt.

Die Parameter der im Kap. 5 ermittelten Modellstrukturen werden im Kap. 6 über eine Anpassung der Modellstrukturen an Messungen (Parameteridentifikation) bestimmt. Der Darstellung des nichtlinearen Optimierungsproblems folgt die Beschreibung des in dieser Arbeit verwendeten Verfahrens zur Lösung der Optimierungsaufgabe. Die Ergebnisse werden dargestellt, und die erhaltenen mathematischen Modelle werden verifiziert. Vergleiche der Modellgüten der drei verwendeten Modellstrukturen zeigen die im weiteren bevorzugte Modellstruktur. Es folgen Überlegungen zur Reduktion des Meßaufwandes für die Identifikation der Modellparameter. Eine Ausführliche Diskussion der Ergebnisse dieser *gebräuchlichen* Methode der Parameteridentifikation führt zu der Motivation, auch in den Identifikationsprozeß der Parameter physikalische Kenntnisse einfließen zu lassen und das im Kap. 7 dargestellte Verfahren zur Bestimmung der Modellparameter zu verwenden.

Im Kap. 7 wird ein Verfahren zur hybriden Modellierung hydrodynamischer Kupplungen beschrieben, bei dem nicht nur zur Ermittlung der Modellstruktur sondern auch in den Identifikationsprozeß der Parameter analytisch physikalische Kenntnisse mit einbezogen werden. Nach einem allgemeinen Überblick über das Verfahren werden die Besonderheiten bei der Anwendung dieses Verfahrens auf die Modellierung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen erläutert. Anschließend werden die einzelnen Verfahrensschritte am Beispiel der Kupplung ausführlich gezeigt. Dieses Kapitel schließt mit der Darstellung der Identifikationsergebnisse und der Verifikation der ermittelten Modelle.

Im Kap. 8 werden schließlich die Anwendungsmöglichkeiten der ermittelten mathematischen Modelle gezeigt. Dabei werden zunächst nochmals Simulationsrechnungen der identifizierten Kupplung dargestellt. Anschließend wird dargelegt, wie mit Hilfe der Modelltheorie auch das Betriebsverhalten geometrisch ähnlicher Kupplungen simuliert werden kann. Es folgt eine Beschreibung der Kopplung der ermittelten mathematischen Modelle mit den Modellen anderer Antriebsstrangelemente am Beispiel eines Modellantriebsstranges. Dieses Kapitel wird mit einem für die praktische Nutzung der Modelle wichtigen Abschnitt abgeschlossen. Es wird gezeigt, wie Antriebsstrangsimulationen mit großen Kupplungen durchgeführt werden können, wenn die mathematischen Modelle zur Beschreibung des dynamischen Kupplungsverhaltens an einer Modellkupplung ermittelt werden.

Die Arbeit schließt mit der Zusammenfassung im Kap. 9. Es folgt ein ausführlicher Anhang, in dem weitere Meß- und Identifikationsergebnisse enthalten sowie die Parameter der digitalen Regelung des Versuchsstandes aufgeführt sind.

Kapitel 2

Allgemeines zur Modellierung technischer Systeme

Zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen sollen mathematische Modelle aufgestellt werden, wobei die in der Zielsetzung (Kap. 1.3) genannten Rahmenbedingungen eingehalten werden sollen. Es gibt jedoch viele Möglichkeiten und Wege, ein mathematisches (parametrisches) Modell zu erstellen. Daher wird in diesem Kapitel zunächst Grundlegendes zur Modellierung von technischen Systemen aufgezeigt.

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird dann anhand der Vor- und Nachteile der aufgezeigten Methoden – in Bezug auf die Modellierung hydrodynamischer Kupplungen – begründet, weshalb zur Modellerstellung im weiteren hybride Modellansätze ausgewählt worden sind.

2.1 Dimensionsanalyse

Die Dimensionsanalyse kann als Vorstufe für eine Modellierung betrachtet werden. Zwar werden keine mathematischen Modelle aufgestellt, aber die Anzahl der Größen, die zur Beschreibung des Systems erforderlich sind, wird verringert. Außerdem können hieraus Modellgesetzmäßigkeiten bzw. Ähnlichkeitsbeziehungen abgeleitet werden.

Ausgangspunkt für die Dimensionsanalyse sind n wesentliche *Einflußgrößen* a_i mit $i = 1, \dots, n$ eines Systems. Diese Einflußgrößen sind sämtliche einheitenbehaftete Größen, die das Systemverhalten wesentlich beeinflussen. Damit sind sowohl die Systemgrößen wie z.B. Materialparameter und Längen gemeint als auch die Zustandsgrößen des Systems, die über die betrachtete Systemgrenze hinaus mit der Umgebung in Wechselwirkung stehen. Folglich kann das Systemverhalten (näherungsweise) mit Hilfe eines allgemeinen funktionalen Zusammenhangs

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0 \quad (2.1)$$

beschrieben werden. Mit Hilfe des Satzes von den dimensionslosen Potenzprodukten – auch Π -Theorem genannt – kann diese Beziehung als Funktion

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0 \quad (2.2)$$

von den unabhängigen dimensionslosen Potenzprodukten Π_j mit $j = 1, \dots, (n - m)$ dargestellt werden, wobei jedes Potenzprodukt in der Form

$$\Pi = a_1^{x_1} a_2^{x_2} \dots a_n^{x_n} \quad (2.3)$$

geschrieben werden kann. m ist die Anzahl der in den Größen a_i vorkommenden, verschiedenen Einheiten e_k . Folglich ist die Anzahl der Potenzprodukte um die Anzahl der in den Einflußgrößen vorkommenden Grundeinheiten geringer als die Anzahl der dimensionsbehafteten Einflußgrößen. Diese Potenzprodukte werden auch Kennzahlen genannt. Das Π -Theorem ist seit langer Zeit bekannt und mehrfach bewiesen worden (vgl. GÖRTLER [23] u.a.). Die Exponenten x_i mit $i = 1, \dots, n$ werden so bestimmt, daß die Potenzprodukte dimensionslos sind, d.h. die Einheiten der dimensionsbehafteten Einflußgrößen müssen sich herauskürzen

$$[a_1]^{x_1} [a_2]^{x_2} \dots [a_n]^{x_n} = 1 \quad (2.4)$$

Die Einheiten der Einflußgrößen ergeben sich wiederum aus Potenzprodukten der vorkommenden Grundeinheiten e_k . Enthält die Einflußgröße a_i die Grundeinheit e_k mit der Potenz $p_{i,k}$ so kann Gl. (2.4)

$$\left(e_1^{p_{1,1}} e_2^{p_{1,2}} \dots e_m^{p_{1,m}} \right)^{x_1} \left(e_1^{p_{2,1}} e_2^{p_{2,2}} \dots e_m^{p_{2,m}} \right)^{x_2} \dots \left(e_1^{p_{n,1}} e_2^{p_{n,2}} \dots e_m^{p_{n,m}} \right)^{x_n} = 1 \quad (2.5)$$

geschrieben werden. Die Gl. (2.5) wird erfüllt, wenn für jede einzelne Grundeinheit

$$\begin{aligned} e_1^{p_{1,1}x_1} e_1^{p_{2,1}x_2} \dots e_1^{p_{n,1}x_n} &= e_1^0 = 1 \\ e_2^{p_{1,2}x_1} e_2^{p_{2,2}x_2} \dots e_2^{p_{n,2}x_n} &= e_2^0 = 1 \\ &\vdots \\ e_m^{p_{1,m}x_1} e_m^{p_{2,m}x_2} \dots e_m^{p_{n,m}x_n} &= e_m^0 = 1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

gilt. Werden diese Gleichungen logarithmiert, so kann das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{2,1} & \dots & p_{n,1} \\ p_{1,2} & p_{2,2} & \dots & p_{n,2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{1,m} & p_{2,m} & \dots & p_{n,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

aufgestellt werden. Dieses Gleichungssystem hat $(n - m)$ unabhängige Lösungen. Setzt man jede Lösung einzeln für sich in das angenommene Potenzprodukt Gl. (2.3) ein, so erhält man die das System beschreibenden Kennzahlen.

Um die Dimensionsanalyse durchführen zu können, müssen also *vorher* alle Einflußgrößen a_i des Systems bekannt sein. Sie können z.B. aufgrund von analytisch-physikalischen Vorüberlegungen ermittelt werden. Sind die Einflußgrößen bekannt, so beschränkt sich

die Dimensionsanalyse auf den genannten mathematischen Formalismus, und man erhält die das Systemverhalten beschreibenden Kennzahlen. Um das Systemverhalten beschreiben zu können, muß nun noch der funktionale Zusammenhang $F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m})$ zwischen den Kennzahlen ermittelt werden. Wenn durch die Dimensionsanalyse nur eine kleine Anzahl an Kennzahlen ermittelt wird, so kann dieser Zusammenhang für alle Betriebsfälle durch Messungen bestimmt werden. In vielen Fällen ist jedoch der funktionale Zusammenhang nicht einfach zu bestimmen. Daher wird für praktische Anwendungsfälle aus der Dimensionsanalyse die **Modelltheorie** bzw. **Ähnlichkeitstheorie** abgeleitet. Dabei wird von der zur Gl. (2.2) äquivalenten Formulierung

$$\Pi_1 = G(\Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) \quad (2.8)$$

ausgegangen. Wenn die Kennzahlen Π_2, \dots, Π_{n-m} bekannt sind, ist über die Funktion G auch die Kennzahl Π_1 festgelegt. Im allgemeinen ist die Funktion G nicht bekannt, so daß Π_1 in Abhängigkeit von Π_2, \dots, Π_{n-m} durch Messungen bestimmt wird. Kann dies am betrachteten System nicht durchgeführt werden, so kann ein Versuch an einem (kleineren) Modell des Systems durchgeführt werden. Sind die Kennzahlen Π_2, \dots, Π_{n-m} bei diesem Versuch gleich denen am betrachteten System, so muß auch die Kennzahl Π_1 für das Modell und System übereinstimmen.

Sind alle Einflußgrößen a_i eines Prozesses bekannt, so erhält man die den Prozeß beschreibenden Kennzahlen. Je nach Anzahl der am Prozeß beteiligten Einflußgrößen erhält man eine Vielzahl von Kennzahlen. Wird nun entsprechend Gl. (2.8) eine Kennzahl in Abhängigkeit der restlichen $(n - m - 1)$ Kennzahlen dargestellt, so haben diese unterschiedlichen Einfluß auf die gesuchte Kennzahl. Werden zur Verminderung der Anzahl die Kennzahlen vernachlässigt, die nur einen geringen Einfluß auf das Ergebnis haben, so kann dies in gewissen Grenzen zu kleinen, vernachlässigbaren Fehlern führen. Es liegt dann eine sogenannte **Teilähnlichkeit** vor.

Im Rahmen der Modelltheorie werden auch sogenannte Übertragungsfaktoren benutzt. Wird einer Maßzahl χ_1 des Originals eine entsprechende Maßzahl χ_2 im Modell zugeordnet, so ist der Quotient $\frac{\chi_1}{\chi_2}$ der Übertragungsfaktor. Werden z.B. alle Längen des Originals mit dem gleichen Übertragungsfaktor κ auf das Modell als winkeltreue Abbildung übertragen, so wird dies auch **geometrische Ähnlichkeit** genannt. Werden die sich im Modell (Index m) und Original (Index o) entsprechenden Zeiten mit einem Übertragungsfaktor τ mit $t_o = \tau t_m$ zugeordnet, so nennt man dies **kinematische Ähnlichkeit**, da dann – zusammen mit der geometrischen Ähnlichkeit – an zugeordneten Orten zu zugeordneten Zeiten alle Geschwindigkeiten im Modell mit dem gleichen Faktor σ^* übertragen werden. Es gilt dann

$$\sigma^* = \frac{\kappa}{\tau} \quad (2.9)$$

Ebenso wird die Übertragung von (Trägheits-) Kräften mit dem Faktor ξ als **dynamische Ähnlichkeit** bezeichnet bzw. **dynamisches Modellgesetz** genannt. Dies kann bei Beachtung der geometrischen und kinematischen Ähnlichkeit auch in die Übertragung von

Massen mit dem Faktor ζ umgerechnet werden, wenn

$$\zeta = \frac{\xi \tau^2}{\kappa} \quad (2.10)$$

gilt. Alle drei Gesetzmäßigkeiten zusammengefaßt ergeben das **allgemeine Newton'sche Ähnlichkeitsgesetz**. Damit sind zwei mechanische Vorgänge (ohne Beachtung temperaturabhängiger Effekte) einander physikalisch ähnlich, wenn die allgemeine Newton'sche Ähnlichkeit besteht. Eine andere Wahl an Übertragungsgrößen ist möglich, führt aber zu äquivalenten Ergebnissen.

Alle weiteren Größen, die am betrachteten Prozeß beteiligt sind, sind dann entsprechend der gewählten Übertragungsfaktoren und der Einheiten der Größen festgelegt und müssen für den Modellversuch eingehalten werden. Sie werden dann auch abhängige Größen genannt.

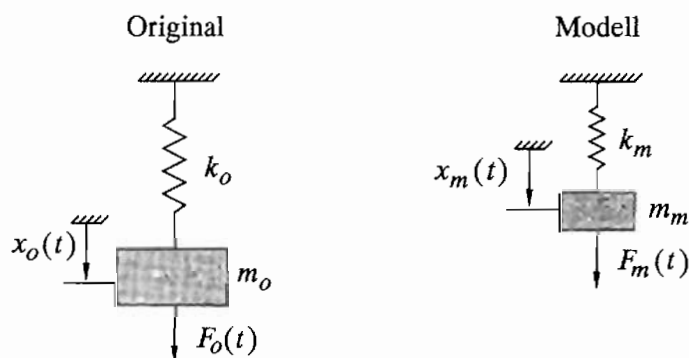


Abb. 2.1: Einmassenschwinger: Original und Modell

Betrachtet man z.B. einen Einmassenschwinger nach Abb. 2.1, so können beispielsweise die Übertragungsfaktoren ξ , τ und κ entsprechend

$$\begin{aligned} F_o &= \xi F_m \\ t_o &= \tau t_m \\ x_o &= \kappa x_m \end{aligned} \quad (2.11)$$

frei gewählt werden. Die Übertragung der abhängigen Systemgrößen ergibt sich dann aus den Einheitenbetrachtungen zu

$$\begin{aligned} m_o &= \frac{\xi \tau^2}{\kappa} m_m \\ k_o &= \frac{\xi}{\kappa} k_m \end{aligned} \quad (2.12)$$

Die Geschwindigkeit v und Beschleunigung a der Masse werden folglich mit

$$v_o = \frac{\kappa}{\tau} v_m$$

$$a_o = \frac{\kappa}{\tau^2} a_m \quad (2.13)$$

übertragen. In Sonderfällen kann es jedoch vorkommen, daß bestimmte abhängige Größen frei gewählt werden können: Die Flächenträgheitsmomente bei Biegeproblemen oder Drehträgheiten bei Rotationsproblemen sind beispielsweise nicht an die geometrische Ähnlichkeit gebunden.

2.2 Analytisch-Physikalische Modellierung

Die analytisch-physikalische Modellierung ist wohl die am häufigsten durchgeführte Modellierung zur Beschreibung technischer Systeme. Das betrachtete komplexe System – hier auch als Gesamtsystem bezeichnet – wird durch eine Systemanalyse in (geeignete) Teilsysteme aufgeteilt, die mit einer (gedachten) Teilsystemgrenze voneinander getrennt werden.

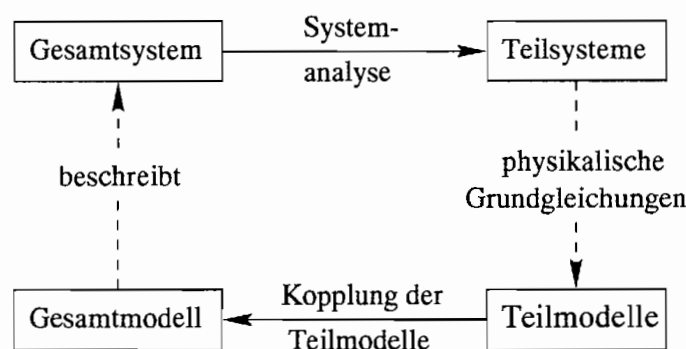


Abb. 2.2: Modellierung komplexer Systeme mit der analytisch-physikalischen Vorgehensweise

Die Zustandsgrößen der Teilsysteme, die durch die Teilsystemgrenze hindurch mit den anderen Teilsystemen in Wechselwirkung stehen, werden auch als Ein- / Ausgangsgrößen der Teilsysteme bezeichnet. Die Teilsysteme werden dann mit einem Teilmodell beschrieben, indem die relevanten physikalischen Grundgleichungen aufgestellt werden. Für den Bereich der Mechanik sind dies z.B.:

- Kinematische Beziehungen,
- Bilanzgleichungen (statische und dynamische Gleichgewichtsbedingungen, Energiesatz, Massenerhaltung...),
- gegebenenfalls thermodynamische Beziehungen,
- Materialgesetze.

Je nach untersuchtem System ist es unter Umständen notwendig, zusätzliche Grundlagenversuche durchzuführen, um z.B. geeignete Reibungsgesetze oder Materialgesetze aufstellen zu können. Um ein Gesamtmodell zu erhalten, das das Gesamtsystem beschreibt, müssen alle Teilmodelle über deren Ein- / Ausgangsgrößen gekoppelt werden.

Bei genügend großer Abbildungsgenauigkeit werden durch diese Art der Modellierung alle Details des Systems erfaßt, so daß mit dem Modell alle Systemzustände simuliert werden können. Man erlangt daher nicht nur umfassende Informationen über das Verhalten dieses Systems, sondern kann darüber hinaus auch umfangreiche Parameterstudien durchführen, um zu einer Systemoptimierung zu gelangen.

Die Genauigkeit, mit der das Gesamtsystem abgebildet wird, ist abhängig von der Abbildungsgenauigkeit der Teilmodelle und der erfolgten Kopplung. Es ist jedoch zu Beginn der Modellierung schwierig abzuschätzen, wie sich die Ungenauigkeiten der Teilmodelle auf das Gesamtsystem auswirken. Daher muß – sofern noch keinerlei Erfahrungen bei der Modellierung eines bestimmten Systems bzw. einer bestimmten Systemklasse vorhanden sind – das ermittelte Gesamtmodell verifiziert werden. Sollte keine ausreichende Genauigkeit erzielt worden sein, so müssen die einzelnen Teilmodelle überprüft und gegebenenfalls verbessert werden. Die Wahl einer für die Modellierung einfacheren Aufteilung des Gesamtsystems in Teilsysteme kann dabei hilfreich sein.

2.3 Black-Box-Modellierung

Mit Black-Box-Modellierung wird das Erstellen von Modellen auf der Basis von experimentell ermittelten Ein- / Ausgangsgrößenbeziehungen bezeichnet. Von den inneren Systemzuständen werden lediglich die Übertragungseigenschaften erfaßt, weshalb die inneren Zustände nicht durch Black-Box-Modelle beschrieben werden können.

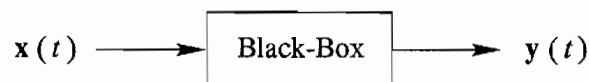


Abb. 2.3: Beschreibung eines Systems mit Ein- / Ausgangsgrößen

Voraussetzung für diese Art der Modellierung ist, daß die zu beschreibenden Ausgangsgrößen des Systems vollständig durch die betrachteten Eingangsgrößen bestimmt sind. Folglich müssen alle Eingangsgrößen berücksichtigt werden, die die Ausgänge beeinflussen. Darüber hinaus dürfen auch keine Zufallsprozesse im Inneren des Systems vorkommen, die Auswirkungen auf die betrachteten Ausgänge haben.

Wenn keine oder nur wenige Kenntnisse über den Systemaufbau bzw. das Systemverhalten vorhanden sind, versucht man mit Hilfe der **experimentellen Systemanalyse** grundlegende Eigenschaften des Systems zu ermitteln. Für einen ersten Ansatz – auch Voridentifikationsphase genannt (vgl. z.B. REUTER [50]) – eignen sich hierzu auch nicht-parametrische Verfahren, bei denen das Systemverhalten durch Tabellen oder Diagramme

dargestellt wird. Im statischen bzw. stationären Zustand werden Kennlinien und Kennfelder gemessen. Bei dynamischen Systemen hingegen sind Frequenzgänge, Übertragungs- und Gewichtsfunktionen sehr hilfreich. Es bieten sich aber auch Korrelationsfunktionen und Spektralanalysen an. Im Rahmen dieser Voridentifikationsphase sollten auch Nichtlinearitätstests (z.B. Frequenzmethode) durchgeführt werden. Bei der Verwendung von Digitalrechnern muß hierzu auch die Abtastzeit ΔT der Signale festgelegt werden (siehe auch Abb. 2.4).

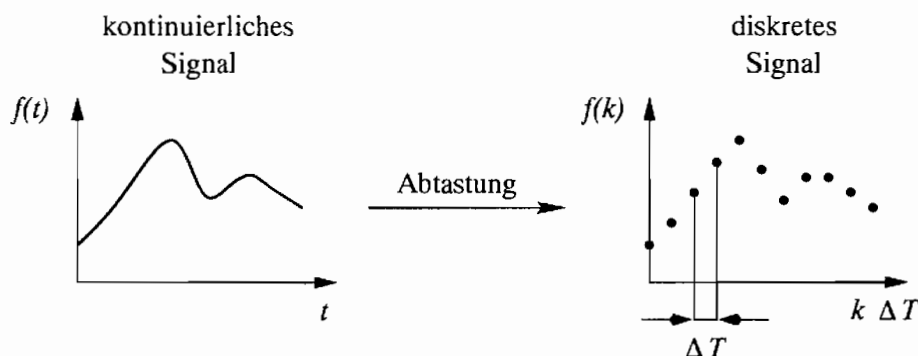


Abb. 2.4: Diskretisierung eines zeitkontinuierlichen Signals

Um Modelle zu erhalten, mit denen Simulationsrechnungen durchgeführt werden können, muß jedoch ein **parametrisches Modell** aufgestellt werden. Wie in Abb. 2.5 dargestellt,

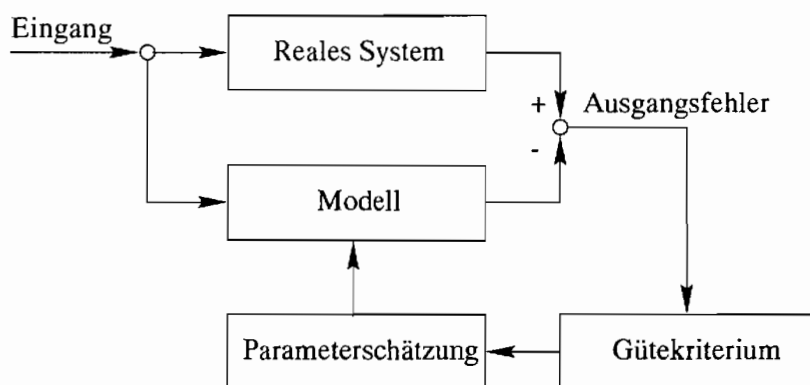


Abb. 2.5: Anpassen eines Modellansatzes an gemessene Systemeigenschaften

werden über ein Parameterschätzverfahren die Parameter einer gewählten Modellstruktur so ermittelt, daß ein Gütekriterium bestmöglich erfüllt ist. Das Gütekriterium wichtet dabei den Ausgangsfehler - die Differenz der Ausgangsgrößen des realen Systems und des Modells, wenn beide mit den gleichen Eingangsgrößen erregt werden. Dazu ist es notwendig, zunächst eine **Modellform** zu wählen. Zur Beschreibung von nichtlinearen Systemen eignen sich Modelle im Zeitbereich. Dabei können sowohl zeitkontinuierliche als auch zeitdiskrete Modellansätze verwendet werden. Zeitdiskrete Modellformen haben gegenüber zeitkontinuierlichen bei der Benutzung von Digitalrechnern den Vorteil, daß die gemessenen Ein- / Ausgangssignale nicht abgeleitet (Aufrauhung) oder integriert (Rechenzeit) werden müssen und die Simulationsrechnungen einfach zu programmieren sind.

Nachteilig wirkt sich jedoch aus, daß die Abtastzeit bei den folgenden Simulationsrechnungen mit der bei der Identifikation übereinstimmen muß, welche jedoch nicht beliebig gewählt werden kann (vgl. REUTER [50]).

Nach Festlegung der Modellform muß die **Struktur** bzw. der Aufbau des Modells gewählt werden. In der Voridentifikationsphase hat sich herausgestellt, ob ein lineares oder nicht-lineares Systemverhalten vorliegt. Dementsprechend werden lineare oder nichtlineare Modellansätze verwendet. Weiterhin muß festgelegt werden, ob das Modell eine reine Ein- / Ausgangsstruktur haben soll, oder ob *innere Freiheitsgrade* (Zustandsgrößen, die nicht gemessen werden und nicht durch reine Zeitableitungen bzw. Zeitintegrationen der gemessenen Größen erhalten werden) verwendet werden sollen. Bei nichtlinearen Systemen stellt sich darüber hinaus das Problem, in welcher Art die Nichtlinearitäten zu berücksichtigen sind.

Wenn eine reine Black-Box-Modellierung vorgenommen wird, also keine weiteren Kenntnisse aus theoretischen Modellbildungsprozessen in den Identifikationsprozeß einfließen sollen, gibt es keine allgemeingültigen Verfahren zur Auswahl der *richtigen* Modellstruktur. Folglich muß iterativ vorgegangen werden. Zunächst müssen eine Modellstruktur angenommen und die Parameter identifiziert werden. Eine anschließende Verifikation des Modells zeigt, ob das Modell das System genau genug abbildet. Falls jedoch große Abweichungen vorhanden sind, muß eine andere Modellstruktur gewählt und wiederholt eine Parameterschätzung durchgeführt werden.

Bei nichtlinearen Systemen ist es für die **Parameterschätzung** vorteilhaft, wenn die zu bestimmenden Parameter linear in den Ausgangsfehler (vgl. Abb. 2.5) eingehen. Dies ermöglicht eine einfache Bestimmung der unbekannt Parameter. Beeinflussen die Parameter den Ausgangsfehler jedoch nichtlinear – dies ist vor allem bei Modellstrukturen mit sogenannten inneren Freiheitsgraden der Fall –, so müssen rechenzeitintensive nichtlineare Optimierungsverfahren zur Parameterbestimmung verwendet werden. Hierbei erweist es sich als besonders problematisch, ein globales Minimum für das Gütekriterium zu finden, da die Optimierungsverfahren nicht zwischen globalen und lokalen Minima unterscheiden können.

Um einen Modellansatz an die Ein- / Ausgangsbeziehung des Systems über ein Parameterschätzverfahren anpassen zu können, muß eine **Messung** der betrachteten Ein- / Ausgangsgrößen am System durchgeführt werden. Dabei ist es von entscheidender Bedeutung, wie das System während dieser Messung durch die Eingangsgrößen erregt wird. Prinzipiell ist es bei einer On-Line-Identifikation möglich, die Meßwerte während des *normalen* Betriebszustandes aufzunehmen. Diese Vorgehensweise ist jedoch nur für bestimmte Anwendungsfälle geeignet, da diese Erregung in der Regel nur kleine Betriebsbereiche abdeckt. Ein Modell, das über eine reine Black-Box-Modellierung ermittelt wurde, besitzt jedoch nur in dem Betriebsbereich Gültigkeit, der auch während der Messung zur Identifikation durchfahren wurde. Systemcharakteristiken, die während der Identifikationsmessung nicht deutlich genug angeregt werden, sind gegebenenfalls so schwach im gemessenen Ausgangssignal enthalten, daß sie nicht identifiziert werden können. Dies kann

an einem Beispiel verdeutlicht werden: Die Nichtlinearität eines bereichsweise linearen Systems kann nicht erfaßt werden, wenn das System zur Identifikation nur in einem linearen Bereich erregt wird. Daher muß das System zur Identifikationsmessung meist weitergehend erregt werden (z.B. auf einem Prüfstand), um mit dem Black-Box-Modell auch eher seltener vorkommende Betriebszustände simulieren zu können.

Zur Black-Box-Identifikation nichtlinearer Systeme sind möglichst allgemeine Modellansätze erforderlich. Für die Ermittlung von zeitkontinuierlichen Modellen, wie sie in der Zielsetzung dieser Arbeit gefordert werden (vgl. Kap. 1.3), seien die bekanntesten Modellformen im folgenden genannt.

Eine relativ allgemeine Darstellung von nichtlinearen Systemen mit stetigen (statischen und dynamischen) Nichtlinearitäten ist die Volterra-Reihe, die für ein Eingrößensystem

$$\begin{aligned}
 y(t) = & \int_0^t g_1(\tau_1) u(t - \tau_1) d\tau_1 \\
 & + \int_0^t \int_0^t g_2(\tau_1, \tau_2) u(t - \tau_1) u(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\
 & + \dots \\
 & + \int_0^t \dots \int_0^t g_i(\tau_1, \dots, \tau_i) u(t - \tau_1) \dots u(t - \tau_i) d\tau_1 \dots d\tau_i \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

geschrieben werden kann. Die Terme $g_i(\tau_1, \dots, \tau_i)$ werden Volterra-Kerne genannt. Der Volterra-Kern g_1 stellt dabei einen linearen Modellanteil dar, g_2 einen quadratischen, usw. Obwohl die Volterra-Reihe eine relativ allgemeine Darstellungsform nichtlinearer Systeme ist, findet sie praktisch kaum Anwendung, da die Bestimmung der Volterra-Kerne sehr aufwendig ist.

Oftmals werden nichtlineare Systeme mit Wiener- oder Hammersteinmodellen beschrieben, da diese relativ einfach zu ermitteln sind. Wie die Abb. 2.6 jedoch zeigt, setzen sich diese Modelle aus einem linearen dynamischen und einen nichtlinearen statischen Anteil zusammen. Folglich können hiermit nur Systeme beschrieben werden, die eine solche Einteilung zulassen.

2.4 Ersatzmodelle als Hilfsmittel

Die Modellierung technischer Systeme mit Ersatzmodellen bzw. Ersatzschaubildern stellt an sich keine weitere Möglichkeit zur Modellierung dar, sondern ist lediglich eine anschauliche Erweiterung der bisher vorgestellten Methoden. Sie soll an dieser Stelle erwähnt werden, weil sie häufig bei der Modellierung hydrodynamischer Kupplungen angewendet wird. Dabei werden technische Systeme mit Hilfe von idealisierten Bauteilen beschrieben. So werden mechanische Schwinger z.B. mit Hilfe von Massepunkten, Drehträgheiten, masselosen Federn, geschwindigkeitsproportionalen Dämpfern, Reibelementen u.a. dargestellt.

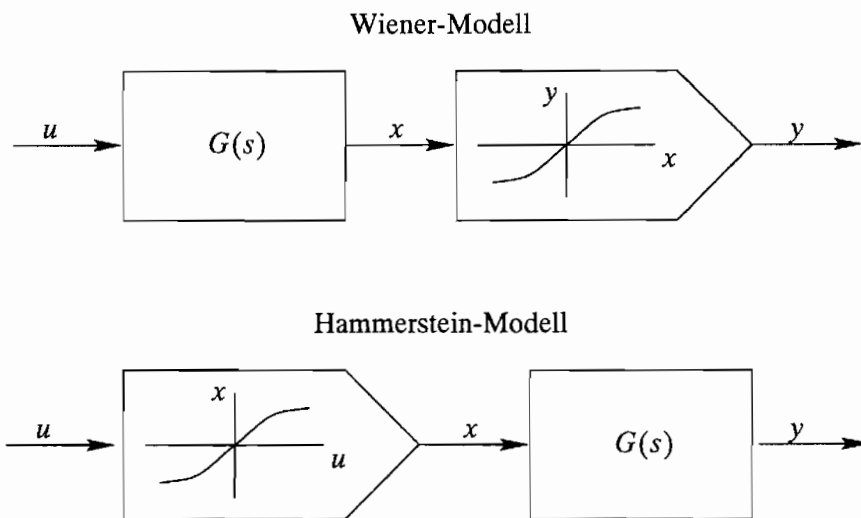


Abb. 2.6: Wiener- und Hammersteinmodell – allgemeine Struktur

Prinzipiell können diese Ersatzmodelle aus der analytisch physikalischen Modellierung abgeleitet werden, indem den entsprechenden funktionalen Zusammenhängen die Elemente zugeordnet werden. Es werden aber auch bei der Black-Box-Identifikation Modellstrukturen gewählt, die sich aus diesen Elementen zusammensetzen und deren Parameter dann über Messungen identifiziert werden.

2.5 Hybride Modellierung

Die hybride Modellierung stellt im allgemeinen eine Kombination der analytisch physikalischen Modellierung und der Black-Box-Modellierung dar.

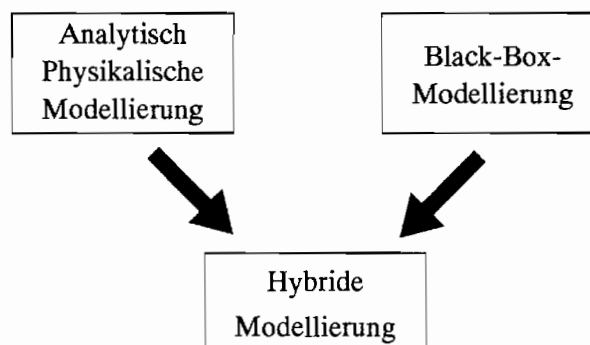
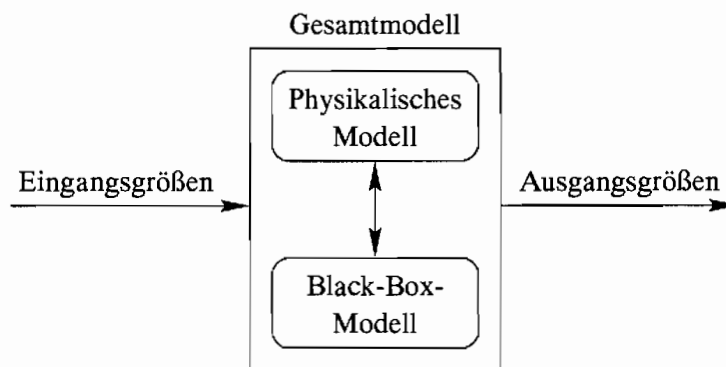


Abb. 2.7: Hybride Modellierung

Dabei kann zwischen zwei Kombinationsmöglichkeiten unterschieden werden: a) Kombination von Modellen und b) Kombination der Modellierungen (vgl. Abb. 2.8).

Bei der Variante a) wird ein System durch Einführung von Teilsystemgrenzen in Teilsysteme aufgeteilt. Die Teilsysteme werden dann mit Hilfe von Teilmodellen beschrieben,

a) Kombination der Modelle



b) Kombination der Modellierung

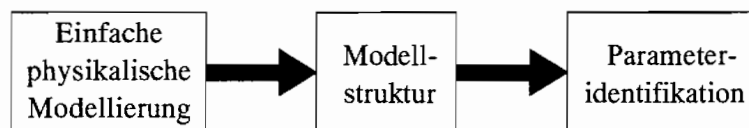


Abb. 2.8: Kombinationsmöglichkeiten der analytisch physikalischen Modellierung mit der Black-Box-Modellierung

die jedoch auf unterschiedliche Weise modelliert werden. Für die Teilsysteme werden einerseits Black-Box-Modelle und andererseits analytisch physikalische Modelle aufgestellt. Über die Ein- / Ausgangsgrößen der Teilmodelle werden diese Systeme dann miteinander gekoppelt. Es entsteht eine hybride Gesamtsystembeschreibung.

Werden die Black-Box-Modellierung und die analytisch physikalische Modellierung kombiniert, indem die Modellierungsarten verbunden werden – Kombinationsmöglichkeit b) –, so wird zunächst ein relativ einfaches, analytisch physikalisches Modell von dem betrachteten System aufgestellt. "Relativ einfach" bedeutet hier, daß die Systemeigenschaften nicht unbedingt genau wiedergegeben werden müssen, daß aber der wesentliche Aufbau des Systems durch das Modell erfaßt wird. Die hierdurch erhaltene Modellstruktur wird an Messungen am realen System entsprechend der Parameterschätzung bei der Black-Box-Modellierung angeglichen. Dafür werden die Parameter des Modells so zusammengefaßt, daß sie identifizierbar sind. Diese hybride Modellierung findet in einer Art *Grauzone* statt. Wird eine sehr genaue analytisch physikalische Modellierung zur Ermittlung der Modellstruktur durchgeführt, so tendiert die Parameterschätzung zur Identifikation physikalischer Systemparameter. Andernfalls erhält man quasi ein Black-Box-Modell.

Im allgemeinen ist die Struktur hybrider Modelle, die mit Hilfe von einfachen, analytisch physikalischen Modellen erhalten wird, so gut an die Systemstruktur angeglichen, daß das Modell das Systemverhalten auch etwas außerhalb des Identifikationsbereichs – zumindest tendenziell – beschreibt. Es ist jedoch schwierig im Vorfeld abzuklären, inwieweit

eine solche Extrapolation zulässig ist. Prinzipiell ist sie nur bei einer genauen analytisch physikalischen Modellierung und der Identifikation physikalischer Parameter zulässig. Bei der reinen Black-Box-Identifikation sind keinerlei Aussagen über das Systemverhalten außerhalb des Identifikationsbereichs möglich. Ist die Struktur des hybriden Modells jedoch gut an das reale System angeglichen, so kann hiermit der Meßaufwand gegenüber der Black-Box-Modellierung verringert werden, da nicht der ganze Gültigkeitsbereich des Modells während der Identifikation durchfahren werden muß.

Bei nichtlinearen Problemen erhält man jedoch häufig Modellstrukturen, in denen die Parameter bei der Identifikation nichtlinear in den Ausgangsfehler (s. Abb. 2.5) eingehen. Dies führt dann – wie oben schon erwähnt – zu nichtlinearen Optimierungsproblemen.

Bei der hybriden Modellierung ist auch eine Kombination der beiden Vorgehensweisen (vgl. Abb. 2.8) möglich, so daß ein Gesamtmodell aus analytisch physikalischen Modellen, Black-Box-Modellen und hybriden Modellen der Kombinationsmöglichkeit b) zusammengesetzt wird.

2.6 Auswahl der Modellierungstechnik

Die Auswahl der Modellierungstechnik kann nicht allgemein erfolgen; sie ist abhängig von dem betrachteten System, den Randbedingungen bei der Modellierung und den Anforderungen an das Modell. Anhand der Abb. 2.9 kann dies veranschaulicht werden.

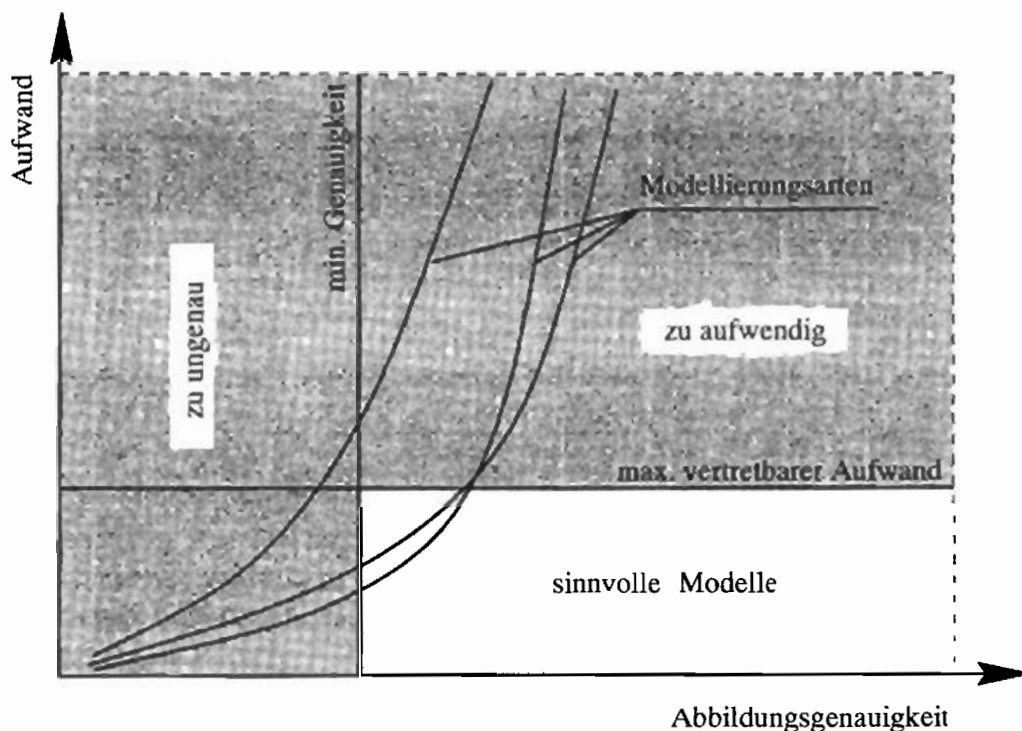


Abb. 2.9: Aufwand bei der Erstellung und Verwendung von mathematischen Modellen

Soll die Abbildungsgenauigkeit einer Modellierungstechnik erhöht werden, so steigt der Aufwand zur Modellerstellung in der Regel stark an. Damit ist für eine geforderte (minimale) Abbildungsgenauigkeit ein bestimmter Aufwand nötig; bzw. mit einem begrenzten Aufwand ist nur eine bestimmte Abbildungsgenauigkeit zu erreichen. In der Regel ist mit einer Steigerung der Abbildungsgenauigkeit auch eine Erhöhung des Aufwands zur Verwendung der ermittelten Modelle verbunden. Diese Zusammenhänge sind jedoch für jede Modellierungstechnik anders, so daß nicht jede Modellierungstechnik für jedes System auch brauchbare Modelle liefern muß. Es kann bei Verwendung von bestimmten Techniken auch vorkommen, daß mit einem maximal vorgegebenen Aufwand keine Modelle erzielt werden, die den minimalen Ansprüchen an Abbildungsgenauigkeit genügen. Daher hängt die Auswahl der Modellierungstechnik nicht nur von den geforderten Modelleigenschaften sondern auch von der Beziehung zwischen Aufwand und Abbildungsgenauigkeit ab. In Abb. 2.9 ist diese Problematik damit angedeutet, daß nur Modellierungstechniken in Betracht gezogen werden können, deren Kurven durch den hellgrau hinterlegten Bereich gehen. In diesem Bereich ist das Verhältnis vom Aufwand der Modellierung und Handhabung der Modelle zur Genauigkeit akzeptabel.

Das dynamische Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen ist schon mehrfach untersucht worden (vgl. Kap. 1.2). Es sind sowohl theoretische als auch experimentelle Systemanalysen durchgeführt worden. Zur Abbildung des Betriebsverhaltens sind auch unterschiedliche Modellierungstechniken angewendet worden, so daß hier die Möglichkeit besteht, aufgrund von *bekanntem Forschungsergebnissen*, eine Auswahl der Modellierungstechnik zu treffen. Diese Auswahl muß sich ebenfalls an den gesetzten Zielen, die im Kap. 1.3 aufgeführt sind, orientieren.

Die analytisch physikalische Modellierung eignet sich in der Regel gut zur Beschreibung von technischen Systemen, da sie am meisten Aufschluß über das System gibt und auch Parameterstudien o.ä. zuläßt. Zu der in dieser Arbeit angestrebten Beschreibung der hydrodynamischen Kupplung eignet sich diese Vorgehensweise jedoch nicht. Es hat sich als problematisch erwiesen, die Strömung in der Kupplung zu beschreiben. Wie die Modellverifikationen von FOLCHERT [15] zeigen, ist die Beschreibung der Strömung mit der Stromfadentheorie nicht genau genug, um das Übertragungsverhalten zu beschreiben. Auch die entsprechenden Strömungsmessungen von MIDDELMANN [46] zeigen, daß die Strömung nicht über die Stromfadentheorie abgebildet werden kann. Die von FORMANSKI [16] durchgeführte genauere analytisch physikalische Modellierung der Strömung mit Hilfe des Finite-Volumen-Verfahrens zeigt jedoch, daß die Modellerstellung sehr aufwendig ist. Darüber hinaus sind die Simulationsrechnungen aufgrund der großen Anzahl an benötigten Finiten-Volumen sehr rechenzeitintensiv. Dies widerspricht der Forderung nach Modellen, mit denen schnell Simulationsrechnungen durchgeführt werden können und die für Antriebsstrangsimulationen geeignet sind. Die einfachere Handhabung der Modelle bzw. ein geringerer Modellierungsaufwand kann auch nicht durch Senken der Abbildungsgenauigkeit erzeugt werden, da diese nicht weiter verringert werden sollte.

Um die aufgeführten Ziele zu erreichen, ist eine Ein- / Ausgangsbeschreibung ausreichend. Die Beschreibung der inneren Zustandsgrößen (Strömungsgrößen des Fluids in der

Kupplung) ist nicht von Bedeutung. Damit ist die Möglichkeit gegeben, das Betriebsverhalten mit Black-Box-Modellen zu beschreiben. Die experimentelle Systemanalyse von FOLCHERT [15] hat gezeigt, daß das Kupplungsverhalten nur mit Hilfe von nichtlinearen Modellansätzen beschrieben werden kann. Dies zeigen auch die Modelle der analytisch physikalischen Modellierung (vgl. FORMANSKI [16]). BEHRENS [9] hat gezeigt, daß die Black-Box-Modellierung dafür geeignet ist, das dynamische Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen zu beschreiben. Allerdings stellt diese Art der Modellierung sehr hohe Anforderungen an den benötigten Versuchsstand. Die Kupplung muß über weite Betriebsbereiche mit großer Beschleunigung erregt werden, d.h. es können nur relativ kleine Kupplungen so beschrieben werden. Größere Kupplungen können aufgrund der Versuchsmöglichkeiten auf diese Weise nicht modelliert werden. Hierzu sind weiterreichende Untersuchungen erforderlich.

Um die in der Zielsetzung geforderten Modelle zu erhalten, kann derzeit offensichtlich nicht auf experimentelle Vorgehensweisen verzichtet werden. Daher muß der Aufwand für die Versuchsdurchführung minimiert werden. Bei der hybriden Modellierung ist dies gegebenenfalls möglich. Wird durch die Anpassung der Modellstruktur an das reale System eine für die Identifikation mit geringen Erregungen geeignete Modellstruktur erhalten, so können auch größere Kupplungen modelliert werden, da diese nicht mehr so stark erregt werden müssen. Die Beschreibung einer anderen Kupplung als die untersuchte ist durch die hybride Modellierung aber nicht möglich. Um jedoch zumindest Kupplungen gleichen Typs, aber unterschiedlicher Baugröße nachrechnen zu können, werden im folgenden auch dimensionsanalytische Betrachtungen durchgeführt.

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen sind Messungen des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen erforderlich. Daher werden – bevor die weiteren Untersuchungen zur Modellierung des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen vorgestellt werden – die hierfür zur Verfügung stehenden Versuchskupplungen zusammen mit dem verwendeten Versuchsstand, der Meßtechnik und der Meßwertaufbereitung im Kap. 3 dargestellt.

Kapitel 3

Versuchstechnik

Mit Hilfe der hybriden Modellierungstechnik sollen mathematische Modelle erstellt werden, die das dynamische Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen beschreiben. Für diese Art der Modellierung ist es jedoch erforderlich, Messungen an dem betrachteten System durchzuführen. Diese wurden mit dem in Abb. 3.1 gezeigten Versuchsstand durchgeführt.

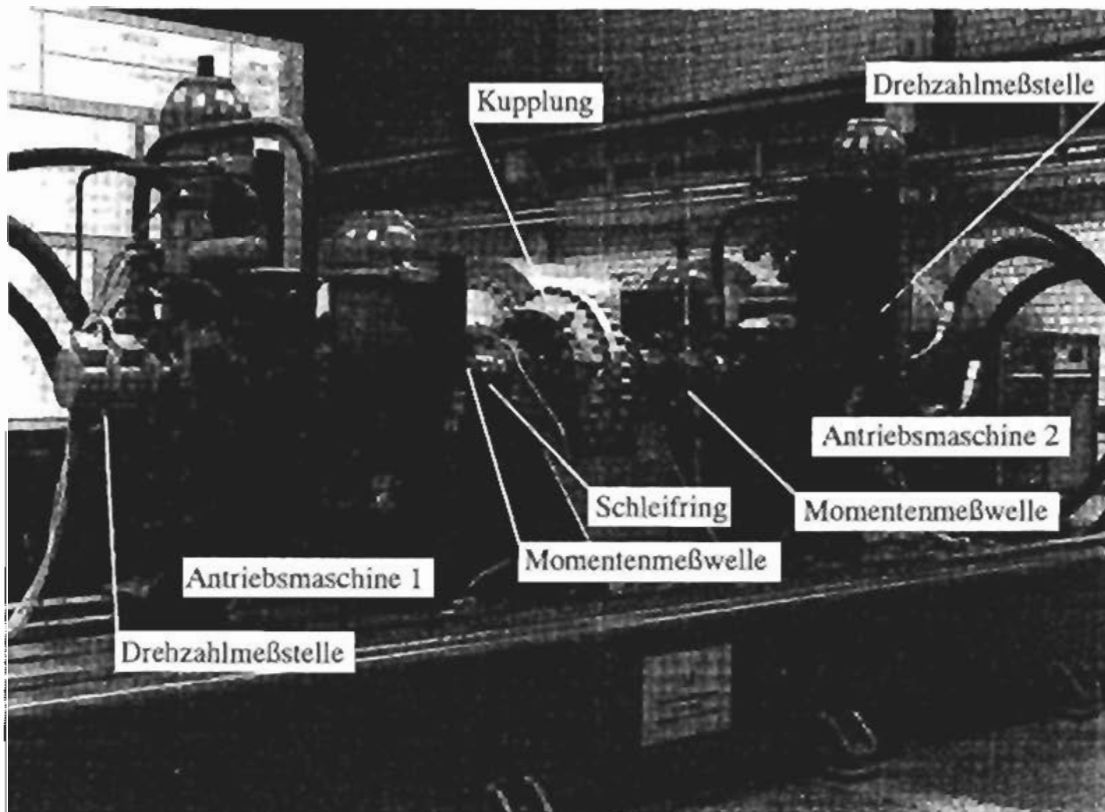


Abb. 3.1: Versuchsstand

In diesem Kapitel werden zunächst die untersuchten hydrodynamischen Kupplungen vorgestellt. Daran anschließend folgt im Kap. 3.2 eine kurze Beschreibung der Antriebseinheiten sowie der Meß- und Rechentechnik.

3.1 Vorhandene hydrodynamische Kupplungen

Als Prüfobjekte werden im folgenden drei Konstantfüllungskupplungen betrachtet. Diese Art von Kupplungen haben einen stoß- und schwingungsdämpfenden Charakter und werden als Anlaufkupplungen in Antriebsstränge eingebaut. Um ein gutes Anlaufverhalten zu erreichen, werden diese Kupplungen meist im Teilfüllungsbereich betrieben und mit einem unbeschauelten Stauraum ausgeführt. Die drei verwendeten Kupplungen haben einen nahezu geometrisch ähnlichen Strömungskanal, d.h. sie sind winkeltreue Abbildungen voneinander, deren Längen mit einem konstanten Faktor multipliziert werden. Abb. 3.2 zeigt eine Schnittdarstellung der Kupplungen.

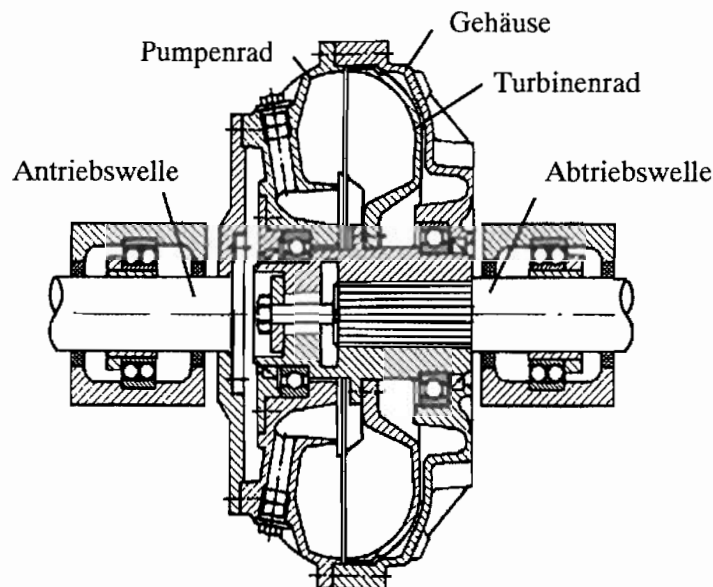


Abb. 3.2: Schnittdarstellung der Kupplung VOITH 422TH

Aufgrund der geometrischen Ähnlichkeit der Kupplungen sind nach der Modelltheorie (vgl. Kap. 2.1 und Kap. 4) auch deren stationäre Kennlinien gleich. In Abb. 3.3 ist eine gemessene stationäre Kennlinie der mittelgroßen Kupplung dargestellt.

Der steile Anstieg der Kennlinie bei kleinem Schlupf ist für die Übertragung eines großen Nennmoments bei geringem Schlupf und damit bei geringen Verlusten notwendig. Bei einem Schlupf von $s \approx 0,12$ knickt die Kennlinie ab und verläuft nahezu horizontal. Damit wird eine Begrenzung des Anlaufmoments ($s \approx 1$) erreicht.

Bei schwingungsdämpfenden Antriebsstrangelementen steigt das übertragene Moment mit der Drehzahldifferenz an. Trägt man das stationäre hydrodynamische Moment der Kupplung über der Drehzahldifferenz und der Drehzahlsumme auf (Abb. 3.4), so erkennt man, daß das Moment in Richtung steigender Drehzahldifferenzen unterschiedlich stark ansteigt. Es gibt Betriebsbereiche mit einem steilen Anstieg und Betriebsbereiche, in denen eine nahezu horizontale Tangente vorliegt. Damit kann das betriebspunktabhängige Dämpfungsverhalten der Kupplungen (vgl. STEINHAUSEN [64]) anschaulich dargestellt werden.

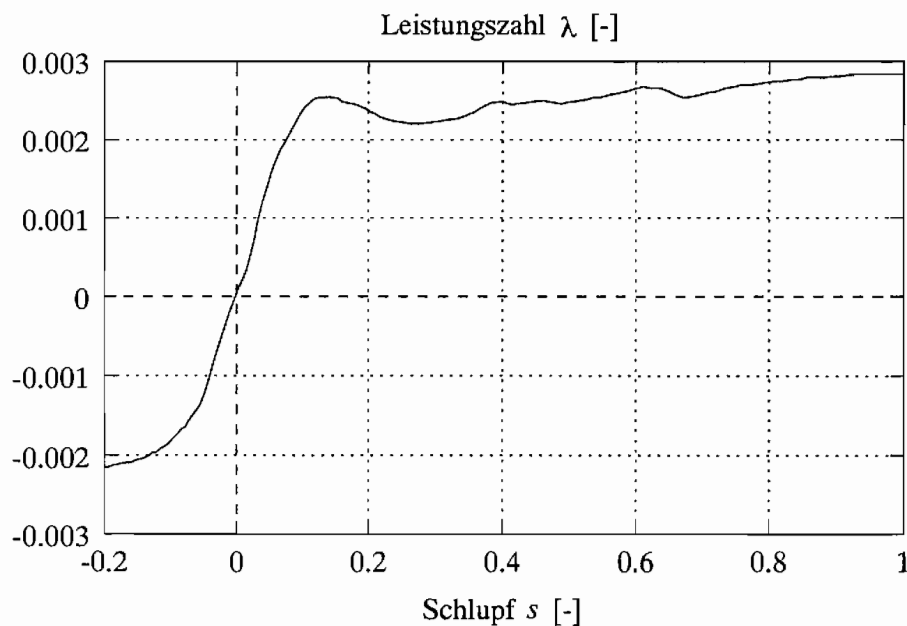


Abb. 3.3: Stationäre Kennlinie der Kupplung 422TH bei Teilfüllung

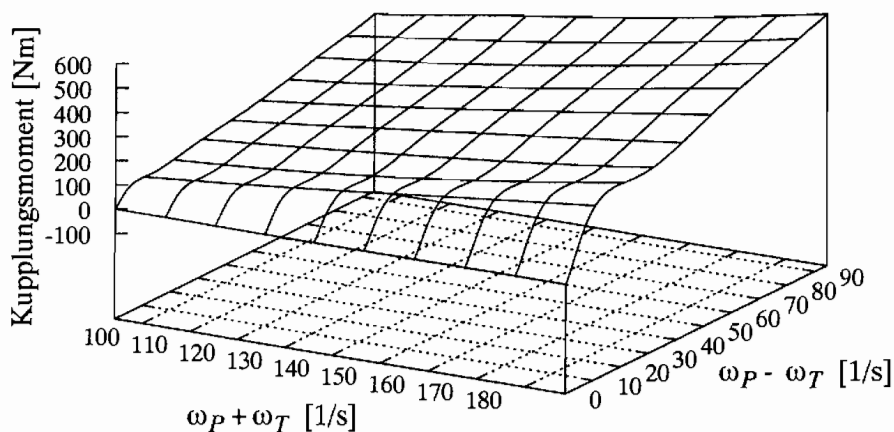


Abb. 3.4: Stationäres Kennfeld der Kupplung VOITH 422TH

Die wesentlichen technischen Daten der verwendeten Versuchskupplungen sind in Tab. 3.1 aufgeführt. Im weiteren wird – wenn nicht anders angegeben – von einer Teilfüllung ausgegangen. Es wurde für die Kupplung 422TH eine Teilfüllung von 8 l angenommen. Die Werte für die anderen Kupplungen wurden entsprechend der Kupplungsgröße umgerechnet, so daß sich für jede Kupplung der gleiche Füllgrad $F = \frac{V_{\text{Fluid}}}{V_{\text{max}}}$ ergibt. Dabei bezeichnet V_{max} das gesamte Kupplungsvolumen. Die angegebenen Werte für die Vollfüllung haben jedoch keinen Füllgrad von $F = 1$. Hydrodynamische Kupplungen dürfen aufgrund ihres geschlossenen Strömungskreislaufes lediglich bis zu einem Füllgrad von $F \approx 0,8$ gefüllt werden. Bei größeren Füllgraden würde die Erwärmung des Fluids durch die Verlustenergie zu einem unzulässig starken Druckanstieg führen.

Die Drehträgheitsmassen wurden über die an den *leeren* Kupplungen gemessenen dynami-

Kupplungsbezeichnung	VOITH 366TJ	VOITH 422TH	VOITH 487TNJ
Profildurchmesser	366 mm	422 mm	487 mm
Vollfüllung	6,52 l	10,00 l	15,37 l
Teilfüllung	5,22 l	8,00 l	12,30 l
Drehträgheitsmassen			
Pumpenseite	0,578 kg m ²	1,033 kg m ²	1,701 kg m ²
Turbinenseite	0,193 kg m ²	0,290 kg m ²	0,473 kg m ²
Betriebsfluid	Shell Tegula Öl 32 (ISO VG 32)		
Dichte des Betriebsfluids	840 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$		
Betriebstemperatur	60 °C		

Tab. 3.1: Technische Daten der Versuchskupplungen

schen Dämpfungsmatrizen bestimmt (vgl. Anh. B) und setzen sich daher aus den Kupplungshälften sowie allen Anbauteilen, die sich zwischen der Momentenmeßstelle und der Kupplung befinden, zusammen. Da nur die Strömungskanäle der Kupplungen geometrisch ähnlich sind, nicht jedoch die Gehäuse und Anbauteile, können die Drehträgheitsmassen nicht entsprechend der Baugröße umgerechnet werden.

In Abb. 3.5 ist die in dieser Arbeit verwendete Vorzeichendefinition für die an den Kupplungen gemessenen Drehzahlen und Momente angegeben. Für die durchgeführten Berech-

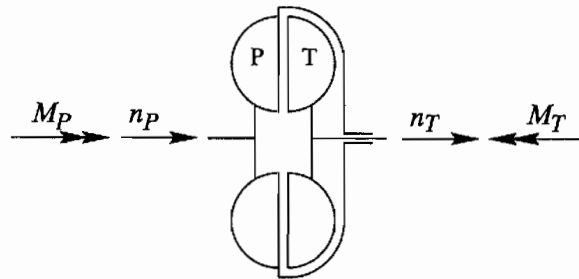


Abb. 3.5: Vorzeichendefinition

nungen werden jedoch die Drehzahlen n [min⁻¹] in die Winkelgeschwindigkeiten ω [s⁻¹] über

$$\begin{aligned}\omega_P &= \frac{2\pi}{60} n_P \\ \omega_T &= \frac{2\pi}{60} n_T\end{aligned}\quad (3.1)$$

umgerechnet.

3.2 Versuchsstand

Die Messungen an den hydrodynamischen Kupplungen wurden im Rahmen dieser Arbeit auf dem in Abb. 3.1 gezeigten Verspannungsprüfstand durchgeführt. Dieser Ver-

suchsstand ist in dem Teilprojekt A5 des Sonderforschungsbereichs 278 *Hydrodynamische Leistungsübertragung* speziell zur experimentellen Untersuchung der dynamischen Eigenschaften hydrodynamischer Kupplungen und Wandler aufgebaut worden. Für die experimentelle Systemanalyse ist es notwendig, das betrachtete System geeignet erregen zu können, d.h. in Bezug auf hydrodynamische Leistungsübertrager, daß die An- und Abtriebswellen über weite Betriebsbereiche mit großen Beschleunigungen beaufschlagt werden können. Daher wurden für den Antrieb zwei gleiche, hydrostatische Antriebseinheiten ausgewählt, die als sekundär geregelte Axialkolbenmaschinen in Schrägscheibenbauart ausgeführt sind (MANNESMANN REXROTH Typ A4VSG 250 DS1). Das Prüfobjekt wird zwischen diese Antriebseinheiten auf einem Stahlfundament befestigt. Um unterschiedlich lange Systeme untersuchen zu können, sind die Maschinen in verschiedenen Positionen auf dem Fundament fixierbar.

3.2.1 Die Antriebseinheiten

Das **Funktionsprinzip der Maschinen** wird anhand der Abb. 3.6 erläutert. Neun auf dem Umfang verteilte Kolben wirken auf eine Schrägscheibe, die um einen Winkel α gegenüber der Vertikalen geneigt ist. Die Kolben werden mit Druck beaufschlagt und erzeugen nach dem Prinzip der schiefen Ebene ein Moment um die Drehachse der Welle. Dabei stützen sich die Kolben mit Gleitschuhen an der Schrägscheibe ab, so daß eine Relativbewegung ermöglicht wird. Damit sich die Wirkung der einzelnen Kolben nicht gegenseitig aufhebt, werden sie teils mit Hoch- und teils mit Niederdruck beaufschlagt; die Steuerung übernimmt die Steuerscheibe. Der Winkel α kann über die elektro-hydraulische Verstell-einrichtung variiert werden, so daß bei konstantem Druck unterschiedlich große Momente erzeugt werden können. Wegen der Verstellbarkeit des Winkels α wird die Schrägscheibe bei dieser Bauart der Motoren auch Schwenkscheibe genannt. Die Maschinen werden als sekundär geregelte Antriebseinheiten bezeichnet, da von der Versorgungseinheit primär der konstante Hoch- bzw. Niederdruck bereitgestellt wird. Sekundär wird aus der gegebenen Druckdifferenz Δp in den Maschinen das gewünschte Drehmoment erzeugt.

Die **Versorgung** der Antriebseinheiten mit der konstanten Druckdifferenz wird über zwei mit Elektromotoren angetriebene hydrostatische Pumpen gewährleistet (vgl. Abb. 3.7). Bei der Inbetriebnahme der Maschine wird das Hydrauliknetz zunächst über eine Speisepumpe auf einen Mindestdruck vorgespannt, bevor die Versorgungseinheiten den Betriebsdruck erzeugen. Wird die Antriebseinheit als Bremse eingesetzt, so wird die mechanische Energie entsprechend einer hydrostatischen Pumpe in hydraulische Energie umgewandelt. Diese hydraulische Energie wird wieder in das geschlossene Hydrauliknetz zurückgeführt, so daß die Versorgungseinheiten im Mittel nur die Verluste der Motoren und des Versuchsaufbaus decken müssen. Für den Ausgleich kurzzeitiger Volumenstromspitzen im Hydrauliksystem stehen Hydraulikspeicher zur Verfügung, die direkt an die Maschinen montiert sind.

Diese Art der Maschinen eignet sich besonders gut für die Realisierung großer Beschleunigungen, da sie aufgrund der kleinen Bauweise nur geringe Trägheitsmassen aufweisen. In

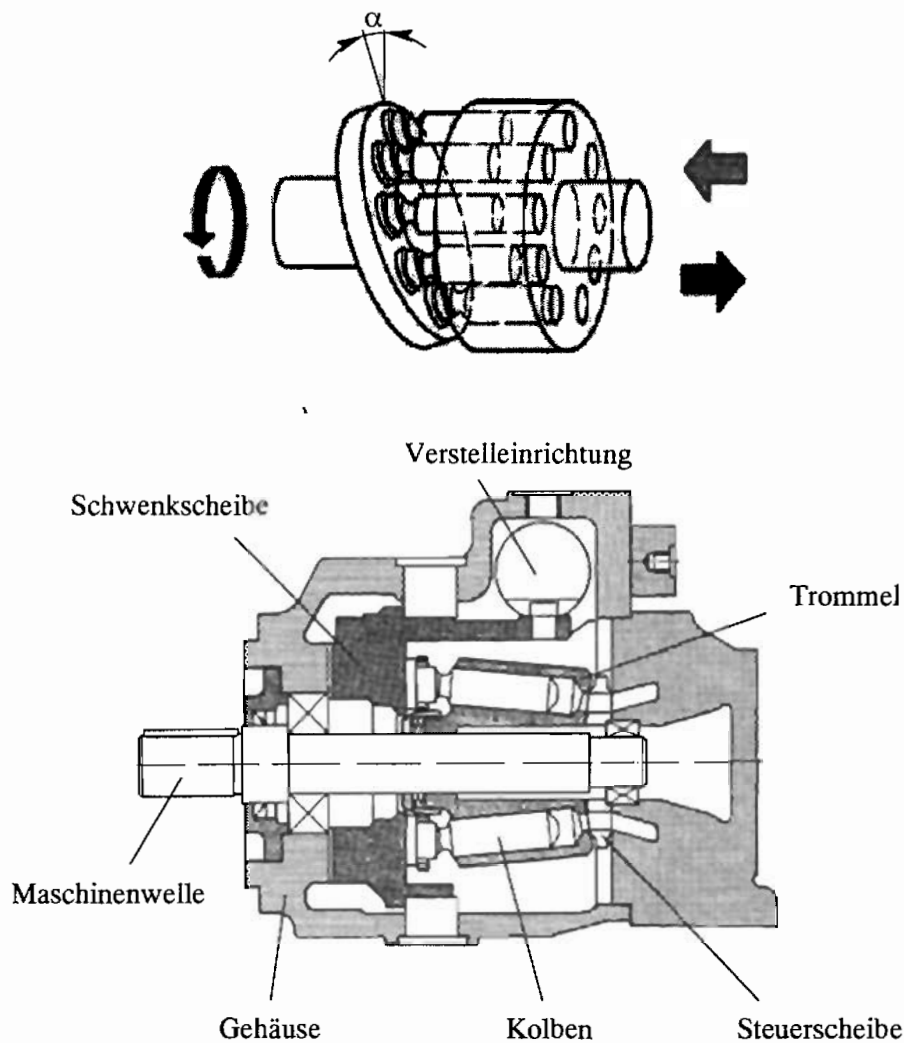


Abb. 3.6: Funktionsprinzip der hydrostatischen Antriebseinheiten

Tab. 3.2 sind die wichtigsten technischen Daten der hydrostatischen Einheiten aufgeführt.

Die Antriebsmaschinen werden zusammen mit je einem Speicher für Hoch- und Niederdruck an einem Aufnahmebock auf einem Stahlfundament montiert. Die Maschinen werden mit flexiblen Schläuchen an das Drucknetz der Versorgungseinheiten angeschlossen, so daß die Maschinen auf dem Fundament verschiebbar sind. Die Prüfobjekte werden zwischen den Antriebsmaschinen auf Lagerböcken befestigt. Da das Stahlfundament eine Länge von ca. 6 m hat, besteht auch die Möglichkeit, mehrere Elemente hintereinander anzuordnen. Verbunden werden die einzelnen Elemente untereinander und mit den Antriebsmaschinen über drehsteife Stahllamellen-Kupplungen, die jedoch einen kleinen Winkel- und Axialversatz zwischen zwei Wellen ausgleichen können. Werden zwei dieser Kupplungen zwischen zwei Elemente des Versuchsstands montiert, so ist auch ein Ausgleich von Radialversatz möglich.

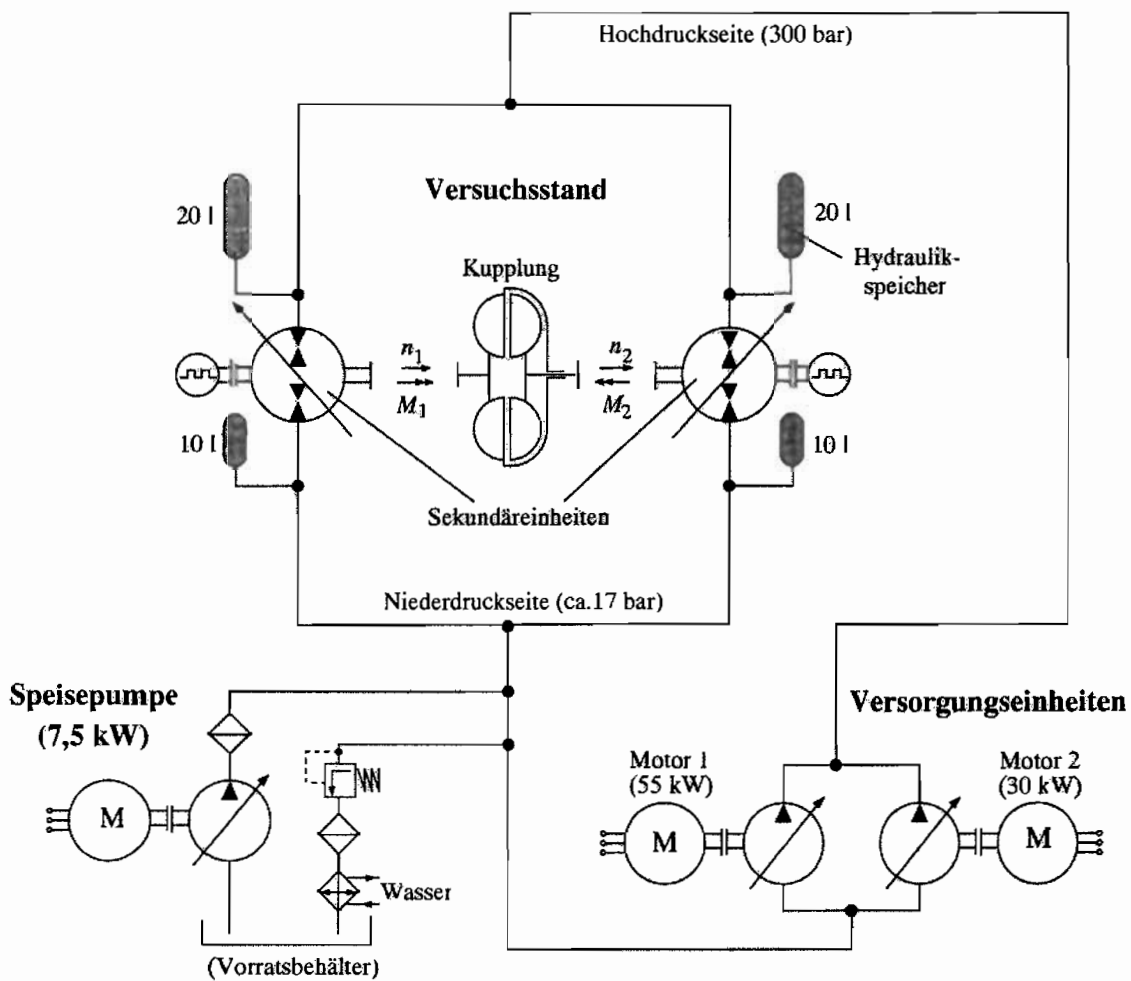


Abb. 3.7: Versorgung der hydrostatischen Antriebseinheiten

3.2.2 Regelung der Antriebseinheiten

Für die Untersuchung der hydrodynamischen Kupplung werden die Drehzahlverläufe der An- und Abtriebswelle vorgegeben. Damit die oben dargestellten Antriebseinheiten den vorgegebenen Drehzahlverlauf nachfahren können, ist eine **Sekundärregelung** erforderlich, d.h. durch einen Abgleich der Ist- und Soll-Drehzahl muß die Verstelleinrichtung der Schwenkscheibe einen solchen Stellwinkel (auch Schwenkwinkel genannt) vorgeben, daß das erzeugte Drehmoment den gewünschten Drehzahlverlauf hervorruft. Der prinzipielle Aufbau der Regelung ist in Abb. 3.8 dargestellt.

Die beiden Antriebsmaschinen können getrennt voneinander geregelt werden, so daß unterschiedliche Drehzahlverläufe ermöglicht werden. Als Eingangsgrößen der Regelung dienen die über ein Digitaltachometer an den Maschinen gemessenen Drehzahlen. Der Schwenkwinkel wird über eine elektro-hydraulische Verstelleinrichtung vorgegeben, wobei der Ist-Wert des Stellwinkels über einen induktiven Wegaufnehmer am Stellkolben gemessen wird. Für die Regelung stehen sowohl analoge als auch digitale Regler zur Verfügung, die wahlweise verwendet werden können. Die **analoge Regelung** - realisiert auf der Reglerkarte

Primäreinheiten		
	Hauptpumpe	Zusatzpumpe
Bauart	Axialkolbeneinheit in Schrägscheibenbauart	
Systemdruck Δp	280 bar	
Modell	Typ A4VSO 71 DR	Typ A4VSO 40 DR
Leistung P	55 kW	30 kW
Drehzahl n	1500 min ⁻¹	1500 min ⁻¹
Schluckvolumen V_g	71 cm ³	40 cm ³
Antrieb	Asynchronmotor 55 kW	Asynchronmotor 30 kW

Sekundäreinheiten	
Bauart	Axialkolbeneinheit in Schrägscheibenbauart
Modell	MANNESMANN REXROTH Typ A4VSG 250 DS1
Systemdruck Δp	280 bar
max. Leistung P_{max}	200 kW
max. Drehzahl n_{max}	1860 min ⁻¹
max. Drehmoment M_{max}	1060 Nm
Schluckvolumen V_g	250 cm ³
min. Stellzeit t_{Stell}	0,06 s
Massenträgheitsmoment θ	0,0959 kg m ²

Tab. 3.2: Technische Daten der Sekundäreinheit

VT 12000 von MANNESMANN REXROTH – besteht aus einem inneren (Schwenkwinkel-Regler) und einem äußeren (Drehzahl-Regler) Regelkreis. Der innere Regelkreis besteht aus einem PD-Regler, der eine größere Systemstabilität gewährleistet und gegebenenfalls zur Drehmomentregelung eingesetzt werden kann. Der äußere Drehzahlregler hat ein PID-Verhalten. Um das Verhalten der Regler an die gegebenen Bedingungen (geforderter Drehzahlverlauf, Versuchsaufbauten) anpassen zu können, besteht die Möglichkeit, die Parameter der Regler *von außen* einzustellen. Die Sollwerte für die Drehzahlverläufe können sowohl von einem Digitalrechner als auch über ein Potentiometer vorgegeben werden. Um die Betriebssicherheit der gesamten Anlage zu gewährleisten, wird diese über eine SPS überwacht. Bei zu hohen Drehzahlen (zusätzlicher Fliehkraft-Schalter) einem zu großen Druckabfall im System, o.ä. werden die entsprechenden Notfunktionen eingeschaltet, um die Maschinen zu stoppen.

Mit Hilfe der analogen Regelung können Drehzahlverläufe mit geringen Beschleunigungen gut realisiert werden. Wie von BEHRENS [9] gezeigt wurde, entstehen jedoch bei größeren Beschleunigungen deutliche Abweichungen zwischen den Soll- und Istwertverläufen der Drehzahlen. Daher entwickelte er eine **digitale Drehzahlregelung**, mit der auch Drehzahlverläufe mit größeren Beschleunigungen realisiert werden können. Der digitale Regler ersetzt den analogen Drehzahlregler – der analoge Schwenkwinkelregler (innerer

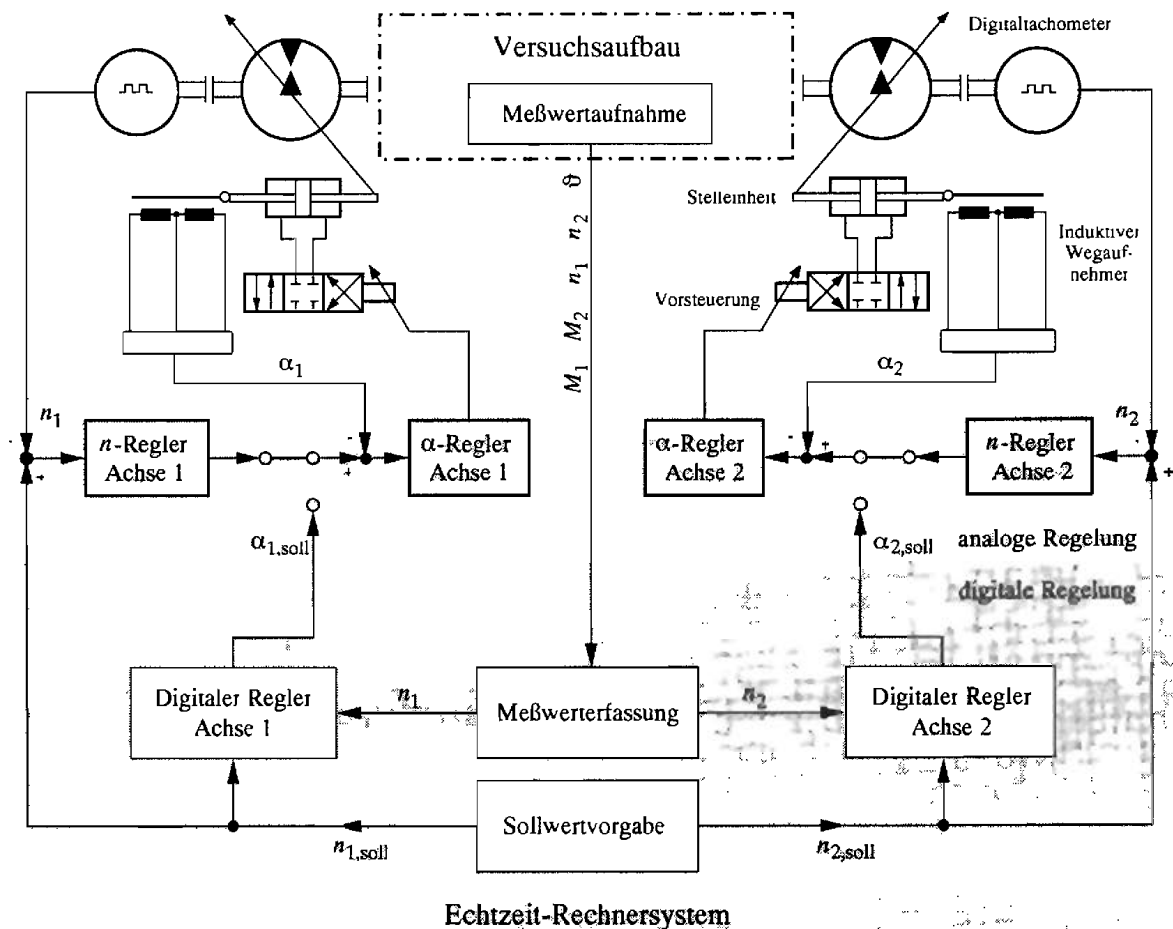


Abb. 3.8: Analoge und digitale Regelung des Versuchsstands

Regelkreis) bleibt erhalten, so daß die Überwachungsaufgaben der SPS des Versuchsstands erhalten bleiben. Der digitale Regler ist als PID-Algorithmus ausgeführt. Die Regelparameter können verändert werden, so daß der Regler an die entsprechenden Versuchsaufbauten und die gewünschten Drehzahlverläufe angepaßt werden kann. Über die Wahl der Regelparameter können auch der D- bzw. I-Anteil des Reglers unterdrückt werden, so daß ein PI-Regler zum genauen Ausregeln von Regelabweichungen oder ein PD-Regler zum Regeln großer Beschleunigungen entsteht. Bei den durchgeführten Messungen wurde weitestgehend auf die von BEHRENS [9] vorgeschlagene Parameterwahl zurückgegriffen (vgl. Anh. A).

3.2.3 Meß- und Rechentechnik

Um das dynamische Betriebsverhalten der hydrodynamischen Kupplungen experimentell ermitteln zu können, werden die Drehzahlen und Drehmomente der An- und Abtriebswelle sowie die Temperatur des Öls in der Kupplung gemessen. Da die Wellenstränge zwischen den Antriebsmaschinen und der Kupplung ein genügend großes Torsionsträgheitsmoment haben, können die Drehzahlen der An- und Abtriebswellen mit den **Drehzahlmeßstel-**

len der Antriebsmaschinen erfaßt werden. Diese Drehzahlmeßstellen werden auch für die Regelung der Maschinen verwendet. Es handelt sich hierbei um Inkrementaldrehgeber mit einer Auflösung von 1250 Impulsen (Strichen) pro Umdrehung. Zur **Drehmomentmessung** werden zwei Drehmoment-Meßwellen der Firma HOTTINGER BALDWIN vom Typ T30 FN/2k verwendet, die zwischen den Antriebsmaschinen und der Kupplung eingesetzt werden. Die Momente werden über die Dehnungsmeßstreifen-Technik ermittelt. Die Ausgangssignale werden mit Hilfe eines Meßverstärkers in drehmomentproportionale Spannungen im Bereich von $\pm 10\text{ V}$ umgewandelt – dies entspricht einem Meßbereich von $\pm 2000\text{ Nm}$. Für die **Temperaturmessung** werden zwei NTC-Temperaturfühler (BOSCH 0 280 130 026) in das Kupplungsgehäuse eingeschraubt. Die Meßsignale werden mit Schleifringen zur Meßwerterfassung übertragen.

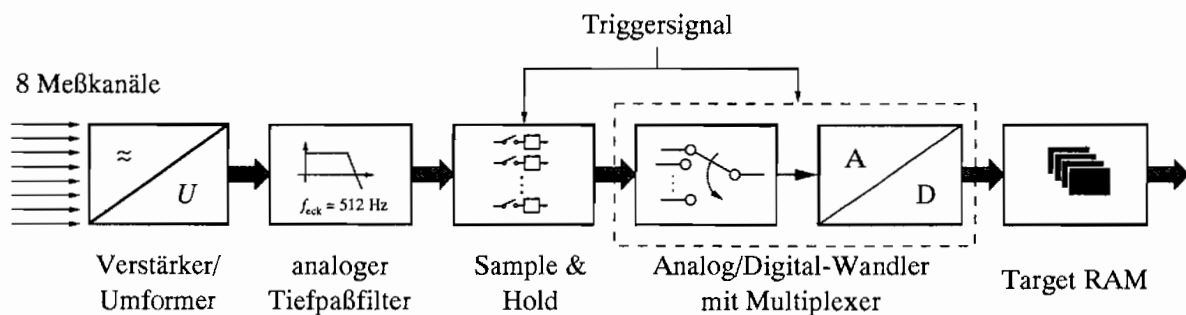


Abb. 3.9: Meßwerterfassung

Die **Meßwerterfassung** ist in der Abb. 3.9 dargestellt. Es können bis zu acht verschiedene Meßkanäle verwendet werden. Nach der Verstärkung der Signale liegen die Meßgrößen als Gleichspannungen im Bereich von $\pm 10\text{ V}$ an und werden mit einem analogen Tiefpaßfilter, der eine Eckfrequenz von 512 Hz hat, gefiltert. Durch den von einem Timer erzeugten Interrupt wird die Interrupt-Service-Routine (ISR) gestartet, die das Triggersignal zur Ansteuerung des Analog/Digital-Wandlers (Datel DVME 601), der mit einem Sample & Hold Multiplexer (Datel DVME 645) verbunden ist, erzeugt. Die Abtastfrequenz zur Digitalisierung der Daten liegt bei der digitalen Regelung bei $1904,8\text{ Hz}$. Nach der A/D-Wandlung werden die Meßgrößen in den Target RAM zwischengespeichert. Die Daten werden erst nach der gesamten Messung zur Auswertung und Speicherung auf einer Festplatte *offline* aus dem Target RAM ausgelesen.

Die digitale Meßdatenerfassung und -verarbeitung sowie die digitale Regelung wird von einem **Echtzeitrechnersystem** durchgeführt. Es handelt sich hierbei um ein VMEbus System mit einer MOTOROLA Host-CPU (MVME 147). Für die Echtzeit-Datenverarbeitung ist das UNIX-Betriebssystem um das Echtzeitsystem VMEexec erweitert worden. Die Echtzeitaufgaben des Rechnersystems – die digitale Meßwerterfassung und -verarbeitung sowie die digitale Regelung mit der Sollwertvorgabe – werden auf vier Target-CPU's (zwei MVME 133 XT mit je 4 MB RAM und zwei MVME 167 mit je 8 MB RAM) aufgeteilt, die über den VME-Bus mit der Host-CPU verbunden sind. Die Aufteilung der Echtzeitaufgaben auf die einzelnen (Rechner-) Einheiten und deren zeitliche Abfolge ist in Abb.

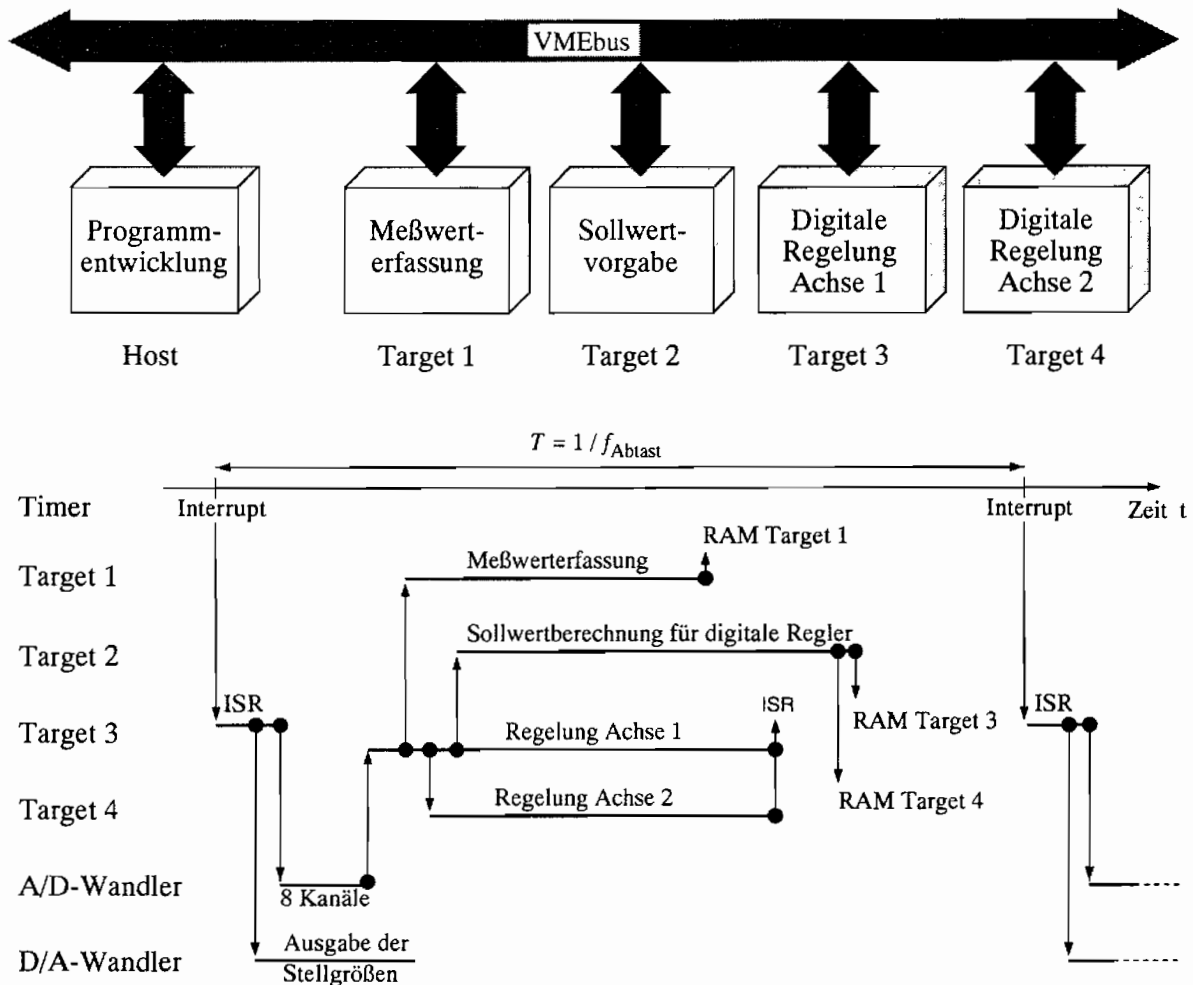


Abb. 3.10: Zeitlicher Ablauf der Routinen des Echtzeitrechnersystems

3.10 dargestellt. Über einen Digital/Analog-Wandler (DVME 628) werden die in jedem Zeitschritt neu berechneten Sollwerte ausgegeben.

3.2.4 Meßwertaufbereitung

Die Drehzahlen und Drehmomente der An- und Abtriebswelle der hydrodynamischen Kupplung sowie die Temperatur des Fluids werden, wie im Kap. 3.2.3 angegeben, aufgezeichnet. Der analoge Tiefpaßfilter (Antialiasing-Filter) mit einer Eckfrequenz von 512 Hz dient dazu, Diskretisierungsfehler zu vermeiden. Die Frequenzen eines analogen periodischen Signals können nur dann bei der Diskretisierung richtig erfaßt werden, wenn die Periode des Signalanteils mit der höchsten Frequenz mindestens zweimal abgetastet wird. Diese Abtastbedingung – auch Abtasttheorem von SHANNON genannt – verhindert, daß in dem diskretisierten Signal Frequenzen vorhanden sind, die im analogen Signal nicht auftreten (z.B. Spiegelung von hochfrequenten Anteilen in den betrachteten Frequenzbereich). Da der Amplitudengang des Antialiasing-Filters oberhalb der Eckfrequenz nicht senkrecht gegen null geht, können in dem gefilterten Signal noch Anteile enthalten sein,

deren Frequenzen etwas oberhalb der Eckfrequenz liegen. Um dennoch keine Fehler bei der Diskretisierung zu machen, sollte die Abtastfrequenz etwas größer sein als das doppelte der Eckfrequenz des Filters (hier ca. 2000 Hz).

Für die Auswertung der Messungen müssen die Meßwerte nochmals mit einem Tiefpaßfilter gefiltert werden: Das Funktionsprinzip der hydrostatischen Antriebseinheiten (vgl. Kap. 3.2.1) ermöglicht die Realisierung großer Beschleunigungen der An- und Abtriebswellen der Kupplung. Jedoch werden diese Wellen – durch die Axialkolbenbauweise der Antriebsmaschinen – zusätzlich mit nicht erwünschten Schwingungen erregt. Die neun auf dem Umfang verteilten Kolben werden bei einer Umdrehung der Wellen sowohl mit Hoch- als auch mit Niederdruck beaufschlagt. Bei diesem Wechsel zwischen Nieder- und Hochdruck entstehen Stöße, die durch das Prinzip der Schrägscheibe in Torsionsschwingungen umgeformt werden. Wie mit Hilfe des Leistungsspektrums ermittelt wurde, sind die hierdurch angeregten Frequenzen das neun- bzw. achtzehnfache der Umdrehungsfrequenz der Maschinenwellen. Diese Störungen treten vor allem in den Momentenverläufen auf. Über eine digitale Tiefpaßfilterung (Eckfrequenz zwischen 20 und 60 Hz) können diese zusätzlichen Schwingungsanteile (Störsignale) aus den Meßwerten gefiltert werden. Das Nutzsignal wird hierdurch aus folgenden Gründen nicht beeinträchtigt:

- Der für das Kupplungsverhalten relevante Frequenzbereich liegt unterhalb von 20 Hz (s. BEHRENS [9], STEINHAUSEN[64]), d.h. die Frequenzen des Störanteils liegen in der Regel weit oberhalb des relevanten Bereichs – z.B. liegt die Störfrequenz einer relativ niedrigen Drehzahl von 500 min^{-1} bei 75 Hz.
- Geringere Drehzahlen als 500 min^{-1} der Maschinenwellen – und damit Störfrequenzen in dem relevanten Frequenzbereich – treten bei den hier durchgeführten Untersuchungen nur auf einer Kupplungsseite auf. Die durch die Kupplung übertragenen Momente (Nutzsignal) sind dann relativ groß im Vergleich zu den Störungen, weshalb die Störungen keine große Wirkung haben.

3.2.5 Genauigkeit des Nachfahrens einer vorgegebenen Erregung

In diesem Kapitel wird gezeigt, inwieweit der im Kap. 3.2 beschriebene Versuchsstand eine vorgegebene Erregung der Kupplung nachfahren kann. Dies wird am Beispiel von drei verschiedenen Erregungen (zwei Drehzahlrampen auf der Turbinenseite und eine Sinuserregung auf der Pumpenseite) an der teilgefüllten Kupplung 422TH dargestellt. Für die Realisierung der dynamischen Erregungen wird der digitale Regler verwendet. Die Regelparameter für verschiedene Belastungsfälle sind im Anh. A aufgeführt.

Die Abb. 3.11 zeigt den Vergleich zwischen den vorgegebenen und realisierten Drehzahlverläufen bei einer Drehzahlrampe auf der Turbinenseite. Das Turbinenrad soll dabei mit einer konstanten Beschleunigung von $\dot{n}_T = 4000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$ aus dem Gleichlauf mit $n_T = 1000 \text{ min}^{-1}$ bis zum Stillstand abgebremst werden. Es ist zu erkennen, daß die

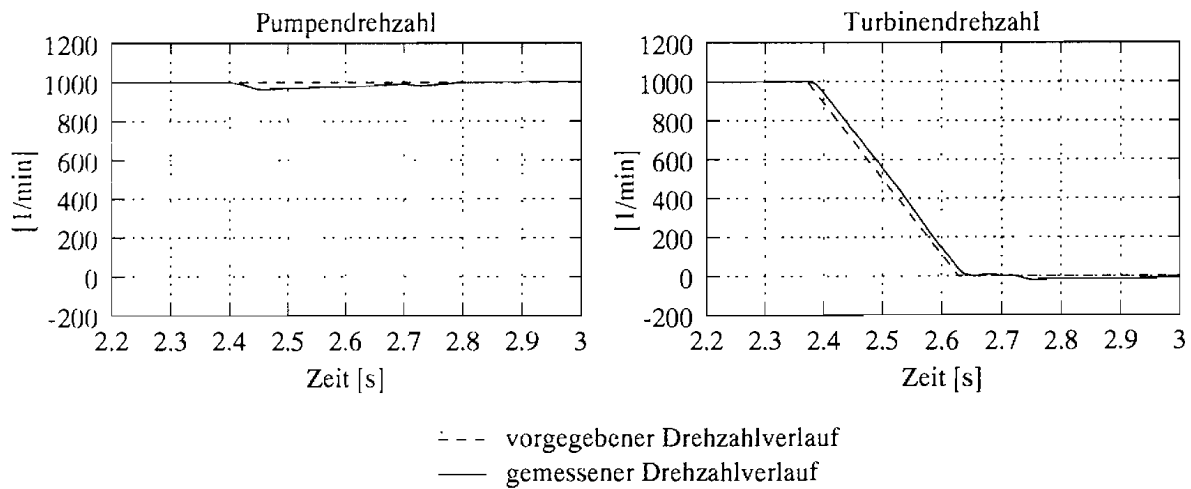


Abb. 3.11: Vergleich der vorgegebenen und realisierten Drehzahlerregung der Kupplung 422TH (teilgefüllt) bei einer Drehzahlrampe auf der Turbinenseite mit $\dot{n}_T = 4000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$

realisierte Drehzahlrampe auf der Turbinenseite leicht zeitverzögert gegenüber der vorgegebenen einsetzt. Die Steigung der Drehzahlrampe wird gut realisiert. Die Knicke im Drehzahlverlauf am Beginn und Ende der Rampe werden ebenfalls gut wiedergegeben. Jedoch wird durch die Änderung der Turbinendrehzahl auch die Pumpendrehzahl beeinflusst. Das Pumpenrad wird zunächst leicht abgebremst, bis die Regelung die Drehzahl wieder erhöhen kann und sich der Verlauf asymptotisch der Solldrehzahl nähert. Diese Rampenerregung mit einer mittleren Beschleunigung wird damit in genügender Genauigkeit auf dem Versuchsstand realisiert.

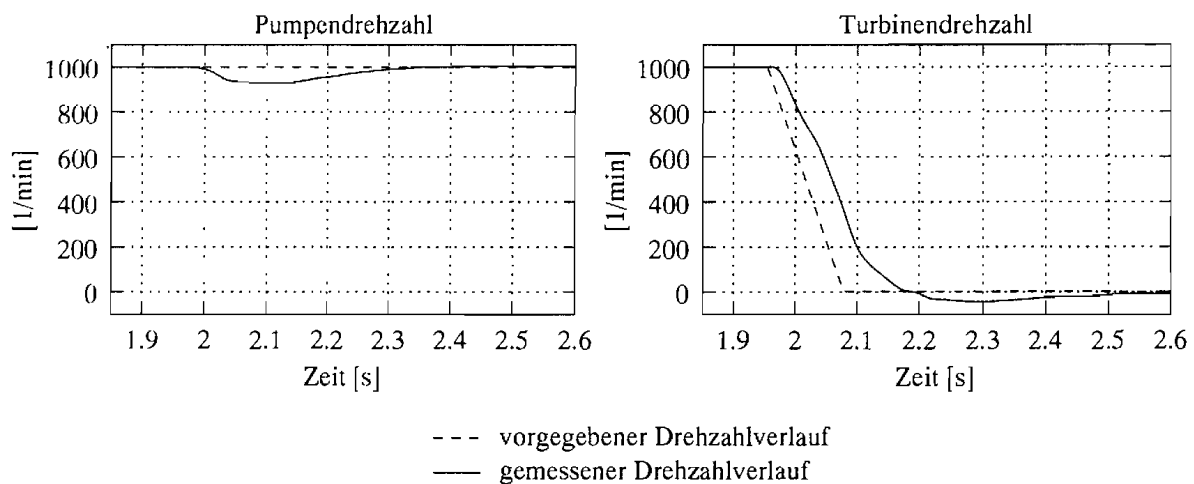


Abb. 3.12: Vergleich der vorgegebenen und realisierten Drehzahlerregung der Kupplung 422TH (teilgefüllt) bei einer Drehzahlrampe auf der Turbinenseite mit $\dot{n}_T = 8000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$

Soll jedoch eine entsprechende Rampenerregung realisiert werden, bei der lediglich die Rampensteigung auf $\dot{n}_T = 8000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$ erhöht wird, so erkennt man (Abb. 3.12), daß

eine solche Erregung nicht so gut nachgefahren werden kann. Die Pumpendrehzahl wird bei dem Rampenbeginn deutlich abgesenkt. Auf der Turbinenseite wird die Steigung bereichsweise gut wiedergegeben. Jedoch ist im Bereich von 2,0...2,04 s eine geringere Beschleunigung realisiert worden. Vor allem kann das Abknicken des Drehzahlverlaufs am Ende der Rampe nicht realisiert werden. Dies kann auch nicht durch eine Veränderung der Regelparameter erreicht werden; hiermit sind die Grenzen der Antriebsmaschinen erreicht.

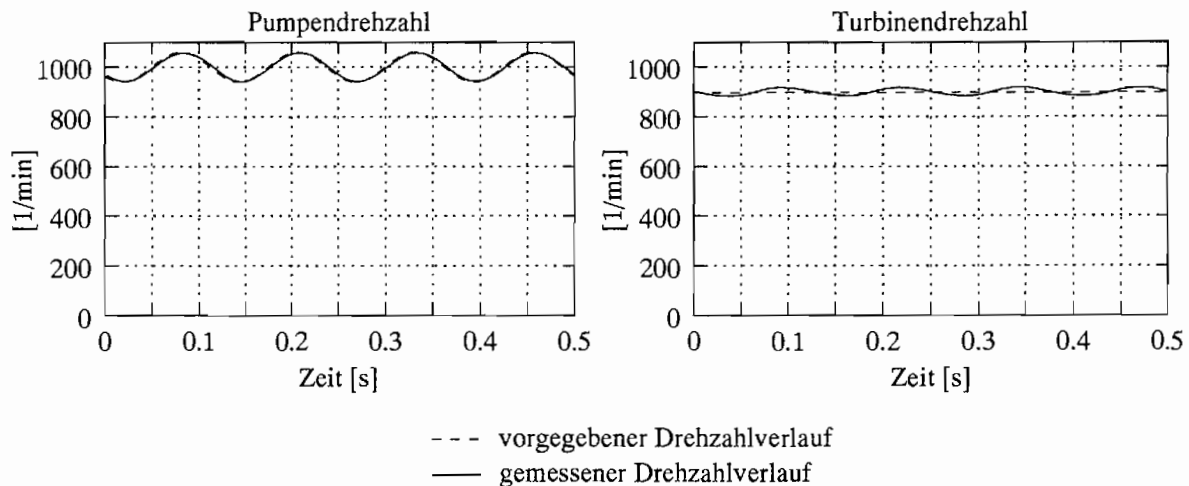


Abb. 3.13: Vergleich der vorgegebenen und realisierten Drehzahlerregung der Kupplung 422TH (teilgefüllt) bei einer Sinuserregung der Pumpenseite

Als ein weiteres Beispiel für die Realisierung von Drehzahlverläufen auf dem Versuchsstand sei eine Sinuserregung der Pumpenseite angeführt. Der konstanten Pumpendrehzahl von 1000 min^{-1} wird eine Sinuserregung mit einer Frequenz von 8 Hz und einer Amplitude von 60 min^{-1} überlagert. Die Abb. 3.13 zeigt, daß der Pumpendrehzahlverlauf sehr gut nachgefahren wird. Es sind kaum Abweichungen zwischen dem vorgegebenen und gemessenen Drehzahlverlauf zu erkennen. Durch die Erregung der Pumpenseite wird die Turbinenseite leicht beeinflusst. Der Turbinendrehzahl von 900 min^{-1} wird ebenfalls eine Schwingung überlagert. Bei Sinuserregungen mit einer kleinen Frequenz (bis ca. 4,5 Hz) ist es möglich, diese Schwingungen auf der nicht dynamisch erregten Kupplungsseite dadurch zu verringern, daß keine konstante Drehzahl vorgegeben wird, sondern ebenfalls eine Sinusschwingung, die der unerwünschten Schwingung entgegenwirkt. Bei höheren Frequenzen erzielt man damit jedoch keine Verbesserung.

Werden Sinuserregungen mit höherer Frequenz bzw. höherer Amplitude vorgegeben als in Abb. 3.13 gezeigt, so wird die Amplitude nicht mehr vollständig realisiert. Dies kann jedoch relativ gut durch die Vorgabe einer noch größeren Amplitude kompensiert werden. Damit sind Erregungen bis zu 12 Hz mit einer Amplitude von 60 min^{-1} realisierbar. Wie schon erwähnt erweist es sich dabei jedoch als problematisch, die Drehzahl der anderen Kupplungsseite konstant zu halten.

Dadurch, daß der Drehzahlverlauf einer Kupplungsseite die andere Kupplungsseite beeinflusst, ist es schwierig, beide Seiten mit einem bestimmten Drehzahlverlauf zu beauf-

schlagen. Dies ist jedoch für einige der folgenden Untersuchungen erforderlich. Nicht exakt eingehaltene Erregungen lassen sich jedoch nicht verhindern. Wenn das von der Kupplung übertragene Moment groß ist, kann der Einfluß der Turbinendrehzahl auf die Pumpendrehzahl und umgekehrt nicht verhindert werden.

Bei der Kupplung 366TJ treten noch zusätzliche Probleme auf. Aufgrund der geringen Trägheitsmassen der Laufräder und dem Funktionsprinzip der Antriebseinheiten (s. Kap. 3.2.1) treten gelegentlich – wenn die Regelparameter für hohe Beschleunigungen eingestellt werden – zusätzliche Schwingungen auf, was die Einstellung anderer Regelparameter erfordert (vgl. Anh. A).

Kapitel 4

Dimensionslose Kennzahlen hydrodynamischer Kupplungen

Die dimensionslosen Kennzahlen für die stationären Betriebszustände hydrodynamischer Kupplungen sind hinreichend bekannt (vgl. Kap. 1.1). In diesem Kapitel wird dennoch auf den stationären Betrieb eingegangen, um aufzuzeigen, daß bei hydrodynamischen Kupplungen lediglich eine Betrachtung von teilähnlichen Zuständen erfolgt. Darüber hinaus soll anhand der stationären Kennlinien gezeigt werden, inwieweit die verwendeten Kupplungen (vgl. Kap. 3.1) geometrisch ähnlich sind.

Da die stationären Betriebszustände ein Sonderfall des dynamischen Betriebs sind, werden diese Betrachtungen anschließend auf dynamische Betriebszustände erweitert. Über die Dimensionsanalyse werden zunächst Kennzahlen ermittelt, die die Zeitabhängigkeit der dynamischen Messungen erfassen. Mit Hilfe von Ähnlichkeitsbetrachtungen werden diese Kennzahlen interpretiert und die Anwendung für Modellmessungen gezeigt. Anschließend werden die Ergebnisse durch Messungen an den vorhandenen Kupplungen überprüft und Anforderungen an die Modellierung hydrodynamischer Kupplung abgeleitet.

4.1 Stationäre Betriebszustände

Wie im Kap. 2.1 dargestellt müssen zu Beginn einer Dimensionsanalyse zunächst die Einflußgrößen ermittelt werden. Zu diesen Einflußgrößen gehören vor allem die Eingangsgrößen ω_P und ω_T der Kupplung, da sie das Betriebsverhalten wesentlich beeinflussen. Mit dem Begriff *Betriebsverhalten* ist die Momentenübertragung der Kupplung gemeint, d.h. die Momente M_P und M_T sind zur Beschreibung des Betriebsverhaltens notwendig und sind damit auch Einflußgrößen. Die Momentenübertragung der Kupplung basiert auf der Beschleunigung des Fluids in der Pumpe und der Verzögerung des Fluids in der Turbine. Daher ist vor allem die Trägheitswirkung des Fluids, die mit der Dichte ρ gekoppelt ist, bei der Dimensionsanalyse zu berücksichtigen. Darüber hinaus hat die Kupplungsgröße – mit dem maximalen Strömungsdurchmesser D als charakteristische Größe – einen Einfluß

auf die Momentenübertragung. Die Ausgangsgleichung für die Dimensionsanalyse ergibt sich damit, bei Vernachlässigung von weniger einflußreichen Größen, zu

$$f(\rho, D, \omega_P, \omega_T, M_P, M_T) = 0 \quad . \quad (4.1)$$

Entsprechend den Ausführungen im Kap. 2.1 können zur Ermittlung der dimensionslosen Kennzahlen nun Potenzprodukte der Form

$$\rho^{x_1} D^{x_2} \omega_P^{x_3} \omega_T^{x_4} M_P^{x_5} M_T^{x_6} \quad (4.2)$$

aufgestellt werden. Werden nun die Einheiten der Einflußgrößen betrachtet (vgl. Gl. (2.5)), so ergibt die Forderung nach dimensionslosen Potenzprodukten

$$\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^{x_1} (\text{m})^{x_2} \left(\frac{1}{\text{s}}\right)^{x_3} \left(\frac{1}{\text{s}}\right)^{x_4} \left(\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right)^{x_5} \left(\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right)^{x_6} = 1 \quad . \quad (4.3)$$

Werden die drei Grundeinheiten entsprechend Gl. (2.6) getrennt voneinander betrachtet, so ergibt dies das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \text{kg}^{(x_1+x_5+x_6)} &= 1 \\ \text{m}^{(-3x_1+x_2+2x_5+2x_6)} &= 1 \\ \text{s}^{(-x_3-x_4-2x_5-2x_6)} &= 1 \quad . \end{aligned} \quad (4.4)$$

Die Logarithmierung dieses Gleichungssystems ergibt

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad . \quad (4.5)$$

Zur Lösung dieses Gleichungssystems können drei der sechs unbekanntes x_i mit $i = 1, \dots, 6$ frei gewählt werden. Werden die Werte für x_4, \dots, x_6 entsprechend der Tab. 4.1 gewählt, so ergeben sich drei linear unabhängige Lösungen. Die für x_1, \dots, x_3 berechneten Werte sind ebenfalls in der Tab. 4.1 enthalten.

Lösung	x_4	x_5	x_6	x_1	x_2	x_3
1	1	0	0	0	0	-1
2	0	1	0	-1	-5	-2
3	0	0	1	-1	-5	-2

Tab. 4.1: Bestimmung der drei unabhängigen Lösungen für die Kennzahlen

Werden die Ergebnisse in das Potenzprodukt Gl. (4.2) eingesetzt, so ergeben sich die bekannten Kennzahlen des stationären Betriebsverhaltens (vgl. u.a. VDI-Richtlinien [70]):

$$\lambda_P = \frac{M_P}{\rho D^5 \omega_P^2}$$

$$\nu = \frac{\omega_T}{\omega_P}$$

$$\lambda_T = \frac{M_T}{\rho D^5 \omega_P^2} = \mu \lambda_P \quad (4.6)$$

Alle weiteren Kennzahlen hydrodynamischer Kupplungen (z.B. der Wirkungsgrad $\eta = \nu \mu$) lassen sich durch die genannten Kennzahlen darstellen. Zur Beschreibung des Betriebsverhaltens genügen jedoch die drei voneinander unabhängigen Kennzahlen. Wie auch im Kap. 1.1 dargelegt wird, ergibt sich aus der Momentenbilanz bei Vernachlässigung von Sekundäreinflüssen (wie z.B. der Reibung bei der Lagerung der Kupplung), daß die Wandlung $\mu = 1$ ist. Durch diese zusätzliche Bedingung für die Momentenwandlung reduzieren sich die unabhängigen Kennzahlen um eine. Wird nun der Zusammenhang zwischen diesen beiden Kennzahlen bestimmt (z.B. die Leistungszahl in Abhängigkeit des Schlupfs), so ist das Betriebsverhalten für geometrisch ähnliche Kupplungen unterschiedlicher Baugrößen bei variierbarer Absolutdrehzahl bekannt.

Die Erfassung des stationären Kupplungsverhaltens über gemessene Leistungszahl-Kennlinien ist Stand der Technik.

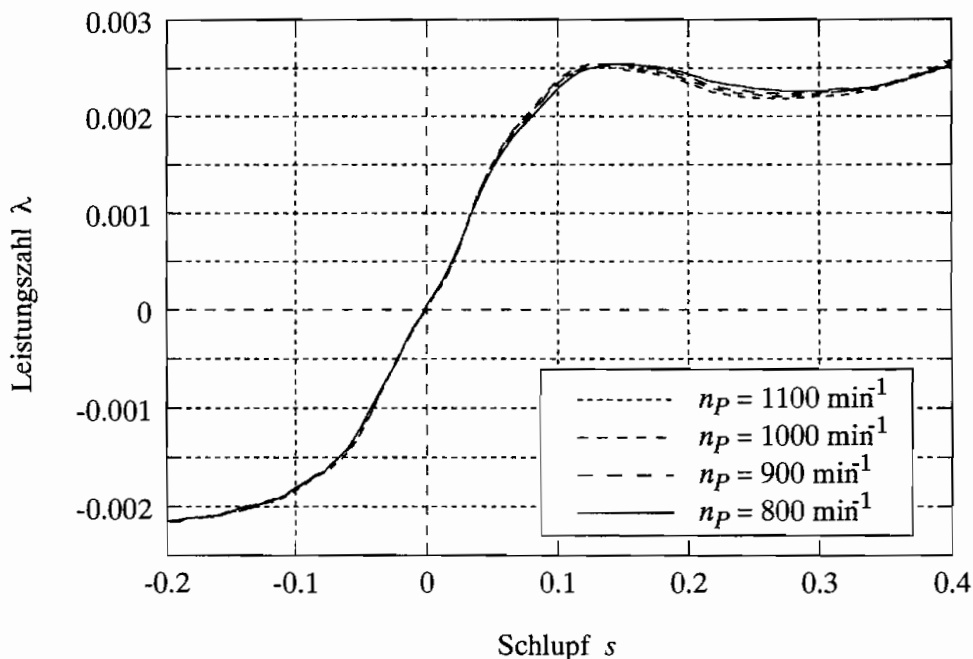


Abb. 4.1: Stationäre Kennlinien der Kupplung 422TH bei Teilfüllung und Pumpendrehzahlen von 800 bis 1100 min^{-1}

In Abb. 4.1 sind vier gemessene stationäre Kennlinien der teilgefüllten Kupplung 422TH, die bei unterschiedlichen Pumpendrehzahlen aufgezeichnet worden sind, dargestellt. Es sind leichte Abweichungen zwischen den Kennlinien im Bereich von $s = 0,15 \dots 0,3$ zu erkennen. Diese sind zum größten Teil auf eine unterschiedlich große Erwärmung des Öls in der Kupplung bei der Aufnahme der Kennlinien zurückzuführen. Da die Temperatur des Fluids nicht von außen eingestellt werden kann, sondern sich entsprechend der

Verluste in der Kupplung und dem Wärmetransport zur Umgebung ergibt, sind kleinere Temperaturschwankungen bei den Messungen vorhanden. Neben den unvermeidbaren Fehlern durch Meßrauschen sind kleine Abweichungen auch durch die Vernachlässigung von nebensächlichen Einflüssen wie z.B. der Lagerreibung und der Viskosität des Fluids bei der Ermittlung der Kennzahlen vorhanden.

Durch die Vernachlässigung von Einflußgrößen liegen lediglich teilähnliche Betriebszustände vor, so daß die Anwendung der Kennzahlen nur in bestimmten Bereichen erlaubt ist. Z.B. würde sich bei sehr kleinen Pumpendrehzahlen das Verhältnis der Gravitationskraft zur Zentrifugalkraft gravierend ändern, so daß sich die Strömung nicht mehr entsprechend ausbilden könnte. Auch die Viskosität des Fluids ist nicht in die Betrachtungen einbezogen worden. Wie z.B. von TIMM [66], KICKBUSCH [39] und MIDDELMANN [46] gezeigt worden ist, sind diese Einflüsse jedoch in der Regel vernachlässigbar, wenn die Temperatur näherungsweise konstant gehalten wird. Auch die dargestellten Kennlinien zeigen, daß eine genügend gute Übereinstimmung der Kennlinien bei Betrachtung dieser Teilähnlichkeit vorhanden ist.

Eine Verbesserung der Modellversuche durch die Berücksichtigung der vernachlässigten Einflußgrößen ist allerdings nicht praktikabel, wie am Beispiel der Viskosität erläutert werden soll. Fügt man in die Dimensionsanalyse die kinematische Viskosität ν_v ein, so erhält man die Reynoldszahl $Re = \frac{D^2 \omega p}{\nu_v}$ als weitere Kennzahl (vgl. KICKBUSCH [39] und TIMM [66]). Um Messungen an einer Kupplung bei unterschiedlichen Absolutdrehzahlen vergleichbar zu machen, müßte folglich die Viskosität verändert werden, da der maximale Strömungsdurchmesser D konstant bleibt. Die Viskosität kann im wesentlichen über die Wahl des Fluids bzw. über die Temperatur verändert werden. Bei Konstantfüllungskupplungen ist der Austausch des Fluids umständlich und sollte daher vermieden werden. Folglich muß die Viskosität über die Temperatur angepaßt werden. Der funktionale Zusammenhang zwischen Temperatur und Viskosität ist z.B. von RODERMUND [52] angegeben worden. Jedoch wird durch die Temperaturänderung auch die Dichte des Fluids verändert und damit auch der Füllgrad der Kupplung. Diese Füllgradänderung hat jedoch einen wesentlich größeren Einfluß auf die Kennlinie als die Viskositätsänderung; d.h. auch hierbei müßte der Füllgrad der Kupplung angepaßt werden.

Über einen Vergleich der stationären Kennlinien der drei Versuchskupplungen (vgl. Kap. 3.1) kann gezeigt werden, inwieweit diese Kupplungen geometrisch ähnlich sind. In Abb. 4.2 sind die Kennlinien der drei Kupplungen bei Teilfüllung dargestellt. Da die Kennlinien der drei Kupplungen nahezu gleich sind, kann davon ausgegangen werden, daß eine geometrische Ähnlichkeit vorliegt.

Diese Kennlinien zeigen jedoch größere Abweichungen voneinander als die in Abb. 4.1 dargestellten, wobei eine Kupplung bei unterschiedlichen Absolutdrehzahlen betrachtet wird. Hierfür gibt es mehrere Gründe:

1. Bei den drei Kupplungen können Füllgradunterschiede nicht ausgeschlossen werden.
2. Die Reibung in den Lagern (Lagerung der Kupplung auf dem Versuchsstand und

Lagerung der Turbinenwelle im Kupplungsgehäuse) ist bei den drei Kupplungen unterschiedlich.

3. Temperaturunterschiede sind auch hier nicht auszuschließen.

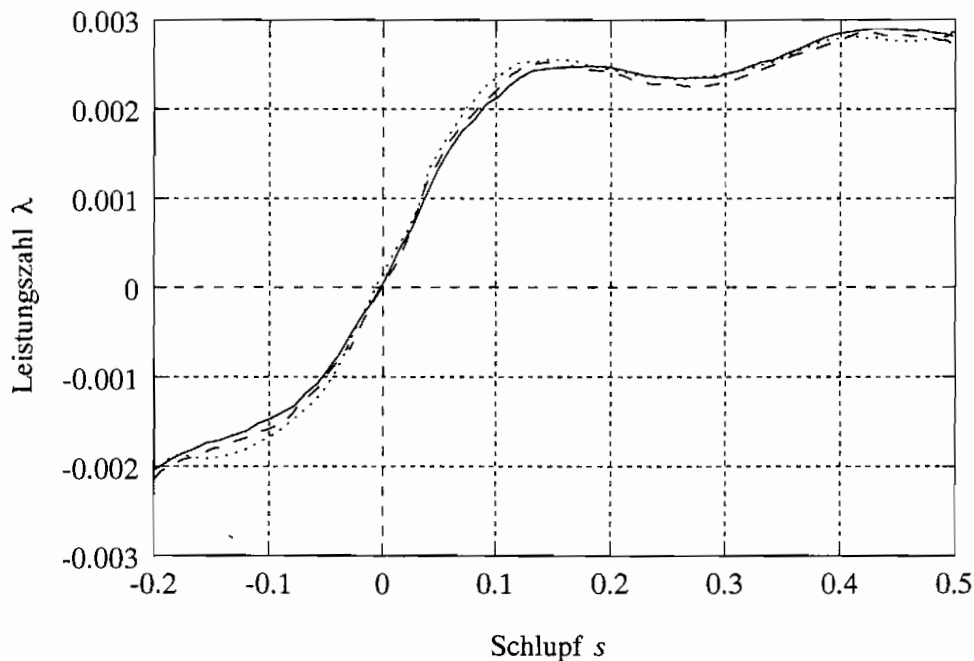


Abb. 4.2: Stationäre Kennlinien der Kupplungen 366TJ (—), 422TH (- - - -) und 487TNJ (· · · · ·) bei Teilfüllung

Weiterhin ist anzumerken, daß die Kupplungen aufgrund von Fertigungsmöglichkeiten bzw. -kosten nicht vollkommen geometrisch ähnlich gefertigt werden – z.B. werden aus Kostengründen nur Standard-Blechstärken für die Schaufeln verwendet.

Im Anh. C.1 sind zu dem hier aufgezeigten Sachverhalt weitere gemessene Kennlinien dargestellt.

4.2 Dynamischer Betrieb

4.2.1 Kennzahlen für den dynamischen Betrieb

Der dynamische Betriebszustand hydrodynamischer Kupplungen zeichnet sich durch zeitabhängige Drehzahlen und Drehmomente aus. Bei dem im Kap. 4.1 betrachteten stationären Betrieb sind dagegen die Drehzahlen zeitlich konstant. Dies führt auch auf zeitlich konstante Momente – kleine (hier nicht meßbare) Momentenschwankungen, die dadurch entstehen, daß sich die einzelnen Schaufelkanäle von Pumpe und Turbine relativ zueinander bewegen und somit eine pulsierende Strömung verursachen, werden vernachlässigt.

Der stationäre Betrieb ist nur ein Sonderfall des dynamischen Betriebs, d.h. die Kennzahlen des stationären Betriebs müssen auch beim dynamischen Betrieb gelten. Um die Zeitabhängigkeit zu erfassen, müssen lediglich weitere Kennzahlen bzw. Einflußgrößen berücksichtigt werden. Das Betriebsverhalten der Kupplung wird weiterhin durch die Momente zu einem bestimmten Zeitpunkt beschrieben. Wie z.B. BEHRENS [9] gezeigt hat, sind die Leistungszahlen – also die *normierten* Momente – nicht nur vom Schlupf abhängig, sondern auch im großen Maß von der Beschleunigung der Laufräder.

Dies gilt auch dann, wenn nur die hydrodynamischen Momente

$$\begin{aligned} M_{h,P} &= M_P - \theta_P \dot{\omega}_P \\ M_{h,T} &= M_T + \theta_T \dot{\omega}_T \end{aligned} \quad (4.7)$$

berücksichtigt werden, also die Trägheitsmomente der Laufräder von den Momenten an den An- und Abtriebswellen *abgezogen* werden. Die hydrodynamischen Momente sind die vom Fluid auf die Laufräder ausgeübten Momente. Diese können unterschiedlich groß sein, da auch das Fluid eine gewisse Trägheit hat (s. Abb. 4.3).

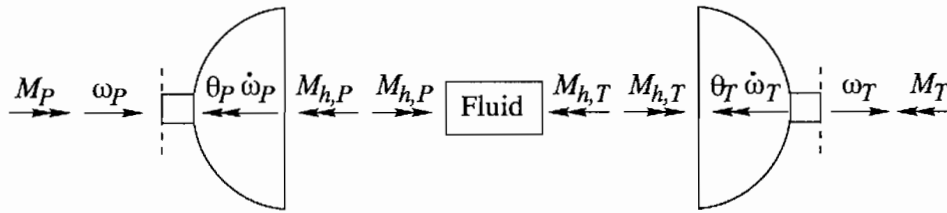


Abb. 4.3: Schnittgrößen an hydrodynamischen Kupplungen

Darüber hinaus sind auch nur die Innenräume der Kupplungen geometrisch ähnlich aufgebaut, d.h. die Massenträgheitsmomente der Laufräder und Anbauteile ändern sich nicht entsprechend der Kupplungsgröße und können daher bei einer Dimensionsanalyse nicht berücksichtigt werden.

Im stationären Betrieb ist diese Unterscheidung nicht relevant, da dort alle in der Abb. 4.3 angetragenen Momente gleich groß sind.

Werden folglich die Beschleunigungen der Laufräder als weitere Einflußgröße in Gl. (4.1) berücksichtigt, so erhält man

$$f(\rho, D, \omega_P, \omega_T, M_{h,P}, M_{h,T}, \dot{\omega}_P, \dot{\omega}_T) = 0 \quad . \quad (4.8)$$

In Gl. (4.8) werden acht Einflußgrößen berücksichtigt, die mit drei Grundeinheiten verknüpft sind. Entsprechend den Ausführungen im Kap. 2.1 müssen sich hierdurch fünf unabhängige Kennzahlen ergeben. Werden bei der Dimensionsanalyse zusätzliche Einflußgrößen berücksichtigt, so bleiben die bisherigen Kennzahlen erhalten, und es kommen weitere Kennzahlen hinzu. Im folgenden werden die einzelnen Schritte aufgeführt, die zur Bildung der Kennzahlen erforderlich sind.

Die dimensionslosen Kennzahlen ergeben sich aus Potenzprodukten der Form

$$\rho^{x_1} D^{x_2} \omega_P^{x_3} \omega_T^{x_4} M_{h,P}^{x_5} M_{h,T}^{x_6} \dot{\omega}_P^{x_7} \dot{\omega}_T^{x_8} \quad . \quad (4.9)$$

Setzt man für die Einflußgrößen deren Grundeinheiten ein, so erhält man aufgrund der Forderung nach dimensionslosen Potenzprodukten

$$\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)^{x_1} (\text{m})^{x_2} \left(\frac{1}{\text{s}}\right)^{x_3} \left(\frac{1}{\text{s}}\right)^{x_4} \left(\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right)^{x_5} \left(\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right)^{x_6} \left(\frac{1}{\text{s}^2}\right)^{x_7} \left(\frac{1}{\text{s}^2}\right)^{x_8} = \text{kg}^0 \text{m}^0 \text{s}^0 = 1 \quad (4.10)$$

Diese Gleichung wird erfüllt, wenn

$$\begin{aligned} \text{kg}^{(x_1+x_5+x_6)} &= 1 \\ \text{m}^{(-3x_1+x_2+2x_5+2x_6)} &= 1 \\ \text{s}^{(-x_3-x_4-2x_5-2x_6-2x_7-2x_8)} &= 1 \end{aligned} \quad (4.11)$$

für die drei Grundeinheiten gilt. Die Logarithmierung ergibt das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -2 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

mit drei Gleichungen und acht Unbekannten. x_4, \dots, x_8 können so gewählt werden, daß fünf linear unabhängige Lösungsvektoren erzeugt werden. Setzt man diese Lösungen in Gl. (4.9) ein, so erhält man die gewünschten Kennzahlen.

Lösung	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_1	x_2	x_3
1	1	0	0	0	0	0	0	-1
2	0	1	0	0	0	-1	-5	-2
3	0	0	1	0	0	-1	-5	-2
4	0	0	0	1	0	0	0	-2
5	0	0	0	0	1	0	0	-2

Tab. 4.2: Bestimmung der fünf unabhängigen Lösungen für die Kennzahlen

In Tab. 4.2 sind fünf linear unabhängige Lösungen für Gl. (4.12) aufgeführt; wenn die Werte x_4, \dots, x_8 entsprechend gewählt werden, können die Werte x_1, \dots, x_3 berechnet werden. Schreibt man die Kennzahlen auf, erhält man die drei aus dem stationären Betrieb bekannten Kennzahlen (bzw. eine Kombination daraus)

$$\nu = \frac{\omega_T}{\omega_P} \quad (4.13)$$

$$\lambda_P = \frac{M_{h,P}}{\rho D^5 \omega_P^2} \quad (4.14)$$

$$\lambda_T = \frac{M_{h,T}}{\rho D^5 \omega_P^2} = \lambda_P \mu \quad (4.15)$$

und zwei neue Kennzahlen

$$k_1 = \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2} \quad (4.16)$$

$$k_2 = \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2} \quad (4.17)$$

Für die Deutung dieser zwei neuen Kennzahlen sind die zur Dimensionsanalyse äquivalenten Formulierungen der Ähnlichkeitsmechanik bzw. Modelltheorie geeignet. Im Kap. 4.2.2 wird gezeigt, wie diese Kennzahlen in einem Modellversuch eingehalten werden können.

4.2.2 Ähnlichkeitsbetrachtungen

Bei der Betrachtung der **stationären Betriebszustände** wird die geometrische Ähnlichkeit vorausgesetzt. Alle Längen des Strömungskanals werden bei unterschiedlichen Baugrößen mit dem gleichen Übertragungsfaktor κ multipliziert.

Die Momentenübertragung einer hydrodynamischen Kupplung basiert – auch im stationären Betrieb – darauf, daß das Fluid in der Pumpe beschleunigt und in der Turbine verzögert wird. Folglich sind die Trägheitskräfte die Größen, die die Momentenübertragung wesentlich beeinflussen. Die Leistungszahl λ kann demnach auch als Newton'sche Kennzahl

$$Ne = \frac{F}{\rho l^2 v^2} \quad (4.18)$$

interpretiert werden. Ne ist bei zwei Prozessen vergleichbar, wenn diese bezüglich der Trägheitskräfte ähnlich sind. In Bezug auf die Kupplung muß diese Kennzahl noch auf rotatorische Systeme übertragen werden, d.h. die Kraft F wird durch $\frac{M}{l}$ und die Geschwindigkeit v durch ωl ersetzt. Als charakteristische Länge l wird bei hydrodynamischen Kupplungen der maximale Strömungsdurchmesser D verwendet. Dadurch erhält man die bekannte Leistungszahl λ .

Die kinematische Ähnlichkeit wird durch den Schlupf s erfüllt. Ist der Schlupf im Modell und Original gleich, so ist der stationäre Betriebszustand ähnlich. Wird diese Beziehung mit Hilfe von Übertragungsfaktoren dargestellt, so müssen alle Winkelgeschwindigkeiten mit dem gleichen Faktor σ vom Modell (Index m) zum Original (Index o) übertragen werden

$$\begin{aligned} \omega_{P,o} &= \sigma \omega_{P,m} \\ \omega_{T,o} &= \sigma \omega_{T,m} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Der Übertragungsfaktor σ kürzt sich folglich beim Schlupf s heraus. Eine Zuordnung der Zeiten vom Modell zum Original ist dabei nicht erforderlich, da die betrachteten Größen zeitlich konstant sind.

Werden jedoch **dynamische Betriebszustände** betrachtet, so sind die Momente und Drehzahlen zeitabhängig. Folglich muß eine zeitliche Zuordnung der Geschwindigkeiten im

Modell und im Original erfolgen. Die Zeiten im Modellversuch werden denen im Original mit dem Übertragungsfaktor τ zugeordnet (vgl. Kap. 2.1). Es gilt also

$$t_o = \tau t_m \quad . \quad (4.20)$$

Betrachtet man die Verläufe der Winkelgeschwindigkeiten der Pumpen- und Turbinenseite, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \omega_{P,o}(t_o) &= \sigma \omega_{P,m}(t_m) \\ \omega_{T,o}(t_o) &= \sigma \omega_{T,m}(t_m) \quad . \end{aligned} \quad (4.21)$$

Durch die im Kap. 4.2.1 hergeleiteten Kennzahlen

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2} \\ k_2 &= \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

entsteht eine Abhängigkeit zwischen den Übertragungsfaktoren σ und τ . Die Kennzahlen des Originals $k_{1,o}(t_o)$ und $k_{2,o}(t_o)$ zur Zeit t_o müssen den Kennzahlen des Modells $k_{1,m}(t_m)$ und $k_{2,m}(t_m)$ zur Zeit t_m entsprechen. Folglich muß

$$\begin{aligned} \frac{\frac{d}{dt_m} [\omega_{P,m}(t_m)]}{\omega_{P,m}^2(t_m)} &= \frac{\frac{d}{dt_o} [\omega_{P,o}(t_o)]}{\omega_{P,o}^2(t_o)} \\ \frac{\frac{d}{dt_m} [\omega_{T,m}(t_m)]}{\omega_{P,m}^2(t_m)} &= \frac{\frac{d}{dt_o} [\omega_{T,o}(t_o)]}{\omega_{P,o}^2(t_o)} \end{aligned} \quad (4.23)$$

sein. Um den Zusammenhang zwischen σ und τ zu erhalten, werden die Winkelgeschwindigkeitsverläufe $\omega_{P,m}$ und $\omega_{T,m}$ des Modells in den Kennzahlen $k_{1,m}$ und $k_{2,m}$ entsprechend Gl. (4.21) durch die Winkelgeschwindigkeiten des Originals $\omega_{P,o}$ und $\omega_{T,o}$ ersetzt. Mit

$$\begin{aligned} \omega_{P,m}(t_m) &= \frac{1}{\sigma} \omega_{P,o}(t_o) \\ \omega_{T,m}(t_m) &= \frac{1}{\sigma} \omega_{T,o}(t_o) \end{aligned} \quad (4.24)$$

und

$$dt_m = \frac{1}{\tau} dt_o \quad (4.25)$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} k_{1,m}(t_m) &= \frac{\frac{d}{dt_m} [\omega_{P,m}(t_m)]}{\omega_{P,m}^2(t_m)} = \tau \sigma \frac{\frac{d}{dt_o} [\omega_{P,o}(t_o)]}{\omega_{P,o}^2(t_o)} = \tau \sigma k_{1,o}(t_o) \\ k_{2,m}(t_m) &= \frac{\frac{d}{dt_m} [\omega_{T,m}(t_m)]}{\omega_{P,m}^2(t_m)} = \tau \sigma \frac{\frac{d}{dt_o} [\omega_{T,o}(t_o)]}{\omega_{P,o}^2(t_o)} = \tau \sigma k_{2,o}(t_o) \quad . \end{aligned} \quad (4.26)$$

Die Kennzahlen des Originals und des Modells stimmen nur dann überein, wenn

$$\tau \sigma = 1 \quad (4.27)$$

ist. Dies entspricht der kinematischen Ähnlichkeit Gl. (2.9) für rotatorische Systeme, da in der Winkelgeschwindigkeit keine Längeneinheit vorhanden ist, d.h. κ ist in der Beziehung nicht enthalten. Die beiden zusätzlichen Kennzahlen geben folglich nur die Bedingungen für die richtige Zuordnung der Zeiten im Modell und Original – für die Vergleichbarkeit von dynamischen Messungen an der Kupplung – wieder. Da im stationären Betrieb die Beschleunigungen gleich 0 sind, sind die Kennzahlen k_1 und k_2 für Modellmessungen immer erfüllt (gleich 0) und werden daher nicht berücksichtigt.

Wenn nun das Betriebsverhalten einer Kupplung bei einer bestimmten Erregung gesucht ist, aber die Erregung bei der betrachteten Kupplung nicht auf einem Versuchsstand nachgefahren werden kann, so können nun kinematisch ähnliche Messungen an der selben Kupplung oder einer geometrisch ähnlichen Kupplung durchgeführt werden; je nach vorhandenen Versuchsmöglichkeiten. Ist die Erregung für das Original als eine Funktion der Zeit $\omega_{P,o}(t)$ und $\omega_{T,o}(t)$ vorgegeben, so können die Erregungsfunktionen des Modells über

$$\begin{aligned}\omega_{P,m}(t) &= \frac{1}{\sigma} \omega_{P,o}\left(\frac{t}{\sigma}\right) \\ \omega_{T,m}(t) &= \frac{1}{\sigma} \omega_{T,o}\left(\frac{t}{\sigma}\right)\end{aligned}\quad (4.28)$$

bestimmt werden, wobei der Faktor σ frei gewählt werden kann.

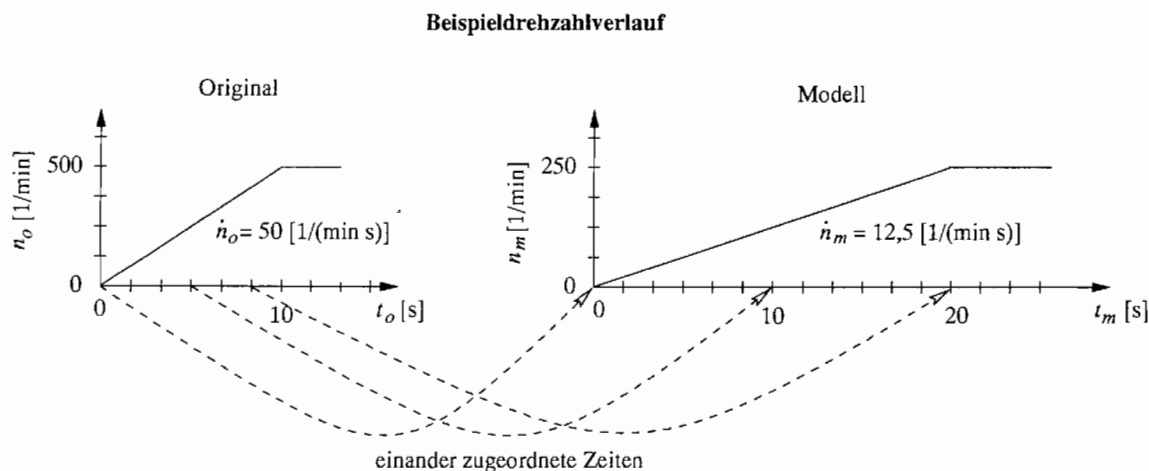


Abb. 4.4: Beispiel für kinematisch äquivalente Messungen im Modell und Original

In Abb. 4.4 ist zur Veranschaulichung der kinematischen Ähnlichkeit eine Drehzahlrampe dargestellt. Auf der linken Seite ist der idealisierte Drehzahlverlauf des Pumpenrades bei einem Anfahrvorgang aufgezeichnet. Die Pumpe wird vom Stillstand aus mit einer konstanten Beschleunigung von $50 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$ in 10 s auf eine Drehzahl von 500 min^{-1} beschleunigt. Für die Modellmessung wird beispielsweise der Faktor $\sigma = 2$ gewählt. Damit ergibt sich eine Drehzahlrampe der Pumpenseite vom Stillstand bis zu 250 min^{-1} in 20 s. Das entspricht einer Beschleunigung von $12,5 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$. Die Beschleunigung im Modellversuch beträgt damit nur $\frac{1}{4}$ von der im Original. Für diese beiden Erregungen sind die

Leistungszahl und Wandlung der Kupplung bei den einander zugeordneten Zeiten gleich, und die Momente der Pumpen- und Turbinenseite können nach der Messung am Modell für das Original bestimmt werden. Dabei werden aufgrund der geringeren Drehzahlen und Beschleunigungen sowie der Möglichkeit, auch (kleinere) geometrisch ähnliche Kupplungen als Modell zu verwenden, geringere Anforderungen an den Versuchsstand gestellt. Die Verifikation dieser Theorie anhand von Messungen an den Versuchskupplungen erfolgt im Kap. 4.2.3.

4.2.3 Verifikation der dynamischen Ähnlichkeitsbetrachtungen

In diesem Kapitel wird anhand von Beispielmessungen die Gültigkeit der Übertragung von dynamischen Modellmessungen auf das Original mit den Kennzahlen

$$\begin{aligned}
 \lambda_P &= \frac{M_{h,P}}{\rho D^5 \omega_P^2} \\
 \lambda_T &= \frac{M_{h,T}}{\rho D^5 \omega_P^2} \\
 \nu &= \frac{\omega_T}{\omega_P} \\
 k_1 &= \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2} \\
 k_2 &= \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2}
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

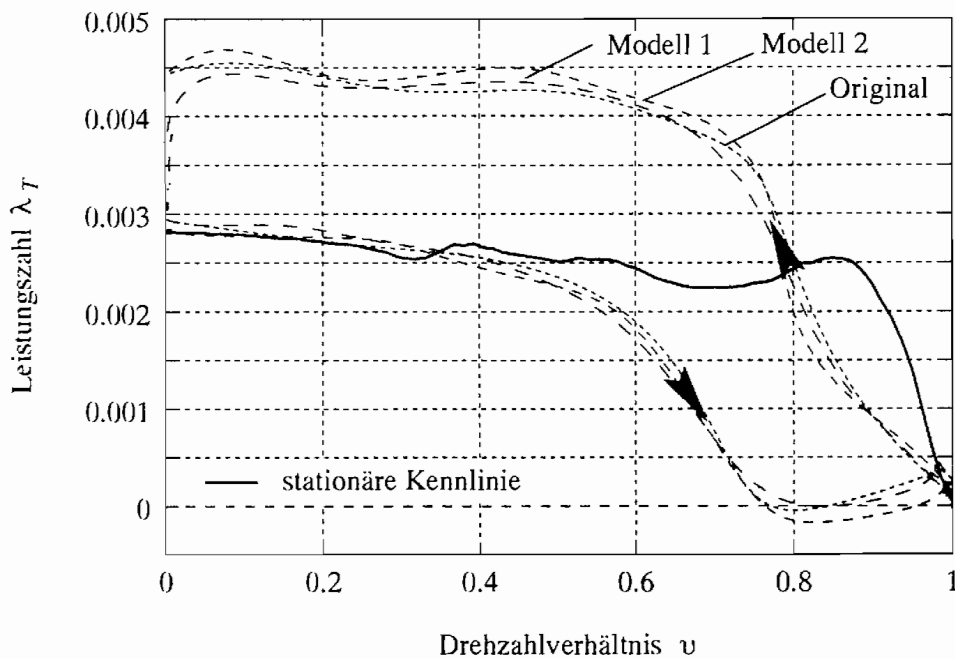
überprüft. Wie im Kap. 2.1 dargelegt wird, stellen diese Kennzahlen kein mathematisches Modell zur Beschreibung des Betriebsverhaltens der Kupplung dar. Der Zusammenhang zwischen diesen Kennzahlen ist noch unbekannt und muß meßtechnisch erfaßt werden.

Entsprechend den Ausführungen im Kap. 4.1 kann durch diese Kennzahlen lediglich eine Teilähnlichkeit zwischen Modell und Original wiedergegeben werden, da hier Größen mit geringem Einfluß auf das Betriebsverhalten – z.B. die Viskosität des Fluids – nicht in die Ähnlichkeitsbetrachtungen einbezogen werden. Um zu erreichen, daß der Füllgrad in allen Kupplungen gleich groß ist, sind alle Versuche bei einer Fluidtemperatur von 60°C durchgeführt worden.

Kinematisch ähnliche Messungen an der Kupplung 422TH

In diesem Abschnitt wird überprüft, inwieweit sich die Leistungszahlen λ_P und λ_T für kinematisch ähnliche Messungen, die an *einer* Kupplung durchgeführt werden, vergleichen lassen. Hierzu werden an dieser Stelle beispielhaft drei Messungen dargestellt. Weitere Messungen mit anderen Erregungen sind im Anh. C.2 aufgeführt.

Zunächst werden Versuche an der teilgefüllten Kupplung durchgeführt, bei denen die Turbinenseite mit einer konstanten Verzögerung aus dem Gleichlauf $\nu = 1$ bis zum Stillstand $\nu = 0$ abgebremst und dann wieder mit einer konstanten Beschleunigung bis zum Gleichlauf beschleunigt wird.



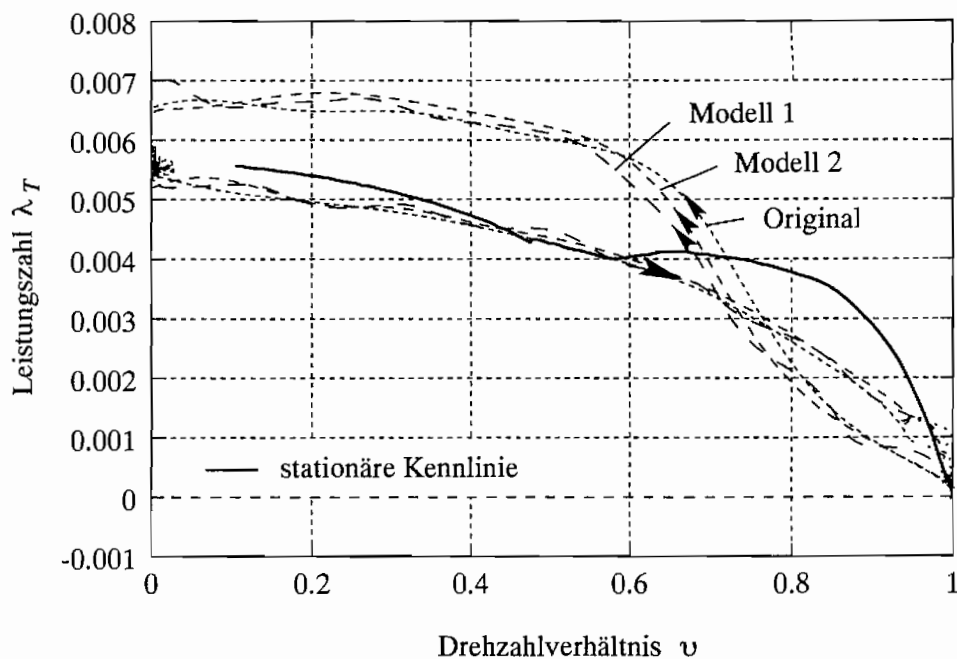
Meßreihe	n_P [min ⁻¹]	ν	\dot{n}_T [min ⁻¹ s ⁻¹]
Original	1200	1 → 0 → 1	8000
Modell 1	600	1 → 0 → 1	2000
Modell 2	900	1 → 0 → 1	4500

Abb. 4.5: Dynamische Ähnlichkeit der Kupplung 422TH bei Teilfüllung

In Abb. 4.5 sind die Leistungszahlen λ_T für die in der Tabelle angegebenen, kinematisch ähnlichen Erregungen über dem Drehzahlverhältnis ν aufgetragen. Die Modellmessungen *Modell 1* und *Modell 2* entsprechen dabei der Wahl eines Übertragungsfaktors $\sigma = 2$ bzw. $\sigma = \frac{4}{3}$ zur Originalmessung. Prinzipiell haben die drei Leistungszahlen der dynamischen Messungen einen gleichen Verlauf, was darauf schließen läßt, daß das Kupplungsverhalten im wesentlichen durch diese Kennzahlen beschrieben wird. Es treten jedoch kleine Abweichungen zwischen den drei Messungen auf. Erklärungsansätze hierfür liegen darin, daß die vorgegebenen Drehzahlverläufe für die Pumpen- und Turbinenseite – entsprechend den Ausführungen im Kap. 3.2.5 – auf dem Versuchsstand nicht exakt nachgefahren werden können. Auch sind Temperaturunterschiede nicht ganz auszuschließen.

Die Leistungszahlen λ_P und λ_T unterscheiden sich erst bei sehr großen Beschleunigungen (vgl. BEHRENS [9]). Daher ist es ausreichend jeweils nur eine der Leistungszahlen aufzuführen. Die Ähnlichkeitsbeziehungen gelten für beide Leistungszahlen. Dies ist auch daran zu erkennen, daß sowohl λ_P als auch λ_T in den gezeigten Beispielen aufgeführt werden.

Im folgenden wird gezeigt, daß die Kennzahlen auch für vollgefüllte Kupplungen gelten, wenn diese dynamisch belastet werden. In Abb. 4.6 sind die an der Kupplung 422TH gemessenen Kennlinien für turbinenseitige Drehzahlrampen dargestellt.



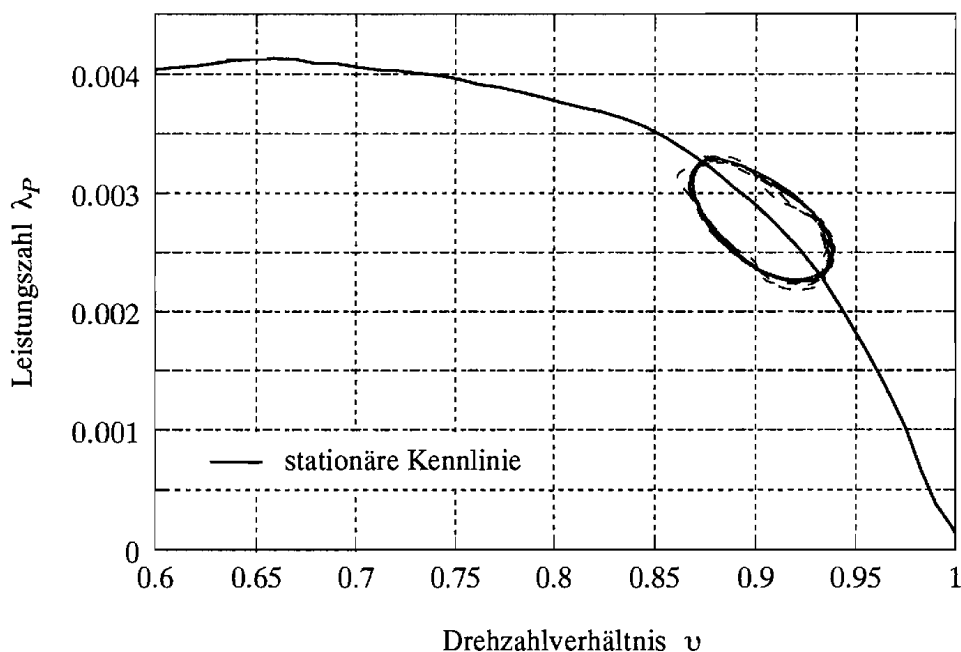
Meßreihe	n_P [min^{-1}]	ν	\dot{n}_T [$\text{min}^{-1} \text{s}^{-1}$]
Original	1000	1 \rightarrow 0 \rightarrow 1	8000
Modell 1	500	1 \rightarrow 0 \rightarrow 1	2000
Modell 2	750	1 \rightarrow 0 \rightarrow 1	4500

Abb. 4.6: Dynamische Ähnlichkeit der Kupplung 422TH bei Vollfüllung

Die Kennlinien zeigen bei der Beschleunigung der Turbinenseite aus dem Stillstand $\nu = 0$ bis zum Gleichlauf $\nu = 1$ eine gute Übereinstimmung. Große Abweichungen treten jedoch im Bereich der Verzögerung des Turbinenlaufrades auf. Diese sind dadurch zu erklären, daß die notwendigen Beschleunigungen von der Antriebsmaschine nicht eingehalten werden können. Wird die Turbinenseite aus dem Gleichlauf heraus abgebremst, so muß die Maschine zusätzlich zu dem Trägheitsmoment der Laufräder noch das sich aufbauende hydrodynamische Moment aufbringen. Dies stößt an die Leistungsgrenzen der Maschine. Wird die Turbinenseite jedoch wieder beschleunigt, so unterstützt das übertragene hydrodynamische Moment die Antriebsmaschine, und die geforderte Beschleunigung kann realisiert werden.

Die Ähnlichkeitsbetrachtungen des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen gelten nicht nur für Drehzahlrampen auf der Turbinenseite. Auch für andere Erregungen können kinematisch ähnliche Versuche durchgeführt und die entsprechenden Leistungszahlverläufe verglichen werden. Dabei kann auch die Pumpendrehzahl oder die Drehzahlen beider Seiten zeitabhängig sein. Wie im Kap. 3.2.5 dargestellt, können jedoch beidseitige Erregungen auf dem Versuchsstand nicht genau genug nachgefahren werden. Aus diesem Grund wird hier beispielhaft die Drehzahl der Pumpenseite mit einer Sinusfunktion überlagert, während die Drehzahl der Turbinenseite konstant gehalten wird

(vgl. Abb. 4.7). Weitere Messungen bei unterschiedlichen Erregungen sind im Anh. C.2 aufgeführt.



Meßreihe	n_P [min^{-1}]	n_T [min^{-1}]
Original (—)	1000 ± 50 ; 5Hz	900
Modell (- - - - -)	500 ± 25 ; 2,5Hz	450

Abb. 4.7: Dynamische Ähnlichkeit der Kupplung 422TH bei Vollfüllung

Um die in der Tabelle aufgeführten Drehzahlverläufe auf dem Versuchsstand näherungsweise realisieren zu können, muß eine Amplitudenanpassung durchgeführt werden. Es wurde eine Amplitude von 27 bzw. 75 min^{-1} vorgegeben, damit die entsprechenden Amplituden 25 bzw. 50 min^{-1} erreicht wurden.

Die beiden Leistungszahlverläufe in Abb. 4.7 stimmen relativ gut überein. Aber diese Darstellungsart (Leistungszahl über Drehzahlverhältnis) ist bei Sinuserregungen ungeeignet, da viele Linien *übereinander* dargestellt werden, auch wenn nur eine Leistungszahl über mehrere Perioden aufgezeichnet wird. Deshalb werden hier beide Messungen über einer *normierten Zeit* dargestellt. Die einander zugeordneten Zeiten des Modells und des Originals sind mit dem Faktor $\tau = \frac{1}{\sigma}$ gekoppelt, d.h. die Meßwerte der Modellmessung können in der Zeit so skaliert werden, daß sie den entsprechenden Zeiten des Originals in Abb. 4.8 zugeordnet werden können und die Kurven vergleichbar werden.

Die Leistungszahlverläufe der beiden Messungen bestätigen die Gültigkeit der Kennzahlen auch für Sinuserregungen auf der Pumpenseite. Die zeitliche Verschiebung der Kennzahlverläufe stellt keinen prinzipiellen Fehler dar, sie resultiert aus dem Beginn der Meßwertaufnahme. Auch die Überlagerung der Modellmessung mit einer zusätzlichen Schwingung, die eine höhere Frequenz aufweist, ist nicht auf einen Fehler der Ähnlichkeitsbetrachtungen

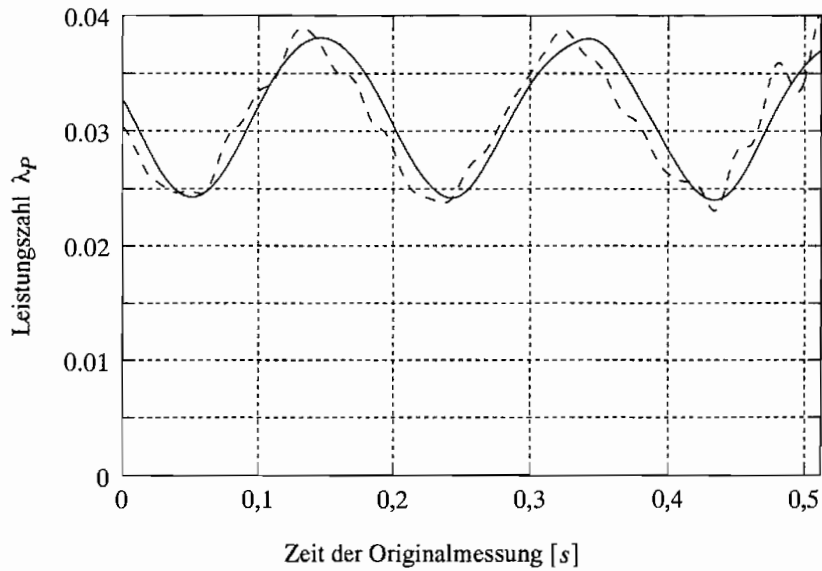


Abb. 4.8: Dynamische Ähnlichkeit der Kupplung 422TH bei Vollfüllung, Original (—) und Modell (- - - - -)

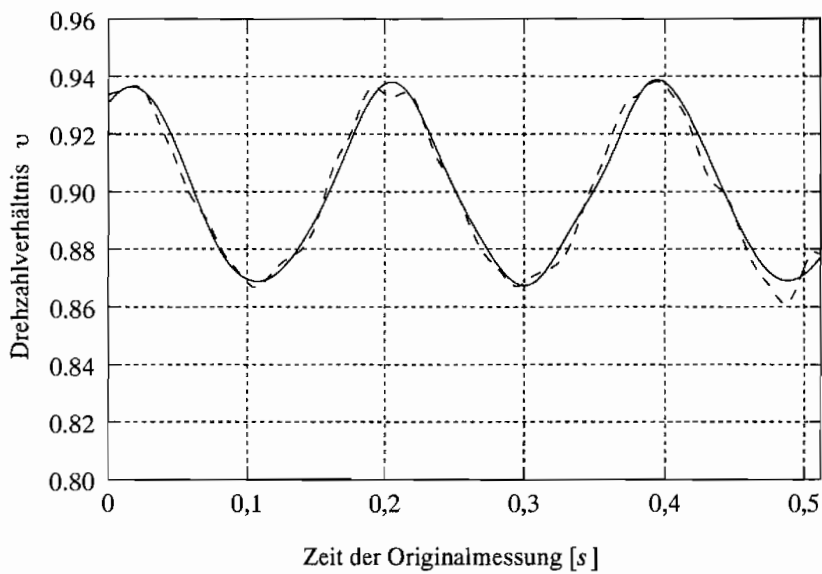
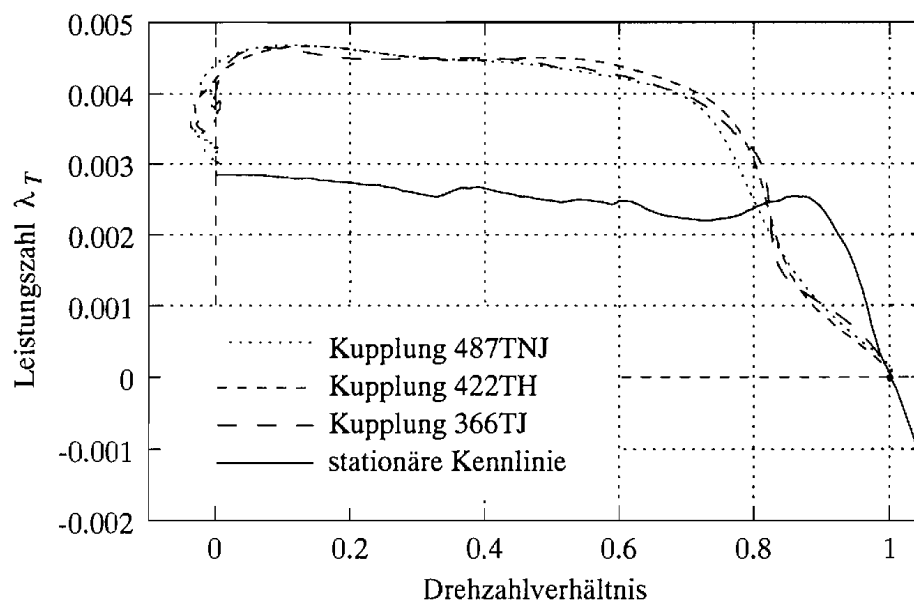


Abb. 4.9: Kinematische Ähnlichkeit der beiden Sinuserregungen auf der Pumpenseite der Kupplung 422TH; aufgetragen über die normierte Zeit; Original (—) und Modell (- - - - -)

zurückzuführen. Diese Schwingung ist auch in den Drehzahlverläufen enthalten (vgl. Abb. 4.9) – auch wenn sie dort aufgrund der integralen Wirkung der Trägheitsmassen nicht so stark ausgeprägt ist – und wird durch die Regelung der Antriebsmaschinen verursacht.

Vergleich von Kupplungen unterschiedlicher Baugröße

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, daß die gemessenen Leistungszahlen einer hydrodynamischen Kupplung bei verschiedenen kinematisch ähnlichen Erregungen vergleichbar sind. Um zu zeigen, daß das dynamische Betriebsverhalten geometrisch ähnlicher Kupplungen unterschiedlicher Baugröße ebenfalls bei Einhaltung der Kennzahlen vergleichbar ist, sind in Abb. 4.10 Messungen an allen drei Versuchskupplungen gegenübergestellt.



Kupplung	n_P [min ⁻¹]	ν	\dot{n}_T [min ⁻¹ s ⁻¹]
366TJ	1200	1 → 0	7200
422TH	1000	1 → 0	5000
487TNJ	800	1 → 0	3200

Abb. 4.10: Vergleich der Leistungszahlen der drei Versuchskupplungen mit Drehzahlrampen auf der Turbinenseite

Bei diesen Messungen ist die Turbine aus dem Gleichlauf mit der Pumpe mit einer konstanten Verzögerung bis zum Stillstand abgebremst worden. Für die drei Kupplungen sind entsprechend der Tabelle in Abb. 4.10 kinematisch ähnliche Drehzahlverläufe bei unterschiedlichen Absolutdrehzahlen ausgewählt worden.

Die dynamischen Leistungszahl-Kennlinien der drei Kupplungen stimmen sehr gut überein. Durch die Möglichkeit, kinematisch ähnliche Drehzahlrampen zu vergleichen, konnten für die verschiedenen Kupplungen die Drehzahlen bzw. Beschleunigungen so gewählt werden, daß sie auf dem Versuchsstand in genügender Genauigkeit realisiert werden konnten.

Ein Vergleich der Leistungszahlen von Kupplungen unterschiedlicher Baugröße ist damit auch für dynamische Erregungen möglich geworden.

4.2.4 Anmerkungen

Durch die Einführung von *dimensionslosen Kennzahlen* wird die Anzahl der Einflußgrößen, die einen physikalischen Vorgang beschreiben, reduziert. Soll das Verhalten eines Systems meßtechnisch erfaßt werden, so genügt es, den Zusammenhang zwischen den Kennzahlen zu ermitteln, was aufgrund der geringeren Anzahl an Veränderlichen einen wesentlich geringeren Meßaufwand darstellt. Über die Ähnlichkeitstheorie ist es dann möglich, den gemessenen Zusammenhang auf physikalisch ähnliche Probleme umzurechnen. In Bezug auf das stationäre Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen bedeutet dies, daß die Messung *einer* stationären Kennlinie genügt, um das gesamte relevante, stationäre Kennfeld aller geometrisch ähnlicher Kupplungen bei gleichem Füllgrad und gleicher Betriebstemperatur beschreiben zu können.

Um das dynamische Betriebsverhalten mit den im Kap. 4.2.1 ermittelten Kennzahlen zu erfassen, ist wesentlich mehr Aufwand erforderlich, als bei der Betrachtung des stationären Betriebsverhaltens. Da beim dynamischen Betrieb im allgemeinen die Wandlung $\mu \neq 1$ ist, müssen folglich die gesuchten Leistungszahlen λ_P und λ_T getrennt voneinander in Abhängigkeit von den Kennzahlen der Erregung gemessen werden. Der Zusammenhang zwischen den Kennzahlen kann jedoch nicht so einfach gemessen und mit einem Polynom approximiert werden, wie es für den stationären Betrieb üblich ist: Einerseits können die drei Kennzahlen ν , k_1 und k_2 , die als Eingangsgrößen des Systems gesehen werden, im Versuch nicht unabhängig voneinander variiert werden, um ein bestimmtes Betriebsfeld abzudecken. Andererseits stellt die Kupplung ein System mit *Gedächtnis* dar, d.h. die Ausgangsgrößen (Leistungszahlen) hängen nicht nur von den momentanen Eingangsgrößen ab, sondern auch von den zurückliegenden. Folglich ist es nicht möglich, die Kennzahlen für alle relevanten dynamischen Betriebszustände einer Kupplung zu messen. Um das Betriebsverhalten einer Kupplung bei einer bestimmten Erregung ermitteln zu können, müssen also immer den geforderten Erregungen entsprechende kinematisch ähnliche Messungen an einer geometrisch ähnlichen Kupplung durchgeführt werden. Dies ist jedoch nicht praktikabel.

Damit nicht für jeden neuen Anwendungsfall von Kupplungen einer geometrisch ähnlichen Baureihe Messungen an einer Modellkupplung durchgeführt werden müssen, wird ein mathematisches Modell für das dynamische Betriebsverhalten der Modellkupplung mit einem bestimmten Füllgrad und einer bestimmten Fluidtemperatur aufgestellt. Beschreibt das Modell das Betriebsverhalten dieser Kupplung in ausreichender Genauigkeit, so kann die zur Bestimmung der Kennzahlen erforderliche Messung an dieser Kupplung durch eine Simulationsrechnung ersetzt werden. Die Ergebnisse können dann entsprechend der Modelltheorie auf die anderen Kupplungen bei kinematisch ähnlicher Erregung übertragen werden. Wird ein solches mathematisches Modell aus Messungen identifiziert, so besitzt

es einen begrenzten Gültigkeitsbereich. Bei einer reinen Black-Box-Identifikation ist der Modellgültigkeitsbereich identisch mit dem Betriebsbereich bei der Identifikation.

Wird die Struktur des mathematischen Modells jedoch so gewählt, daß sie implizit die Kennzahlen für die kinematische Ähnlichkeit enthält, so ist der Gültigkeitsbereich nicht mehr an die Absolutdrehzahlen der Laufräder gekoppelt. Das Modell entspricht dann den Gesetzmäßigkeiten der Kupplung selbst. Eine solche Modellstruktur erhält man im Rahmen der hybriden Modellierung, wenn die Modellierungen und nicht die Modelle kombiniert werden (Kombinationsmöglichkeit b) – vgl. Abb. 2.8). Diese Modelle gelten folglich für den gesamten Betriebsbereich, der durch kinematisch ähnliche Erregungen abgedeckt wird.

Die Umrechnung der durch ein Modell berechneten Momente auf geometrisch ähnliche Kupplungen ist mit Hilfe der Leistungszahl möglich. Hierzu müssen zunächst die Trägheitsmomente der Laufräder von dem berechneten Moment abgezogen werden, um die hydrodynamischen Momente zu erhalten. Diese können dann entsprechend der Leistungszahl auf andere Baugrößen umgerechnet werden. Anschließend müssen die Trägheitsmomente der Laufräder der betrachteten Kupplung wieder aufaddiert werden.

An dieser Stelle sei angemerkt, daß im Rahmen dieser Arbeit die Gültigkeit der dynamischen Ähnlichkeit nicht für Fluide mit unterschiedlichen Dichten verifiziert wurde.

Kapitel 5

Grundlegendes zur hybriden Modellierung hydrodynamischer Kupplungen

Die hybride Modellierung setzt sich aus einer analytisch physikalischen Modellierung und einer Black-Box-Modellierung zusammen. Für die Kombination dieser beiden Modellierungsarten gibt es mehrere Möglichkeiten (vgl. Kap. 2.5). Um jedoch eine an das reale System angepaßte Modellstruktur zu erhalten – wie es im Kap. 2.6 gefordert wird – muß eine Kombination der Modellierungen und nicht der Modelle erfolgen. Hierbei wird zunächst ein *einfaches* analytisch physikalisches Modell aufgestellt, das dann in geeigneter Weise an Messungen angepaßt wird. Hierdurch soll unter anderem gewährleistet werden, daß die dimensionslosen Kennzahlen, die das Betriebsverhalten der Kupplung wesentlich beeinflussen, implizit in der Modellstruktur enthalten sind (vgl. Kap. 4).

In diesem Kapitel wird zunächst auf die analytisch physikalische Modellierung hydrodynamischer Kupplungen eingegangen. Wie im Kap. 1.2 dargestellt sind zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Getriebe bzw. Kupplungen schon mehrfach Modelle nach dieser Vorgehensweise in unterschiedlich hoher Abbildungsgenauigkeit aufgestellt worden. Folglich kann hieraus eine für die hybride Modellierung geeignete analytisch physikalische Vorgehensweise ausgewählt werden. Nach der Herleitung der analytisch physikalischen Modelle wird eine hybride Modellierung der Kupplung vorgestellt, die sich an die Vorgehensweise von RATH [49] anlehnt, um die Möglichkeiten der hybriden Modellierung zu zeigen und Rückschlüsse auf die Auswahl der Modellstrukturen für weiterreichende Untersuchungen zu ziehen.

Die Modellstrukturen, die als Grundlage für die in den Kap. 6 und 7 dargestellten Modellierungen dienen, werden anschließend dargestellt.

5.1 Analytisch physikalische Modellierung

Die analytisch physikalische Modellierung stellt die Grundlage für die hybride Modellierung dar. Über die analytisch physikalische Modellierung ermittelt man – im Rahmen der hybriden Modellierung – eine Modellstruktur, deren Parameter (oder ein Teil davon) mit Hilfe von Messungen identifiziert werden sollen. Für die analytisch physikalische Modellbildung wird in der Regel zwischen dem Aufwand zur Modellerstellung und der Abbildungsgenauigkeit abgewogen. Bei der hybriden Modellierung ist die Abbildungsgenauigkeit der analytisch physikalischen Modellierung nicht unbedingt relevant: Das Ziel ist eine an das reale System angepaßte Modellstruktur. Die Ungenauigkeiten bei der Abbildung des Systems können dann zu Modellen führen, mit denen das Betriebsverhalten des Systems nicht oder nur sehr ungenau simuliert werden kann. Über eine Parameterschätzung können die Modelle jedoch so an Messungen angepaßt werden, daß eine genaue Abbildung des Betriebsverhaltens erzielt wird. Dabei muß beachtet werden, daß diese Parameter identifizierbar sind, d.h. daß der Ausgangsfehler (Abb. 2.5) bei einer Veränderung der Parameter von jedem Parameter anders beeinflusst wird und sich die unsichere Kenntnis eines Parameters nicht auf die Kenntnis der anderen Parameter auswirkt (vgl. auch Kap. 6.5.3). Durch Zusammenfassen von einzelnen Parametern für die Identifikation kann eine solche Abhängigkeit meist verhindert werden. Um zu einer geeigneten Modellstruktur zu gelangen und zu erkennen, welche Parameter angepaßt werden müssen, ist meist ein iteratives Vorgehen notwendig.

Die bisher genaueste analytisch physikalische Modellierung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen ist von FORMANSKI [16] durchgeführt worden (vgl. auch Kap. 1.2). Die Simulation der dreidimensionalen Strömung ist jedoch sehr rechenzeitintensiv. Da bei einer Parameteridentifikation mehrere Simulationsrechnungen notwendig sind, ist diese Modellierung für eine Modellanpassung an gemessene Daten im Sinn der hybriden Vorgehensweise ungeeignet.

Wird bei hydrodynamischen Leistungsübertragern die Strömung mit Hilfe der Stromfadentheorie beschrieben, so erhält man nichtlineare mathematische Modelle zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens. Diese Modelle bilden das dynamische Betriebsverhalten der hydrodynamischen Leistungsübertrager jedoch nur qualitativ nicht aber quantitativ genau genug über große Betriebsbereiche ab. Daß das Betriebsverhalten qualitativ beschrieben wird, läßt den Schluß zu, daß die Struktur des Modells für eine hybride Modellierung geeignet ist. Daher werden in den Kap. 5.1.1 und 5.1.2 zwei Modellierungen vorgestellt, bei denen die Strömung über die Stromfadentheorie betrachtet wird. Die beiden Modellierungen unterscheiden sich darin, welche Annahmen für die Kreislaufströmung gemacht werden (Strömungsquerschnitte, Minderumlenkung an Schaufelgittern, Stoßverluste am Schaufelradeintritt).

5.1.1 Modell nach HASSELGRUBER

Die hybride Modellierung basiert, wie im Kapitel 2.5 bereits dargelegt worden ist, auf einer Kombination aus der physikalischen Modellierung und der Identifikation. HASSELGRUBER [25] hat eine *relativ einfache* physikalische Modellierung der Kupplung vorgestellt.

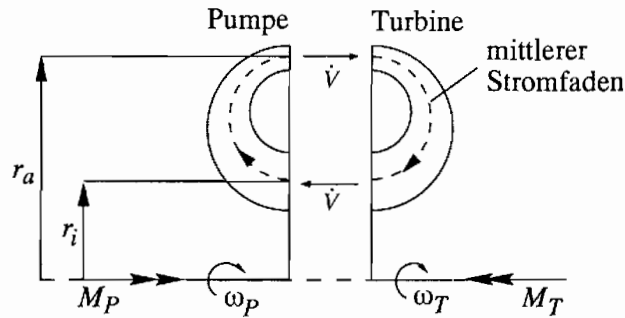


Abb. 5.1: Skizze der Kupplung

Für die Berechnung des hydrodynamischen Moments geht er davon aus, daß es sich aus dem Eulermoment

$$M_E = \rho \dot{V} (r_a^2 \omega_P - r_i^2 \omega_T) \quad (5.1)$$

und den Trägheitsmomenten des Öls zusammensetzt

$$\begin{aligned} M_{h,P} &= M_E + \theta_{\dot{\omega}_{l,P}} \dot{\omega}_P \\ M_{h,T} &= M_E - \theta_{\dot{\omega}_{l,T}} \dot{\omega}_T \end{aligned} \quad (5.2)$$

Um die Momente an den An- und Abtriebswellen zu erhalten, werden die Trägheitsmomente der Laufräder und die Trägheitsmomente des Öls aufaddiert

$$\begin{aligned} M_P &= M_E + (\theta_P + \theta_{\dot{\omega}_{l,P}}) \dot{\omega}_P \\ M_T &= M_E - (\theta_T + \theta_{\dot{\omega}_{l,T}}) \dot{\omega}_T \end{aligned} \quad (5.3)$$

Der Volumenstrom \dot{V} , der für die Berechnung des Eulermoments benötigt wird, wird aus der Bewegungsgleichung für eine instationäre, reibungsbehaftete Fadenströmung eines inkompressiblen Fluids in einem rotierenden Kanal bestimmt. Dazu wird der Impulssatz für ein Flüssigkeitsteilchen (Dichte ρ und Geschwindigkeit w), das sich im Abstand r von der Drehachse des mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Kanals befindet, angeschrieben

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial l} \right) = -\frac{\partial p}{\partial l} + \rho r \omega^2 \frac{dr}{dl} - \lambda \rho \frac{w^2}{2} \frac{4}{D^*} \quad (5.4)$$

Der Term $\lambda \rho \frac{w^2}{2} \frac{4}{D^*}$ entspricht dabei dem Ansatz für den Reibungswiderstand bei Rohrströmungen mit dem hydraulischen Durchmesser D^* und der Widerstandsziffer λ . Wird diese Gleichung entlang der Stromfadenkoordinate s für das Pumpen- und Turbinenrad

integriert, so erhält man

$$\rho \left\{ \int_{P_1}^{P_2} \frac{\partial w}{\partial t} ds + \frac{1}{2} (w_a^2 - w_i^2) \right\} = -(p_a - p_i) + \rho \frac{\omega_P^2}{2} (r_a^2 - r_i^2) - 2\rho \int_{P_1}^{P_2} \frac{\lambda w^2}{D^*} ds \quad (5.5)$$

$$\rho \left\{ \int_{T_1}^{T_2} \frac{\partial w}{\partial t} ds + \frac{1}{2} (w_i^2 - w_a^2) \right\} = -(p_i - p_a) + \rho \frac{\omega_T^2}{2} (r_i^2 - r_a^2) - 2\rho \int_{T_1}^{T_2} \frac{\lambda w^2}{D^*} ds \quad , \quad (5.6)$$

wenn ein konstanter Strömungsquerschnitt vorausgesetzt wird. Die Stromfadenlage wird aus einer Geometriemittelung bestimmt, da das Geschwindigkeitsfeld der Strömung zum Zeitpunkt der Modellbildung unbekannt ist und daher nicht gemittelt werden kann. Damit bleibt die Stromfadenlage für alle Betriebszustände gleich. Darüber hinaus wird angenommen, daß die Strömungsgrößen über den gesamten Strömungsquerschnitt konstant sind und ein inkompressibles Newton'sches Fluid verwendet wird. Addiert man Gl. (5.5) und (5.6), dividiert die entstehende Gleichung durch ρ und führt

$$\dot{V} = w A \quad (5.7)$$

$$C_R = 2 \oint_{P+T} \frac{\lambda}{A^2 D^*} ds \quad (5.8)$$

ein, kann der Volumenstrom aus

$$-\ddot{V} \frac{L}{A} + \frac{1}{2} (\omega_P^2 - \omega_T^2) (r_a^2 - r_i^2) - C_R \dot{V}^2 = 0 \quad (5.9)$$

berechnet werden. C_R ist dabei ein zusammenfassender Verlustkennwert, der schwierig vorab zu bestimmen ist. Daher schlägt HASSELGRUBER [25] vor, in einem ersten hybriden Ansatz, C_R mit Hilfe einer stationären Messung aus dem betrachteten Betriebsbereich über die Gleichung

$$C_R = \frac{\rho^2 (r_a^2 \omega_P - r_i^2 \omega_T)^2 (\omega_P^2 - \omega_T^2) (r_a^2 - r_i^2)}{2 M_{stat}^2} \quad (5.10)$$

zu bestimmen. Diese Gleichung ergibt sich, wenn die Beschleunigungen zu Null gesetzt und anschließend die Modellgleichungen nach C_R umgestellt werden.

Im folgenden wird die Güte dieses Modells anhand von Simulationsrechnungen der Kupplung 422TH gezeigt. Für diese Kupplung ergeben sich nach FOLCHERT [15] folgende, aus den Konstruktionszeichnungen ermittelte, Größen

$$\begin{aligned} r_a &= 0,194 \text{ m} \\ r_i &= 0,153 \text{ m} \\ L &= 0,184 \text{ m} \\ A &= 0,039 \text{ m}^2 \quad . \end{aligned} \quad (5.11)$$

Auch die Massenträgheitsmomente des Öls in der Kupplung sind von FOLCHERT [15] bestimmt worden

$$\begin{aligned}\theta_{\text{Öl},P} &= 0,065765 \text{ kg m}^2 \\ \theta_{\text{Öl},T} &= 0,065765 \text{ kg m}^2\end{aligned}\quad (5.12)$$

Die Laufradträgheiten können der Tab. 3.1 bzw. dem Anh. B entnommen werden.

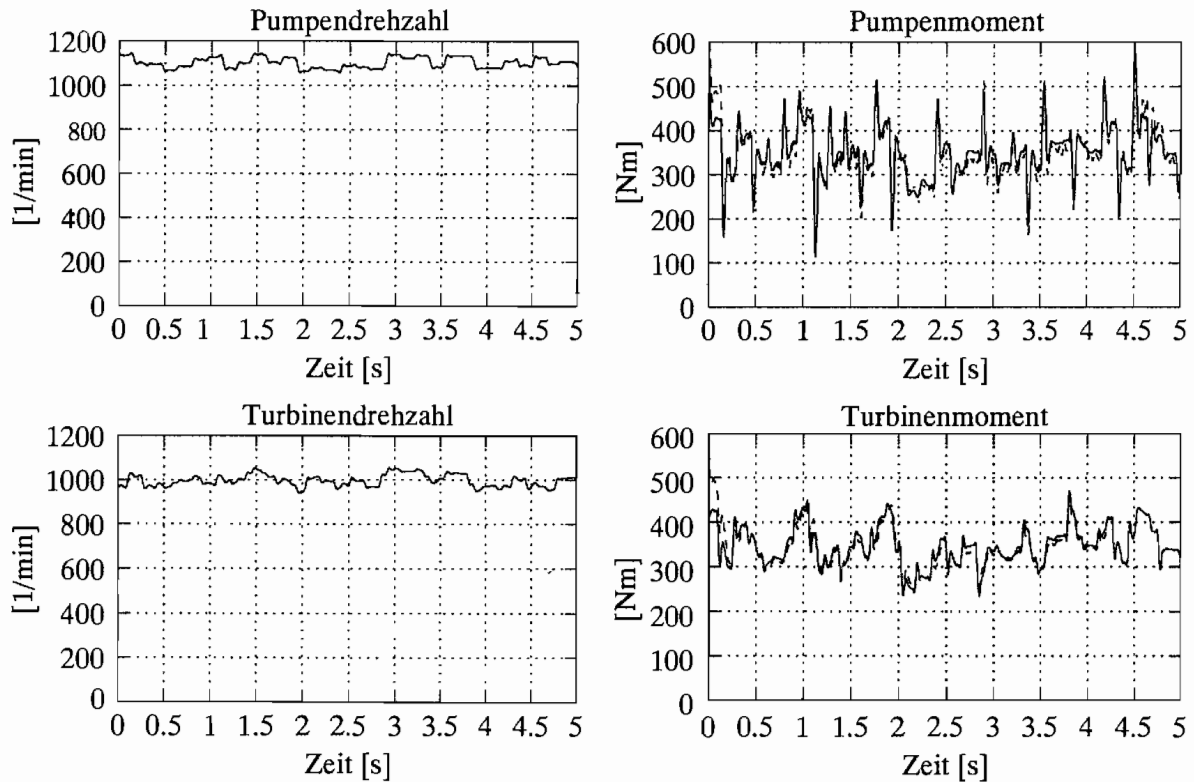


Abb. 5.2: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH in einem kleinen Betriebsbereich

Für die Berechnung des Verlustkennwertes C_R wird die in Abb. 3.3 dargestellte stationäre Kennlinie als Messung herangezogen. Damit ergibt sich für den Betriebspunkt ($n_P = 1100 \text{ min}^{-1}$, $n_T = 1000 \text{ min}^{-1}$) der in Abb. 5.2 dargestellten Simulationsrechnung ein stationäres Moment von $M_{stat} = 335 \text{ Nm}$ und ein Verlustkennwert von $C_R = 363 \frac{1}{\text{m}^4}$. Bei der Betrachtung von kleinen Betriebsbereichen – Abb. 5.2 – sind nur geringe Abweichungen zwischen den gemessenen und berechneten Momenten zu erkennen. Werden jedoch größere Betriebsbereiche durchfahren (Abb. 5.3), bildet das Modell das dynamische Betriebsverhalten der Kupplung nur noch ungenügend ab.

5.1.2 Modell nach HERBERTZ

HERBERTZ [26] hat, um das dynamische Verhalten von Föttinger-Getrieben beschreiben zu können, für hydrodynamische Wandler ein mathematisches Modell über die analytisch

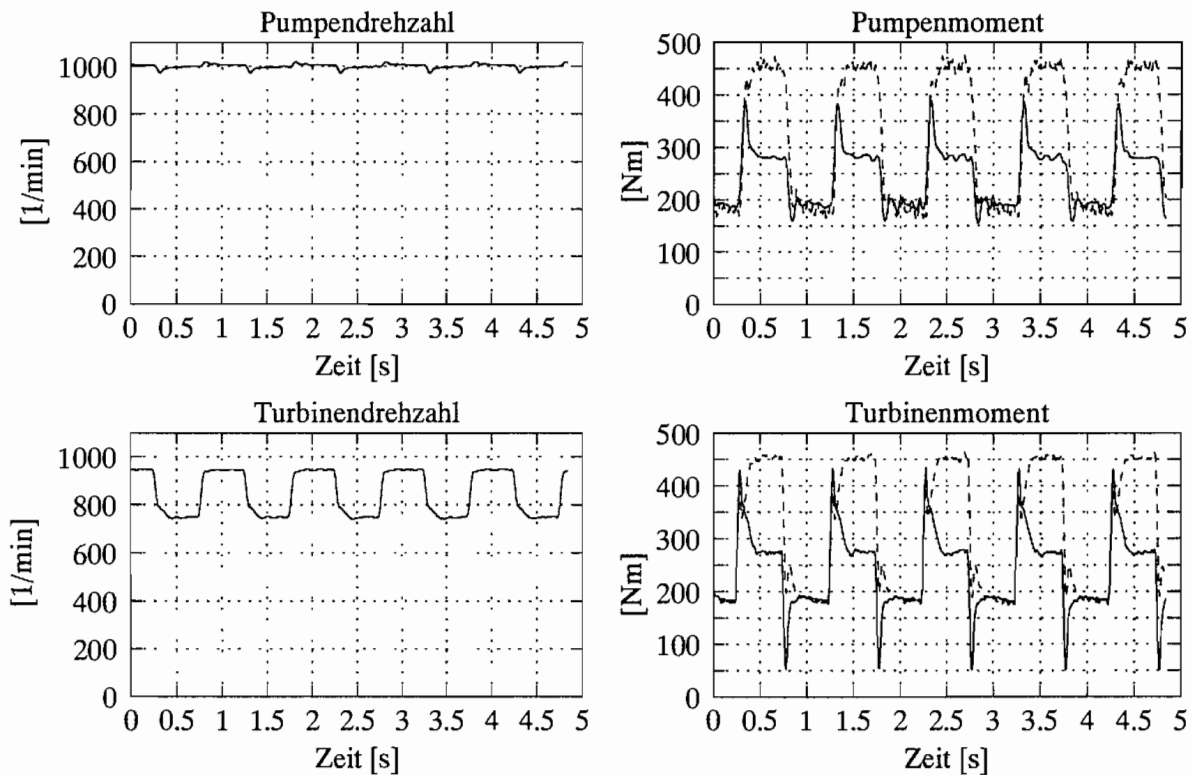


Abb. 5.3: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH in einem großen Betriebsbereich

physikalische Modellierung aufgestellt. Zur Beschreibung der Strömung im Wandler verwendet er die Stromfadentheorie für inkompressible Fluide und berücksichtigt dabei auch Stoßverlustfaktoren, Minderleistungen, Rohrreibungsverluste sowie längs des Stromfadens veränderliche Relativströmungswinkel und Strömungsquerschnitte, wobei auch Diffusorverluste berücksichtigt werden. Die Herleitung des Modells kann – wie im folgenden gezeigt wird – analog auf hydrodynamische Kupplungen übertragen werden. Hierfür wird die Vorzeichendefinition von HERBERTZ [26] übernommen, d.h. das Turbinenmoment wird entgegengesetzt der in dieser Arbeit festgelegten Vorzeichendefinition (vgl. Abb. 3.5) angenommen. Weiterhin werden die bei Fluidenergiemaschinen üblichen Bezeichnungen für die Absolutgeschwindigkeit c des Fluids, die Umfangsgeschwindigkeit des Schaufelrades $u = r\omega$ und die Relativgeschwindigkeit $w = c - u$ eingeführt.

In Abb. 5.4 ist dieses Geschwindigkeitsdreieck zusammen mit den Komponenten der Absolutgeschwindigkeit in Umfangsrichtung c_u und in Meridianrichtung c_m aufgetragen. Der Winkel β wird auch Relativströmungswinkel genannt.

Instationärer Impulssatz

Zur Berechnung der Momente, die das Fluid auf ein Schaufelrad ausübt, stellt HERBERTZ zunächst den instationären Impulssatz für rotatorische Systeme mit inkompressiblem Fluid auf. Die Impulsänderung, die das Fluid vom Eintritt in das Schaufelrad bis

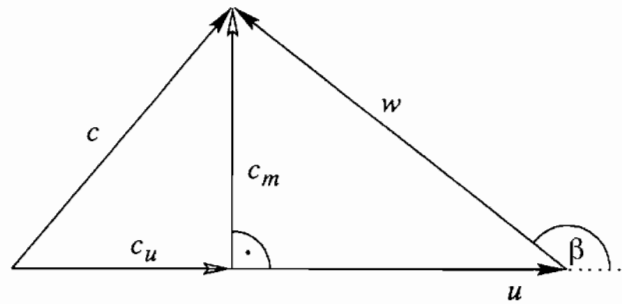


Abb. 5.4: Geschwindigkeitsdreieck

zum Austritt erfährt, ist gleich der Summe der äußeren Kräfte. Da die resultierenden Druckkräfte keinen *wirksamen Hebelarm* besitzen und Volumenkräfte (Gewichtskräfte) vernachlässigt werden, ist das hydraulische Moment, das vom Schaufelrad auf das Fluid ausgeübt wird, gleich der Impulsänderung, die sich aus einer lokalen Änderung und einer konvektiven Änderung zusammensetzt

$$M_h = \underbrace{\rho \int_V r \frac{\partial c_u}{\partial t} dV}_{\text{lokale Änderung}} + \underbrace{\rho \dot{V} (r_2 c_{u,2} - r_1 c_{u,1})}_{\text{konvektive Änderung}} \quad . \quad (5.13)$$

Die Indizes 1 und 2 bezeichnen dabei den Ein- bzw. Austrittsquerschnitt der Schaufelräder. Um das Moment in Abhängigkeit vom Volumenstrom \dot{V} in Meridianrichtung beschreiben zu können, wird die Beziehung

$$c_u = r \omega - \frac{\dot{V}}{A} \cot(\beta) \quad (5.14)$$

eingeführt, wobei $\frac{\dot{V}}{A} = c_m$ und A der Strömungsquerschnitt ist. Mit

$$dV = A \sin(\beta) ds \quad , \quad (5.15)$$

wobei s die Koordinate entlang des repräsentativen Stromfadens ist, und dem Massenträgheitsmoment

$$\theta_{\dot{\omega}} = \rho \int_V r^2 dV \quad (5.16)$$

kann Gl. (5.13), unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung für inkompressible Strömungen

$$\dot{V}_1(t) = \dot{V}_2(t) = \dot{V} \quad , \quad (5.17)$$

$$M_h = \theta_{\dot{\omega}} \dot{\omega} - \rho \int_1^2 r \cos(\beta) ds \dot{V} + \rho (r_2^2 - r_1^2) \dot{V} \omega + \rho \left(\frac{r_1 \cot(\beta_1)}{A_1} - \frac{r_2 \cot(\beta_2)}{A_2} \right) \dot{V}^2 \quad (5.18)$$

geschrieben werden. Wird diese Gleichung für das Pumpen- und Turbinenrad aufgestellt und werden die jeweiligen Laufradträgheiten aufaddiert, so erhält man

$$\begin{aligned}
 M_P &= (\theta_{\text{Öl},P} + \theta_P) \dot{\omega}_P - \rho \int_{P_1}^{P_2} r \cos(\beta) ds \ddot{V} + \rho (r_a^2 - r_i^2) \dot{V} \omega_P + \\
 &\quad \rho \left(\frac{r_i \cot(\beta_{P_1})}{A_i} - \frac{r_a \cot(\beta_{P_2})}{A_a} \right) \dot{V}^2 \\
 M_T &= (\theta_{\text{Öl},T} + \theta_T) \dot{\omega}_T - \rho \int_{T_1}^{T_2} r \cos(\beta) ds \ddot{V} + \rho (r_i^2 - r_a^2) \dot{V} \omega_T + \\
 &\quad \rho \left(\frac{r_a \cot(\beta_{T_1})}{A_a} - \frac{r_i \cot(\beta_{T_2})}{A_i} \right) \dot{V}^2 \quad . \quad (5.19)
 \end{aligned}$$

Der Drall des Fluids am Eintrittsquerschnitt eines Laufrades ist gleich dem Austrittsdrall des vorhergehenden Laufrades. In der Gl. (5.19) kann folglich $-\rho r_i^2 \dot{V} \omega_P$ durch $-\rho r_a^2 \dot{V} \omega_T$ und $-\rho r_a^2 \dot{V} \omega_T$ durch $-\rho r_i^2 \dot{V} \omega_P$ ersetzt werden, und man erhält zwei der drei Modellgleichungen (vgl. Gl. (5.44) und (5.45)). Die dritte Modellgleichung – zur Berechnung des Volumenstroms – wird durch das Aufstellen der Energiegleichung ermittelt.

Energiegleichung

Um die Gleichung für den Volumenstrom in der Kupplung aufstellen zu können, wird zunächst ein Element des mittleren Stromfadens betrachtet. Nach dem d'Alembertschen Prinzip wird die quasistatische Gleichung für die an dem Element angreifenden Kräfte in Richtung der Stromfadenkoordinate s aus Sicht eines mitbewegten Beobachters aufgeschrieben

$$dP + dR + dG \sin(\gamma) - dZ \sin(\gamma) - dF \cos(\beta) + dT = 0 \quad (5.20)$$

mit

$$\begin{aligned}
 dP &= S dp && \text{Druckkraft} \\
 dR &= \lambda \frac{U ds}{4} \rho \frac{w^2}{2} && \text{Reibungskraft} \\
 dG \sin(\gamma) &= \rho S ds g \sin(\gamma) && \text{Gewichtskraft} \\
 dZ \sin(\gamma) &= \rho S ds r \omega^2 \sin(\gamma) && \text{Zentrifugalkraft} \\
 dF \cos(\beta) &= \rho S ds r \frac{dw}{dt} \cos(\beta) && \text{Anteil der Trägheitskraft aufgrund} \\
 &&& \text{der Führungsbeschleunigung} \\
 dT &= \rho S ds \left(\frac{\partial w}{\partial s} w + \frac{\partial w}{\partial t} \right) && \text{Trägheitskraft aufgrund der} \\
 &&& \text{Relativbeschleunigung} \quad . \quad (5.21)
 \end{aligned}$$

Dabei ist S die Strömungsquerschnittsfläche eines Schaufelkanals und U deren Umfang, so daß für die Reibungskraft der aus der Rohrhydraulik übliche Ansatz zur Beschreibung von turbulenten Strömungen gewählt werden kann. Die Anteile aus der Coriolisbeschleunigung bleiben unberücksichtigt, da sie senkrecht auf der Stromfadenkoordinate s stehen. Auch der Anteil der Gewichtskraft kann wegen der Symmetrie der Schaufelkanäle zur

Drehachse von den weiteren Betrachtungen ausgeschlossen werden. Der Winkel γ stellt den Winkel zwischen der Stromfadencoordinate s und der Radialrichtung r dar. Die Beziehung zwischen diesen drei Größen ist

$$\sin(\gamma) = \frac{dr}{ds} \quad (5.22)$$

Mit dieser Beziehung und mit der Kontinuitätsgleichung

$$\dot{V} = w z S = c_m A \quad , \quad (5.23)$$

wobei z die Anzahl der Schaufeln und A die gesamte Strömungsquerschnittsfläche ist, kann Gl. (5.20) bei Division durch ρS

$$\frac{dp}{\rho} + \lambda \frac{U ds \dot{V}^2}{8 z^2 S^3} - r \omega^2 dr - r ds \frac{d\omega}{dt} \cos(\beta) + w dw + \frac{ds}{z S} \ddot{V} = 0 \quad (5.24)$$

geschrieben werden. Da die Meridiangeschwindigkeit $c_m = w \sin(\beta)$ ist, kann aus der Kontinuitätsgleichung Gl. (5.23)

$$S = \frac{A \sin(\beta)}{z} \quad (5.25)$$

abgeleitet werden. Setzt man dies in Gl. (5.24) ein, so erhält man

$$\frac{dp}{\rho} + \lambda \frac{U ds z}{8 \sin^3(\beta)} \frac{\dot{V}^2}{A^3} - r \omega^2 dr - r ds \cos(\beta) \frac{d\omega}{dt} + w dw + \frac{ds}{A \sin(\beta)} \ddot{V} = 0 \quad (5.26)$$

Diese Gleichung kann längs des mittleren Stromfadens vom Laufradeintritt bis zum Laufradaustritt integriert werden. Wird dies für das Pumpen- und Turbinenrad durchgeführt erhält man

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} (p_{P_2} - p_{P_1}) + \frac{\lambda_P z_P}{8} \int_{P_1}^{P_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds \dot{V}^2 - \frac{1}{2} (u_{P_2}^2 - u_{P_1}^2) - \\ \int_{P_1}^{P_2} r \cos(\beta) ds \dot{\omega}_P + \frac{1}{2} (w_{P_2}^2 - w_{P_1}^2) + \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds \ddot{V} = 0 \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} (p_{T_2} - p_{T_1}) + \frac{\lambda_T z_T}{8} \int_{T_1}^{T_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds \dot{V}^2 - \frac{1}{2} (u_{T_2}^2 - u_{T_1}^2) - \\ \int_{T_1}^{T_2} r \cos(\beta) ds \dot{\omega}_T + \frac{1}{2} (w_{T_2}^2 - w_{T_1}^2) + \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds \ddot{V} = 0 \end{aligned} \quad (5.28)$$

Um Diffusorverluste berücksichtigen zu können, wird der Ansatz

$$j_D = \frac{1}{2} \zeta (w_1^2 - w_2^2) \quad (5.29)$$

gewählt. Über die Beziehungen

$$w = \frac{c_m}{\sin(\beta)} \quad (5.30)$$

und

$$c_m = \frac{\dot{V}}{A} \quad (5.31)$$

kann der Diffusorverlust in Gl. (5.27) und (5.28) über

$$\left[\frac{\lambda_P z_P}{8} \int_{P_1}^{P_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds + \frac{\zeta_P}{2} \left(\frac{1}{A_i^2 \sin(\beta_{P_1})} - \frac{1}{A_a^2 \sin(\beta_{P_2})} \right) \right] \dot{V}^2 + \frac{1}{\rho} (p_{P_2} - p_{P_1}) - \frac{1}{2} (u_{P_2}^2 - u_{P_1}^2) - \int_{P_1}^{P_2} r \cos(\beta) ds \dot{\omega}_P + \frac{1}{2} (w_{P_2}^2 - w_{P_1}^2) + \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds \ddot{V} = 0 \quad (5.32)$$

$$\left[\frac{\lambda_T z_T}{8} \int_{T_1}^{T_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds + \frac{\zeta_T}{2} \left(\frac{1}{A_a^2 \sin(\beta_{T_1})} - \frac{1}{A_i^2 \sin(\beta_{T_2})} \right) \right] \dot{V}^2 + \frac{1}{\rho} (p_{T_2} - p_{T_1}) - \frac{1}{2} (u_{T_2}^2 - u_{T_1}^2) - \int_{T_1}^{T_2} r \cos(\beta) ds \dot{\omega}_T + \frac{1}{2} (w_{T_2}^2 - w_{T_1}^2) + \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds \ddot{V} = 0 \quad (5.33)$$

erfaßt werden.

Um den gesamten Strömungskreislauf zu betrachten, müssen noch die Übergänge vom Pumpen- zum Turbinenrad und umgekehrt berücksichtigt werden. An dieser Stelle treten in der Regel Stoßverluste auf, die über

$$j_{St} = \frac{1}{2} \varphi w_{St}^2 \quad (5.34)$$

beschrieben werden. Die Stoßgeschwindigkeit w_{St} ist dabei die Differenz der Umfangskomponenten der Absolutgeschwindigkeiten der Strömung direkt vor und hinter der Stoßstelle (Laufradeintritt). Bei hydrodynamischen Kupplungen ist der Austrittsradius der Strömung am Pumpenrad gleich dem Eintrittsradius des Turbinenrades r_a und ebenso der Austrittsradius des Turbinenrades gleich dem Eintrittsradius des Pumpenrades r_i . Daher ist die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit vor dem Stoß gleich der Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit am Austritt des vorhergehenden Rades, und es ergibt sich für die Stoßgeschwindigkeiten am Turbineneintritt

$$w_{St,T} = c_{u,T_1} - c_{u,P_2} \quad (5.35)$$

und am Pumpeneintritt

$$w_{St,P} = c_{u,P_1} - c_{u,T_2} \quad (5.36)$$

Für die Spalte zwischen den Laufrädern gilt dann im Absolutsystem

$$\frac{p_{P_2}}{\rho} + \frac{c_{P_2}^2}{2} = \frac{p_{T_1}}{\rho} + \frac{c_{T_1}^2}{2} + \frac{\varphi_T}{2} (c_{u,T_1} - c_{u,P_2})^2 \quad (5.37)$$

$$\frac{p_{T_2}}{\rho} + \frac{c_{T_2}^2}{2} = \frac{p_{P_1}}{\rho} + \frac{c_{P_1}^2}{2} + \frac{\varphi_P}{2} (c_{u,P_1} - c_{u,T_2})^2 \quad (5.38)$$

Die statischen Drücke sind vom Bezugssystem unabhängig. Daher ist es möglich, aus den vier Gleichungen Gl. (5.32), (5.33), (5.37) und (5.38) die statischen Drücke zu eliminieren, so daß man die Energiegleichung

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} (c_{P_1}^2 + u_{P_1}^2 - w_{P_1}^2) - \frac{1}{2} (c_{P_2}^2 + u_{P_2}^2 - w_{P_2}^2) + \\
& \frac{1}{2} (c_{T_1}^2 + u_{T_1}^2 - w_{T_1}^2) - \frac{1}{2} (c_{T_2}^2 + u_{T_2}^2 - w_{T_2}^2) + \\
& \frac{\varphi_P}{2} (c_{u,P_1} - c_{u,T_2})^2 + \frac{\varphi_T}{2} (c_{u,T_1} - c_{u,P_2})^2 + \\
& \left[\frac{\lambda_P z_P}{8} \int_{P_1}^{P_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds + \frac{\lambda_T z_T}{8} \int_{T_1}^{T_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds + \right. \\
& \quad \frac{\zeta_P}{2} \left(\frac{1}{A_i^2 \sin(\beta_{P_1})} - \frac{1}{A_o^2 \sin(\beta_{P_2})} \right) + \\
& \quad \left. \frac{\zeta_T}{2} \left(\frac{1}{A_o^2 \sin(\beta_{T_1})} - \frac{1}{A_i^2 \sin(\beta_{T_2})} \right) \right] \dot{V}^2 - \\
& \quad \int_{P_1}^{P_2} r \cos(\beta) ds \dot{\omega}_P - \int_{T_1}^{T_2} r \cos(\beta) ds \dot{\omega}_T + \\
& \quad \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds \ddot{V} + \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds \ddot{V} = 0 \quad (5.39)
\end{aligned}$$

für die dynamischen Betriebszustände erhält.

Die Beziehung zwischen der Absolutgeschwindigkeit der Strömung c , der Umfangsgeschwindigkeit u , der Relativgeschwindigkeit w und dem Relativströmungswinkel β kann für einen Strömungsquerschnitt im Schaufelrad k mit

$$c_k^2 = u_k^2 + w_k^2 - 2 u_k w_k \cos(\beta) \quad (5.40)$$

angegeben werden. Folglich gilt

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} (c_k^2 + u_k^2 - w_k^2) &= \frac{1}{2} (2 u_k^2 - 2 u_k w_k \cos(\beta)) \\
&= u_k (u_k - w_k \cos(\beta)) \\
&= u_k c_{u,k} \quad . \quad (5.41)
\end{aligned}$$

Mit den Gl. (5.40), (5.41) und

$$\begin{aligned}
c_{u,k} &= u_k (u_k - c_{m,k} \cot(\beta)) \\
&= r_k \omega_k \left(r_k \omega_k - \frac{\dot{V}}{A_k} \cot(\beta) \right) \quad (5.42)
\end{aligned}$$

ergibt sich nach Zusammenfassen der einzelnen Terme die noch fehlende Modellgleichung Gl. 5.43.

Modellgleichungen

Die von HERBERTZ [26] an hydrodynamischen Wandlern durchgeführte analytisch physikalische Modellierung ist in den beiden vorherigen Abschnitten analog auf hydrodynamische Kupplungen übertragen worden. Das hieraus resultierende mathematische Modell zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens der Kupplungen ist an dieser Stelle nochmals zusammenfassend dargestellt:

$$0 = d_1 \dot{\omega}_P + d_2 \dot{\omega}_T + d_3 \ddot{V} + d_4 \omega_P \dot{V} + d_5 \omega_T \dot{V} + d_6 \omega_T^2 + d_7 \omega_P^2 + d_8 \omega_P \omega_T + d_9 \dot{V}^2 \quad (5.43)$$

$$M_P = d_{10} \dot{\omega}_P + d_{11} \ddot{V} + d_{12} \omega_P \dot{V} + d_{13} \omega_T \dot{V} + d_{14} \dot{V}^2 \quad (5.44)$$

$$M_T = d_{15} \dot{\omega}_T + d_{16} \ddot{V} + d_{17} \omega_T \dot{V} + d_{18} \omega_P \dot{V} + d_{19} \dot{V}^2 \quad (5.45)$$

mit den Parametern

$$d_1 = \int_{P_1}^{P_2} r \cos(\beta) ds$$

$$d_2 = \int_{T_1}^{T_2} r \cos(\beta) ds$$

$$d_3 = \int_{P_1}^{P_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds + \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{A \sin(\beta)} ds$$

$$d_4 = \frac{r_a}{A_a} [\cot(\beta_{P_2}) + \varphi_T (\cot(\beta_{T_1}) - \cot(\beta_{P_2}))] +$$

$$\frac{r_i}{A_i} [-\cot(\beta_{P_1}) + \varphi_P (\cot(\beta_{T_2}) - \cot(\beta_{P_1}))]$$

$$d_5 = \frac{r_a}{A_a} [-\cot(\beta_{T_1}) + \varphi_T (\cot(\beta_{P_2}) - \cot(\beta_{T_1}))] +$$

$$\frac{r_i}{A_i} [\cot(\beta_{T_2}) + \varphi_P (\cot(\beta_{P_1}) - \cot(\beta_{T_2}))]$$

$$d_6 = r_a^2 \left(1 + \frac{\varphi_T}{2}\right) - r_i^2 \left(1 - \frac{\varphi_P}{2}\right)$$

$$d_7 = r_i^2 \left(1 + \frac{\varphi_P}{2}\right) - r_a^2 \left(1 - \frac{\varphi_T}{2}\right)$$

$$d_8 = -\left(r_a^2 \varphi_T + r_i^2 \varphi_P\right)$$

$$d_9 = \frac{\varphi_P}{2 A_i^2} (\cot(\beta_{P_1}) - \cot(\beta_{T_2}))^2 + \frac{\varphi_T}{2 A_a^2} (\cot(\beta_{T_1}) - \cot(\beta_{P_2}))^2 +$$

$$\frac{\lambda_P}{8} z_P \int_{P_1}^{P_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds + \frac{\lambda_T}{8} z_T \int_{T_1}^{T_2} \frac{U}{A^3 \sin^3(\beta)} ds +$$

$$\frac{\zeta_P}{2} \left(\frac{1}{A_i^2 \sin^2(\beta_{P_1})} - \frac{1}{A_a^2 \sin^2(\beta_{P_2})} \right) + \frac{\zeta_T}{2} \left(\frac{1}{A_a^2 \sin^2(\beta_{T_1})} - \frac{1}{A_i^2 \sin^2(\beta_{T_2})} \right)$$

$$\begin{aligned}
d_{10} &= \theta_P + \theta_{P,\dot{\omega}_l} \\
d_{11} &= -\rho \int_{P_1}^{P_2} r \cos(\beta) \, ds \\
d_{12} &= \rho r_a^2 \\
d_{13} &= -\rho r_i^2 \\
d_{14} &= \rho \left(\frac{r_i \cot(\beta_{T_2})}{A_i} - \frac{r_a \cot(\beta_{P_2})}{A_a} \right) \\
d_{15} &= \theta_T + \theta_{T,\dot{\omega}_l} \\
d_{16} &= -\rho \int_{T_1}^{T_2} r \cos(\beta) \, ds \\
d_{17} &= \rho r_i^2 \\
d_{18} &= -\rho r_a^2 \\
d_{19} &= \rho \left(\frac{r_a \cot(\beta_{P_2})}{A_a} - \frac{r_i \cot(\beta_{T_2})}{A_i} \right) .
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Die Größe der Strömungsquerschnittsfläche A und des Relativströmungswinkels β können dabei von der Koordinate des mittleren Stromfadens (vgl. Abb. 5.1) abhängig sein. Minderleistungen können gegebenenfalls über eine Veränderung des Relativströmungswinkels in Form von Minderumlenkungen erfaßt werden.

Diese Modellgleichungen können als eine Erweiterung der Modellgleichungen von HASSELGRUBER [25] angesehen werden. Mit den Voraussetzungen, daß der

- Relativströmungswinkel $\beta = 90^\circ = \text{konst.}$,
- der Strömungsquerschnitt $A = \text{konst.}$ und damit $\zeta_P = \zeta_T = 0$ sowie
- die Stoßverlustfaktoren $\varphi_P = \varphi_T = 1$

sind, lassen sich diese Modellgleichungen auf das Modell von HASSELGRUBER reduzieren.

5.2 Modifikation des Modells von HASSELGRUBER

5.2.1 Abhängigkeit des Verlustkennwertes vom Betriebspunkt

Im Kap. 5.1.1 wird gezeigt, daß das Modell nach HASSELGRUBER das dynamische Betriebsverhalten der Kupplung in einem kleinen Betriebsbereich gut abbildet, jedoch bei der

Betrachtung von größeren Betriebsbereichen große Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Momenten auftreten. Ein Erklärungsansatz hierfür könnte sein, daß der über Messungen bestimmte Verlustkennwert betriebspunktabhängig ist (vgl. RATH [49]). Das Modell besitzt dann nur in einem kleinen Bereich um den Betriebspunkt Gültigkeit, da nur hier der Verlustkennwert näherungsweise als konstant angesehen werden kann.

Um die Annahme, daß der Verlustkennwert betriebspunktabhängig ist, zu überprüfen, wird dieser entsprechend Gl. (5.10) für alle gemessenen Momente der stationären Kennlinie der Kupplung 422TH (vgl. Abb. 3.3) bestimmt und über den Betriebspunkt (Schlupf s) aufgetragen (Abb. 5.5).

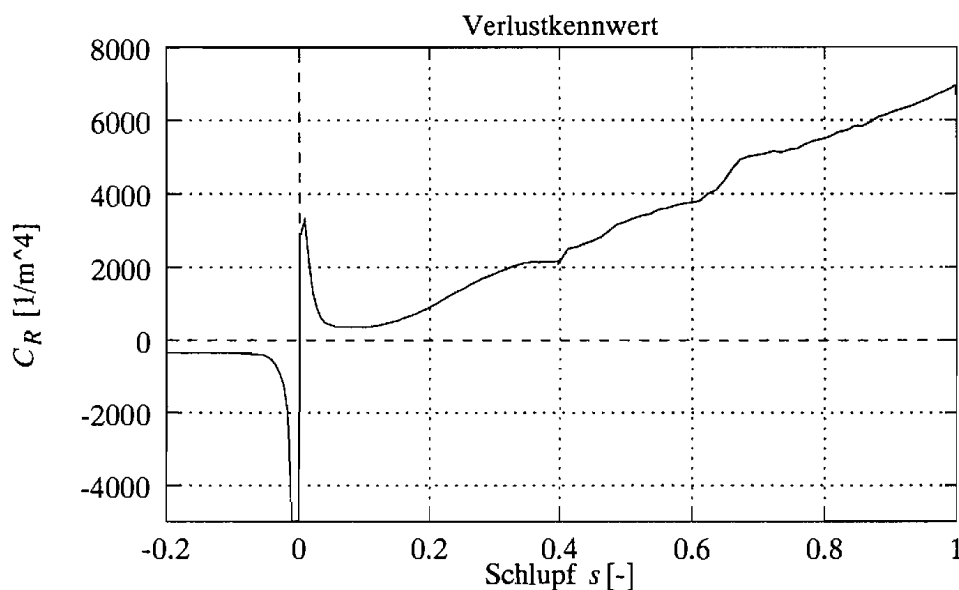


Abb. 5.5: Betriebspunktabhängigkeit des Verlustkennwertes C_R

Es ist eine deutliche Abhängigkeit des Verlustkennwertes vom Betriebspunkt zu erkennen. Für einen Schlupf von $s \geq 0,1$ ist der Verlustkennwert nahezu linear vom Schlupf abhängig, und im Bereich um $s \approx 0$ liegt anscheinend eine Unendlichkeitsstelle mit Vorzeichenwechsel (s. Kap. 5.2.2) vor. Die Annahme eines konstanten Verlustkennwertes ist folglich nicht zulässig. Um eine Verbesserung des Modells zu erzielen, wird der Verlustkennwert im folgenden an die jeweiligen Betriebsbedingungen angepaßt.

Die stationären Kennlinien hydrodynamischer Kupplungen werden in der Regel mit Hilfe von Polynomen beschrieben. Zur Beschreibung der in Abb. 3.3 dargestellten stationären Kennlinie kann z.B. das Polynom

$$\lambda_P \approx P(s) = \sum_{i=0}^{10} a_i s^i \quad (5.47)$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 1,929782830302877 \cdot 10^{-4} & a_1 &= 2,782204458655568 \cdot 10^{-2} \\
 a_2 &= -2,694930963275323 \cdot 10^{-2} & a_3 &= -0,742453798150422 \\
 a_4 &= 2,28143512813287 & a_5 &= 5,32889306580655 \\
 a_6 &= -39,865941140222 & a_7 &= 87,17201795200803 \\
 a_8 &= -94,5045889199118 & a_9 &= 51,81686413185965 \\
 a_{10} &= -11,4844324643171
 \end{aligned} \tag{5.48}$$

verwendet werden. Mit Hilfe dieses Polynoms für die Leistungszahl-Kennlinie kann das stationäre Moment der Kupplung für jeden Betriebspunkt mit einem Schlupf von $-0,2 \leq s \leq 1$ bestimmt werden. Folglich kann bei Simulationsrechnungen für jeden Zeitschritt der Verlustkennwert C_R über Gl. (5.10) entsprechend dem vorliegenden Schlupf (ausgenommen $s \approx 0$) bestimmt und in die Modellgleichungen eingesetzt werden. Das modifizierte HASSELGRUBER-Modell zur Berechnung des dynamischen Betriebsverhaltens der hydrodynamischen Kupplung ist damit

$$\begin{aligned}
 M_P &= (\theta_P + \theta_{\dot{\omega}_l, P}) \dot{\omega}_P + \rho \dot{V} (r_a^2 \omega_P - r_i^2 \omega_T) \\
 M_T &= -(\theta_T + \theta_{\dot{\omega}_l, T}) \dot{\omega}_T + \rho \dot{V} (r_a^2 \omega_P - r_i^2 \omega_T) \\
 \ddot{V} &= \frac{A}{L} \left[\frac{1}{2} (\omega_P^2 - \omega_T^2) (r_a^2 - r_i^2) - C_R \dot{V}^2 \right]
 \end{aligned} \tag{5.49}$$

mit

$$C_R = \frac{\rho^2 (r_a^2 \omega_P - r_i^2 \omega_T)^2 (\omega_P^2 - \omega_T^2) (r_a^2 - r_i^2)}{2 (\rho D^5 \omega_P^2 P(s))^2} . \tag{5.50}$$

Um dieses Modell mit dem ursprünglichen HASSELGRUBER-Modell vergleichen zu können, ist in Abb. 5.6 eine Simulationsrechnung mit dem modifizierten Modell dargestellt. Dabei ist hierfür die gleiche Erregung der Kupplung ausgewählt worden wie für das HASSELGRUBER-Modell (vgl. Abb. 5.3).

Gegenüber der Simulationsrechnung mit dem eigentlichen HASSELGRUBER-Modell ist eine deutliche Verbesserung zu erkennen. Berücksichtigt man die sehr einfache Modellierung und Identifikation des Verlustkennwertes (in der Regel liegen für jede vorhandene Kupplung gemessene stationäre Kennlinien vor, so daß kein meßtechnischer Mehraufwand entsteht), so sind die Simulationsergebnisse im Vergleich zum Aufwand relativ gut. Jedoch treten in den simulierten Momentenverläufen zusätzliche Spitzen auf (z.B. bei $t \approx 1,8$ s), die in den gemessenen Verläufen nicht enthalten sind. Solche Momentenspitzen bei der Berechnung des Betriebsverhaltens der Kupplung können sich bei Antriebsstrangsimulationen gegebenenfalls störend auswirken, da hierdurch zusätzliche Schwingungen berechnet werden, die im realen Antriebsstrang nicht vorkommen. Daher werden in den Kap. 6 und 7 weitere Modellierungen der Kupplung vorgestellt.

5.2.2 Anmerkungen

Das modifizierte HASSELGRUBER-Modell zeichnet sich dadurch aus, daß für die Anpassung des Modells an Meßwerte lediglich eine gemessene stationäre Kennlinie benötigt

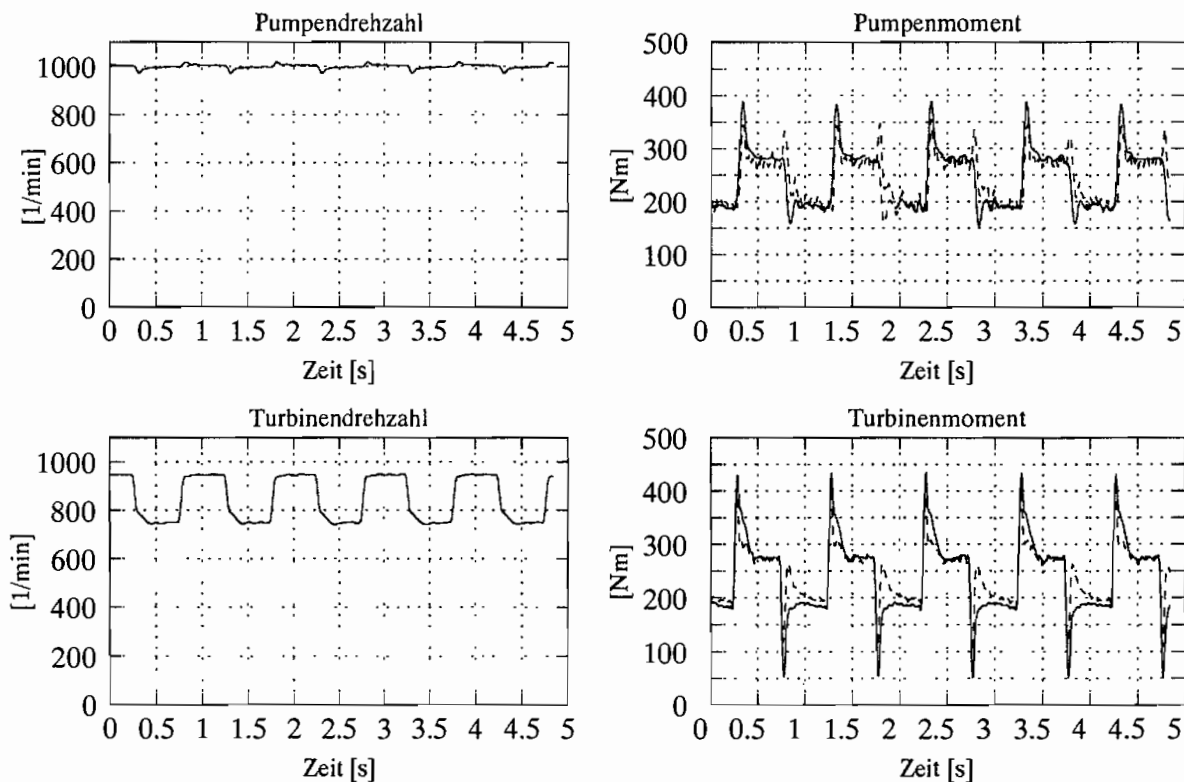


Abb. 5.6: Simulationsrechnung mit modifiziertem HASSELGRUBER-Modell

wird. Obwohl für die Modellanpassung keine dynamischen Betriebszustände verwendet werden, erhält man dennoch ein Modell, das das dynamische Betriebsverhalten relativ gut abbildet. Das kann damit begründet werden, daß sich diese hybride Modellierung sehr dicht an die analytisch physikalische Modellierung anlehnt und die Modellparameter physikalisch interpretiert werden. Allerdings ist diese Interpretation nur begrenzt möglich, wie im folgenden gezeigt wird.

Unendlichkeitsstelle des Verlustkennwertes bei $s \approx 0$

Mit dem modifizierten HASSELGRUBER-Modell können nur Simulationsrechnungen durchgeführt werden, bei denen der Schlupf nicht im Bereich von $s \approx 0$ liegt, da sonst der Betrag des Verlustkennwertes gegen unendlich geht (vgl. Abb. 5.5). Die Erklärung für diese Unendlichkeitsstelle liegt jedoch nicht in der *eigentlichen* Deutung des Verlustkennwertes. Durch den Verlustkennwert C_R sollen die Rohrreibungsverluste der Strömung erfaßt werden. Bei einem Schlupf von $s = 0$ haben das Pumpen- und Turbinenrad der Kupplung die gleiche Drehzahl. Folglich kann aufgrund der Zentrifugalkräfte keine Druckdifferenz entstehen, die einen Volumenstrom \dot{V} hervorrufen würde. Es wird also kein hydrodynamisches Moment übertragen. Allerdings sind kleine Reibmomente in den Lagern vorhanden. Diese wurden jedoch bei der analytisch physikalischen Modellierung nicht berücksichtigt. Dadurch daß der Verlustkennwert aus Messungen bestimmt wird, gleicht dieser sozusagen dieses Defizit bei der analytisch physikalischen Modellierung aus. Da der Verlustkennwert

jedoch mit \dot{V}^2 multipliziert wird, und \dot{V} bei $s \rightarrow 0$ gegen 0 geht, geht $|C_R| \rightarrow \infty$.

Der Wert von C_R kann also im Bereich von $s \approx 0$ nicht als Strömungsverlust interpretiert werden. Auch die Wirkung dieser Überhöhung des Verlustkennwertes auf das von der Kupplung übertragene Moment ist aufgrund des sehr kleinen Volumenstroms in diesem Bereich sehr gering (es werden nur die Reibmomente erzeugt). Daher kann die Funktion des Verlustkennwertes für Simulationsrechnungen in diesem Bereich *geglättet* werden, ohne daß signifikante Änderungen in den berechneten Momentenverläufen entstehen.

Abhängigkeit des Verlustkennwertes vom Betriebszustand

Bei der Modifikation des Modells von HASSELGRUBER wurde der Verlustkennwert in Abhängigkeit des Betriebszustandes bestimmt. Der Betriebszustand wurde dabei durch den Schlupf s festgelegt. In dem analytisch physikalischen Modell von HASSELGRUBER stellt der Verlustkennwert die Rohrreibungsverluste der Strömung dar. Dieser Verlustkennwert ist jedoch im eigentlichen Sinn vom Volumenstrom abhängig und nicht vom Schlupf. Beim stationären Betrieb kann dies jedoch einfach ineinander überführt werden, da der Volumenstrom eine Funktion vom Schlupf bzw. Drehzahlverhältnis ist, wie Abb. 5.7 zeigt.

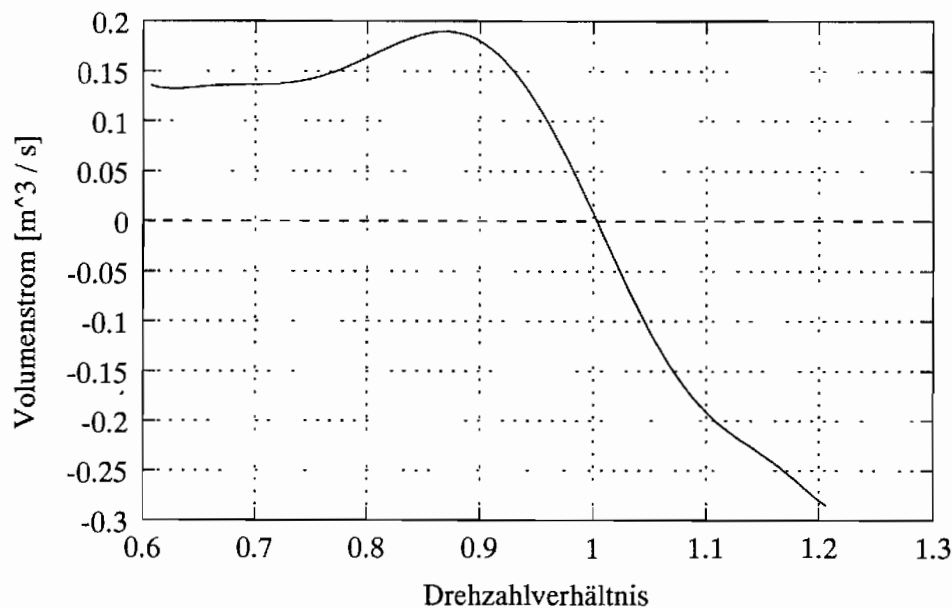


Abb. 5.7: Abhängigkeit des Volumenstroms vom stationären Betriebspunkt

Die Funktion des Volumenstroms in Abhängigkeit des Drehzahlverhältnisses kann im stationären Betrieb dadurch ermittelt werden, daß die erste Modellgleichung Gl. (5.49) nach \dot{V} aufgelöst wird – die Beschleunigung $\dot{\omega}_P$ ist gleich null – und die Momente entsprechend der gemessenen stationären Kennlinie eingesetzt werden.

Bei einer dynamischen Erregung der Kupplung kann der Volumenstrom jedoch nicht direkt auf das Drehzahlverhältnis umgerechnet werden. Daher müßte der Verlustkennwert

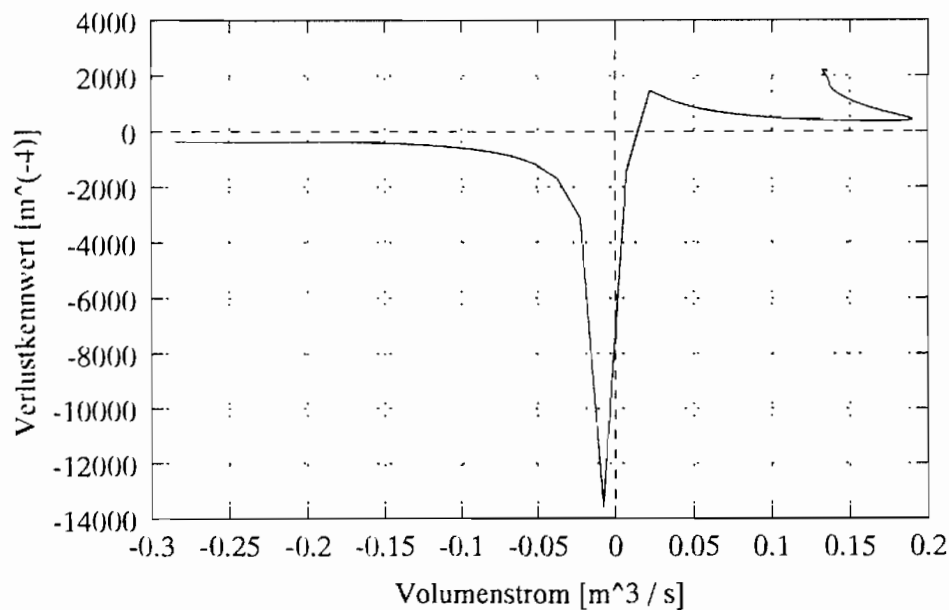


Abb. 5.8: Abhängigkeit des Verlustkennwertes C_R vom Volumenstrom

als eine Funktion vom Volumenstrom bestimmt werden. Die Abhängigkeit des Verlustkennwertes vom berechneten (stationären) Volumenstrom ist in Abb. 5.8 gezeigt.

Abgesehen von der Polstelle bei $\dot{V} \approx 0 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, die der Polstelle bei $s \approx 0$ in Abb. 5.5 entspricht, ist in dem Bereich $\dot{V} = 0,13 \dots 0,19 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ keine eindeutige Zuordnung des Verlustkennwertes zum Volumenstrom vorhanden; damit ist keine Identifikation des Verlustkennwertes in Abhängigkeit vom Volumenstrom des stationären Betriebes möglich.

Erklärungsansätze hierfür können darin liegen, daß das analytisch physikalische Modell nicht genau genug die physikalischen Effekte in der Kupplung wiedergibt. Z.B. ist die Stromfadenlage aus der Geometrie bestimmt worden und wird für alle Betriebszustände gleich angenommen. Bei einer Bestimmung der Stromfadenlage aus einer Mittelung der tatsächlich vorhandenen Strömungsgeschwindigkeiten könnte die Lage des Stromfadens betriebspunktabhängig sein. Möglicherweise stellt sich auch eine nicht-schaufelkongruente Strömung ein, die nicht mit dem Modell erfaßt werden kann.

Es ist schwierig, solche Effekte mit Hilfe der analytisch physikalischen Modellierung zu erfassen, um dann verbesserte Modellstrukturen für die hybride Modellierung zu erhalten. Daher werden im folgenden hybride Modellansätze betrachtet, die sich von der analytisch physikalischen Modellierung entfernen und in Richtung der Black-Box-Identifikation tendieren.

5.3 Modellstrukturen für weitere hybride Modellierungen

Bei der analytisch physikalischen Modellierung werden zur Beschreibung des Systemverhaltens meist *vereinfachende* Annahmen getroffen und Nebensächliches vernachlässigt. Werden dann die Parameter eines solchen Modells über eine Parameteridentifikation mit Hilfe von Messungen an dem realen System bestimmt, so haben auch die bei der Modellierung vernachlässigten Effekte Einfluß auf den Wert der Parameter. Aus diesem Grund werden im folgenden alle Parameter des Modells aus Messungen bestimmt. Werden bei der analytisch physikalischen Modellierung stark vereinfachende Annahmen gemacht, so kann dies bei der Ermittlung der Modellparameter durch Messungen auch zu Werten führen, die im Rahmen der verwendeten Theorie nicht erklärbar sind.

5.3.1 Modellstruktur nach HASSELGRUBER

Im Kap. 5.1.1 ist gezeigt worden, daß die Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen mit dem HASSELGRUBER-Modell, bei dem die Strömung in der Kupplung über die Stromfadentheorie beschrieben wird, für große Betriebsbereich ungeeignet ist. Wird – entsprechend der physikalischen Vorstellung – das Modell über einen betriebspunktabhängigen Verlustkennwert an eine stationäre Kennlinie angepaßt, so kann eine deutliche Verbesserung der Abbildungsgenauigkeit erreicht werden. Es ist daher naheliegend, daß weitere hybride Modellierungen auf diesem Modellansatz basieren.

Das HASSELGRUBER-Modell ist durch die Gl. (5.1), (5.3) und (5.9) gegeben. Für die Parameteridentifikation werden die Parameter dieses Modells zu c_i mit $i = 1, \dots, 9$ zusammengefaßt. Folglich kann das Modell

$$\begin{aligned} M_P &= c_1 \dot{\omega}_P + c_2 \omega_P \dot{V} + c_3 \omega_T \dot{V} \\ \dot{V} &= c_4 \omega_P^2 + c_5 \omega_T^2 + c_6 \dot{V}^2 \\ M_T &= c_7 \dot{\omega}_T + c_8 \omega_T \dot{V} + c_9 \omega_P \dot{V} \end{aligned} \quad (5.51)$$

geschrieben werden. Beachtet man jedoch die *physikalische Bedeutung* der Parameter, so ergibt sich

$$\begin{aligned} c_2 &= \rho r_a^2 = c_9 \\ c_3 &= -\rho r_i^2 = c_8 \end{aligned} \quad (5.52)$$

Der Wert dieser Parameter ergibt sich aus der Modellierung der Strömung in der Kupplung. Daß jedoch $c_2 = c_9$ und $c_3 = c_8$ sind, gewährleistet die *übergeordnete* Beziehung $M_{P,stat} = M_{T,stat}$, die sich aufgrund der Momentenbilanz für jeden Betriebspunkt der Kupplung ergeben muß. Daher wird als Modellstruktur

$$M_P = c_1 \dot{\omega}_P + c_2 \omega_P \dot{V} + c_3 \omega_T \dot{V}$$

$$\begin{aligned}\ddot{V} &= c_4 \omega_P^2 + c_5 \omega_T^2 + c_6 \dot{V}^2 \\ M_T &= c_7 \dot{\omega}_T + c_3 \omega_T \dot{V} + c_2 \omega_P \dot{V}\end{aligned}\quad (5.53)$$

gewählt. Um eine einheitliche Schreibweise zu erhalten (vgl. Kap. 5.3.2 und 5.3.3), werden diese Modellgleichungen nach den Beschleunigungen $\dot{\omega}_P$, \ddot{V} und $\dot{\omega}_T$ aufgelöst

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_P &= -\frac{c_2}{c_1} \omega_P \dot{V} - \frac{c_3}{c_1} \omega_T \dot{V} + \frac{1}{c_1} M_P \\ \ddot{V} &= c_4 \omega_P^2 + c_5 \omega_T^2 + c_6 \dot{V}^2 \\ \dot{\omega}_T &= -\frac{c_2}{c_8} \omega_P \dot{V} - \frac{c_3}{c_8} \omega_T \dot{V} + \frac{1}{c_8} M_T\end{aligned}\quad (5.54)$$

Durch Zusammenfassen der Parameter lassen sich diese Modellgleichungen auch in der Form

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad (5.55)$$

mit

$$\begin{aligned}\mathbf{z} &= \begin{pmatrix} \omega_P \\ \dot{V} \\ \omega_T \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_P \\ \ddot{V} \\ \dot{\omega}_T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{z}^{[2]} = \begin{pmatrix} \omega_P^2 \\ \omega_P \dot{V} \\ \omega_P \omega_T \\ \dot{V}^2 \\ \dot{V} \omega_T \\ \omega_T^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_P \\ M_T \end{pmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 & q_{12} & 0 & 0 & q_{15} & 0 \\ q_{21} & 0 & 0 & q_{24} & 0 & q_{26} \\ 0 & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{12} & 0 & 0 & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{15} & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (5.56)$$

schreiben¹. Dabei wurde berücksichtigt, daß die Elemente der dritten Zeile der Matrix \mathbf{Q} aus der ersten Zeile von \mathbf{Q} und den Elementen der Matrix \mathbf{B} zusammengesetzt sind.

5.3.2 Modellstruktur nach HERBERTZ

Die Modellstruktur von HERBERTZ wird aus den Modellgleichungen, die im Kap. 5.1.2 ermittelt worden sind, abgeleitet. Die Modellgleichungen Gl. (5.43) bis (5.45) können nach $\dot{\omega}_P$, \ddot{V} und $\dot{\omega}_T$ umgestellt werden, und man erhält nach Zusammenfassen der Parameter das HERBERTZ-Modell in der hier angewandten Schreibweise

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_P &= q_{11} \omega_P^2 + q_{12} \omega_P \dot{V} + q_{13} \omega_P \omega_T + q_{14} \dot{V}^2 + q_{15} \dot{V} \omega_T + q_{16} \omega_T^2 + b_{11} M_P + b_{12} M_T \\ \ddot{V} &= q_{21} \omega_P^2 + q_{22} \omega_P \dot{V} + q_{23} \omega_P \omega_T + q_{24} \dot{V}^2 + q_{25} \dot{V} \omega_T + q_{26} \omega_T^2 + b_{21} M_P + b_{22} M_T \\ \dot{\omega}_T &= q_{31} \omega_P^2 + q_{32} \omega_P \dot{V} + q_{33} \omega_P \omega_T + q_{34} \dot{V}^2 + q_{35} \dot{V} \omega_T + q_{36} \omega_T^2 + b_{31} M_P + b_{32} M_T\end{aligned}\quad (5.57)$$

Diese Modellgleichungen können auch

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad (5.58)$$

¹Die Bezeichnung $\mathbf{z}^{[2]}$ stellt dabei das Kronecker-Produkt $\mathbf{z}^{(2)} = \mathbf{z} \otimes \mathbf{z}$ dar, wobei die permutierten Produktkomponenten nur einmal verwendet werden (vgl. SCHWARZ [59]).

geschrieben werden mit

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \omega_P \\ \dot{V} \\ \omega_T \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_P \\ \ddot{V} \\ \dot{\omega}_T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{z}^{[2]} = \begin{pmatrix} \omega_P^2 \\ \omega_P \dot{V} \\ \omega_P \omega_T \\ \dot{V}^2 \\ \dot{V} \omega_T \\ \omega_T^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_P \\ M_T \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} & q_{36} \end{pmatrix}. \quad (5.59)$$

Auch ohne die einzelnen Beziehungen zwischen den Parametern d_i mit $i = 1, \dots, 19$ und \mathbf{Q} bzw. \mathbf{B} darzustellen, kann gezeigt werden, daß auch hier Beziehungen zwischen den Elementen der Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{B} bestehen – ähnlich denen aus Gl. (5.56). Der Sonderfall, daß in jedem stationären Betriebspunkt das Pumpen- und Turbinenmoment gleich groß sind, ist in der Herleitung des HERBERTZ-Modells enthalten. Führt man entsprechend dieser Kenntnis für den stationären Betrieb ($\dot{\omega}_P = \ddot{V} = \dot{\omega}_T = 0$) in Gl. (5.59)

$$M = M_P = M_T \quad (5.60)$$

ein, und stellt die erste und dritte Gleichung nach M um, so erhält man

$$M = -\frac{q_{11}}{b_{11} + b_{12}} \dot{\omega}_P^2 - \frac{q_{12}}{b_{11} + b_{12}} \dot{\omega}_P \dot{V} - \frac{q_{13}}{b_{11} + b_{12}} \dot{\omega}_P \omega_T$$

$$- \frac{q_{14}}{b_{11} + b_{12}} \dot{V}^2 - \frac{q_{15}}{b_{11} + b_{12}} \dot{V} \omega_T - \frac{q_{16}}{b_{11} + b_{12}} \omega_T^2$$

$$M = -\frac{q_{31}}{b_{31} + b_{32}} \dot{\omega}_P^2 - \frac{q_{32}}{b_{31} + b_{32}} \dot{\omega}_P \dot{V} - \frac{q_{33}}{b_{31} + b_{32}} \dot{\omega}_P \omega_T$$

$$- \frac{q_{34}}{b_{31} + b_{32}} \dot{V}^2 - \frac{q_{35}}{b_{31} + b_{32}} \dot{V} \omega_T - \frac{q_{36}}{b_{31} + b_{32}} \omega_T^2. \quad (5.61)$$

Folglich muß

$$\frac{q_{1i}}{b_{11} + b_{12}} = \frac{q_{3i}}{b_{31} + b_{32}} \quad (5.62)$$

mit $i = 1, \dots, 6$ sein. Damit können die Parametermatrizen des HERBERTZ-Modells auch

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{11} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{12} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{13} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{14} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{15} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{16} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} \quad (5.63)$$

geschrieben werden.

5.3.3 Kombinierte Modellstruktur von HASSELGRUBER und HERBERTZ

In diesem Kapitel wird eine Modellstruktur vorgestellt, die im wesentlichen auf dem Modell von HERBERTZ (vgl. Kap. 5.3.2) basiert. Die Elemente der Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{B} sollen aus Messungen identifiziert werden. Um diese Identifikation zu vereinfachen, können – wie im folgenden gezeigt wird – Elemente der Matrix \mathbf{B} zu null gesetzt werden, so daß nur noch b_{11} und b_{32} zu bestimmen sind. Diese Vereinfachung ist zulässig, wenn

$$|b_{11} M_P| \gg |b_{12} M_T| \quad (5.64)$$

$$|b_{31} M_P| \ll |b_{32} M_T| \quad (5.65)$$

$$b_{21} M_P + b_{22} M_T \approx 0 \quad (5.66)$$

ist. Um diese Beziehungen zu zeigen, wird an dieser Stelle die physikalische Bedeutung der Parameter betrachtet². Stellt man die Elemente der Matrix \mathbf{B} mit Hilfe der Parameter des Modells von HERBERTZ dar, so ergibt sich mit d_i , $i = 1, \dots, 19$ nach Gl. (5.46)

$$\begin{aligned} b_{11} &= \frac{d_2 d_{16} - d_3 d_{15}}{d_1 d_{11} d_{15} + d_{10} d_{16} d_2 - d_{10} d_{15} d_3} \\ b_{12} &= \frac{-d_{11} d_2}{d_1 d_{11} d_{15} + d_{10} d_{16} d_2 - d_{10} d_{15} d_3} \\ b_{21} &= \frac{d_1 d_{15}}{d_1 d_{11} d_{15} + d_{10} d_{16} d_2 - d_{10} d_{15} d_3} \\ b_{22} &= \frac{d_2 d_{10}}{d_1 d_{11} d_{15} + d_{10} d_{16} d_2 - d_{10} d_{15} d_3} \\ b_{31} &= \frac{-d_1 d_{16}}{d_1 d_{11} d_{15} + d_{10} d_{16} d_2 - d_{10} d_{15} d_3} \\ b_{32} &= \frac{d_1 d_{11} - d_3 d_{10}}{d_1 d_{11} d_{15} + d_{10} d_{16} d_2 - d_{10} d_{15} d_3} \end{aligned} \quad (5.67)$$

Bei einer nahezu schaufelkongruenten Strömung ist der Relativströmungswinkel $\beta \approx 90^\circ$. Hierdurch ergibt sich, daß der Betrag der Integralwerte

$$\int_1^2 r \cos(\beta) ds \quad (5.68)$$

in den Parametern d_1 , d_2 , d_{11} und d_{16} klein wird. Vernachlässigt man Produkte dieser Parameter in den Matrix-Elementen b_{11} , b_{12} , b_{31} und b_{32} , so ergibt sich

$$\begin{aligned} b_{11} &\approx \frac{1}{d_{10}} = \frac{1}{\theta_P + \theta_{P,\dot{\theta}_l}} \\ b_{12} &\approx 0 \\ b_{31} &\approx 0 \end{aligned}$$

²Im Kap. 6.4.1 werden diese Überlegungen auch anhand von Identifikationsergebnissen verifiziert.

$$b_{32} \approx \frac{1}{d_{15}} = \frac{1}{\theta_T + \theta_{T,\ddot{o}l}} \quad , \quad (5.69)$$

und die Gl. (5.64) und (5.65) sind erfüllt. Werden auch bei den Matrix-Elementen b_{21} und b_{22} die Produkte der Parameter d_1 , d_2 , d_{11} und d_{16} vernachlässigt, so ergibt sich

$$\begin{aligned} b_{21} &\approx \frac{d_1}{-d_{10} d_3} \\ b_{22} &\approx \frac{d_2}{-d_{15} d_3} \quad . \end{aligned} \quad (5.70)$$

Die Gl. (5.66) ist nicht nur dadurch erfüllt, daß die Parameter d_1 und d_2 klein sind, sondern auch dadurch, daß die Momente – bei der von HERBERTZ [26] verwendeten Vorzeichendefinition – entgegengesetzte Vorzeichen haben, durch die entsprechenden Massenträgheiten der Laufräder und des Öls (d_{10} bzw. d_{15}) dividiert werden und damit vom Betrag her die gleiche Größenordnung haben.

Mit den gezeigten Vereinfachungen ist es möglich, eine *Mischform* aus der HASSELGRUBER-Modellierung mit $\beta = 90^\circ$ und der HERBERTZ-Modellierung mit $\beta \neq 90^\circ$ als Modellstruktur zu wählen:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_P &= q_{11} \omega_P^2 + q_{12} \omega_P \dot{V} + q_{13} \omega_P \omega_T + q_{14} \dot{V}^2 + q_{15} \dot{V} \omega_T + q_{16} \omega_T^2 + b_{11} M_P \\ \dot{V} &= q_{21} \omega_P^2 + q_{22} \omega_P \dot{V} + q_{23} \omega_P \omega_T + q_{24} \dot{V}^2 + q_{25} \dot{V} \omega_T + q_{26} \omega_T^2 \\ \dot{\omega}_T &= q_{31} \omega_P^2 + q_{32} \omega_P \dot{V} + q_{33} \omega_P \omega_T + q_{34} \dot{V}^2 + q_{35} \dot{V} \omega_T + q_{36} \omega_T^2 + b_{32} M_T \quad . \end{aligned} \quad (5.71)$$

Beachtet man die spezielle Struktur des HERBERTZ-Modells Gl. (5.63), so ergibt sich für die Matrizen **Q** und **B** dieser **kombinierten Modellstruktur** auch

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{pmatrix} \\ \mathbf{Q} &= \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{11} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{12} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{13} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{14} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{15} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{16} \end{pmatrix} \quad . \end{aligned} \quad (5.72)$$

5.3.4 Modellstruktur – Dimensionsanalyse

Im Kap. 4.2.1 sind als Kennzahlen für den dynamischen Betrieb hydrodynamischer Kuppelungen

$$\begin{aligned} \lambda_P &= \frac{M_{h,P}}{\rho D^5 \omega_P^2} \\ \lambda_T &= \frac{M_{h,T}}{\rho D^5 \omega_P^2} \\ \nu &= \frac{\omega_T}{\omega_P} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2} \\ k_2 &= \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2} \end{aligned} \quad (5.73)$$

ermittelt worden. Folglich gibt es einen allgemeinen funktionalen Zusammenhang

$$F \left(\frac{M_{h,P}}{\rho D^5 \omega_P^2}, \frac{M_{h,T}}{\rho D^5 \omega_P^2}, \frac{\omega_T}{\omega_P}, \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2}, \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2} \right) = 0 \quad . \quad (5.74)$$

Um einen möglichst großen Modellgültigkeitsbereich zu erhalten, ist im Kap. 4.2.4 gefordert worden, daß das mathematische Modell zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen diese dimensionslosen Kennzahlen implizit erfüllt. Die ermittelten Modellstrukturen erfüllen diese Anforderung, wie im folgenden gezeigt wird.

Die Strukturen des HASSELGRUBER-Modells (Gl. (5.55) und (5.56)) und des kombinierten Modells (Gl. (5.72)) sind nur ein Sonderfall des HERBERTZ-Modells (Gl. (5.63)). Es genügt daher zu zeigen, daß die Gl. (5.63) den funktionalen Zusammenhang nach Gl. (5.74) erfüllt. Hierzu werden die Modellgleichungen in eine Ein- / Ausgangsdarstellung überführt, indem der Volumenstrom aus den Modellgleichung eliminiert wird: Die erste und dritte Gleichung werden nach \dot{V}^2 aufgelöst und gleichgesetzt, und die entstehende Gleichung wird nach \dot{V} aufgelöst. Wenn die Parameter dieser Gleichung zu c_i zusammengefaßt werden, ergibt sich

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{c_1 M_P + c_2 M_T + c_3 \omega_P^2 + c_4 \omega_P \omega_T + c_5 \omega_T^2 + c_8 \dot{\omega}_T + c_9 \dot{\omega}_P}{c_{10} \omega_P + c_{11} \omega_T} \\ &= \frac{Z}{N} \quad . \end{aligned} \quad (5.75)$$

Hieraus kann

$$\dot{V}^2 = \frac{Z^2}{N^2} \quad (5.76)$$

und

$$\ddot{V} = \frac{\dot{Z} N - Z \dot{N}}{N^2} \quad (5.77)$$

berechnet werden. Werden die Gl. (5.75) bis (5.77) in die zweite und dritte Zeile des HERBERTZ-Modells eingesetzt, und diese dann mit dem Nenner N^2 multipliziert, erhält man nach dem Ausmultiplizieren und dem Zusammenfassen der Parameter

$$\begin{aligned} 0 &= \tilde{c}_1 \dot{M}_P \omega_P + \tilde{c}_2 \dot{M}_P \omega_T + \tilde{c}_3 M_P^2 + \tilde{c}_4 M_P M_T + \tilde{c}_5 M_T^2 + \tilde{c}_6 M_P \dot{\omega}_P + \tilde{c}_7 M_P \dot{\omega}_T + \\ &\tilde{c}_8 M_P \omega_P^2 + \tilde{c}_9 M_P \omega_P \omega_T + \tilde{c}_{10} M_P \omega_T^2 + \tilde{c}_{11} \dot{M}_T \omega_P + \tilde{c}_{12} \dot{M}_T \omega_T + \tilde{c}_{13} M_T \dot{\omega}_P + \\ &\tilde{c}_{14} M_T \dot{\omega}_T + \tilde{c}_{15} M_T \omega_P^2 + \tilde{c}_{16} M_T \omega_P \omega_T + \tilde{c}_{17} M_T \omega_T^2 + \tilde{c}_{18} \dot{\omega}_P \omega_P + \\ &\tilde{c}_{19} \dot{\omega}_P \omega_T + \tilde{c}_{20} \dot{\omega}_P^2 + \tilde{c}_{21} \dot{\omega}_P \dot{\omega}_T + \tilde{c}_{22} \dot{\omega}_T^2 + \tilde{c}_{23} \dot{\omega}_P \omega_P^2 + \tilde{c}_{24} \dot{\omega}_P \omega_P \omega_T + \\ &\tilde{c}_{25} \dot{\omega}_P \omega_T^2 + \tilde{c}_{26} \dot{\omega}_T \omega_P + \tilde{c}_{27} \dot{\omega}_T \omega_T + \tilde{c}_{28} \dot{\omega}_T \omega_P^2 + \tilde{c}_{29} \dot{\omega}_T \omega_P \omega_T + \tilde{c}_{30} \dot{\omega}_T \omega_T^2 + \\ &\tilde{c}_{31} \omega_P^4 + \tilde{c}_{32} \omega_P^3 \omega_T + \tilde{c}_{33} \omega_P^2 \omega_T^2 + \tilde{c}_{34} \omega_P \omega_T^3 + \tilde{c}_{35} \omega_T^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 = & \tilde{c}_{36} M_P^2 + \tilde{c}_{37} M_P M_T + \tilde{c}_{38} M_T^2 + \tilde{c}_{39} M_P \dot{\omega}_P + \tilde{c}_{40} M_P \dot{\omega}_T + \\
& \tilde{c}_{41} M_P \omega_P^2 + \tilde{c}_{42} M_P \omega_P \omega_T + \tilde{c}_{43} M_P \omega_T^2 + \tilde{c}_{44} M_T \dot{\omega}_P + \\
& \tilde{c}_{45} M_T \dot{\omega}_T + \tilde{c}_{46} M_T \omega_P^2 + \tilde{c}_{47} M_T \omega_P \omega_T + \tilde{c}_{48} M_T \omega_T^2 + \tilde{c}_{49} \dot{\omega}_P^2 + \\
& \tilde{c}_{50} \dot{\omega}_P \dot{\omega}_T + \tilde{c}_{51} \dot{\omega}_T^2 + \tilde{c}_{52} \dot{\omega}_P \omega_P^2 + \tilde{c}_{53} \dot{\omega}_P \omega_P \omega_T + \\
& \tilde{c}_{54} \dot{\omega}_P \omega_T^2 + \tilde{c}_{55} \dot{\omega}_T \omega_P^2 + \tilde{c}_{56} \dot{\omega}_T \omega_P \omega_T + \tilde{c}_{57} \dot{\omega}_T \omega_T^2 + \\
& \tilde{c}_{58} \omega_P^4 + \tilde{c}_{59} \omega_P^3 \omega_T + \tilde{c}_{60} \omega_P^2 \omega_T^2 + \tilde{c}_{61} \omega_P \omega_T^3 + \tilde{c}_{62} \omega_T^4 .
\end{aligned} \tag{5.78}$$

Werden diese Gleichungen durch ω_P^4 dividiert, ergeben sich die Funktionen

$$\begin{aligned}
\tilde{F}_1 \left(\frac{\dot{M}_P}{\omega_P^3}, \frac{M_P}{\omega_P^2}, \frac{\dot{M}_T}{\omega_P^3}, \frac{M_T}{\omega_P^2}, \frac{\ddot{\omega}_P}{\omega_P^3}, \frac{\ddot{\omega}_T}{\omega_P^3}, \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2}, \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2}, \frac{\omega_T}{\omega_P} \right) &= 0 \\
\tilde{F}_2 \left(\frac{M_P}{\omega_P^2}, \frac{M_T}{\omega_P^2}, \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2}, \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2}, \frac{\omega_T}{\omega_P} \right) &= 0
\end{aligned} \tag{5.79}$$

Die Variablen der Funktionen \tilde{F}_1 und \tilde{F}_2 sind, da die Parameter nicht berücksichtigt wurden, nicht alle dimensionslos. Schreibt man die Parameter aus und führt die charakteristische Länge D ein, so erhält man die entsprechenden Funktionen

$$\begin{aligned}
\tilde{F}_1^* \left(\frac{\dot{M}_P}{\rho D^5 \omega_P^3}, \frac{M_P}{\rho D^5 \omega_P^2}, \frac{\dot{M}_T}{\rho D^5 \omega_P^3}, \frac{M_T}{\rho D^5 \omega_P^2}, \frac{\ddot{\omega}_P}{\omega_P^3}, \frac{\ddot{\omega}_T}{\omega_P^3}, \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2}, \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2}, \frac{\omega_T}{\omega_P} \right) &= 0 \\
\tilde{F}_2^* \left(\frac{M_P}{\rho D^5 \omega_P^2}, \frac{M_T}{\rho D^5 \omega_P^2}, \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2}, \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2}, \frac{\omega_T}{\omega_P} \right) &= 0 .
\end{aligned} \tag{5.80}$$

Vergleicht man diese Funktionen mit Gl. (5.74), so sind hier zusätzlich die Terme

$$\frac{\dot{M}_P}{\rho D^5 \omega_P^3}, \quad \frac{\dot{M}_T}{\rho D^5 \omega_P^3}, \quad \frac{\ddot{\omega}_P}{\omega_P^3} \quad \text{und} \quad \frac{\ddot{\omega}_T}{\omega_P^3} \tag{5.81}$$

enthalten. Diese stellen jedoch keine weiteren unabhängigen Kennzahlen dar, da sie immer erfüllt sind, wenn die fünf Kennzahlen aus Gl. (5.73) erfüllt sind. Dies wird im folgenden gezeigt.

Gilt der Zusammenhang

$$\begin{aligned}
\lambda_{P,o}(t_o) &= \frac{M_{P,o}(t_o)}{\rho D_o^5 \omega_{P,o}^2(t_o)} = \frac{M_{P,m}(t_m)}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2(t_m)} = \lambda_{P,m}(t_m) \\
\lambda_{T,o}(t_o) &= \frac{M_{T,o}(t_o)}{\rho D_o^5 \omega_{P,o}^2(t_o)} = \frac{M_{T,m}(t_m)}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2(t_m)} = \lambda_{T,m}(t_m)
\end{aligned} \tag{5.82}$$

für die Leistungszahlen zweier kinematisch ähnlicher Messungen (vgl. Kap. 4.2.2 und 4.2.3), wobei

$$\begin{aligned}
\omega_{P,o}(t_o) &= \sigma \omega_{P,m}(t_m) \\
\omega_{T,o}(t_o) &= \sigma \omega_{T,m}(t_m)
\end{aligned} \tag{5.83}$$

ist, so muß

$$M_{P,o}(t_o) = \left(\frac{D_o}{D_m} \right)^5 \sigma^2 M_{P,m}(t_m)$$

$$M_{T,o}(t_o) = \left(\frac{D_o}{D_m}\right)^5 \sigma^2 M_{T,m}(t_m) \quad (5.84)$$

gelten. Mit

$$\begin{aligned} t_o &= \tau t_m \\ &= \frac{t_m}{\sigma} \end{aligned} \quad (5.85)$$

und Gl. (5.84) ergibt

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt_m} M_{P,m}(t_m) &= \left(\frac{D_m}{D_o}\right)^5 \frac{1}{\sigma^3} \frac{d}{dt_o} M_{P,o}(t_o) \\ \frac{d}{dt_m} M_{T,m}(t_m) &= \left(\frac{D_m}{D_o}\right)^5 \frac{1}{\sigma^3} \frac{d}{dt_o} M_{T,o}(t_o) \quad . \end{aligned} \quad (5.86)$$

Folglich kann für die *zusätzlichen* Kennzahlen

$$\begin{aligned} \frac{\frac{d}{dt_m} M_{P,m}(t_m)}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^3(t_m)} &= \frac{\frac{d}{dt_o} M_{P,o}(t_o)}{\rho D_o^5 \omega_{P,o}^3(t_o)} \\ \frac{\frac{d}{dt_m} M_{T,m}(t_m)}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^3(t_m)} &= \frac{\frac{d}{dt_o} M_{T,o}(t_o)}{\rho D_o^5 \omega_{P,o}^3(t_o)} \end{aligned} \quad (5.87)$$

geschrieben werden. Analog zu dieser Vorgehensweise kann gezeigt werden, daß auch die *zusätzlichen* Kennzahlen der Drehzahlverläufe

$$\frac{\ddot{\omega}_P}{\omega_P^3} \quad \text{und} \quad \frac{\ddot{\omega}_T}{\omega_P^3} \quad (5.88)$$

mit Gl. (5.83) und (5.85) für kinematisch ähnliche Erregungen immer erfüllt sind.

Die in diesem Kapitel durchgeführten Ableitungen zeigen den Vorteil der verwendeten hybriden Modellstrukturen auf. Da die Modellstrukturen aus einer analytisch physikalischen Modellierung abgeleitet werden, erfüllen diese implizit den Sachverhalt, daß bei kinematisch ähnlichen Messungen die Leistungszahlen identisch sind.

Kapitel 6

Parameteridentifikation

Im Kap. 5 sind – entsprechend der ausgewählten hybriden Modellierung – über eine analytisch physikalische Modellierung Modellstrukturen ermittelt worden, deren Parameter im folgenden über eine Parameteridentifikation an Messungen angepaßt werden sollen. Hierzu sind im Kap. 6.1 nochmals die Modellstrukturen im Zusammenhang aufgezeigt, deren Parameter identifiziert werden sollen.

Um eine Parameteridentifikation durchführen zu können, wird im Kap. 6.2 zunächst der Ausgangsfehler des Modells gebildet. Anschließend werden für die Bewertung des Fehlers ein Gütekriterium eingeführt und die zu minimierende Zielfunktion gebildet. Der Ablauf des zur Bestimmung der Parameter benutzten Optimierungsverfahrens wird im Kap. 6.2.3 dargestellt.

Für die Parameteridentifikation müssen – zur quantitativen Bestimmung der Zielfunktion – Messungen an der hydrodynamischen Kupplung durchgeführt werden. Die Meßwertfassung und Meßwertaufbereitung ist im Kap. 3.2 beschrieben. Daher werden im Kap. 6.3 lediglich die zur Identifikation ausgewählten Erregungen der Kupplung und die Messungen dargestellt.

Im Kap. 6.4 werden die Identifikationsergebnisse dargestellt. Anhand von Vergleichen zwischen Simulationsrechnungen und Messungen wird die Gültigkeit der ermittelten mathematischen Modelle überprüft. Weiterhin wird ein Vergleich zwischen den drei unterschiedlichen Modellstrukturen durchgeführt.

Abschließend wird die Motivation für die Entwicklung des im Kap. 7 beschriebenen Identifikationsverfahrens dargestellt.

6.1 Modellstrukturen

Die mathematischen Modelle, deren Parameter im folgenden identifiziert werden, haben die Struktur

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad (6.1)$$

mit

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \omega_P \\ \dot{V} \\ \omega_T \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_P \\ \ddot{V} \\ \dot{\omega}_T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{z}^{[2]} = \begin{pmatrix} \omega_P^2 \\ \omega_P \dot{V} \\ \omega_P \omega_T \\ \dot{V}^2 \\ \dot{V} \omega_T \\ \omega_T^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_P \\ M_T \end{pmatrix}. \quad (6.2)$$

Die betrachteten drei Modellansätze unterscheiden sich lediglich in der Belegung der Parametermatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{B} . Zur übersichtlichen Darstellung sind die Parametermatrizen der drei Modellansätze im folgenden nochmals aufgeführt.

1. HASSELGRUBER-Modell:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 & q_{12} & 0 & 0 & q_{15} & 0 \\ q_{21} & 0 & 0 & q_{24} & 0 & q_{26} \\ 0 & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{12} & 0 & 0 & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{15} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

2. Kombinierte Modellstruktur:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{11} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{12} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{13} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{14} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{15} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{16} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

3. HERBERTZ-Modell:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{11} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{12} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{13} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{14} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{15} & \frac{b_{31}+b_{32}}{b_{11}+b_{12}} q_{16} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

6.2 Parameterschätzung

Der Grundgedanke der Parameterschätzung ist schon im Kap. 2.3 anhand der Abb. 2.5 erläutert worden: Durch einen Vergleich der Ausgangsgrößen des mathematischen Modells

mit den Ausgangsgrößen des realen Systems, wenn sowohl das Modell als auch das System mit der gleichen Erregung beaufschlagt werden, wird der Ausgangsfehler des Modells bestimmt. Durch die Bewertung dieses Ausgangsfehlers mit einem Gütekriterium erhält man die über den Parameterschätzalgorithmus zu minimierende Zielfunktion.

6.2.1 Ausgangsfehler

Die mathematischen Modelle der hydrodynamischen Kupplungen sind im Kap. 6.1 als Zustandsraummodelle mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \omega_P \\ \dot{V} \\ \omega_T \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

gegeben. Die Abweichungen der berechneten Zustände zu den gemessenen, bei einer dynamischen Erregung, können als Ausgangsfehler des Modells benutzt werden. Meßtechnisch lassen sich jedoch aus dem Zustandsvektor nur die Winkelgeschwindigkeiten ω_P und ω_T bestimmen. Der Volumenstrom ist in der Regel nicht meßbar¹. Daher können nur die Winkelgeschwindigkeiten zur Ermittlung des Ausgangsfehlers benutzt werden. Da nicht alle Zustandsgrößen gemessen werden, müssen zur Berechnung des Ausgangsfehlers **Simulationsrechnungen** durchgeführt werden, indem die Modellgleichungen numerisch integriert werden. Hierzu werden zunächst Werte für die zu bestimmenden **Parameter** angenommen (aus der analytisch physikalischen Modellierung nach Hasselgruber ermittelt (s. Kap. 5.1.1) oder durch das Optimierungsverfahren für den nächsten Iterationsschritt vorgegeben (vgl. Kap. 6.2.3)). Die Momente an der Pumpen- und Turbinenseite – also die **Erregung** der Kupplung bzw. des Modells – werden aus einer zur Identifikation durchgeführten Messung bestimmt (vgl. Kap. 6.3), weshalb die **Schrittweite** Δt für die numerische Integration entsprechend der Schrittweite bei der Diskretisierung des analogen Meßsignals gewählt wird. Dies ermöglicht auch den direkten Vergleich zwischen den zu einem bestimmten Zeitpunkt gemessenen Winkelgeschwindigkeiten und den berechneten.

Die ersten Meßwerte für die Winkelgeschwindigkeiten des Pumpen- und Turbinenrades werden als **Anfangswerte** zum Zeitpunkt $t = 0$ für die Simulationsrechnungen benutzt. Der Anfangswert für den Volumenstrom kann – wie erwähnt – nicht direkt aus den Messungen gewonnen werden, daher erfolgt hier eine grobe Abschätzung: Der Anfangswert für den Volumenstrom wird aus dem HASSELGRUBER-Modell für stationäre Betriebszustände mit den Anfangswerten für Pumpen- und Turbinenwinkelgeschwindigkeit berechnet. Die Anfangswerte für die Beschleunigungen werden zu null gesetzt.

Als **Integrationsverfahren** wird das Verfahren von EULER, aufgrund der geometrischen Interpretierbarkeit auch Polygonzugmethode genannt, verwendet. Hiermit läßt sich der

¹Bisher konnte das Geschwindigkeitsfeld der Strömung in hydrodynamischen Kupplungen zur Bestimmung des Volumenstroms nur für spezielle Versuchskupplungen aus Plexiglas im stationären Betriebszustand bei sehr geringen Drehzahlen gemessen werden (vgl. SASSE [55]).

Zustandsvektor an der Stützstelle $k + 1$ aus dem Zustandsvektor an der Stelle k , der Zeitschrittweite Δt und der Differentialgleichung aus der Einschrittformel

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{z}_k + \left(\mathbf{Q} \mathbf{z}_k^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M}_k \right) \Delta t \quad (6.7)$$

berechnen.

Vergleiche mit Simulationsrechnungen, bei denen das klassische Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung als Integrationsverfahren benutzt wurde, haben gezeigt, daß die Wahl des *einfachen* EULER-Verfahrens keinen bemerkenswerten Genauigkeitsverlust zur Folge hat.

Die Differenzen zwischen den simulierten Winkelgeschwindigkeiten $\omega_{P,sim}$ bzw. $\omega_{T,sim}$ und den gemessenen $\omega_{P,mess}$ bzw. $\omega_{T,mess}$ bilden den **Ausgangsfehler** des mathematischen Kupplungsmodells. Dieser Ausgangsfehler wird für die Pumpen- und Turbinenwinkelgeschwindigkeit an allen Stützstellen i mit $i = 1, \dots, n$ gebildet und in den (Fehler-) Vektoren \mathbf{f}_1 und \mathbf{f}_2 zusammengefaßt

$$\mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} \omega_{P,mess,1} - \omega_{P,sim,1} \\ \omega_{P,mess,2} - \omega_{P,sim,2} \\ \vdots \\ \omega_{P,mess,n} - \omega_{P,sim,n} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} \omega_{T,mess,1} - \omega_{T,sim,1} \\ \omega_{T,mess,2} - \omega_{T,sim,2} \\ \vdots \\ \omega_{T,mess,n} - \omega_{T,sim,n} \end{pmatrix} . \quad (6.8)$$

Die (Fehler-) Vektoren sind von den simulierten Winkelgeschwindigkeiten und damit auch von den Modellmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{B} abhängig.

6.2.2 Gütekriterium und Zielfunktion

Die Ausgangsfehler des Modells werden mit Hilfe des Gütekriteriums bewertet und zu einem Gesamtfehler (auch Zielfunktion genannt) zusammengefaßt. Als Gütekriterium wird die Summe der Fehlerquadrate verwendet. Es ergibt sich damit als Zielfunktion

$$Z(\mathbf{Q}, \mathbf{B}) = \mathbf{f}_1^T \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2^T \mathbf{f}_2 . \quad (6.9)$$

Um eine gute Anpassung des Modells an die Meßwerte zu erhalten, soll diese Zielfunktion Z minimiert werden. Die Optimierungsvariablen sind dabei nicht restringiert.

6.2.3 Optimierungsverfahren

Die Parameter der mittleren Modellgleichung gehen nichtlinear in den Ausgangsfehler ein. Folglich muß ein nichtlineares Optimierungsverfahren zur Parameterschätzung verwendet

werden. Das in dieser Arbeit verwendete Optimierungsverfahren von SCHITTKOWSKI [57] ist ein allgemeines Optimierungsverfahren, daß beliebige nichtlineare Zielfunktionen mit restringierten Optimierungsvariablen minimieren kann und auf der Methode der sequentiellen quadratischen Programmierung beruht.

Angemerkt sei, daß dieses Optimierungsverfahren nicht zwischen globalen und lokalen Minima unterscheiden kann. Bei einer nichtkonvexen Zielfunktion hängt die Bestimmung des – im zulässigen Bereich der Optimierungsvariablen – globalen Minimums der Zielfunktion von der Wahl des Startparametervektors ab.

Der Grundgedanke dieser Methode liegt darin, das Ausgangsproblem, die Minimierung der Zielfunktion

$$Z(\mathbf{x}) \rightarrow \min \quad (6.10)$$

mit den Restriktionen

$$\begin{aligned} g_j(\mathbf{x}) &= 0, & j &= 1, \dots, m_e \\ g_j(\mathbf{x}) &\geq 0, & j &= m_e + 1, \dots, m \\ \mathbf{x}_l &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \end{aligned} \quad (6.11)$$

durch eine Folge von quadratischen Subproblemen

$$\frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{B}_k \mathbf{d} + \nabla Z(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d} \rightarrow \min \quad (6.12)$$

mit den Restriktionen

$$\begin{aligned} \nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d} + g_j(\mathbf{x}_k) &= 0, & j &= 1, \dots, m_e \\ \nabla g_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{d} + g_j(\mathbf{x}_k) &\geq 0, & j &= m_e + 1, \dots, m \\ \mathbf{x}_l - \mathbf{x}_k &\leq \mathbf{d} \leq \mathbf{x}_u - \mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (6.13)$$

zu ersetzen. Der Vektor \mathbf{x} beinhaltet dabei die Optimierungsvariablen. Die Zuordnung der Modellparameter der verschiedenen Modellstrukturen zu den Elementen des Vektors \mathbf{x} ist der Tabelle 6.1 zu entnehmen.

Das Subproblem wird bei jedem Iterationsschritt k für \mathbf{x} neu konstruiert. Dabei ist \mathbf{B}_k eine positiv definite Approximation der HESSE-Matrix der Lagrangefunktion

$$L(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) := Z(\mathbf{x}_k) - \sum_{j=1}^m u_{j,k} g_{j,k}(\mathbf{x}_k) \quad (6.14)$$

an der momentanen Stelle \mathbf{x}_k mit den Lagrange-Multiplikatoren \mathbf{u} . Diese Approximation wird durch das BROYDON-FLETCHER-GOLDFARB-SHANNON-Verfahren (kurz: BFGS-Formel) erzeugt. Das Subproblem ist so formuliert, daß deren Optimalitätskriterien mit denen der Lagrange-Funktion des Ausgangsproblems Gl. (6.14) übereinstimmen. Für das Subproblem sind lediglich die (gegebenenfalls) nichtlinearen Restriktionen linearisiert worden. Bei der Lösung des Subproblems an der Stelle \mathbf{x}_k (hier mit dem Algorithmus QPSOL [21]) wird der Vektor \mathbf{d}_k berechnet, der die Suchrichtung für den nächsten Iterationsschritt

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k \quad (6.15)$$

\mathbf{x}	HASSELGRUBER- Modell	Kombiniertes Modell	HERBERTZ- Modell
x_1	q_{12}	q_{11}	q_{11}
x_2	q_{15}	q_{12}	q_{12}
x_3	q_{21}	q_{13}	q_{13}
x_4	q_{24}	q_{14}	q_{14}
x_5	q_{26}	q_{15}	q_{15}
x_6	b_{11}	q_{16}	q_{16}
x_7	b_{32}	q_{21}	q_{21}
x_8		q_{22}	q_{22}
x_9		q_{23}	q_{23}
x_{10}		q_{24}	q_{24}
x_{11}		q_{25}	q_{25}
x_{12}		q_{26}	q_{26}
x_{13}		b_{11}	b_{11}
x_{14}		b_{32}	b_{12}
x_{15}			b_{21}
x_{16}			b_{22}
x_{17}			b_{31}
x_{18}			b_{32}

Tab. 6.1: Zuordnung der Modellparameter zu den Optimierungsvariablen

vorgibt. Zur Schrittweitenbestimmung α_k wird die Bewertungsfunktion

$$\begin{aligned} \psi_r(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = Z(\mathbf{x}) & - \sum_{j=1}^{m_e} \left(v_j g_j(\mathbf{x}) - \frac{1}{2} r_j g_j(\mathbf{x})^2 \right) \\ & - \sum_{j=m_e+1}^m \begin{cases} \left(v_j g_j(\mathbf{x}) - \frac{1}{2} r_j g_j(\mathbf{x})^2 \right), & \text{wenn } g_j(\mathbf{x}) \leq \frac{v_j}{r_j} \\ \frac{1}{2} \frac{v_j^2}{r_j}, & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned} \quad (6.16)$$

mit dem Strafparameter r , der ein Absteigen in Richtung \mathbf{d}_k gewährleistet, eingeführt. α_k wird nun iterativ so bestimmt, daß der Wert von

$$\phi_k(\alpha) = \psi_{r,k} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{v}_k \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} \mathbf{d}_k \\ \mathbf{u}_k - \mathbf{v}_k \end{pmatrix} \right) \quad (6.17)$$

kleiner wird. Der Vektor \mathbf{v} stellt dabei eine Approximation der optimalen Lagrange-Multiplikatoren dar und wird in jedem Schritt über

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k + \alpha_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{v}_k) \quad (6.18)$$

aktualisiert.

Eine detailliertere Beschreibung dieses Verfahrens und die spezielle Umsetzung sind von SCHITTKOWSKI [57] veröffentlicht worden.

6.3 Erregung der Kupplung zur Identifikation

Bei der Durchführung der Messungen zur Identifikation der mathematischen Kupplungsmodelle ist es erforderlich, die Kupplung in geeigneter Weise zu erregen. Durch die Erregung muß z.B. genügend Energie in das System eingebracht werden, damit das gesamte System angeregt wird. Darüber hinaus muß ein nichtlineares System für eine Black-Box-Identifikation im Frequenz- und Amplitudenbereich breitbandig erregt werden, um aus den Messungen Kenntnisse über die Nichtlinearität zu erhalten. Ist die Struktur des zu identifizierenden mathematischen Modells jedoch durch eine analytisch physikalische Modellierung bekannt und an das reale System angepaßt, so kann es – je nach Modellstruktur – vorkommen, daß das nichtlineare System auch mit geringen Erregungen identifiziert werden kann.

Um dies zu verdeutlichen, seien zwei Beispiele für dynamische Systeme genannt.

1. Beispiel:

$$\dot{x} = a x^3 + b u \quad (6.19)$$

2. Beispiel:

$$\dot{x} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + b u \quad (6.20)$$

In den Gl. (6.19) und (6.20) sollen die Parameter a , a_i mit $i = 0, \dots, 3$ und b bestimmt werden, wenn das zugehörige System mit der Eingangsgröße $u = u(t)$ beaufschlagt wird und x bzw. \dot{x} gemessen werden. Im ersten Beispiel können zur Parameterschätzung geringe Erregungen zur Identifikation verwendet werden, da die zu bestimmenden Parameter unabhängig von einander sind. Wird jedoch das System des zweiten Beispiels nur mit relativ geringen Erregungen bei der Identifikation beaufschlagt, so kann die Nichtlinearität des Systems nicht unbedingt identifiziert werden, da das System in diesem Bereich auch mit dem linearisierten Modell

$$\dot{x} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x + b u \quad (6.21)$$

beschrieben werden kann (vgl. hierzu auch Kap. 7.1).

Bei der Identifikation nichtlinearer dynamischer Systeme haben sich als Erregungen mehrwertige pseudozufällige Folgen als sehr geeignet erwiesen (vgl. WERNSTEDT [75]), da sie auf einem Digitalrechner einfach erzeugt werden können und eine breitbandige Erregung darstellen. In Abb. 6.1 ist beispielhaft eine solche Folge dargestellt.

In äquidistanten Zeitschritten T_R werden die Funktionswerte entsprechend einer pseudozufälligen Folge, die unter Verwendung eines rückgekoppelten Schieberegisters erzeugt werden, vorgegeben. Dabei können verschiedene Werte bzw. Stufen angenommen werden (hier: fünf verschiedene Stufen). Nach L Zeitschritten wiederholt sich das Signal. Damit ist ein deterministisches Signal gewährleistet, welches die Reproduzierbarkeit von Experimenten ermöglicht (vgl. WERNSTEDT [75]).

BEHRENS [9] hat gezeigt, daß sich mehrwertige Pseudozufalls-Folgen bei der Identifikation des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen als Drehzahlerregungen eignen. Da es jedoch nicht möglich ist, die geforderten Drehzahlsprünge zu realisieren,

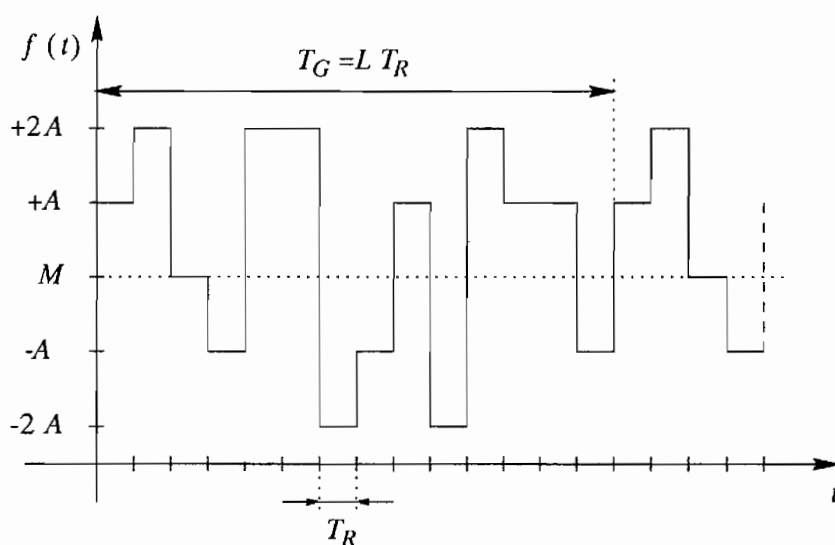


Abb. 6.1: Erzeugung der Erregung

Parameter der Folgen	Erregung 1		Erregung 2	
	Pumpe	Turbine	Pumpe	Turbine
M	1000 min^{-1}	800 min^{-1}	1000 min^{-1}	800 min^{-1}
A	50 min^{-1}	100 min^{-1}	15 min^{-1}	15 min^{-1}
T_G	10,5 s		21 s	
F	$6000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$		$3000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$	
L	124			

Tab. 6.2: Werte für die Erregung der Kupplung bei den Identifikationsmessungen

werden diese durch Drehzahlrampen mit der Steilheit F angenähert. In Tab. 6.2 sind die Werte aufgezeigt, die für die Drehzahlerregung der Kupplung bei den Messungen zur Identifikation der Modelle vorgegeben worden sind. Die für diese vorgegebenen Erregungen zur Identifikation gemessenen Drehzahl- und Momentenverläufe sind in den Abb. 6.2 und 6.3 dargestellt. Diese beiden Erregungen decken einen unterschiedlich großen Amplituden- und Frequenzbereich ab. Hiermit soll gezeigt werden, ob der Gültigkeitsbereich der Modelle größer ist als der Identifikationsbereich, bzw. ob aufgrund der Kenntnis einer an das System angepaßten Modellstruktur eine *Extrapolation* zulässig ist. Wenn eine *Extrapolation* durchgeführt werden kann, läßt sich der Aufwand für die Erregungen zur Modellidentifikation reduzieren, um einen bestimmten Modellgültigkeitsbereich zu erzielen (vgl. die Zielsetzung Kap. 1.3).

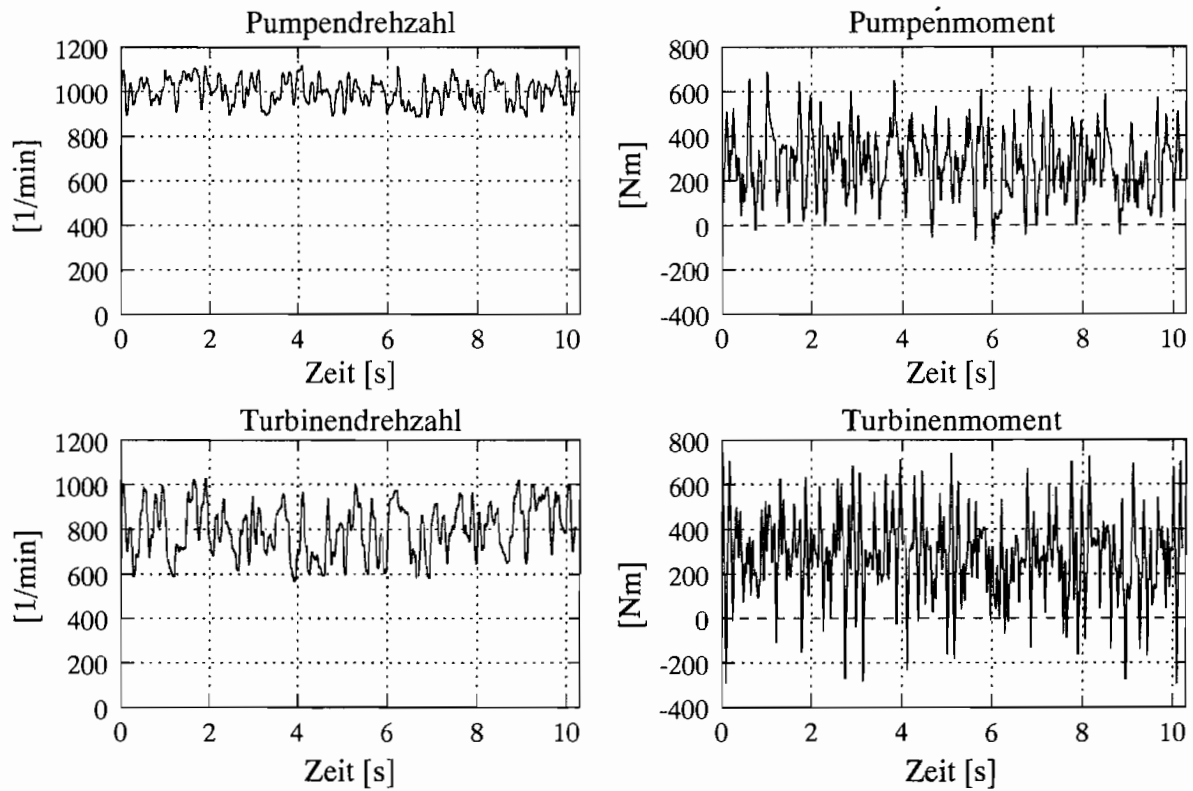


Abb. 6.2: Erregung 1

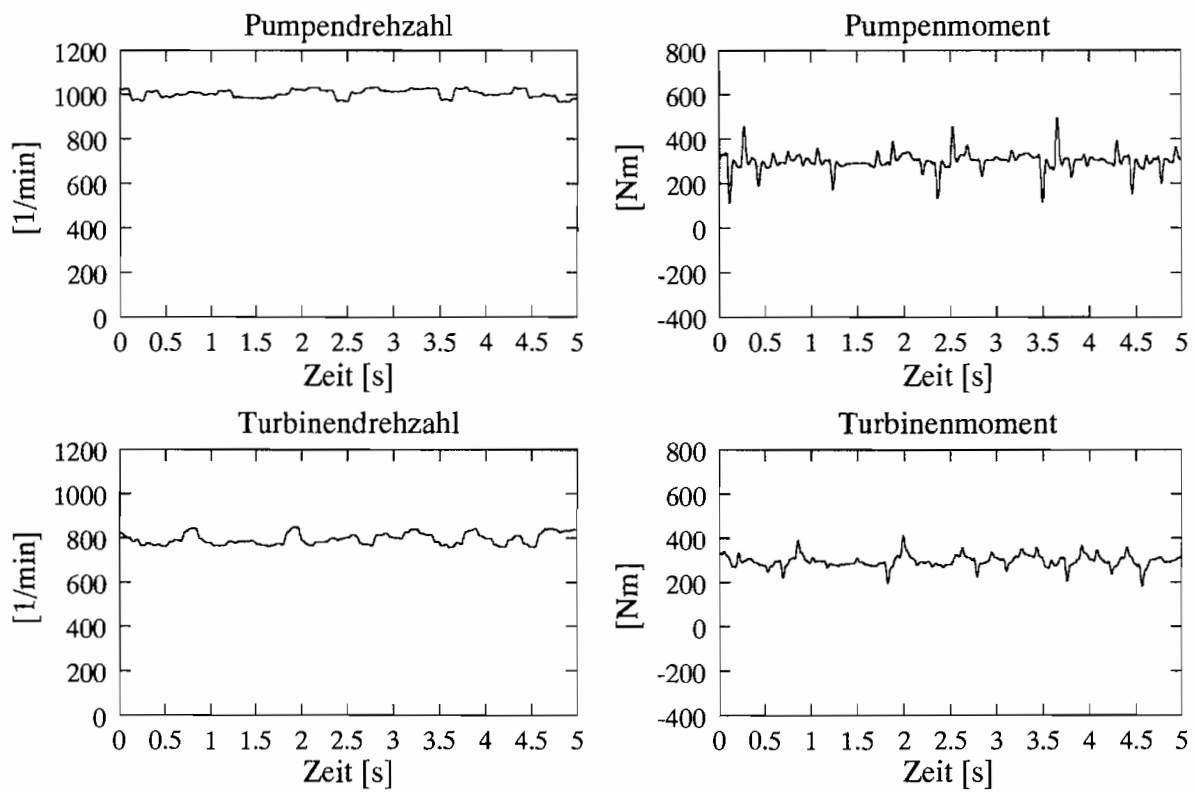


Abb. 6.3: Erregung 2

6.4 Identifikationsergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Parameteridentifikation dargestellt und interpretiert. Hierzu werden zunächst die Parameter der drei Modellstrukturen (die Elemente der Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{B}), die bei der Erregung 1 (vgl. Tab. 6.2) identifiziert worden sind, angegeben. Von der Matrix \mathbf{Q} werden nur die Elemente der ersten und zweiten Zeile angegeben, da sich die Elemente der dritten Zeile aus den angegebenen Elementen der ersten Zeile und der Matrix \mathbf{B} berechnen lassen.

Um die Modellgüte der unterschiedlichen Modelle zeigen und vergleichen zu können, werden Simulationsrechnungen durchgeführt, die mit den entsprechenden Messungen verglichen werden. Die Winkelgeschwindigkeiten und -beschleunigungen der Laufräder sollen dabei als Eingangsgrößen und die Momente als Ausgangsgrößen betrachtet werden, da nach Kap. 1 das Betriebsverhalten der Kupplung durch die Momentenübertragung charakterisiert wird. Folglich müssen die Modellgleichungen umgestellt werden. Werden die erste und dritte Gleichung des Berechnungsmodells

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad (6.22)$$

in

$$\dot{\mathbf{z}}_{r1} = \mathbf{Q}_{r1} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B}_{r1} \mathbf{M} \quad (6.23)$$

und die zweite Gleichung in

$$\dot{\mathbf{z}}_{r2} = \mathbf{Q}_{r2} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B}_{r2} \mathbf{M} \quad (6.24)$$

geschrieben, kann Gl. (6.23) nach den Momenten

$$\mathbf{M} = \mathbf{B}_{r1}^{-1} \left(\dot{\mathbf{z}}_{r1} - \mathbf{Q}_{r1} \mathbf{z}^{[2]} \right) \quad (6.25)$$

umgestellt werden. Führt man einen Index links unten an den Zustandsgrößen ein, der die Stützstelle der Messung kennzeichnet, so kann nun die Simulationsrechnung mit

$$\begin{aligned} {}_k \mathbf{M} &= \mathbf{B}_{r1}^{-1} \left({}_k \dot{\mathbf{z}}_{r1} - \mathbf{Q}_{r1} {}_{k-1} \mathbf{z}^{[2]} \right) \\ {}_k \dot{\mathbf{z}}_{r2} &= \mathbf{Q}_{r2} {}_{k-1} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B}_{r2} {}_k \mathbf{M} \\ {}_k \mathbf{z}_{r2} &= {}_{k-1} \mathbf{z}_{r2} + {}_{k-1} \dot{\mathbf{z}}_{r2} \Delta t \end{aligned} \quad (6.26)$$

durchgeführt werden, wenn als numerisches Integrationsverfahren die Polygonzugmethode nach EULER verwendet wird. Um die Ergebnisse der Vergleichsrechnungen übersichtlich zeigen zu können, werden jeweils nur 5 s der Simulationsrechnungen dargestellt.

Im Anh. D.1 sind die Simulationsrechnungen aufgeführt, die zeigen, inwieweit die ermittelten Modelle die Messungen, die zur Identifikation benutzt worden sind, wiedergeben, bzw. wie gut die Modelle an die Messungen angeglichen sind. Die Güte dieser Anpassung ist jedoch nicht ausschlaggebend für die Approximation des Betriebsverhaltens der Kupplung bei anderer Erregung – auch wenn diese aus dem gleichen Identifikationsbereich kommt. Daher wird die Modellgüte der drei identifizierten Modelle an Simulationsrechnungen gezeigt, bei denen die Drehzahlen der Pumpen- und Turbinenseite mit

phasenverschobenen Trapezfunktionen überlagert werden (vgl. Abb. 6.4 bis 6.6). Diese Erregungsart ist ausgewählt worden, da nach BEHRENS [9], das Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen bei einer solchen Erregung schwierig zu beschreiben ist. Mit Hilfe dieser Simulationsrechnungen und dem Vergleich der Modellgüten wird eine Modellstruktur ausgewählt, die im folgenden weiter betrachtet wird.

Im Kap. 6.4.2 werden die Parameter der ausgewählten Modellstruktur mit Hilfe der Erregung 2, die einen relativ kleinen Amplituden- und Frequenzbereich abdeckt, identifiziert. Anhand von Vergleichen zwischen Simulationen und Messungen wird gezeigt, ob der Meßaufwand bei dieser Art der Identifikation verringert werden kann, indem die identifizierten Modelle *extrapoliert* werden.

6.4.1 Identifikation der Modelle mit Erregung 1

Die Parameter der drei identifizierten Modelle sind in den Tab. 6.3 bis 6.5 dargestellt.

Q	B
$q_{11} = 0$	$b_{11} = 1,03219607200783$
$q_{12} = -7,32217605315678$	$b_{12} = 0$
$q_{13} = 0$	$b_{21} = 0$
$q_{14} = 0$	$b_{22} = 0$
$q_{15} = 6,7256303922075$	$b_{31} = 0$
$q_{16} = 0$	$b_{32} = -2,95725350121387$
$q_{21} = -8,144424420002643 \cdot 10^{-4}$	
$q_{22} = 0$	
$q_{23} = 0$	
$q_{24} = -5,63039166098306$	
$q_{25} = 0$	
$q_{26} = 3,088399115925026 \cdot 10^{-3}$	

Tab. 6.3: Modellparameter – HASSELGRUBER-Modell

Es ist zu erkennen, daß sowohl beim HASSELGRUBER-Modell als auch bei der kombinierten Modellstruktur die beiden von Null verschiedenen Elemente der Matrix **B** nahezu übereinstimmen. Bei der analytisch physikalischen Herleitung dieser Modelle entsprechen die Kehrwerte dieser Elemente den Massenträgheitsmomenten

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{b_{11}} \right| &= \theta_P + \theta_{\ddot{O}_{l,P}} \\ \left| \frac{1}{b_{32}} \right| &= \theta_T + \theta_{\ddot{O}_{l,T}} \quad , \end{aligned} \quad (6.27)$$

wobei das negative Vorzeichen bei b_{32} aus der in dieser Arbeit verwendeten Vorzeichendefinition nach Abb. 3.5 resultiert.

Q	B
$q_{11} = 9,279222784254299 \cdot 10^{-3}$	$b_{11} = 1,04705410509254$
$q_{12} = -1,89459886107075$	$b_{12} = 0$
$q_{13} = -0,141117278495317$	$b_{21} = 0$
$q_{14} = 76,34164340919536$	$b_{22} = 0$
$q_{15} = -1,76609615351332$	$b_{31} = 0$
$q_{16} = 0,1644669669888504$	$b_{32} = -2,95544883524469$
$q_{21} = 1,680779049335388 \cdot 10^{-2}$	
$q_{22} = -0,260775594707136$	
$q_{23} = -4,914812887182744 \cdot 10^{-2}$	
$q_{24} = -2,32501887119716$	
$q_{25} = 0,2056444973274774$	
$q_{26} = 3,769123999826588 \cdot 10^{-2}$	

Tab. 6.4: Modellparameter – kombinierte Modellstruktur

Q	B
$q_{11} = 0,838874461798737$	$b_{11} = 1,1656272961517$
$q_{12} = 10,84614866900621$	$b_{12} = 0,3937836992329678$
$q_{13} = -7,196441224651071 \cdot 10^{-3}$	$b_{21} = -0,179870651675897$
$q_{14} = 34,07224033508407$	$b_{22} = 0,103215748500039$
$q_{15} = 1,31655726476675$	$b_{31} = -0,465265326917847$
$q_{16} = 0,2377638764833321$	$b_{32} = -3,63039560933106$
$q_{21} = -9,098339560197057 \cdot 10^{-2}$	
$q_{22} = -1,09838393112253$	
$q_{23} = -8,041798331379751 \cdot 10^{-2}$	
$q_{24} = -2,39843710696456$	
$q_{25} = 5,357576929555888 \cdot 10^{-2}$	
$q_{26} = 6,715389335697891 \cdot 10^{-2}$	

Tab. 6.5: Modellparameter – HERBERTZ-Modell

Modellparameter	Analytisch physikalisch	HASSELGRUBER-Modell	Kombiniertes Modell	HERBERTZ-Modell
$\left \frac{1}{b_{11}} \right $	1,099	0,969	0,955	0,858
$\left \frac{1}{b_{32}} \right $	0,356	0,338	0,338	0,275

Tab. 6.6: Trägheitsterme

Die Größenordnungen der identifizierten Werte stimmen auch mit der durch die physikalische Analyse (vgl. Tab. 3.1 und Gl. (5.12)) ermittelten überein (vgl. Tab. 6.6). Bei der Identifikation des HERBERTZ-Modells ergeben sich für die Elemente b_{11} und b_{32} jedoch etwas andere Werte. Eine Interpretation dieser Größen als Trägheitsterme ist in diesem Fall nur noch eingeschränkt möglich.

Die Elemente der Matrix \mathbf{Q} werden dagegen bei den drei Modellstrukturen sehr unterschiedlich identifiziert. Da jedoch zwei der drei Zustandsgrößen direkt gemessen werden, kann die Matrix \mathbf{Q} – ohne das Ein- / Ausgangsverhalten des Systems zu verändern – nur so transformiert werden, daß der innere Freiheitsgrad skaliert wird (vgl. auch Anmerkung auf S. 125). Jedoch können die Werte der Elemente der Matrizen \mathbf{Q} der drei Modelle auch nicht durch eine solche Transformation in Zusammenhang gebracht werden, so daß hier keinerlei Rückschlüsse auf physikalisch interpretierbare Größen möglich sind.

Um die Anpassung der Modellstrukturen an die zur Identifikation der Modelle verwendeten Messung zeigen zu können, sind im Anh. D.1 bis D.3 Simulationsrechnungen mit genau dieser Erregung den Messungen gegenübergestellt. Alle drei Modelle beschreiben das Betriebsverhalten der Kupplung bei der Erregung zur Identifikation nahezu gleich gut.

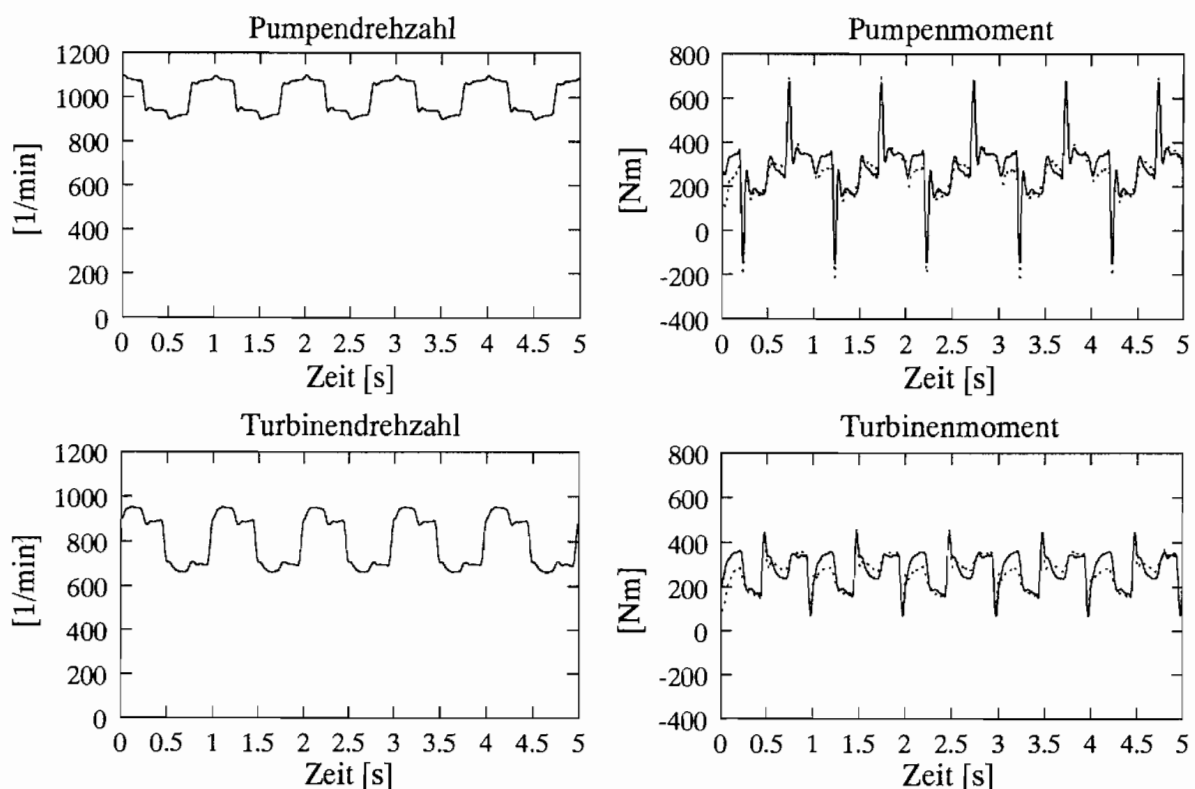


Abb. 6.4: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit dem mit Erregung 1 identifizierten HASSELGRUBER-Modell

Werden zur Bestimmung der Modellgüte Simulationsrechnungen bei einer anderen Erregung der Kupplung (hier: Überlagerung der Drehzahlen an Pumpen- und Turbinenseite

mit phasenverschobenen Trapezfunktionen) den Meßwerten gegenübergestellt, so sind Unterschiede in der Modellgüte zu erkennen. In Abb. 6.4 ist die Simulationsrechnung mit dem HASSELGRUBER-Modell dargestellt. Es ergeben sich zu den Zeiten, bei denen auf beiden Kupplungsseiten eine konstante Drehzahl vorgegeben wird, deutliche Abweichungen zwischen der Rechnung und Messung. Auch wenn die Modellstruktur dieses Modells durch das Optimierungsverfahren relativ gut an die Identifikationsmessung angepaßt wird, erfaßt das Modell das komplexe dynamische Betriebsverhalten der Kupplung nur bedingt. Der Modellansatz scheint ungeeignet bzw. zu einfach zu sein.

Angemerkt sei, daß bei der Beschreibung des Betriebsverhaltens der Kupplung mit diskreten Differenzenmodellen ähnliche Probleme aufgetreten sind (vgl. BEHRENS [9]), wenn den Drehzahlen eines Betriebspunktes Trapezfunktionen überlagert wurden.

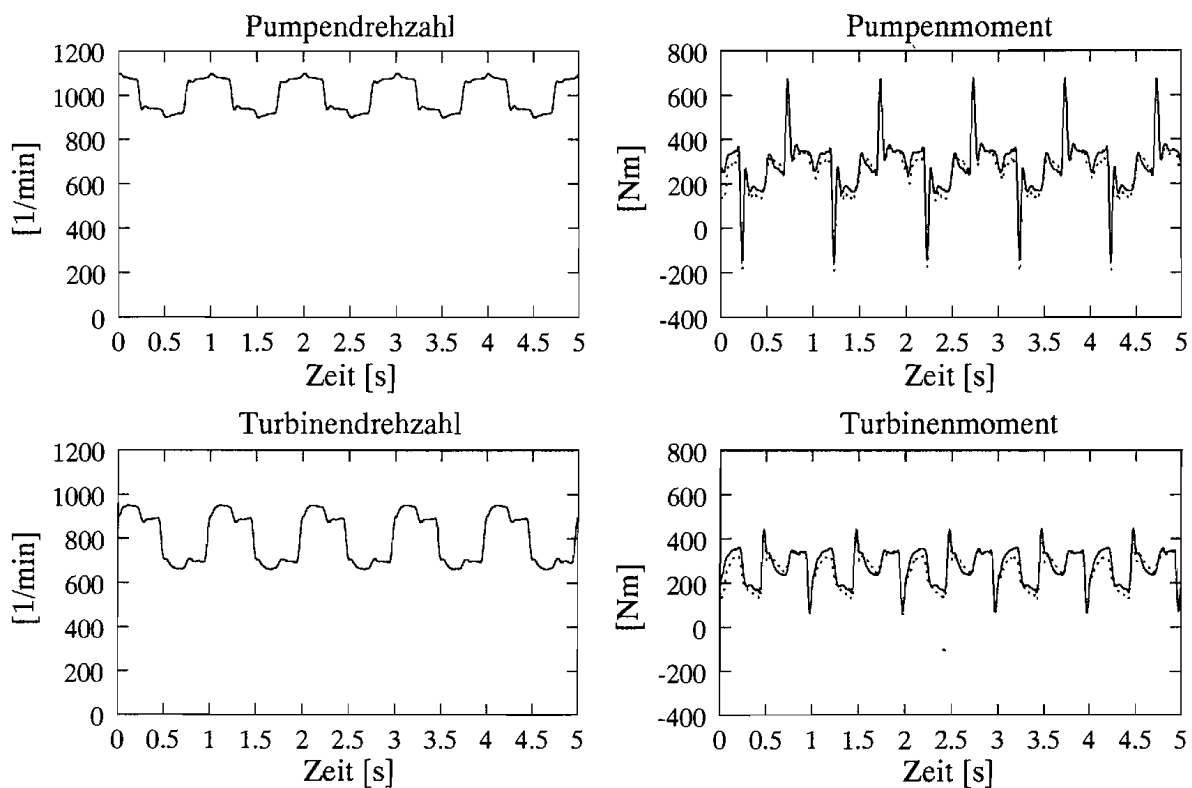


Abb. 6.5: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit dem mit Erregung 1 identifizierten kombinierten Modell

Wird die Messung zur Bestimmung der Modellgüte mit dem kombinierten Modell und dem HERBERTZ-Modell simuliert (vgl. Abb. 6.5 und 6.6), so sind gegenüber der Simulation mit dem HASSELGRUBER-Modell die Abweichungen zur Messung deutlich kleiner. Das dynamische Kupplungsverhalten kann folglich mit diesen Modellen wesentlich besser beschrieben werden. Die Modellgüte des kombinierten Modells unterscheidet sich dagegen nur geringfügig von der des HERBERTZ-Modells. Wie anhand dieser Modellgüte zu sehen ist, sind die bei der Herleitung der kombinierten Modellstruktur (Kap. 5.3.3) gemachten Annahmen zulässig. Bestätigt werden diese Überlegungen durch die identifizierten

Elemente der Matrix \mathbf{B} des HERBERTZ-Modells: Es gilt

$$\begin{aligned} |b_{12}| &\ll |b_{11}| \\ |b_{31}| &\ll |b_{32}| \end{aligned} \quad . \quad (6.28)$$

Die Größenordnung der Elemente b_{21} und b_{22} ist gleich. Vom Betrag her sind sie relativ klein und haben unterschiedliche Vorzeichen. Daher wird auch die Summe

$$b_{21} M_P + b_{22} M_T \approx 0 \quad . \quad (6.29)$$

Folglich stehen die Identifikationsergebnisse in Einklang mit den durch die physikalische Vorstellung aufgestellten Annahmen, und die kombinierte Modellstruktur kann für die weiteren Untersuchungen verwendet werden.

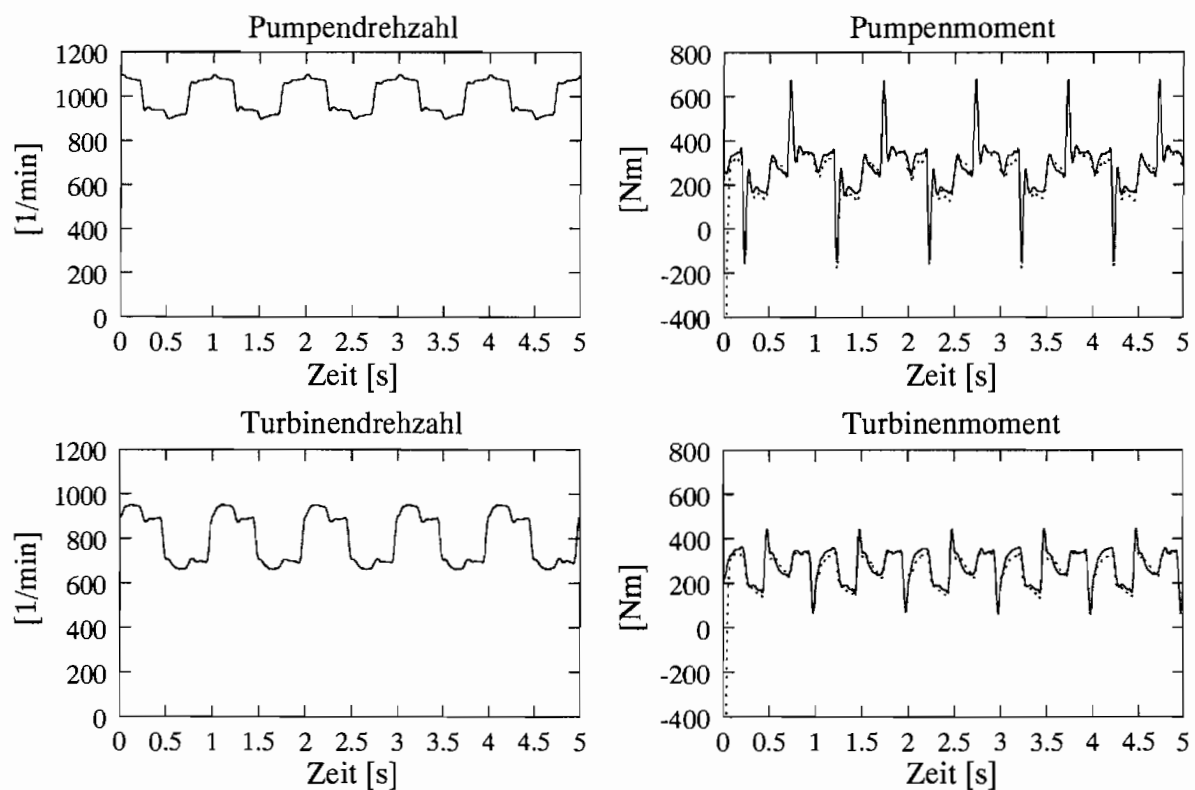


Abb. 6.6: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit dem mit Erregung 1 identifizierten HERBERTZ-Modell

6.4.2 Modellidentifikation mit Erregung 2

Wie im Kap. 6.4.1 gezeigt wurde, ist von den drei betrachteten Modellstrukturen die kombinierte Modellstruktur zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplung am geeignetsten. Daher soll in diesem Kapitel nur anhand der Identifikation des kombinierten Modells gezeigt werden, inwiefern aufgrund der hybriden Modellstruktur eine *Extrapolation* des identifizierten Modells möglich ist. Hierzu wird

Q	B
$q_{11} = 6,711690876551923 \cdot 10^{-2}$	$b_{11} = 1,03782175117874$
$q_{12} = -0,963966889689915$	$b_{12} = 0$
$q_{13} = -0,287353162744581$	$b_{21} = 0$
$q_{14} = 14,12568392374099$	$b_{22} = 0$
$q_{15} = -0,16331703259997$	$b_{31} = 0$
$q_{16} = 0,230096873983835$	$b_{32} = -2,8626014611527$
$q_{21} = 3,317221898410787 \cdot 10^{-3}$	
$q_{22} = -2,37192837749566$	
$q_{23} = -3,872108140785930 \cdot 10^{-3}$	
$q_{24} = -7,71095840800732$	
$q_{25} = 2,96373644127388$	
$q_{26} = 2,157675679777764 \cdot 10^{-3}$	

Tab. 6.7: Modellparameter – kombinierte Modellstruktur (mit Erregung 2 identifiziert)

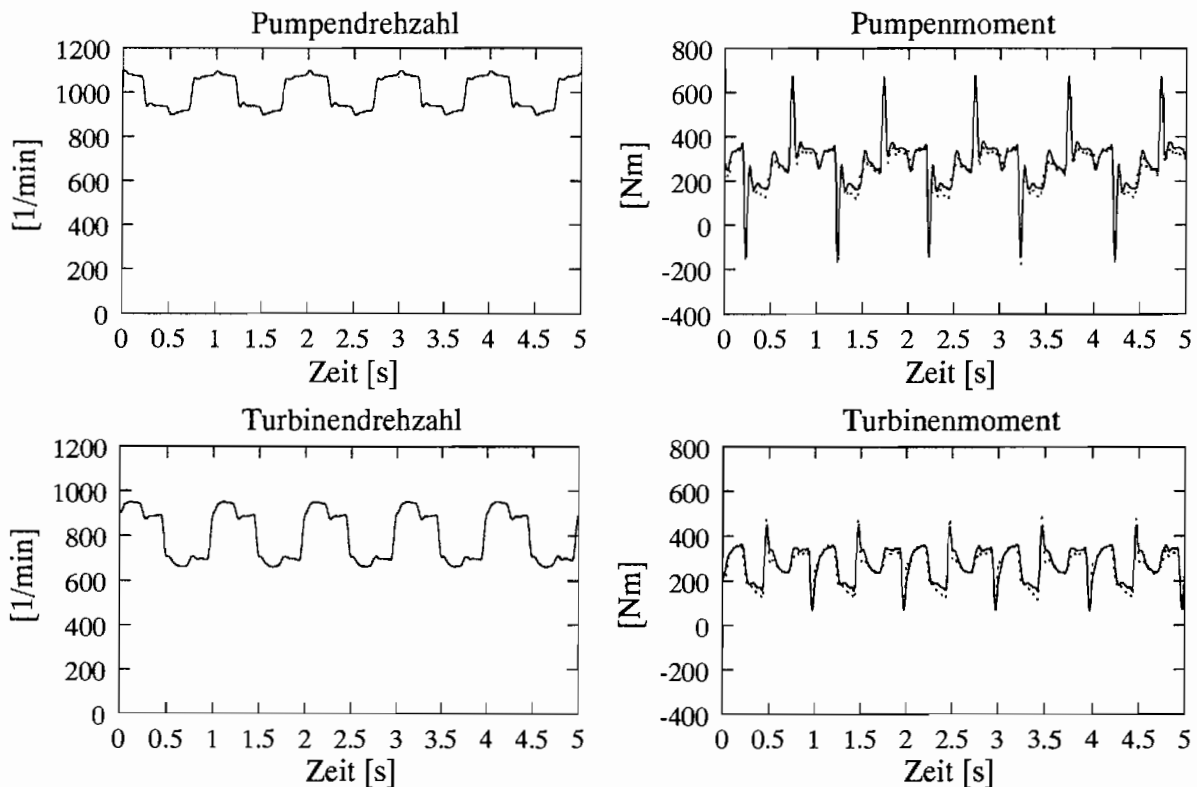


Abb. 6.7: Gemessene (—) und simulierte (- - -) Momentenverläufe der Kupplung 422TH mit dem mit Erregung 2 identifizierten kombinierten Modell

die kombinierte Modellstruktur über die Parameteroptimierung an die Messung mit der Erregung 2 (vgl. Tab. 6.2 bzw. Abb. 6.3) angepaßt. Die identifizierten Modellparameter sind in Tab. 6.7 aufgeschrieben.

Mit diesem Modell ist die Messung, die zur Identifikation verwendet wurde, simuliert worden. Das Simulationsergebnis ist im Anh. D.1 der Messung gegenübergestellt. Durch die Optimierung ist das Modell sehr gut an die Messung angepaßt worden, so daß bei dem Vergleich kaum Abweichungen zwischen der Simulation und der Messung zu erkennen sind.

Wird mit diesem Modell die zur Verifikation der Modelle ausgewählte Messung, bei der beide Kupplungsseiten mit einer Trapezfunktion erregt werden, simuliert (vgl. Abb. 6.7), so ist die Beschreibung des Betriebsverhaltens mit diesem Modell nahezu genauso gut wie mit dem Modell, das mit der Erregung 1 identifiziert wurde (vgl. Abb. 6.5) – auch wenn der Betriebsbereich der Erregung 2 zur Identifikation des Modells wesentlich kleiner ist als der Betriebsbereich bei der hier verwendeten Verifikationsmessung. Folglich ist das Betriebsverhalten der Kupplung mit Hilfe der hybriden Modellstruktur (in gewissen Grenzen)² extrapolierbar. Die Möglichkeit der Extrapolation ist auf die Verwendung hybrider Modellstrukturen bei der Identifikation zurückzuführen. Bei einer reinen Black-Box-Identifikation ist diese Extrapolation im allgemeinen nicht möglich.

6.5 Vor- / Nachteile der Methode, Diskussion

6.5.1 Modellstrukturen

Zur Beurteilung der drei, aus der analytisch physikalischen Modellierung abgeleiteten, Modellstrukturen werden zwei Kriterien verwendet: Erstens die Abbildungsgenauigkeit der Modelle und zweitens die Komplexität der Modellstruktur, bzw. die Anzahl der zu identifizierenden Modellparameter. Das ideale Modell hat eine möglichst einfache Struktur mit wenigen Modellparametern und eine hohe Abbildungsgenauigkeit. Diese beiden Eigenschaften des idealen Modells widersprechen sich jedoch bei der Modellierung komplexer Systeme. Das Modell muß folglich so komplex wie nötig, aber so einfach wie möglich sein.

Wie im Kap. 6.4.1 gezeigt wird, bildet das HASSELGRUBER-Modell, welches von den drei betrachteten Modellen die wenigsten Parameter besitzt, das dynamische Betriebsverhalten der Kupplung nur ungenügend ab. Die Abbildungsgenauigkeit erhöht sich mit der Anzahl der verwendeten Parameter. So gibt das HERBERTZ-Modell mit den meisten Modellparametern gegenüber den anderen beiden Modellstrukturen das Betriebsverhalten der Kupplung am besten wieder. Die Genauigkeitssteigerung des HERBERTZ-Modells zu dem kombinierten Modell ist jedoch nur gering und rechtfertigt nicht den Mehraufwand

²Z.B. führen Modelle, die mit Messungen mit relativ kleinen dynamischen Erregungen im Schlupfbereich von $s \approx 9\%$ identifiziert werden, bei der Simulation der zur Verifikation verwendeten Messung zu unrealistischen Ergebnissen.

bei der Identifikation der Parameter (vgl. Kap. 6.5.3), so daß im weiteren nur noch die kombinierte Modellstruktur verwendet wird.

Die kombinierte Modellstruktur setzt sich nur aus quadratischen Anteilen zusammen. Daher können die Modellparameter mit Messungen ermittelt werden, bei denen die Kupplung nur in einem kleinen Betriebsbereich erregt wird. Da die ausgewählte kombinierte Modellstruktur die reale Struktur der Beziehung zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Kupplungsräder und den Momenten sehr gut repräsentiert, ist eine Extrapolation der Beschreibung des Betriebsverhaltens – über den Identifikationsbereich hinaus – möglich. Damit ist die Verwendung der hybriden Modellstrukturen gerechtfertigt, auch wenn die Identifikation problematischer ist als bei den meisten Black-Box-Modellen.

6.5.2 Optimierungsverfahren

Die Parameter werden mit Hilfe der nichtlinearen Optimierung identifiziert. Zur Lösung der Optimierungsaufgabe stehen zahlreiche Algorithmen zur Verfügung, die in der Regel leicht anwendbar sind. Eine prinzipielle Schwachstelle dieser Verfahren liegt jedoch darin, daß bei einer nichtkonvexen Zielfunktion nicht erkannt werden kann, ob es sich bei dem ermittelten Minimum um ein lokales oder ein – im betrachteten Gebiet – globales handelt. Die Lösung der Optimierungsaufgabe hängt damit auch von der Wahl der Startparameter für die Optimierungsvariablen ab, da ein Optimierungsverfahren – ausgehend von einem Startparametervektor – auch nur einen Optimalpunkt ermitteln kann.

In der vorliegenden Arbeit werden die Parameter des analytisch physikalisch ermittelten HASSELGRUBER-Modells als Startparameter verwendet. Auch das führt nicht unbedingt dazu, daß das globale Minimum bei der Parameteridentifikation ermittelt wird. Die physikalischen Parameter dienen lediglich als Richtwert.

Ein weiterer Nachteil dieser Vorgehensweise liegt darin, daß sie sehr zeitaufwendig ist. Da für jede Bestimmung der Zielfunktion eine Simulationsrechnung der Identifikationsmessung durchgeführt werden muß, ist das gesamte Optimierungsverfahren sehr rechenzeitintensiv. Darüber hinaus kann nicht gewährleistet werden, daß die erste Optimierung das Ziel, eine gute Anpassung des Modells an die Messung, erreicht. In der Regel werden mehrere Optimierungen bei unterschiedlicher Wahl der Anfangsparameter benötigt, bis eine geeignete Anpassung erzielt wird.

6.5.3 Identifizierbarkeit der Parameter

Die Parameter eines mathematischen Modells können durch Messungen nur dann identifiziert werden, wenn die Parameter den Ausgangsfehler *unabhängig voneinander* beeinflussen. *Unabhängig* bedeutet hier, daß sich die *unsichere Kenntnis* eines Parameters nicht auf die anderen Parameter auswirkt, bzw. daß die Änderung des Ausgangsfehlers des Modells, die durch eine Veränderung eines Parameters erzeugt wird, durch die anderen Parameter nicht vollständig rückgängig gemacht werden kann. Diese Abhängigkeit bzw. Korrelation

zwischen den Parametern in Bezug auf den Ausgangsfehler kann durch die Bestimmung von Korrelationskoeffizienten quantifiziert werden. Die Korrelationskoeffizienten können über

$$\rho(x_i, x_j) = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{ii} \cdot C_{jj}}} \quad (6.30)$$

berechnet werden, wobei x_i bzw. x_j Elemente des Vektors \mathbf{x} der Optimierungsvariablen (vgl. Kap. 6.2.3) und C_{ij} die Elemente der Kovarianzmatrix

$$\mathbf{C} = (\nabla^2 Z(\mathbf{x}))^{-1} \quad (6.31)$$

sind. $Z(\mathbf{x})$ ist entsprechend der Zielfunktion Gl. (6.9) die Fehlerquadratsumme

$$Z(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n [(\omega_{P,mess,i} - \omega_{P,sim,i})^2 + (\omega_{T,mess,i} - \omega_{T,sim,i})^2] \quad (6.32)$$

Zur Berechnung der Elemente der Matrix $\nabla^2 Z(\mathbf{x})$ werden entsprechend PRESS [48] folgende Vereinfachungen eingeführt. Bei der Berechnung der Elemente

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l} = \sum_{i=1}^n 2 \left[\left(\frac{\partial \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_l} \right. \right. \\ \left. \left. - (\omega_{P,mess,i} - \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})) \cdot \frac{\partial^2 \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_l} \right. \right. \\ \left. \left. - (\omega_{T,mess,i} - \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})) \cdot \frac{\partial^2 \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l} \right) \right] \quad (6.33) \end{aligned}$$

können die Terme

$$(\omega_{P,mess,i} - \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})) \cdot \frac{\partial^2 \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l} \quad (6.34)$$

und

$$(\omega_{T,mess,i} - \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})) \cdot \frac{\partial^2 \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l} \quad (6.35)$$

vernachlässigt werden³ und man erhält

$$\frac{\partial Z(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l} \approx \sum_{i=1}^n 2 \left[\left(\frac{\partial \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_l} \right) + \left(\frac{\partial \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_l} \right) \right] \quad (6.36)$$

Die Korrelationskoeffizienten haben den Wertebereich $-1 \leq \rho \leq 1$.

³Einerseits werden die Ableitungen $\frac{\partial^2 \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l}$ und $\frac{\partial^2 \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k \partial x_l}$ an sich klein (wenn die Parameter linear in den Ausgangsfehler eingehen, verschwinden diese Ableitungen sogar), und andererseits entsprechen die Faktoren $\omega_{P,mess,i} - \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})$ und $\omega_{T,mess,i} - \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})$ bei einer guten Modellanpassung dem Meßrauschen, welches im allgemeinen nicht mit dem Modell korreliert ist und bei der Summierung über alle Stützstellen herausfällt.

ρ	q_{12}	q_{15}	q_{21}	q_{24}	q_{26}	b_{11}	b_{32}
q_{12}	1,0	-0,6	0,0	0,0	0,4	-0,1	-0,1
q_{15}	-0,6	1,0	0,0	0,1	-0,3	-0,5	0,0
q_{21}	0,0	0,0	1,0	-0,9	0,8	0,1	0,0
q_{24}	0,0	0,1	-0,9	1,0	-0,8	-0,1	0,0
q_{26}	0,4	-0,3	0,8	-0,8	1,0	0,0	0,0
b_{11}	-0,1	-0,5	0,1	-0,1	0,0	1,0	0,0
b_{32}	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0

Tab. 6.8: Korrelationskoeffizienten des HASSELGRUBER-Modells bei Erregung 1

Wenn ρ betragsmäßig gleich 1 ist, bedeutet dies eine lineare Abhängigkeit. Ist $\rho(x_i, x_j) = 0$, so sind die Parameter x_i und x_j unabhängig voneinander.

In den Tab. 6.8 bis 6.10 sind die Korrelationskoeffizienten für die betrachteten drei Modellstrukturen aufgeschrieben, wobei von den mit der Erregung 1 identifizierten Modellen ausgegangen wird. Die benötigten Ableitungen werden dabei über

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k} &\approx \frac{\omega_{P,sim,i}(x_1, \dots, x_k + \Delta x_k, \dots, x_n) - \omega_{P,sim,i}(\mathbf{x})}{\Delta x_k} \\ \frac{\partial \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\partial x_k} &\approx \frac{\omega_{T,sim,i}(x_1, \dots, x_k + \Delta x_k, \dots, x_n) - \omega_{T,sim,i}(\mathbf{x})}{\Delta x_k} \end{aligned} \quad (6.37)$$

berechnet, wobei die entsprechenden Simulationsrechnungen mit der Erregung 1 durchgeführt werden. Zur übersichtlicheren Darstellung werden in den Tabellen nur die ersten Nachkommastellen aufgeführt.

Das einfache HASSELGRUBER-Modell läßt sich – aufgrund der geringen Anzahl an Parametern und der relativ geringen Abhängigkeit der Modellparameter – schnell bestimmen. Der Wert der Modellparameter wird auch für verschiedene Identifikationsmessungen ähnlich bestimmt, so daß angenommen werden kann, daß das globale Optimum der Modellanpassung erzielt wird. Jedoch ist die Beschreibung des Betriebsverhaltens der Kupplung durch diese Modellstruktur nicht genau genug.

Die Abbildungsgenauigkeit der Modelle nimmt mit deren Komplexität bzw. der Anzahl der Modellparameter zu. Jedoch steigt mit der Anzahl der Modellparameter auch deren Korrelation, so daß deren Identifikation schwieriger wird. Dadurch daß die Parameter den Ausgangsfehler der Modelle ähnlich beeinflussen, sind zu deren Identifikation viele Iterationsschritte und damit viele Simulationsrechnungen notwendig, was den Rechenaufwand – abgesehen von der gestiegenen Anzahl an Parametern – deutlich steigert.

ρ	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}	q_{21}	q_{22}	q_{23}	q_{24}	q_{25}	q_{26}	b_{11}	b_{32}
q_{11}	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
q_{12}	0,0	1,0	0,3	-0,9	-0,2	0,3	0,9	0,0	-0,9	0,9	0,3	0,9	0,0	0,0
q_{13}	0,0	0,3	1,0	-0,3	-0,9	0,9	0,3	0,0	0,0	0,3	0,9	0,0	0,0	0,0
q_{14}	0,0	-0,9	-0,3	1,0	0,2	-0,3	-0,9	0,0	0,9	-0,9	-0,3	-0,9	0,0	0,0
q_{15}	0,0	-0,2	-0,9	0,2	1,0	-0,9	-0,2	0,0	-0,2	-0,2	-0,9	0,2	0,0	0,0
q_{16}	0,0	0,3	0,9	-0,3	-0,9	1,0	0,3	0,0	0,0	0,3	0,9	0,0	0,0	0,0
q_{21}	0,0	0,9	0,3	-0,9	-0,2	0,3	1,0	0,0	-0,9	0,9	0,3	0,9	0,0	0,0
q_{22}	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	-0,1	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0
q_{23}	0,0	-0,9	0,0	0,9	-0,2	0,0	-0,9	-0,1	1,0	-0,9	0,0	-0,9	0,0	0,0
q_{24}	0,0	0,9	0,3	-0,9	-0,2	0,3	0,9	0,0	-0,9	1,0	0,3	0,9	0,0	0,0
q_{25}	0,0	0,3	0,9	-0,3	-0,9	0,9	0,3	0,0	0,0	0,3	1,0	0,0	0,0	0,0
q_{26}	0,0	0,9	0,0	-0,9	0,2	0,0	0,9	0,1	-0,9	0,9	0,0	1,0	0,0	0,0
b_{11}	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,1
b_{32}	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	1,0

Tab. 6.9: Korrelationskoeffizienten des kombinierten Modells bei Erregung 1

ρ	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}	q_{21}	q_{22}	q_{23}	q_{24}	q_{25}	q_{26}	b_{11}	b_{12}	b_{21}	b_{22}	b_{31}	b_{32}
q_{11}	1,0	0,0	-0,1	0,0	0,0	-0,1	0,0	-0,9	0,1	-0,0	0,1	-0,0	0,8	0,3	0,0	0,0	-0,8	-0,3
q_{12}	0,0	1,0	0,0	0,9	0,0	0,0	0,9	0,0	0,2	-0,9	0,0	-0,9	0,0	0,0	0,9	-0,9	0,0	0,0
q_{13}	-0,1	0,0	1,0	0,0	0,9	0,9	0,0	0,1	-0,9	0,0	-0,9	0,2	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,1	0,1
q_{14}	0,0	0,9	0,0	1,0	0,0	0,0	0,9	0,0	0,2	-0,9	0,0	-0,9	0,0	0,0	0,9	-0,9	0,0	0,0
q_{15}	0,0	0,0	0,9	0,0	1,0	0,9	0,0	0,1	-0,9	0,0	-0,9	0,2	-0,1	-0,1	0,0	0,0	0,1	0,1
q_{16}	-0,1	0,0	0,9	0,0	0,9	1,0	0,0	0,1	-0,9	0,0	-0,9	0,2	-0,1	-0,1	-0,0	0,0	0,1	0,1
q_{21}	0,0	0,9	0,0	0,9	0,0	0,0	1,0	0,0	0,2	-0,9	0,0	-0,9	0,0	0,0	0,9	-0,9	0,0	0,0
q_{22}	-0,9	0,0	0,1	0,0	0,1	0,1	0,0	1,0	-0,1	0,0	-0,1	0,0	-0,8	-0,3	0,0	0,0	0,8	0,2
q_{23}	0,1	0,2	-0,9	0,2	-0,9	-0,9	0,2	-0,1	1,0	-0,2	0,9	-0,4	0,1	0,1	0,2	-0,2	-0,1	-0,1
q_{24}	0,0	-0,9	0,0	-0,9	0,0	0,0	-0,9	0,0	-0,2	1,0	0,0	0,9	0,0	0,0	-0,9	0,9	0,0	0,0
q_{25}	0,1	0,0	-0,9	0,0	-0,9	-0,9	0,0	-0,1	0,9	0,0	1,0	-0,2	0,1	0,1	0,0	0,0	-0,1	-0,1
q_{26}	0,0	-0,9	0,2	-0,9	0,2	0,2	-0,9	0,0	-0,4	0,9	-0,2	1,0	0,0	-0,1	-0,9	0,9	0,0	0,1
b_{11}	0,8	0,0	-0,1	0,0	-0,1	-0,1	0,0	-0,8	0,1	0,0	0,1	0,0	1,0	0,6	0,0	0,0	-0,9	-0,5
b_{12}	0,3	0,0	-0,1	0,0	-0,1	-0,1	0,0	-0,3	0,1	0,0	0,1	-0,1	0,6	1,0	0,0	0,0	-0,5	-0,6
b_{21}	0,0	0,9	0,0	0,9	0,0	0,0	0,9	0,0	0,2	-0,9	0,0	-0,9	0,0	0,0	1,0	-0,9	0,0	0,0
b_{22}	0,0	-0,9	0,0	-0,9	0,0	0,0	-0,9	0,0	-0,2	0,9	0,0	0,9	0,0	0,0	-0,9	1,0	0,0	0,0
b_{31}	-0,8	0,0	0,1	0,0	0,1	0,1	0,0	0,8	-0,1	0,0	-0,1	0,0	-0,9	-0,5	0,0	0,0	1,0	0,6
b_{32}	-0,3	0,0	0,1	0,0	0,1	0,1	0,0	0,2	-0,1	0,0	-0,1	0,1	-0,5	-0,6	0,0	0,0	0,6	1,0

Tab. 6.10: Korrelationskoeffizienten des HERBERTZ-Modells bei Erregung 1

6.5.4 Motivation für ein hybrides Verfahren zur Ermittlung der Modellparameter

Das dynamische Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen kann – wie im Kap. 6.4.1 gezeigt wird – mit Hilfe der kombinierten Modellstruktur, deren Parameter aus Messungen identifiziert werden, gut beschrieben werden. Durch die an das reale System angegliche Modellstruktur kann das Betriebsverhalten in gewissen Grenzen extrapoliert werden, so daß der Modellgültigkeitsbereich größer ist als der Identifikationsbereich. Damit kann der meßtechnische Aufwand, durch die Realisierung von Erregungen mit wesentlich kleineren Beschleunigungen, deutlich reduziert werden, wenn ein bestimmter Modellgültigkeitsbereich erzielt werden soll. Die Identifikation der Modellparameter über ein nichtlineares Optimierungsverfahren bleibt jedoch auch bei der reduzierten Erregung sehr aufwendig, da die Korrelation zwischen den Modellparametern bestehen bleibt.

Im Kap. 7 wird daher eine Identifikationsmethode gezeigt, bei der die Parameter der kombinierten Modellstruktur mit geringen Erregungen bei der Identifikationsmessung schnell und ohne großen Rechenaufwand identifiziert werden können. Bei dem gezeigten Verfahren werden zur Ermittlung der Parameter sowohl experimentelle Vorgehensweisen als auch analytisch physikalische Vorstellungen miteinander verknüpft.

Kapitel 7

Ermittlung der Modellparameter über die Identifikation linearer Modelle

Zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen ist, wie im Kap. 6.4.1 gezeigt worden ist, ein mathematisches Modell der kombinierten Modellstruktur Gl. (6.4) mit identifizierten Parametern gut geeignet. Durch die Verwendung des genannten Modellansatzes ist es möglich geworden, die Parameter mit einer relativ kleinen Erregung zu identifizieren, ohne den Gültigkeitsbereich des Modells zu verringern. Jedoch ist die Identifikation der Parameter mit Hilfe der nichtlinearen Optimierung sehr rechenzeitaufwendig. Damit werden die im Kap. 1.3 gesetzten Rahmenbedingungen zur Modellermittlung verletzt, weshalb die Modellparameter im folgenden auf andere Weise bestimmt werden.

In diesem Kapitel wird daher ein Verfahren zur Bestimmung der Parameter der kombinierten Modellstruktur vorgestellt, mit dem nicht nur der experimentelle Aufwand bei der Parameteridentifikation reduziert wird sondern auch der rechnerische Aufwand zur Bestimmung der Modellparameter, im Vergleich zu der im Kap. 6 gezeigten Vorgehensweise. Dieses Verfahren zeichnet sich durch eine weiterreichende Verknüpfung der experimentellen Identifikation mit der physikalischen Analyse aus als bei der im Kap. 6 gezeigten Modellierung, bei der lediglich die zu identifizierende Modellstruktur aus analytisch physikalischen Überlegungen resultiert. Bei dem hier dargestellten Verfahren werden darüber hinaus auch beim Identifikationsprozeß der Parameter physikalische Kenntnisse verwendet.

7.1 Grundgedanke des Verfahrens

Zur Beschreibung des Verhaltens nichtlinearer Systeme über weite Betriebsbereiche sind nichtlineare mathematische Modelle notwendig. Ist es zu aufwendig, diese mathematischen Modelle über die analytisch physikalische Modellierung zu erstellen, so kann auch

über die Identifikation ein Modell zur Beschreibung des Systemverhaltens ermittelt werden (vgl. Kap. 2). Dabei können die Parameter einer vorgegebenen Modellstruktur so bestimmt werden, daß das Modell an Messungen angepaßt wird. Hierzu ist es vorteilhaft, wenn die Parameter linear in den Ausgangsfehler (vgl. Abb. 2.5) eingehen. Dies ist z.B. bei Polynomsystemen gegeben, wenn alle Zustandsgrößen gemessen werden können. Polynomsysteme können folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_1 \mathbf{z} + \mathbf{P}_2 \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{P}_3 \mathbf{z}^{[3]} + \dots + \mathbf{P}_k \mathbf{z}^{[k]} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ &= \mathbf{P}(\mathbf{z}) + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad ,\end{aligned}\tag{7.1}$$

wobei \mathbf{z} der q -dimensionale Zustandsvektor und \mathbf{u} der p -dimensionale Erregungsvektor sind und $\mathbf{z}^{[k]}$ aus

$$\mathbf{z}^{(k)} = \underbrace{\mathbf{z} \otimes \mathbf{z} \otimes \dots \otimes \mathbf{z}}_{k\text{-mal}}\tag{7.2}$$

ermittelt wird, wenn \otimes das Kronecker-Produkt ist und die permutierten Produktkomponenten weggelassen werden. Die Matrizen \mathbf{P}_i mit $i = 1, \dots, k$ sind die zu bestimmenden Parameter. Wenn jedoch nur die ersten m (mit $m < q$) Zustandsgrößen meßbar sind, so gehen auch bei dieser Modellstruktur die Parameter teilweise nichtlinear in den Ausgangsfehler ein. Bei einer reinen Black-Box-Identifikation müssen dann, wenn die Struktur des Modells so beibehalten werden soll, rechenzeitaufwendige nichtlineare Optimierungsverfahren zur Parameterbestimmung eingesetzt werden.

Für die Identifikation linearer Modelle von linearen Systemen hingegen gibt es Verfahren, bei denen Modelle mit inneren Freiheitsgraden auch ohne großen rechnerischen und experimentellen Aufwand bestimmt werden können. Daher wird im folgenden gezeigt, wie mit Hilfe einfach zu identifizierender linearer Modelle in kleinen (linearisierbaren) Bereichen um Betriebspunkte eines nichtlinearen Systems ein nichtlineares Modell zur Beschreibung eines großen Betriebsbereiches bestimmt werden kann. Dabei werden zunächst die inneren Freiheitsgrade der linearen Modelle mit zusätzlichen physikalischen Informationen skaliert und dann die Parameter des nichtlinearen Modells direkt über die Fehlerquadratmethode bestimmt. Dieser Umweg über die Identifikation linearer Modelle anstelle der direkten Parameterbestimmung des nichtlinearen Systems über Optimierungsverfahren kann durchaus zu weniger Rechenaufwand führen. Dafür ist es jedoch erforderlich, physikalische Kenntnisse in den Identifikationsprozeß einfließen zu lassen.

Zunächst wird für einen kleinen (linearisierbaren) Bereich um einen Betriebspunkt des nichtlinearen Systems ein linearisiertes Modell aufgestellt (Taylor-Reihenentwicklung), das die gleiche Anzahl an Freiheitsgraden enthält, wie das nichtlineare Modell

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{P}(\mathbf{z}_i) + \mathbf{J}_i (\mathbf{z} - \mathbf{z}_i) + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad ,\tag{7.3}$$

wobei \mathbf{J}_i die JAKOBI-Matrix des Modells im Betriebspunkt i ist. Die Einführung der Abkürzung

$$\boldsymbol{\xi}_i = \mathbf{P}(\mathbf{z}_i) - \mathbf{J}_i \mathbf{z}_i\tag{7.4}$$

führt zu den linearisierten Modellgleichungen

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\xi}_i + \mathbf{J}_i \mathbf{z} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (7.5)$$

am Betriebspunkt i .

Um allgemeine Polynomsysteme identifizieren zu können, müssen an mehreren Stellen \mathbf{z}_i mit $i = 1, \dots, n$ Modelle identifiziert werden. Zur einheitlichen Schreibweise werden die Zustandsvektoren \mathbf{z} und Erregungsvektoren \mathbf{u} der verschiedenen Betriebspunkte ebenfalls indiziert, auch wenn sie physikalisch gesehen die gleichen Koordinaten sind. Werden die linearisierten Modelle aus der TAYLOR-Reihenentwicklung des nichtlinearen Modells ermittelt, so ist die Matrix \mathbf{B} in allen Betriebspunkten gleich. Dies kann jedoch nicht gewährleistet werden, wenn an verschiedenen Betriebspunkten lineare Modelle über allgemein gebräuchliche Verfahren identifiziert werden. Da aber nur die Ein- / Ausgangsgrößen der Modelle für das hier vorgestellte Verfahren interessieren, ist es durchaus erlaubt, für jeden Betriebspunkt i eine andere Matrix \mathbf{B}_i zu bestimmen. Für den i -ten Betriebspunkt erhält man damit das Modell

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \boldsymbol{\xi}_i + \mathbf{J}_i \mathbf{z}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i \quad (7.6)$$

Die Identifikation linearer Modelle führt in der Regel (z.B. bei der Verwendung von subspace-Methoden) auf Zustandsraum-Modelle der Form

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}'' &= \mathbf{A} \mathbf{z}'' + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{y} + \mathbf{y}_0 = \mathbf{C} \mathbf{z}'' + \mathbf{y}_0 \end{aligned} \quad (7.7)$$

Der Vektor $\tilde{\mathbf{y}}$ enthält die meßbaren Ausgangsgrößen. \mathbf{y}_0 gibt einen *Offset* der Ausgangsgrößen an, \mathbf{C} ist die $m \times q$ dimensionale Ausgangsmatrix und \mathbf{A} die $q \times q$ dimensionale Systemmatrix. Diese Systemdarstellung kann ebenfalls verwendet werden, da sie sich in die Darstellungsform der Gl. (7.6) überführen läßt, was in dem folgenden Einschub gezeigt wird.

Um die Verbindung zwischen der Gl. (7.7) und der zu identifizierenden Gl. (7.6) herzustellen, wird zunächst eine Verschiebung des Koordinatenursprunges und dann eine Ähnlichkeitstransformation vorgenommen. Zur übersichtlicheren Darstellung werden bei den folgenden Transformationen die Indizes, die die unterschiedlichen Betriebspunkte kennzeichnen, weggelassen.

Durch die Koordinatenverschiebung erhält man eine um den *Offset* bereinigte Ausgangsgleichung. Wird die neue Koordinate \mathbf{z}' mit

$$\mathbf{z}' = \mathbf{z}'' + \mathbf{z}_0'' \quad (7.8)$$

eingeführt, wobei

$$\mathbf{z}_0'' = \mathbf{C}^\dagger \mathbf{y}_0 \quad (7.9)$$

ist (\dagger kennzeichnet dabei die Pseudoinverse), so kann die Modellform Gl. (7.7) zu

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}' &= -\mathbf{A} \mathbf{z}_0'' + \mathbf{A} \mathbf{z}' + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{C} \mathbf{z}' - \mathbf{C} \mathbf{C}^\dagger \mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_0 = \mathbf{C} \mathbf{z}'\end{aligned}\quad (7.10)$$

umgestellt werden. Mit einer nichtsingulären Matrix \mathbf{T}_1 kann eine Ähnlichkeitstransformation

$$\mathbf{z}' = \mathbf{T}_1 \mathbf{z} \quad (7.11)$$

durchgeführt werden, ohne daß das Ein- / Ausgangsverhalten des Modells verändert wird. Das Modell kann dann

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_1 \dot{\mathbf{z}} &= -\mathbf{A} \mathbf{z}_0'' + \mathbf{A} \mathbf{T}_1 \mathbf{z} + \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{C} \mathbf{T}_1 \mathbf{z}\end{aligned}\quad (7.12)$$

geschrieben werden. Wird die erste Gleichung von links mit \mathbf{T}_1^{-1} multipliziert ergibt sich

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= -\mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{A} \mathbf{z}_0'' + \mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T}_1 \mathbf{z} + \mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{C} \mathbf{T}_1 \mathbf{z},\end{aligned}\quad (7.13)$$

bzw. abgekürzt

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{z}_0 + \mathbf{A}' \mathbf{z} + \mathbf{B}' \mathbf{u} \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}' \mathbf{z}.\end{aligned}\quad (7.14)$$

Wird nun die Transformationsmatrix \mathbf{T}_1 so gewählt, daß sich die $(m \times q)$ - Matrix \mathbf{C}' zu

$$\mathbf{C}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

ergibt, so sind die ersten m Elemente des Zustandsvektors die Ausgangsgrößen des Systems, und die Ausgangsgleichung braucht im Vergleich mit der gewünschten linearen Modellgleichung nicht mehr berücksichtigt zu werden. Das Modell

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{z}}_0 + \mathbf{A}' \mathbf{z} + \mathbf{B}' \mathbf{u} \quad (7.16)$$

ist mit dem gesuchten Modell Gl. (7.6) direkt zu vergleichen. Um die Transformationsmatrix \mathbf{T}_1 zu bestimmen, wird diese aus der Pseudoinversen der Matrix \mathbf{C} , die mit Hilfe der Singulärwertzerlegung berechnet wird, und einer Hilfsmatrix \mathbf{H}

$$\mathbf{T}_1 = (\mathbf{C}^\dagger \mathbf{H}) \quad (7.17)$$

zusammengesetzt. Die Pseudoinverse \mathbf{C}^\dagger bewirkt, daß durch die Multiplikation $\mathbf{C} \mathbf{C}^\dagger$ der linke Teil der Matrix \mathbf{C}' zur Einheitsmatrix wird. Folglich muß die Matrix \mathbf{H} so beschaffen sein, daß

$$\mathbf{C} \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (7.18)$$

ergibt. Teilt man die $(m \times q)$ -Matrix \mathbf{C} in die $(m \times (q - m))$ -Matrix \mathbf{C}_1 und die $(m \times m)$ -Matrix \mathbf{C}_2 sowie die $(q \times (q - m))$ -Matrix \mathbf{H} in die $((q - m) \times (q - m))$ -Matrix \mathbf{H}_1 und die $(m \times (q - m))$ -Matrix \mathbf{H}_2 ein

$$(\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2) \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad , \quad (7.19)$$

so kann auch

$$\mathbf{C}_1 \mathbf{H}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{H}_2 = \mathbf{0} \quad (7.20)$$

geschrieben werden. Um eine Matrix \mathbf{H} zu bestimmen, die die Bedingung Gl. (7.18) erfüllt, kann die Matrix \mathbf{H}_1 gewählt werden (z.B. als Einheitsmatrix). \mathbf{H}_2 ergibt sich dann aus

$$\mathbf{H}_2 = -\mathbf{C}_2^{-1} \mathbf{C}_1 \mathbf{H}_1 \quad . \quad (7.21)$$

Mit diesen Rechenschritten können also Modelle der Form Gl. (7.7), wie sie mit den meisten Identifikationsverfahren identifiziert werden, auf die Form Gl. (7.6) umgerechnet werden.

Werden verschiedene lineare Modelle an unterschiedlichen Betriebspunkten des nichtlinearen Systems identifiziert, so ergeben sich i Modelle, in denen jeweils die ersten m Elemente des Zustandsvektors die physikalischen Ausgangsgrößen darstellen. Die anderen $(q - m)$ Elemente sind innere Freiheitsgrade, denen durch die Identifikation keine physikalische Bedeutung zukommt. Wenn jedoch diese inneren Freiheitsgrade als Zustandsgrößen in die Ermittlung der Modellparameter des nichtlinearen Modells einbezogen werden sollen, müssen die entsprechenden Zustandsgrößen der unterschiedlichen Modelle zueinander *passen*, d.h. sie müssen die gleichen Koordinaten beschreiben. Dazu muß für jedes Modell eine weitere Koordinatentransformation der Art

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}_2 \mathbf{z}^* + \mathbf{z}_0^* \quad (7.22)$$

durchgeführt werden, wobei die Matrix \mathbf{T}_2 und der Vektor \mathbf{z}_0^* die Form

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_2 &= \begin{pmatrix} \mathbf{I}^{m \times m} & \mathbf{0}^{m \times (q-m)} \\ \mathbf{K}_1^{(q-m) \times m} & \mathbf{K}_2^{(q-m) \times (q-m)} \end{pmatrix} \\ \mathbf{z}_0^* &= (0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_{q-m})^T \end{aligned} \quad (7.23)$$

haben. Hierbei ist \mathbf{I} eine Einheitsmatrix, und \mathbf{K}_1 bzw. \mathbf{K}_2 können vollbesetzte Matrizen sein. Die Dimensionen der Matrizen sind in Gl. (7.23) angedeutet. Durch diese spezielle Form von \mathbf{T}_2 und \mathbf{z}_0^* wird gewährleistet, daß nur die inneren Freiheitsgrade, nicht aber die physikalischen Zustandsgrößen, transformiert werden. Damit ergibt sich das lineare Modell eines Betriebspunktes, das zur Ermittlung des Polynomsystems verwendet werden kann, zu

$$\dot{\mathbf{z}}^* = \mathbf{T}_2^{-1} (\boldsymbol{\xi} + \mathbf{J} \mathbf{z}_0^*) + \mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{J} \mathbf{T}_2 \mathbf{z}^* + \mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u}$$

$$= \tilde{\boldsymbol{\xi}} + \tilde{\mathbf{J}} \mathbf{z}^* + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{u} \quad . \quad (7.24)$$

An dieser Stelle des Verfahrens wird die hybride Vorgehensweise deutlich: Die Transformationsmatrix \mathbf{T}_2 und der Vektor der Koordinatenverschiebung \mathbf{z}_0^* müssen aus einer physikalischen Analyse bestimmt werden. Durch diese Transformationen werden nicht die meßbaren Ausgangsgrößen verändert, lediglich die inneren Freiheitsgrade werden transformiert. Daher sind die Transformationen nicht aus Messungen zu bestimmen. Zur Bestimmung der Transformationsbeziehungen ist physikalisches Wissen über das betrachtete System erforderlich, weshalb an dieser Stelle kein allgemeines Verfahren zu deren Bestimmung angegeben werden kann.

Wenn die Transformationsbeziehungen \mathbf{T}_2 und \mathbf{z}_0^* aus einer physikalischen Analyse bestimmt werden können, ist es möglich, mit den ermittelten linearen Modellen die inneren Zustände des Systems zu simulieren, wenn die gleichen Systemerregungen benutzt werden wie bei der Identifikation der linearen Modelle. Im folgenden werden die Indizes zur Unterscheidung der einzelnen Betriebspunkte wieder berücksichtigt.

An den für die Verarbeitung mit einem Digitalrechner notwendigen diskreten Stützstellen ergeben sich dann für die linearen Modelle an den i Betriebspunkten die Werte

$${}_j \mathbf{z}_i^* \quad , \quad {}_j \dot{\mathbf{z}}_i^* \quad , \quad {}_j \mathbf{u}_i \quad (7.25)$$

für die Zustandsgrößen, die Zeitableitungen der Zustandsgrößen und die Erregungen. Der linke Index gibt dabei den j -ten diskreten Wert der Simulation an. Mit Hilfe dieser simulierten Werte können die Modellparameter der Polynomsysteme genauso bestimmt werden, als seien die Werte gemessen worden.

Wird das Polynomsystem Gl. (7.1) nun mit den simulierten Zustandsgrößen aufgeschrieben, ergibt sich

$$\dot{\mathbf{z}}^* = (\mathbf{P}_0 \quad \mathbf{P}_1 \quad \mathbf{P}_2 \quad \dots \quad \mathbf{P}_k \quad \mathbf{B}) \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{z}^* \\ \mathbf{z}^{*[2]} \\ \vdots \\ \mathbf{z}^{*[k]} \\ \mathbf{u} \end{pmatrix} \quad . \quad (7.26)$$

Die Modellparameter können dann über die Fehlerquadratmethode berechnet werden. Die Zustandsgrößen, deren Ableitungen und die Erregungen sowie die gesuchten Modellparameter \mathbf{P}_l mit $l = 1, \dots, k$ können hierzu in den Matrizen

$$\mathbf{Z} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \mathbf{1} & \dots & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{1} & \dots & \mathbf{1} \\ {}_1 \mathbf{z}_1^* & \dots & {}_{N_1} \mathbf{z}_1^* & \dots & {}_1 \mathbf{z}_n^* & \dots & {}_{N_1} \mathbf{z}_n^* \\ {}_1 \mathbf{z}_1^{*[2]} & \dots & {}_{N_1} \mathbf{z}_1^{*[2]} & \dots & {}_1 \mathbf{z}_n^{*[2]} & \dots & {}_{N_1} \mathbf{z}_n^{*[2]} \\ \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ {}_1 \mathbf{z}_1^{*[k]} & \dots & {}_{N_1} \mathbf{z}_1^{*[k]} & \dots & {}_1 \mathbf{z}_n^{*[k]} & \dots & {}_{N_1} \mathbf{z}_n^{*[k]} \\ {}_1 \mathbf{u}_1 & \dots & {}_{N_1} \mathbf{u}_1 & \dots & {}_1 \mathbf{u}_n & \dots & {}_{N_1} \mathbf{u}_n \end{array} \right)$$

$$\dot{\mathbf{Z}} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} {}_1\dot{z}_1^* & \dots & {}_{N_1}\dot{z}_1^* & \dots & {}_1\dot{z}_n^* & \dots & {}_{N_n}\dot{z}_n^* \end{array} \right)$$

$$\tilde{\mathbf{P}} = (\mathbf{P}_0 \quad \mathbf{P}_1 \quad \dots \quad \mathbf{P}_k \quad \mathbf{B}) \quad (7.27)$$

angeordnet werden. Dabei werden N_i *simulierte Meßwerte* des i -ten Betriebspunktes verwendet. Zur übersichtlicheren Darstellung sind die einzelnen Betriebsbereiche durch senkrechte Striche in den Matrizen \mathbf{Z} und $\dot{\mathbf{Z}}$ gekennzeichnet. Es gilt folglich

$$\dot{\mathbf{Z}} = \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{Z} \quad (7.28)$$

Entsprechend der Fehlerquadratmethode können die gesuchten Modellparameter über

$$\tilde{\mathbf{P}} = \dot{\mathbf{Z}} \mathbf{Z}^T (\mathbf{Z} \mathbf{Z}^T)^{-1} \quad (7.29)$$

berechnet werden.

Um die Ermittlung nichtlinearer Modelle durch lineare Modelle zu veranschaulichen, sei das folgende einfache Beispiel aufgeführt. Es wird ein dynamisches System betrachtet, das durch die Modellgleichung

$$\dot{x} = q x^2 + b u \quad (7.30)$$

beschrieben werden kann.

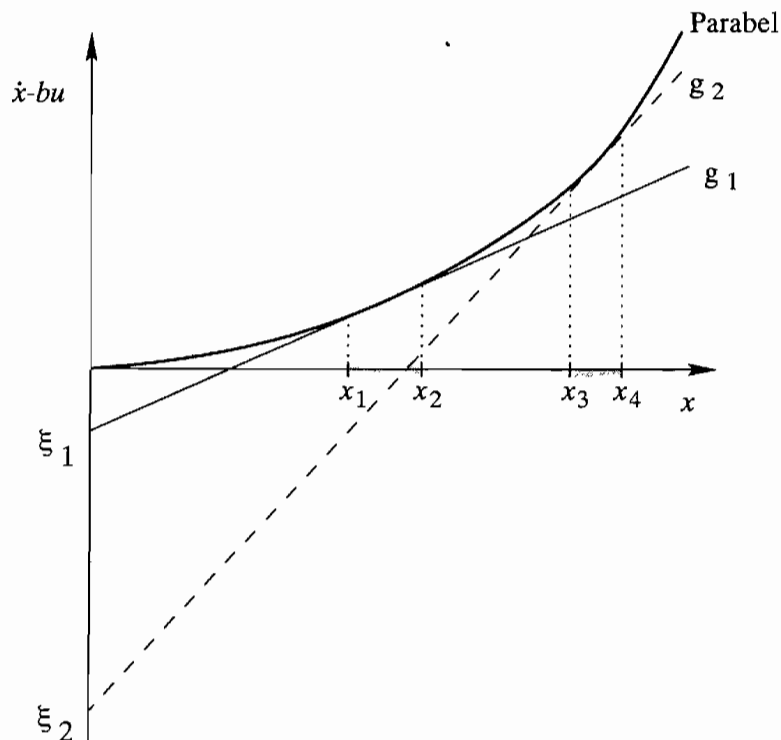


Abb. 7.1: Ermittlung eines quadratischen Modells aus linearen Modellen

Dabei sei $u = u(t)$ eine mittelwertbehaftete Eingangsgröße und x der Zustand des Systems. Die Modellparameter q und b sollen bestimmt werden. Werden um Betriebspunkte dieses nichtlinearen Systems linearisierte Modelle der Form

$$\dot{x} = \xi_i + j_i x + b u \quad (7.31)$$

identifiziert, können diese Modelle – sofern der Modellparameter b bei beiden linearen Modellen und dem quadratischen Modell gleich ist – als Tangente an die Parabel $q x^2$ dargestellt werden (vgl. Abb. 7.1). Werden Simulationsrechnungen in dem Bereich $[x_1 \dots x_2]$ (Werte der Geraden g_1) und im Bereich $[x_3 \dots x_4]$ (Werte der Geraden g_2) durchgeführt, kann der Parameter q des quadratischen Modells aus diesen simulierten Größen berechnet werden.

In diesem eindimensionalen Beispiel könnte der Parameter q auch direkt aus den Meßwerten bestimmt werden. Der Umweg über die linearen Modelle ist nur dann gerechtfertigt, wenn innere Freiheitsgrade vorhanden sind, die nicht gemessen werden können. In diesem Fall können die linearen Modelle im Vergleich zu dem nichtlinearen Modell einfach identifiziert werden.

7.2 Anwendung des Verfahrens auf hydrodynamische Kupplungen

7.2.1 Vorbemerkungen

Der Grundgedanke des Verfahrens, das auf die Bestimmung von mathematischen Modellen zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen angewendet werden soll, ist im Kap. 7.1 dargestellt und wird hier auf hydrodynamische Kupplungen bezogen. Wie erwähnt basiert das Verfahren auf einer hybriden Vorgehensweise zur Parameteridentifikation, d.h. das Verfahren muß auf jedes betrachtete System angepaßt werden. Im folgenden wird dargestellt, welche Besonderheiten bei der Bestimmung von Modellen zur Beschreibung des dynamischen Kupplungsverhaltens beachtet werden müssen.

Aus der analytisch physikalischen Modellierung der Kupplung kann die zu identifizierende kombinierte Modellstruktur Gl. (5.71) abgeleitet werden (vgl. Kap. 5.3). Dieses Modell entspricht der Polynomstruktur Gl. (7.1), bei der nur der quadratische Term vorhanden ist. Der Zustandsraum hat hierbei die Dimension $q = 3$, wobei $m = 2$ Zustandsgrößen gemessen werden können, d.h. es ist ein innerer Freiheitsgrad (im physikalischen Modell der Volumenstrom) vorhanden. Das physikalische Modell ist entsprechend der Vorgehensweise von HASSELGRUBER und HERBERTZ so hergeleitet worden, daß der innere Freiheitsgrad als mittlere Modellgleichung erfaßt wird. Diese Anordnung der Gleichungen wird auch im folgenden beibehalten.

Die Modellgleichungen der Kupplung weisen eine spezielle Struktur auf: Einerseits ist die Matrix \mathbf{B} nicht vollbesetzt und andererseits setzt sich die dritte Zeile von \mathbf{Q} aus

den Elementen der ersten Zeile und den Elementen der Eingangsmatrix \mathbf{B} zusammen, wodurch gewährleistet wird, daß die Momente im stationären Betrieb an der Pumpen- und Turbinenseite gleich groß sind. Diese Struktur des Modells soll bei der Identifikation berücksichtigt werden, da durch die explizite Berücksichtigung des stationären Momentengleichgewichts die linearen Modelle besser identifiziert werden können. Ansonsten würde die Identifikation in den Bereichen, in denen die stationäre Kennlinie eine nahezu horizontale Tangente aufweist, zu unbrauchbaren Modellen führen. Die Berücksichtigung dieser Modellstruktur benötigt jedoch ein speziell auf das Problem zugeschnittenes Identifikationsverfahren, dessen Grundidee im folgenden dargestellt wird.

Ausgangspunkt für die Identifikation der linearen Modelle sind die Modellformen nach Gl. (7.5), so daß den Meßgrößen direkt Zustandsraumkoordinaten der Modelle zugeordnet werden können. Diese Zustandsraummodelle werden zunächst in Ein- / Ausgangsgrößenmodelle überführt. Der innere Freiheitsgrad wird hierzu aus den Modellgleichungen eliminiert. Dieser Vorgang wird auch mit *Kondensation* bezeichnet. In dem kondensierten Modell werden die Modell-Parameter so zusammengefaßt, daß diese über die Fehlerquadratmethode bestimmt werden können.

Diese identifizierten Modellgleichungen müssen auf die ursprüngliche Form zurückgerechnet (expandiert) werden. Um jedoch den inneren Freiheitsgrad richtig – also physikalisch sinnvoll – rekonstruieren zu können, müssen zusätzliche physikalische Kenntnisse in den Identifikationsprozeß eingebracht werden: Mit Hilfe der EULER-Gleichung (5.1) zur Berechnung stationärer Betriebszustände werden die notwendigen Transformationsbedingungen \mathbf{T}_2 und \mathbf{z}_0^* ermittelt. Dabei wird in diesem Fall der innere Freiheitsgrad durch die Transformationsmatrix nur skaliert, d.h. \mathbf{T}_2 ist nur auf der Diagonalen besetzt. Der Grund hierfür liegt darin, daß die Matrix \mathbf{B} bei allen linearen Betriebspunkten identisch identifiziert wird und daher auch direkt für das nichtlineare Modell *übernommen* werden kann. Würde jedoch \mathbf{T}_2 in der zweiten Zeile vollbesetzt, so würde auch die Matrix \mathbf{B} so transformiert, daß deren Struktur verloren ginge.

Die Abb. 7.2 zeigt nochmals die einzelnen Identifikationsschritte, die im folgenden – am Beispiel der hydrodynamischen Kupplung – durchgeführt werden.

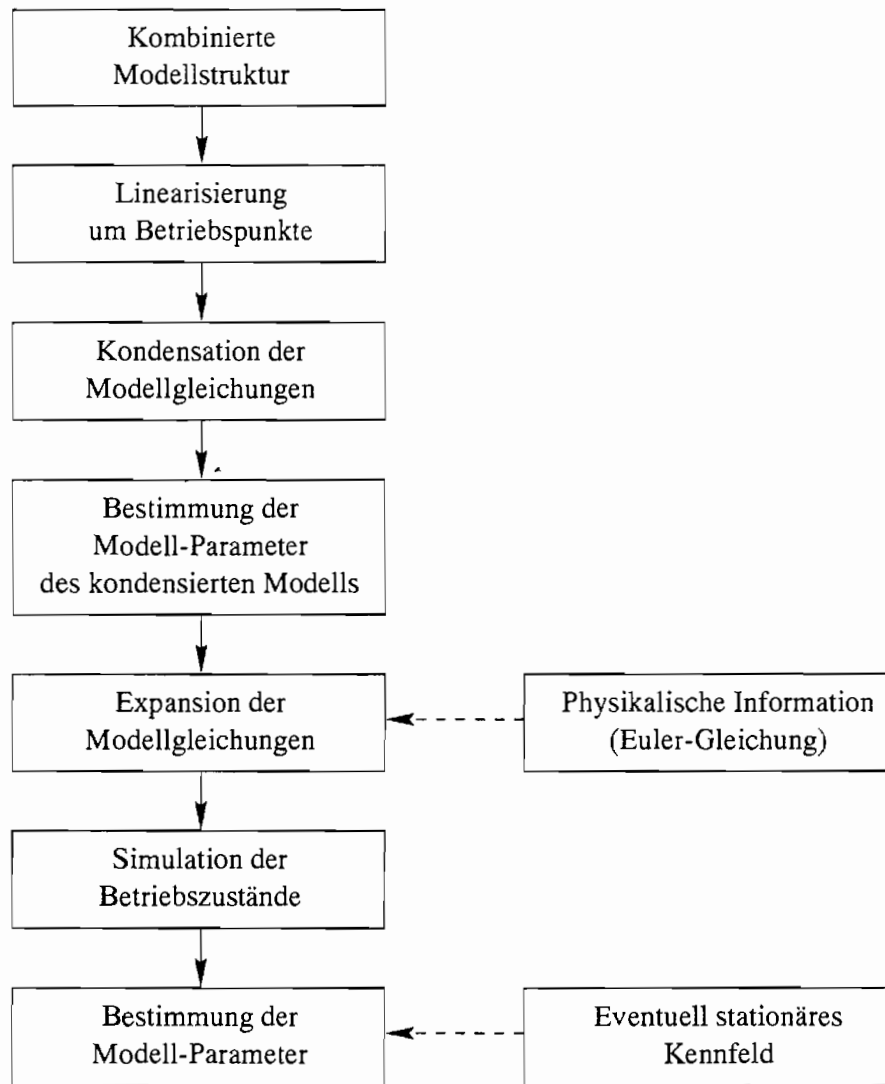


Abb. 7.2: Ablauf der Modell-Identifikation

7.2.2 Kombinierte Modellstruktur

Der Ausgangspunkt für das Verfahren ist die kombinierte Modellstruktur

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad , \quad (7.32)$$

deren Parameter

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{11} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{12} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{13} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{14} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{15} & \frac{b_{32}}{b_{11}} q_{16} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{pmatrix} \quad (7.33)$$

identifiziert werden sollen, wobei

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \omega_P \\ \dot{V} \\ \omega_T \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \begin{pmatrix} \dot{\omega}_P \\ \ddot{V} \\ \dot{\omega}_T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{z}^{[2]} = \begin{pmatrix} \omega_P^2 \\ \omega_P \dot{V} \\ \omega_P \omega_T \\ \dot{V}^2 \\ \dot{V} \omega_T \\ \omega_T^2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_P \\ M_T \end{pmatrix} \quad (7.34)$$

gilt. Dieses Modell besitzt drei Freiheitsgrade ω_P , \dot{V} und ω_T , wovon in der Regel nur die beiden Winkelgeschwindigkeiten meßbar sind. Daher gehen die Modellparameter teilweise nichtlinear in den Ausgangsfehler ein, und rechenzeitaufwendige nichtlineare Optimierungsverfahren sind zu deren Bestimmung notwendig (vgl. Kap. 6.2.3). Um diese Problematik umgehen zu können, muß der innere Freiheitsgrad *rekonstruiert* werden. Hierzu wird eine Kombination aus der experimentellen Identifikation und der analytisch physikalischen Modellierung verwendet: Es werden um einen oder mehrere Betriebspunkte linearisierte Modelle mit ebenfalls drei Freiheitsgraden identifiziert. Dem inneren Freiheitsgrad kommt hierbei jedoch noch keine physikalische Bedeutung zu, da dieser über eine Transformationsmatrix skaliert werden kann, ohne daß sich die Ein- / Ausgangsbeziehungen des Modells verändern. Um eine geeignete (physikalisch sinnvolle) Skalierung des inneren Freiheitsgrades zu erhalten, wird angenommen, daß die EULER-Gleichung (5.1) für stationäre Betriebspunkte in dem betrachteten Betriebsbereich gilt. Mit den so ermittelten Modellen werden alle drei Zustandsgrößen für dynamische Belastungen in den kleinen Betriebsbereichen simuliert. Diese simulierten Zustandsgrößen dienen dann zur Bestimmung der angestrebten kombinierten Modellstruktur¹.

7.2.3 Linearisierung der Modellgleichungen

Zur Linearisierung der Modellgleichungen an einem Betriebspunkt \mathbf{z}_i werden die Gleichungen des autonomen Systems

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} \quad (7.35)$$

in eine Taylor-Reihe entwickelt, die nach dem linearen Term abgebrochen wird. Man erhält als linearisierte Modellgleichungen (mit Erregung)

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}_i^{[2]} + \mathbf{J}_i (\mathbf{z} - \mathbf{z}_i) + \mathbf{B} \mathbf{M}, \quad (7.36)$$

wobei

$$\mathbf{z}_i = \begin{pmatrix} \omega_{P,i} \\ \dot{V}_i \\ \omega_{T,i} \end{pmatrix} \quad (7.37)$$

¹Hierbei genügt die Simulation der Zustandsgrößen in **einem** linearisierbaren Bereich, da die kombinierte Modellstruktur keinen linearen Term enthält (vgl. auch Kap. 6.3). Durch mehrere Betriebsbereiche kann gegebenenfalls die Abbildungsgenauigkeit des ermittelten Modells erhöht werden (vgl. Kap. 7.2.10).

der Betriebspunkt selbst und

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}_i &= \begin{pmatrix} \dot{j}_{11,i} & \dot{j}_{12,i} & \dot{j}_{13,i} \\ \dot{j}_{21,i} & \dot{j}_{22,i} & \dot{j}_{23,i} \\ \dot{j}_{31,i} & \dot{j}_{32,i} & \dot{j}_{33,i} \end{pmatrix} \\
 &= \mathbf{Q} \begin{pmatrix} 2\omega_{P,i} & 0 & 0 \\ \dot{V}_i & \omega_{P,i} & 0 \\ \omega_{T,i} & 0 & \omega_{P,i} \\ 0 & 2\dot{V}_i & 0 \\ 0 & \omega_{T,i} & \dot{V}_i \\ 0 & 0 & 2\omega_{T,i} \end{pmatrix} \\
 &= \mathbf{Q}\mathbf{P}_i
 \end{aligned} \tag{7.38}$$

die JAKOBI-Matrix des Modells im i -ten Betriebspunkt sind. Führt man die Abkürzung

$$\boldsymbol{\xi}_i = \begin{pmatrix} \xi_{1,i} \\ \xi_{2,i} \\ \xi_{3,i} \end{pmatrix} = \mathbf{Q}\mathbf{z}_i^{[2]} - \mathbf{J}_i\mathbf{z}_i = -\mathbf{Q}\mathbf{z}_i^{[2]} \tag{7.39}$$

ein, so erhält man das lineare Modell

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\xi}_i + \mathbf{J}_i\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{M} \tag{7.40}$$

zur Beschreibung des Betriebsverhaltens um den Betriebspunkt \mathbf{z}_i . Dabei sind der Erregungsvektor \mathbf{M} , der Zustandsvektor \mathbf{z} und die Koeffizientenmatrix \mathbf{B} gleich denen aus dem kombinierten Modell.

Aufgrund des besonderen Aufbaus der Matrix \mathbf{Q}

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ \frac{b_{32}}{b_{11}}q_{11} & \frac{b_{32}}{b_{11}}q_{12} & \frac{b_{32}}{b_{11}}q_{13} & \frac{b_{32}}{b_{11}}q_{14} & \frac{b_{32}}{b_{11}}q_{15} & \frac{b_{32}}{b_{11}}q_{16} \end{pmatrix} \tag{7.41}$$

haben nach Gl. (7.38) und Gl. (7.39) sowohl \mathbf{J}_i als auch $\boldsymbol{\xi}_i$ diese Struktur:

$$\mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} \dot{j}_{11,i} & \dot{j}_{12,i} & \dot{j}_{13,i} \\ \dot{j}_{21,i} & \dot{j}_{22,i} & \dot{j}_{23,i} \\ \frac{b_{32}}{b_{11}}\dot{j}_{11,i} & \frac{b_{32}}{b_{11}}\dot{j}_{12,i} & \frac{b_{32}}{b_{11}}\dot{j}_{13,i} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\xi}_i = \begin{pmatrix} \xi_{1,i} \\ \xi_{2,i} \\ \frac{b_{32}}{b_{11}}\xi_{1,i} \end{pmatrix}. \tag{7.42}$$

Die Parameter $\boldsymbol{\xi}_i$, \mathbf{J}_i und \mathbf{B} müssen für jeden Betriebspunkt i experimentell identifiziert werden. Da zur Simulation der Betriebszustände bei dynamischer Erregung nur die Beziehung zwischen den Eingangsgrößen \mathbf{M} und den Ausgangsgrößen \mathbf{z} benötigt wird, ist die hier aufgestellte Form der Gleichungen (z.B. daß die Matrix \mathbf{B} unabhängig vom Betriebspunkt ist) nicht zwingend notwendig.

Um lineare Modelle dynamischer Systeme zu identifizieren, gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die hydrodynamische Kupplung ist ein stark gedämpftes System. Um ein solches

System zur Identifikation genügend anregen zu können, muß ein Identifikationsverfahren verwendet werden, bei dem eine fortdauernde Erregung erlaubt ist. Dabei hat sich die Zeitbereichsidentifikation als geeignet erwiesen, da nur kurze Meßzeiten benötigt werden und keine rein harmonische Erregungen erforderlich sind.

Wird die spezielle Struktur von \mathbf{J}_i und $\boldsymbol{\xi}_i$ in Bezug auf die Elemente der Matrix \mathbf{B} bei der Identifikation nicht beachtet, so ist die Parameterbestimmung vor allem in den Betriebsbereichen, in denen die stationäre Kennlinie eine Tangente mit geringer Steigung aufweist, sehr problematisch. Wenn die Struktur jedoch berücksichtigt wird, können auch in den problematischen Betriebsbereichen Modelle ermittelt werden, die das Betriebsverhalten gut approximieren. Um jedoch keine rechenzeitaufwendige Optimierung zur Parameteridentifikation durchführen zu müssen, auch wenn die spezielle Struktur vorgegeben wird, werden die gesuchten Modellparameter über die Identifikation der um den inneren Freiheitsgrad reduzierten Modellgleichungen und über die EULER-Gleichung (5.1) ermittelt. Dieser *Umweg* ermöglicht es auch, daß für die unterschiedlichen Betriebspunkte \mathbf{J}_i und $\boldsymbol{\xi}_i$ verschieden bestimmt werden, aber die Matrix \mathbf{B} bei jedem Modell gleich ist und für das angestrebte Modell der kombinierten Modellstruktur übernommen werden kann.

7.2.4 Kondensation der linearisierten Modellgleichungen

Durch die Kondensation der linearisierten Modellgleichungen erhält man zwei Modellgleichungen, die nur noch die Ein- / Ausgangsgrößen enthalten. Der Volumenstrom als innere Zustandsgröße wird durch die Kondensation eliminiert. Die Parameter der kondensierten Modellgleichungen sollen zusammengefaßt und dann durch Messungen identifiziert werden. Nach der Parameteridentifikation sollen diese Modellgleichungen mit Hilfe der EULER-Gleichung wieder auf die ursprüngliche Form umgerechnet (expandiert) werden. Dies muß bei der Kondensation beachtet werden, da es – abhängig vom Kondensationsverfahren – bei der Rückrechnung der kondensierten Modellform mit zusammengefaßten Parametern auf die Ausgangsform dazu kommen kann, daß ein oder mehrere Parameter des nichtkondensierten Modells überbestimmt sind. Es muß jedoch ein unterbestimmtes Gleichungssystem entstehen, weshalb das in diesem Kapitel gezeigte Kondensationsverfahren verwendet wird. Die *fehlende Information* des unterbestimmten Gleichungssystems wird dann durch stationäre Messungen und die EULER-Gleichung (5.1) geliefert. Um keine überbestimmten Gleichungssysteme bei der Rückrechnung zu erhalten, wird die Kondensation folgendermaßen durchgeführt:

Die erste Gleichung des kondensierten Modells wird dadurch erhalten, daß die erste Gleichung des nicht-kondensierten Modells nach \dot{V} aufgelöst

$$\dot{V} = \frac{1}{j_{12,i}} \dot{\omega}_P - \frac{j_{11,i}}{j_{12,i}} \omega_P - \frac{j_{13,i}}{j_{12,i}} \omega_T - \frac{\xi_{1,i}}{j_{12,i}} - \frac{b_{11}}{j_{12,i}} M_P \quad (7.43)$$

und dann nach der Zeit abgeleitet wird

$$\ddot{V} = \frac{1}{j_{12,i}} \ddot{\omega}_P - \frac{j_{11,i}}{j_{12,i}} \dot{\omega}_P - \frac{j_{13,i}}{j_{12,i}} \dot{\omega}_T - \frac{b_{11}}{j_{12,i}} \dot{M}_P \quad (7.44)$$

Die Gl. (7.43) und (7.44) werden in die zweite Gleichung des nichtkondensierten Modells

$$\ddot{V} = j_{21,i} \omega_P + j_{22,i} \dot{V} + j_{23,i} \omega_T + \xi_{2,i} \quad (7.45)$$

eingesetzt. Wird das Ergebnis nach \dot{M}_P umgestellt, ergibt sich die **erste Gleichung des kondensierten Modells**

$$\begin{aligned} \dot{M}_P = & \frac{1}{b_{11}} \ddot{\omega}_P + \frac{-j_{11,i} - j_{22,i}}{b_{11}} \dot{\omega}_P + \frac{j_{11,i} j_{22,i} - j_{12,i} j_{21,i}}{b_{11}} \omega_P + \\ & \frac{-j_{13,i}}{b_{11}} \dot{\omega}_T + \frac{j_{13,i} j_{22,i} - j_{12,i} j_{23,i}}{b_{11}} \omega_T + j_{22,i} M_P + \frac{j_{22,i} \xi_{1,i} - j_{12,i} \xi_{2,i}}{b_{11}} \end{aligned} \quad (7.46)$$

Die zweite Gleichung des kondensierten Modells ergibt sich aus der ersten und dritten Gleichung des nicht-kondensierten Modells

$$\dot{\omega}_P = j_{11,i} \omega_P + j_{12,i} \dot{V} + j_{13,i} \omega_T + \xi_{1,i} + b_{11} M_P \quad (7.47)$$

$$\dot{\omega}_T = \frac{b_{32}}{b_{11}} j_{11,i} \omega_P + \frac{b_{32}}{b_{11}} j_{12,i} \dot{V} + \frac{b_{32}}{b_{11}} j_{13,i} \omega_T + \frac{b_{32}}{b_{11}} \xi_{1,i} + b_{32} M_T \quad (7.48)$$

Von Gl. (7.47) wird $b_{11} M_P$ subtrahiert; die Gl. (7.48) wird mit $\frac{b_{11}}{b_{32}}$ multipliziert und anschließend wird von dieser Gleichung $b_{11} M_T$ subtrahiert

$$\dot{\omega}_P - b_{11} M_P = j_{11,i} \omega_P + j_{12,i} \dot{V} + j_{13,i} \omega_T + \xi_{1,i} \quad (7.49)$$

$$\frac{b_{11}}{b_{32}} \dot{\omega}_T - b_{11} M_T = j_{11,i} \omega_P + j_{12,i} \dot{V} + j_{13,i} \omega_T + \xi_{1,i} \quad (7.50)$$

Werden Gl. (7.49) und (7.50) voneinander subtrahiert und nach $M_P - M_T$ aufgelöst, ergibt sich die **zweite Gleichung des kondensierten Modells**

$$M_P - M_T = \frac{1}{b_{11}} \dot{\omega}_P - \frac{1}{b_{32}} \dot{\omega}_T \quad (7.51)$$

Werden die Parameter für die Identifikation des kondensierten Modells (Gl. (7.46) und (7.51)) zusammengefaßt, so ergibt dies

$$\begin{aligned} \dot{M}_P &= c_1 \ddot{\omega}_P + c_2 \dot{\omega}_P + c_3 \omega_P + c_4 \dot{\omega}_T + c_5 \omega_T + c_6 M_P + c_7 \\ M_P - M_T &= c_1 \dot{\omega}_P + c_8 \dot{\omega}_T \end{aligned} \quad (7.52)$$

Dabei wurde berücksichtigt, daß die Parameter vor $\dot{\omega}_P$ in Gl. (7.51) und vor $\ddot{\omega}_P$ in Gl. (7.46) identisch sind.

Sollen zur Bestimmung der Parameter der kombinierten Modellstruktur die Zustandsgrößen in mehreren (linearisierbaren) Betriebsbereichen simuliert werden, so müssen auch mehrere lineare Modelle identifiziert werden. Wenn die Matrix \mathbf{B} für alle Betriebspunkte gleich identifiziert werden soll, so müssen die Parameter der kondensierten linearen Modelle, die ausschließlich Elemente der Matrix \mathbf{B} enthalten, in jedem linearen Modell gleich sein. In der Gl. (7.52) sind das die Parameter c_1 und c_8 . Werden die Winkelgeschwindigkeiten und Momente der unterschiedlichen Betriebspunkte durch einen Index

gekennzeichnet (obwohl die Koordinaten der physikalischen Größen übereinstimmen), so kann das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}
 \dot{M}_{P,1} &= c_1 \ddot{\omega}_{P,1} + c_2 \dot{\omega}_{P,1} + c_3 \omega_{P,1} + c_4 \dot{\omega}_{T,1} + c_5 \omega_{T,1} + c_6 M_{P,1} + c_7 \\
 M_{P,1} - M_{T,1} &= c_1 \dot{\omega}_{P,1} + c_8 \dot{\omega}_{T,1} \\
 \\
 \dot{M}_{P,2} &= c_1 \ddot{\omega}_{P,2} + c_9 \dot{\omega}_{P,2} + c_{10} \omega_{P,2} + c_{11} \dot{\omega}_{T,2} + c_{12} \omega_{T,2} + c_{13} M_{P,2} + c_{14} \\
 M_{P,2} - M_{T,2} &= c_1 \dot{\omega}_{P,2} + c_8 \dot{\omega}_{T,2} \\
 &\vdots \\
 \dot{M}_{P,n} &= c_1 \ddot{\omega}_{P,n} + c_{9+6(n-2)} \dot{\omega}_{P,n} + c_{10+6(n-2)} \omega_{P,n} + c_{11+6(n-2)} \dot{\omega}_{T,n} + \\
 &\quad c_{12+6(n-2)} \omega_{T,n} + c_{13+6(n-2)} M_{P,n} + c_{14+6(n-2)} \\
 M_{P,n} - M_{T,n} &= c_1 \dot{\omega}_{P,n} + c_8 \dot{\omega}_{T,n} \quad .
 \end{aligned} \tag{7.53}$$

aufgestellt werden, wenn n die Anzahl der Betriebspunkte ist.

7.2.5 Bestimmung der Parameter des kondensierten Modells

$$\begin{pmatrix}
 {}_1\ddot{\omega}_{P,1} & {}_1\dot{\omega}_{P,1} & {}_1\omega_{P,1} & {}_1\dot{\omega}_{T,1} & {}_1\omega_{T,1} & {}_1M_{P,1} & 1 & 0 & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 {}_{N_1}\ddot{\omega}_{P,1} & {}_{N_1}\dot{\omega}_{P,1} & {}_{N_1}\omega_{P,1} & {}_{N_1}\dot{\omega}_{T,1} & {}_{N_1}\omega_{T,1} & {}_{N_1}M_{P,1} & 1 & 0 & \vdots \\
 {}_1\dot{\omega}_{P,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}_1\dot{\omega}_{T,1} & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 {}_{N_1}\dot{\omega}_{P,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}_{N_1}\dot{\omega}_{T,1} & \vdots \\
 \hline
 {}_1\ddot{\omega}_{P,2} & {}_1\dot{\omega}_{P,2} & {}_1\omega_{P,2} & {}_1\dot{\omega}_{T,2} & {}_1\omega_{T,2} & {}_1M_{P,2} & 1 & 0 & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 {}_{N_2}\ddot{\omega}_{P,2} & {}_{N_2}\dot{\omega}_{P,2} & {}_{N_2}\omega_{P,2} & {}_{N_2}\dot{\omega}_{T,2} & {}_{N_2}\omega_{T,2} & {}_{N_2}M_{P,2} & 1 & 0 & \vdots \\
 {}_1\dot{\omega}_{P,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}_1\dot{\omega}_{T,2} & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 {}_{N_2}\dot{\omega}_{P,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}_{N_2}\dot{\omega}_{T,2} & \vdots \\
 \hline
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \hline
 {}_1\ddot{\omega}_{P,n} & {}_1\dot{\omega}_{P,n} & {}_1\omega_{P,n} & {}_1\dot{\omega}_{T,n} & {}_1\omega_{T,n} & {}_1M_{P,n} & 1 & 0 & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 {}_{N_n}\ddot{\omega}_{P,n} & {}_{N_n}\dot{\omega}_{P,n} & {}_{N_n}\omega_{P,n} & {}_{N_n}\dot{\omega}_{T,n} & {}_{N_n}\omega_{T,n} & {}_{N_n}M_{P,n} & 1 & 0 & \vdots \\
 {}_1\dot{\omega}_{P,n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}_1\dot{\omega}_{T,n} & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 {}_{N_n}\dot{\omega}_{P,n} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}_{N_n}\dot{\omega}_{T,n} & \vdots
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 c_1 \\
 c_2 \\
 \vdots \\
 c_{14+6(n-2)}
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 {}_1\dot{M}_{P,1} \\
 \vdots \\
 {}_{N_1}\dot{M}_{P,1} \\
 {}_1M_{P,1} - {}_{N_1}M_{T,1} \\
 \vdots \\
 {}_{N_1}M_{P,1} - {}_{N_1}M_{T,1} \\
 \hline
 {}_1\dot{M}_{P,2} \\
 \vdots \\
 {}_{N_2}\dot{M}_{P,2} \\
 {}_1M_{P,2} - {}_{N_2}M_{T,2} \\
 \vdots \\
 {}_{N_2}M_{P,2} - {}_{N_2}M_{T,2} \\
 \hline
 \vdots \\
 \hline
 {}_1\dot{M}_{P,n} \\
 \vdots \\
 {}_{N_n}\dot{M}_{P,n} \\
 {}_1M_{P,n} - {}_{N_n}M_{T,n} \\
 \vdots \\
 {}_{N_n}M_{P,n} - {}_{N_n}M_{T,n}
 \end{pmatrix}
 \begin{matrix}
 \underbrace{\hspace{10em}}_b \\
 \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_c \\
 \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_a
 \end{matrix}
 \tag{7.54}$$

Die Bestimmung der Parameter c_i erfolgt über die Fehlerquadratmethode. Werden also die Gl. (7.53) mit den zu unterschiedlichen Zeitpunkten gemessenen Größen untereinander geschrieben, so führt dies zu Gl. (7.54). Der Index links unten an den Meßgrößen gibt die unterschiedlichen Zeitpunkte an. Die Messung im i -ten Betriebsbereich enthält N_i Meßwerte. In Gl. (7.54) sind die einzelnen Betriebspunkte zur übersichtlicheren Darstellung durch horizontale Linien in der Matrix \mathbf{A} und dem Vektor \mathbf{b} gekennzeichnet.

Der Parametervektor \mathbf{c} kann entsprechend der Fehlerquadratmethode (vgl. z.B. UNBEHAUEN [67]) berechnet werden, indem die Gl. (7.54) zunächst von links mit der Matrix \mathbf{A}^T und dann von links mit der Matrix $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ multipliziert wird. Für den Parametervektor kann folglich

$$\mathbf{c} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (7.55)$$

geschrieben werden.

Bei der Identifikation linearer Modelle von nichtlinearen Systemen muß die Linearisierbarkeit des Systems in dem betrachteten Betriebsbereich beachtet werden. Damit werden sowohl an das System als auch an die Erregung bei der Identifikation Anforderungen gestellt: Einerseits muß die Nichtlinearität des Systems stetig differenzierbar sein, d.h. eine Linearisierung von Schalt- oder Sprungfunktionen ist in der Regel nicht sinnvoll. Andererseits muß die Erregung des Systems bei der Messung zur Identifikation geeignet gewählt werden. Die Schwierigkeit liegt dabei darin, daß das gesamte System angeregt wird, aber die Amplituden der Erregung um den Betriebspunkt so klein gewählt werden müssen, daß die Kennlinie bzw. das Kennfeld des Systems in diesem Bereich durch lineare Gleichungen hinreichend gut approximiert werden kann. Darüber hinaus dürfen keine sehr großen Beschleunigungen bzw. Frequenzen in der Erregung auftreten, da dann die Abweichungen zwischen den linearisierten Gleichungen und dem realen System größer werden.

7.2.6 Expansion der Modellgleichungen

Ist der Parametervektor \mathbf{c} des kondensierten Modells mit zusammengefaßten Parametern bestimmt worden, so kann die Expansion der Modellgleichungen erfolgen. Hierzu werden die ursprünglichen Parameter des kondensierten Modells (Gl. (7.46) und (7.51)) mit dem Parametervektor \mathbf{c} verglichen. Dieses Gleichungssystem wird nach den Elementen von \mathbf{J}_i , $\boldsymbol{\xi}_i$ und \mathbf{B} umgestellt. Da das Gleichungssystem unterbestimmt ist, können für jeden Betriebsbereich zwei Werte $k_{1,i}$ und $k_{2,i}$ gewählt werden. Damit ergeben sich die in Tab. 7.1 dargestellten Beziehungen. Die frei zu wählenden Werte verändern jedoch nicht das Ein- / Ausgangsverhalten der Modelle. Über $k_{1,i}$ und $k_{2,i}$ wird lediglich eine lineare Transformation des inneren Freiheitsgrades vorgenommen. Mit den ermittelten Modellen sollen jedoch die Zustandsgrößen (auch der innere Freiheitsgrad) simuliert werden, um die Parameter der kombinierten Modellstruktur direkt bestimmen zu können. Daher ist die *richtige Bestimmung* der Werte für $k_{1,i}$ und $k_{2,i}$ wichtig.

An dieser Stelle sei angemerkt, daß bei der Bestimmung der Parameter der kombinierten Modellstruktur über die simulierten Zustandsgrößen nur **eines** linearen Modells eine reine

	$i = 1$	$i \geq 2$
J_i	$j_{11,1} = -\frac{c_2}{c_1} - c_6$	$j_{11,i} = -\frac{c_{9-6(i-2)}}{c_1} - c_{13-6(i-2)}$
	$j_{12,1} = k_{1,1}$	$j_{12,i} = k_{1,i}$
	$j_{13,1} = -\frac{c_4}{c_1}$	$j_{13,i} = -\frac{c_{11-6(i-2)}}{c_1}$
	$j_{21,1} = \frac{-c_1 c_6^2 - c_2 c_6 - c_3}{c_1 k_{1,1}}$	$j_{21,i} = \frac{-c_1 c_{13-6(i-2)}^2 - c_{9-6(i-2)} c_{13-6(i-2)} - c_{10-6(i-2)}}{c_1 k_{1,i}}$
	$j_{22,1} = c_6$	$j_{22,i} = c_{13-6(i-2)}$
	$j_{23,1} = \frac{-c_4 c_6 - c_5}{c_1 k_{1,1}}$	$j_{23,i} = \frac{-c_{11+6(i-2)} c_{13-6(i-2)} - c_{12+6(i-2)}}{c_1 k_{1,i}}$
	$j_{31,1} = \frac{c_2 + c_1 c_6}{c_8}$	$j_{31,i} = \frac{c_{9-6(i-2)} - c_1 c_{13-6(i-2)}}{c_8}$
	$j_{32,1} = -\frac{c_1}{c_8} k_{1,1}$	$j_{32,i} = -\frac{c_1}{c_8} k_{1,i}$
$j_{33,1} = \frac{c_4}{c_8}$	$j_{33,i} = \frac{c_{11-6(i-2)}}{c_8}$	
ξ_i	$\xi_{1,1} = \frac{c_7 + c_1 k_{1,1} k_{2,1}}{c_1 c_6}$	$\xi_{1,i} = \frac{c_{14+6(i-2)} + c_1 k_{1,i} k_{2,1}}{c_1 c_{13-6(i-2)}}$
	$\xi_{2,1} = k_{2,1}$	$\xi_{2,i} = k_{2,i}$
	$\xi_{3,1} = -\frac{c_7 + c_1 k_{1,1} k_{2,1}}{c_6 c_8}$	$\xi_{3,i} = -\frac{c_{14+6(i-2)} + c_1 k_{1,i} k_{2,1}}{c_8 c_{13+6(i-2)}}$
B		$b_{11} = \frac{1}{c_1}$
		$b_{32} = -\frac{1}{c_8}$

Tab. 7.1: Umrechnung der Modellkoeffizienten

Skalierung des inneren Freiheitsgrades möglich wäre. Durch die Transformation der Matrix Q auf Q' mit

$$Q' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.56)$$

kann bei der kombinierten Modellstruktur der innere Freiheitsgrad beliebig skaliert werden, ohne das Ein- / Ausgangsverhalten des Systems zu verändern (die Matrix B muß nicht mit transformiert werden, da die Erregung nur an den äußeren Freiheitsgraden angreift). Eine Verschiebung des Koordinatenursprunges kann jedoch mit der gewünschten Modellstruktur nicht erreicht werden, so daß zumindest $k_{2,1}$ *richtig* bestimmt werden muß. Sollen jedoch mehrere lineare Modelle bei der Bestimmung der Parameter der kombinierten Modellstruktur verwendet werden, so müssen auch die einzelnen Skalierungen des inneren Freiheitsgrades *zueinander passen*, d.h. es muß die gleiche Koordinate beschrieben werden.

Da der innere Freiheitsgrad jedoch nicht gemessen werden kann, muß zur Bestimmung der genannten, freien Parameter mehr *physikalische Information* eingebracht werden. Hierzu wird die Euler-Gleichung (5.1)

$$M_E = \rho \left(r_a^2 \omega_P - r_i^2 \omega_T \right) \dot{V} \quad (7.57)$$

herangezogen. Mit dieser Gleichung kann der Volumenstrom

$$\dot{V} = \frac{M_E}{\rho (r_a^2 \omega_P - r_i^2 \omega_T)} \quad (7.58)$$

in einem stationären Betriebspunkt bestimmt werden, wenn die Radien r_a und r_i bekannt sind. Entsprechend den Ausführungen im Kap. 5.1.1 werden die Radien näherungsweise aus den Konstruktionszeichnungen bestimmt (vgl. auch FOLCHERT [15]).

Werden die Modellgleichungen nun entsprechend umgeformt, so können damit die gesuchten Werte für $k_{1,i}$ und $k_{2,i}$ bestimmt werden. Hierzu werden die mittleren Modellgleichungen mit dem ihnen zugeordneten $k_{1,i}$ multipliziert. Führt man die Schreibweisen

$$\begin{aligned} j_{12,i} &= j'_{12,i} k_{1,i} \\ j_{22,i} &= j'_{22,i} k_{1,i} \\ j_{32,i} &= j'_{32,i} k_{1,i} \\ \xi_{1,i} &= a_{1,i} + a_{2,i} k_{1,i} k_{2,i} \\ \xi_{2,i} &= k_{1,i} k_{2,i} \\ \xi_{3,i} &= a_{3,i} + a_{4,i} k_{1,i} k_{2,i} \end{aligned} \quad (7.59)$$

ein, so können die Modellgleichungen für den stationären Betrieb

$$\begin{aligned} 0 &= j_{11,i} \omega_P + j'_{12,i} \dot{V} k_{1,i} + j_{13,i} \omega_T + a_{1,i} + a_{2,i} k_{1,i} k_{2,i} + b_{11} M_P \\ 0 &= j_{21,i} \omega_P + j'_{22,i} \dot{V} k_{1,i} + j_{23,i} \omega_T + k_{1,i} k_{2,i} \\ 0 &= j_{31,i} \omega_P + j'_{32,i} \dot{V} k_{1,i} + j_{33,i} \omega_T + a_{3,i} + a_{4,i} k_{1,i} k_{2,i} + b_{32} M_T \end{aligned} \quad (7.60)$$

nach

$$\begin{pmatrix} j'_{12,i} \dot{V} & a_{2,i} \\ j'_{22,i} \dot{V} & 1 \\ j'_{32,i} \dot{V} & a_{4,i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{1,i} \\ k_{1,i} k_{2,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -j_{11,i} \omega_P - j_{13,i} \omega_T - a_{1,i} - b_{11} M_P \\ -j_{21,i} \omega_P - j_{23,i} \omega_T \\ -j_{31,i} \omega_P - j_{33,i} \omega_T - a_{3,i} - b_{33} M_T \end{pmatrix} \quad (7.61)$$

umgestellt werden. Die neu eingeführten Größen $j'_{12,i}$, $j'_{22,i}$ und $j'_{32,i}$ sowie $a_{1,i}$, $a_{2,i}$, $a_{3,i}$ und $a_{4,i}$ sind dabei vollständig durch den Parametervektor \mathbf{c} bestimmt.

Um die noch unbekanntes Größen $k_{1,i}$ und $k_{2,i}$ zu berechnen, werden für jedes Modell drei stationäre Betriebspunkte aus dem jeweiligen Betriebsbereich des Modells herausgegriffen. Da die stationären Momente gleich dem Euler-Moment M_E sind ($M_P = M_T = M_E$), kann mit Gl. (7.58) der Volumenstrom für die entsprechenden Betriebspunkte

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{M_{E,1}}{\rho (r_a^2 \omega_{P,1} - r_i^2 \omega_{T,1})} \\ \dot{V}_2 &= \frac{M_{E,2}}{\rho (r_a^2 \omega_{P,2} - r_i^2 \omega_{T,2})} \\ \dot{V}_3 &= \frac{M_{E,3}}{\rho (r_a^2 \omega_{P,3} - r_i^2 \omega_{T,3})} \end{aligned} \quad (7.62)$$

ermittelt werden. Wegen der Übersichtlichkeit werden jedoch weiterhin die Bezeichnungen M_P und M_T für das Pumpen- und Turbinenmoment verwendet. Es gilt folglich für den

Betriebsbereich i

$$\underbrace{\begin{pmatrix} j_{12',i} \dot{V}_1 & a_{2,i} \\ j_{22',i} \dot{V}_1 & 1 \\ j_{32',i} \dot{V}_1 & a_{4,i} \\ j_{12',i} \dot{V}_2 & a_{2,i} \\ j_{22',i} \dot{V}_2 & 1 \\ j_{32',i} \dot{V}_2 & a_{4,i} \\ j_{12',i} \dot{V}_3 & a_{2,i} \\ j_{22',i} \dot{V}_3 & 1 \\ j_{32',i} \dot{V}_3 & a_{4,i} \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_i} \underbrace{\begin{pmatrix} k_{1,i} \\ k_{1,i} k_{2,i} \end{pmatrix}}_{\mathbf{k}_i} = \underbrace{\begin{pmatrix} -j_{11,i} \omega_{P,1} - j_{13,i} \omega_{T,1} - a_{1,i} - b_{11} M_P \\ -j_{21,i} \omega_{P,1} - j_{23,i} \omega_{T,1} \\ -j_{31,i} \omega_{P,1} - j_{33,i} \omega_{T,1} - a_{3,i} - b_{33} M_T \\ -j_{11,i} \omega_{P,2} - j_{13,i} \omega_{T,2} - a_{1,i} - b_{11} M_P \\ -j_{21,i} \omega_{P,2} - j_{23,i} \omega_{T,2} \\ -j_{31,i} \omega_{P,2} - j_{33,i} \omega_{T,2} - a_{3,i} - b_{33} M_T \\ -j_{11,i} \omega_{P,3} - j_{13,i} \omega_{T,3} - a_{1,i} - b_{11} M_P \\ -j_{21,i} \omega_{P,3} - j_{23,i} \omega_{T,3} \\ -j_{31,i} \omega_{P,3} - j_{33,i} \omega_{T,3} - a_{3,i} - b_{33} M_T \end{pmatrix}}_{\mathbf{b}_i} \quad (7.63)$$

Wird dieses Gleichungssystem entsprechend der Fehlerquadratmethode nach dem Vektor \mathbf{k}_i umgestellt

$$\mathbf{k}_i = \left(\mathbf{A}_i^T \mathbf{A}_i \right)^{-1} \mathbf{A}_i^T \mathbf{b}_i \quad , \quad (7.64)$$

so ist $k_{1,i}$ direkt bestimmt. Um den Wert für $k_{2,i}$ zu erhalten, wird das zweite Element des Vektors \mathbf{k}_i durch das erste Element des gleichen Vektors dividiert. Mit diesen Größen sind nun die linearen Modelle für die Betriebsbereiche i eindeutig bestimmt.

7.2.7 Simulation der Betriebszustände

Mit den ermittelten linearen Modellen kann nun die Simulation der Betriebszustände für die verwendeten Betriebsbereiche erfolgen. Hierzu werden die Modelle mit den gleichen Erregungen beaufschlagt, wie sie bei der Identifikation verwendet wurden. Daher brauchen einerseits keine weiteren Messungen durchgeführt werden, und andererseits wird hierdurch gewährleistet, daß der Modellgültigkeitsbereich durch die Erregung nicht überschritten wird.

Für die Simulationsrechnungen werden an dieser Stelle die Modelle jedoch so umgestellt, daß die Winkelgeschwindigkeiten und -beschleunigungen die Eingangsgrößen und die Momente die Ausgangsgrößen darstellen.

Als numerisches Integrationsverfahren wird die Polygonzugmethode von EULER verwendet, wobei die Anfangswerte für die Winkelgeschwindigkeiten den Meßwerten entnommen werden und \dot{V} zum Zeitpunkt $t = 0$ s aus der ersten Modellgleichung bestimmt wird – wenn diese nach dem Volumenstrom umgestellt wird.

Die simulierten Zustandsgrößen bzw. deren Ableitungen werden dann in den Matrizen

$$\mathbf{Z}^{[2]} = \begin{pmatrix} 1\omega_{P,1}^2 & \dots & N_1\omega_{P,1}^2 & \dots & 1\omega_{P,n}^2 & \dots & N_n\omega_{P,n}^2 \\ 1\omega_{P,1} \dot{V}_1 & \dots & N_1\omega_{P,1} N_1\dot{V}_1 & \dots & 1\omega_{P,n} \dot{V}_n & \dots & N_n\omega_{P,n} N_n\dot{V}_n \\ 1\omega_{P,1} 1\omega_{T,1} & \dots & N_1\omega_{P,1} N_1\omega_{T,1} & \dots & 1\omega_{P,n} 1\omega_{T,n} & \dots & N_n\omega_{P,n} N_n\omega_{T,n} \\ 1\dot{V}_1^2 & \dots & N_1\dot{V}_1^2 & \dots & 1\dot{V}_n^2 & \dots & N_n\dot{V}_n^2 \\ 1\dot{V}_1 1\omega_{T,1} & \dots & N_1\dot{V}_1 N_1\omega_{T,1} & \dots & 1\dot{V}_n 1\omega_{T,n} & \dots & N_n\dot{V}_n N_n\omega_{T,n} \\ 1\omega_{T,1}^2 & \dots & N_1\omega_{T,1}^2 & \dots & 1\omega_{T,n}^2 & \dots & N_n\omega_{T,n}^2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{Z}} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} {}_1\dot{\omega}_{P,1} & \dots & {}_{N_1}\dot{\omega}_{P,1} & \dots & {}_1\dot{\omega}_{P,n} & \dots & {}_{N_n}\dot{\omega}_{P,n} \\ {}_1\ddot{V}_1 & \dots & {}_{N_1}\ddot{V}_1 & \dots & {}_1\ddot{V}_n & \dots & {}_{N_n}\ddot{V}_n \\ {}_1\dot{\omega}_{T,1} & \dots & {}_{N_1}\dot{\omega}_{T,1} & \dots & {}_1\dot{\omega}_{P,n} & \dots & {}_{N_n}\dot{\omega}_{P,n} \end{array} \right)$$

$$\mathbf{M}^* = \left(\begin{array}{ccc|ccc} {}_1M_{P,1} & \dots & {}_{N_1}M_{P,1} & \dots & {}_1M_{P,n} & \dots & {}_{N_n}M_{P,n} \\ {}_1M_{T,1} & \dots & {}_{N_1}M_{T,1} & \dots & {}_1M_{P,n} & \dots & {}_{N_n}M_{P,n} \end{array} \right). \quad (7.65)$$

abgelegt, wobei die einzelnen Betriebsbereiche durch senkrechte Striche gekennzeichnet sind. Der rechte Index gibt dabei den Betriebsbereich an, während der linke Index die unterschiedlichen Zeitpunkte kennzeichnet, an denen die Meßgrößen aufgenommen werden.

7.2.8 Bestimmung der Modellparameter

Mit den Matrizen $\mathbf{Z}^{[2]}$, $\dot{\mathbf{Z}}$ und \mathbf{M}^* kann die Bestimmung der Modell-Parameter erfolgen. Die Modellgleichung kann

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{Q} \mathbf{Z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M}^* \quad (7.66)$$

geschrieben werden, wobei die Matrix

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{pmatrix} \quad (7.67)$$

schon durch die Identifikation der linearen Modelle bestimmt wurde und damit *übernommen* werden kann. Die Matrix \mathbf{Q} kann somit über die Fehlerquadratmethode

$$\mathbf{Q} = (\dot{\mathbf{Z}} - \mathbf{B} \mathbf{M}^*) (\mathbf{Z}^{[2]})^T \left[\mathbf{Z}^{[2]} (\mathbf{Z}^{[2]})^T \right]^{-1} \quad (7.68)$$

bestimmt werden.

Bei dieser Art der Parameteridentifikation wird jedoch nicht gewährleistet, daß die spezielle Struktur der Matrix \mathbf{Q} erzielt wird. Durch die explizite Berücksichtigung dieser Struktur wird auch an dieser Stelle das Identifikationsverfahren genauer und stabiler (vgl. Kap. 7.2.1 und 7.2.3). Um die spezielle Struktur der Parametermatrix vorzugeben, wird die Modellgleichung (7.33)

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad (7.69)$$

zeilenweise aufgeschrieben

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_P &= \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}^{[2]} + b_{11} M_P \\ \ddot{V} &= \mathbf{Q}_2 \mathbf{z}^{[2]} \\ \dot{\omega}_T &= \mathbf{Q}_3 \mathbf{z}^{[2]} + b_{32} M_T \quad , \end{aligned} \quad (7.70)$$

wobei die Indizes der Matrizen die Zeilen der ursprünglichen Matrix kennzeichnen. Entsprechend der Gl. (5.72) kann

$$\mathbf{Q}_3 = \frac{b_{32}}{b_{11}} \mathbf{Q}_1 \quad (7.71)$$

geschrieben werden. Wird nun die dritte Zeile von Gl. (7.70) von der ersten subtrahiert und nach $\mathbf{Q}_1 \mathbf{z}^{[2]}$ umgestellt, erhält man mit der zweiten Gleichung die beiden Gleichungen

$$\frac{\dot{\omega}_P - \dot{\omega}_T - b_{11} M_P + b_{32} M_T}{1 - \frac{b_{32}}{b_{11}}} = \mathbf{Q}_1 \mathbf{z}^{[2]} \quad \ddot{V} = \mathbf{Q}_2 \mathbf{z}^{[2]} \quad (7.72)$$

Diese Gleichungen können wieder zu

$$\dot{\mathbf{z}}^* = \mathbf{Q}^* \mathbf{z}^{[2]} \quad (7.73)$$

zusammengefaßt werden. Zur Bestimmung der Matrix \mathbf{Q}^* über die Fehlerquadratmethode kann die Matrix $\mathbf{Z}^{[2]}$ entsprechend Gl. (7.65) verwendet werden. Wird anstelle der Matrix $\dot{\mathbf{Z}}$ die Matrix $\dot{\mathbf{Z}}^*$ entsprechend Gl. (7.72) mit

$$\dot{\mathbf{Z}}^* = \begin{pmatrix} \frac{1\dot{\omega}_{P,1} - 1\dot{\omega}_{T,1} - b_{11} 1M_{P,1} + b_{32} 1M_{T,1}}{1 - \frac{b_{32}}{b_{11}}} & 1\ddot{V}_1 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{N_1\dot{\omega}_{P,1} - N_1\dot{\omega}_{T,1} - b_{11} N_1M_{P,1} + b_{32} N_1M_{T,1}}{1 - \frac{b_{32}}{b_{11}}} & N_1\ddot{V}_1 \\ \hline \vdots & \vdots \\ \hline \frac{1\dot{\omega}_{P,n} - 1\dot{\omega}_{T,n} - b_{11} 1M_{P,n} + b_{32} 1M_{T,n}}{1 - \frac{b_{32}}{b_{11}}} & 1\ddot{V}_n \\ \vdots & \vdots \\ \frac{N_n\dot{\omega}_{P,n} - N_n\dot{\omega}_{T,n} - b_{11} N_nM_{P,n} + b_{32} N_nM_{T,n}}{1 - \frac{b_{32}}{b_{11}}} & N_n\ddot{V}_n \end{pmatrix}^T \quad (7.74)$$

belegt, kann \mathbf{Q}^* über

$$\mathbf{Q}^* = \dot{\mathbf{Z}}^* (\mathbf{Z}^{[2]})^T \left[\mathbf{Z}^{[2]} (\mathbf{Z}^{[2]})^T \right]^{-1} \quad (7.75)$$

berechnet werden, wobei \mathbf{Q}^* die ersten beiden Zeilen der gesuchten Matrix \mathbf{Q} enthält. Die dritte Zeile von \mathbf{Q} kann über Gl. (7.71) ermittelt werden.

7.2.9 Berücksichtigung des stationären Kennfeldes

Bei der Bestimmung der Matrix \mathbf{Q}^* kann zusätzlich noch das gemessene, stationäre Kennfeld der Kupplung berücksichtigt werden: Die Matrizen $\dot{\mathbf{Z}}^*$ und $\mathbf{Z}^{[2]}$ werden dann mit den

Meßdaten aus dem stationären Kennfeld² aufgefüllt – entsprechend einem $(n + 1)$ -ten Betriebsbereich. Der Volumenstrom muß dabei aus der Gl. (7.58) bestimmt werden. Die Matrix $\dot{\mathbf{Z}}$ wird in diesem zusätzlichen Bereich nur mit 0 belegt, da bei der Betrachtung des stationären Kennfeldes die Zeitableitungen der Zustandsgrößen verschwinden.

7.2.10 Anmerkungen

Das gezeigte Verfahren zur Bestimmung der Parameter der kombinierten Modellstruktur basiert auf der hybriden Vorgehensweise, bei der die experimentelle Identifikation mit der analytisch physikalischen Modellierung (hier: Anwendung der EULER-Gleichung (5.1)) gekoppelt wird. Damit wird die Abbildungsgenauigkeit der erhaltenen Modelle auch durch die mit der physikalischen Analyse eingebrachten Annahmen und Vereinfachungen beeinflusst. Durch die Anwendung der Stromfadentheorie zur Beschreibung des Strömungsverhaltens des Fluids in der Kupplung werden jedoch sehr vereinfachende Annahmen getroffen, die bei einer rein analytisch physikalischen Modellierung sogar zu nicht aussagefähigen Modellen führen. Die Verwendung der EULER-Gleichung im hybriden Modellierungsprozeß ist folglich nur gezielt einzusetzen, da die Annahme, daß die Ein- und Austrittsradien aus einer Geometriemittelung bestimmt werden und damit unabhängig vom Betriebszustand sind, zu einer stark vereinfachten Vorstellung von der Strömung in der Kupplung führt.

Je mehr lineare Modelle von verschiedenen Betriebsbereichen in die Bestimmung der Modellparameter der kombinierten Modellstruktur einbezogen werden und je mehr stationäre Betriebspunkte ausgewählt werden, desto besser sollte das nichtlinear Betriebsverhalten erfaßt werden können. Allerdings wird dann die Beschreibung des inneren Freiheitsgrades immer mehr durch die EULER-Gleichung (5.1) geprägt. Damit muß der Informationsgewinn durch die Berücksichtigung vieler Meßwerte gegen die Fehler durch die sehr vereinfachenden Annahme der konstanten Ein- und Austrittsradien abgewogen werden.

Dadurch daß zur Identifikation der linearen Modelle im Zeitbereich nur Messungen aus einem kleinen Betriebsbereich mit relativ geringen Beschleunigungen notwendig sind, kann gegebenenfalls auf zusätzliche Messungen verzichtet werden, da eventuell die Erregungen im *normalen Betrieb* zur Identifikation der Modelle ausreichen. Da nicht nur geringe Erregungen benötigt werden, sondern auch die Meßzeiten relativ kurz sind, ist es auch kein großer Aufwand, mehrere Messungen an verschiedenen Betriebspunkten durchzuführen. Durch die Anwendung der Fehlerquadratmethode zur Parameterbestimmung ist der Rechenaufwand – auch bei mehreren Modellen – gering.

In dem hier dargestellten Verfahren wird die Matrix \mathbf{Q} aus den simulierten Betriebszuständen bestimmt. Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Parameter \mathbf{Q} aus den JAKOBI-Matrizen der linearisierten Modelle direkt zu bestimmen. Hierzu wird die Gl.

²Zur Bestimmung des stationären Kennfeldes wird die gemessene stationäre Kennlinie (vgl. Abb. 3.3) entsprechend der Ähnlichkeitstheorie auf das Kennfeld umgerechnet.

(7.38) für die verschiedenen Betriebsbereiche aufgeschrieben

$$(\mathbf{J}_1 \quad \mathbf{J}_2 \quad \dots \quad \mathbf{J}_n) = \mathbf{Q} (\mathbf{P}_1 \quad \mathbf{P}_2 \quad \dots \quad \mathbf{P}_n) \quad (7.76)$$

und zu

$$\mathbf{J}_g = \mathbf{Q} \mathbf{P}_g \quad (7.77)$$

zusammengefaßt. Wird mit Hilfe der Singulärwertzerlegung die Pseudoinverse \mathbf{P}_g^\dagger gebildet, so kann \mathbf{Q} berechnet werden zu

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J}_g \mathbf{P}_g^\dagger \quad (7.78)$$

Der Rang der Matrix \mathbf{P}_g ist aufgrund deren speziellen Aufbaus erst dann zeilenregulär, wenn mindestens drei JAKOBI-Matrizen benutzt werden. Wenn also nur ein oder zwei lineare Modelle bestimmt werden, so wird die Matrix \mathbf{Q} nur angenähert. Dies kann auch nicht dadurch geändert werden, daß Gl. (7.39) berücksichtigt wird, da der Vektor $\mathbf{z}_i^{[2]}$ zu den Spalten der Matrix \mathbf{P}_i linear abhängig ist.

Anhand von Beispielrechnungen hat sich jedoch gezeigt, daß die Modelle, die mit Hilfe der Pseudoinversen \mathbf{P}_g^\dagger ermittelt wurden (unabhängig von der Anzahl der benutzten JAKOBI-Matrizen), das Betriebsverhalten der Kupplung nur sehr ungenau beschreiben. Da sowohl die Simulation der Betriebszustände mit den linearen Modellen als auch die Bestimmung der Matrix \mathbf{Q} mit Hilfe Gl. (7.75) keinen sehr großen Rechenaufwand darstellt, wird das im Kap. 7.2.8 dargestellte Verfahren zur Bestimmung der Matrix \mathbf{Q} im weiteren verwendet.

7.3 Identifikation und Verifikation der Modelle

Für die Identifikation der mathematischen Modelle sind Messungen des dynamischen Betriebsverhaltens der zu identifizierenden Kupplung notwendig. Da zunächst lineare Modelle zur Beschreibung des Betriebsverhaltens ermittelt werden, darf die Kupplung für die benötigten Messungen nur in kleinen Bereichen (um die entsprechenden Betriebspunkte) erregt werden, in denen das Systemverhalten linearisiert werden kann. Die linearen Modelle werden über eine Zeitbereichsidentifikation ermittelt, so daß die Drehzahlverläufe der Pumpen- und Turbinenseite zur Identifikation der Modelle – entsprechend den Ausführungen im Kap. 6.3 – als mehrwertige Pseudozufallsfolgen vorgegeben werden können. Eine linearisierte Betrachtung des Betriebsverhaltens ist jedoch nur dann möglich, wenn die Kupplung niederfrequent erregt wird. Aus diesem Grund werden hier die Zeitschrittweite $T_R = \frac{T_G}{L} = \frac{21\text{s}}{124}$ zwischen zwei Stufenvorgaben der Pseudozufallsfolge hoch und die Rampensteigung $F = 3000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$ zur Realisierung der Drehzahländerungen niedrig gewählt. Die einfachen Amplituden A und die Betriebspunkte M der im folgenden verwendeten Messungen sind in Tab. 7.2 aufgeführt.

Bei dem Identifikationsprozeß der Modelle kann auch das stationäre Kennfeld der Kupplung berücksichtigt werden. Hierzu wird das stationäre Kennfeld im Bereich

$$n_{P,stat} = 900 \dots 1100 \text{ min}^{-1}$$

Erregung	Parameter	Pumpe	Turbine
3	M [min ⁻¹]	1000	600
	A [min ⁻¹]	15	15
4	M [min ⁻¹]	1000	800
	A [min ⁻¹]	15	15
5	M [min ⁻¹]	1000	1000
	A [min ⁻¹]	15	15
6	M [min ⁻¹]	1100	800
	A [min ⁻¹]	15	15

Tab. 7.2: Dynamische Erregungen der Kupplung zur Identifikation

$$n_{T,stat} = 600 \dots 950 \text{ min}^{-1} \quad (7.79)$$

verwendet. Um nicht für jede Modellidentifikation erneut stationäre Messungen durchführen zu müssen, wird die gemessene stationäre Leistungszahl-Kennlinie $\lambda = \lambda(s)$ (vgl. Abb. 3.3) mit Hilfe eines Polynoms approximiert. Die für die Modell-Identifikation benötigten stationären Meßwerte (Moment M) können nun entsprechend dem gewünschten Betriebspunkt (mit: Schlupf s und Winkelgeschwindigkeit ω_P) über

$$M = \rho D^5 \omega_P^2 \lambda(s) \quad (7.80)$$

ermittelt werden. Bei der Modellermittlung wird die Anzahl N_{stat} der verwendeten stationären Meßwerte angegeben, d.h. es werden die Momente an N_{stat} äquidistanten Stützstellen aus dem Bereich des stationären Kennfeldes nach Gl. 7.79 ausgewertet.

Zur Identifikation der Modelle können nun unterschiedlich viele Betriebspunkte und stationäre Meßwerte verwendet werden. Um den Einfluß dieser Auswahl auf die Modellgüte der identifizierten Modelle darstellen zu können, werden in dieser Arbeit drei Modelle vorgestellt. Die unterschiedlichen Kombinationen der Erregungen, die bei dem Identifikationsprozeß dieser drei Modelle verwendet werden, sind in Tab. 7.3 dargestellt.

Modell	Dynamische Erregung	N_{stat}
1	4	–
2	3 und 5	2500
3	3, 5 und 6	10000

Tab. 7.3: Erregungen zur Modellidentifikation

Die Modellparameter der identifizierten linearen Modelle sowie die Approximation der Messungen, die zur Identifikation dieser Modelle verwendet wurden – sowohl durch die linearen Modelle als auch durch die ermittelten kombinierten Modelle –, sind im Anh. D.2 dargestellt. Hierbei ist anzumerken, daß die Approximation dieser Messungen so gut ist,

daß in den gezeigten Zeitverläufen der Simulationsrechnungen und Messungen teilweise keine Abweichungen zu erkennen sind.

An dieser Stelle werden deshalb lediglich die Modellparameter der kombinierten Modelle und die Verifikation der Modelle anhand von weiteren Messungen gezeigt.

Q	$q_{11} = 7,525608078867662 \cdot 10^{-2}$	$q_{21} = -2,298238274349717 \cdot 10^{-3}$
	$q_{12} = 5,16967773064971$	$q_{22} = -0,163496137879065$
	$q_{13} = -0,285800074663712$	$q_{23} = 3,861307923291867 \cdot 10^{-3}$
	$q_{14} = 310,8495820611715$	$q_{24} = -1,86430454197762$
	$q_{15} = -10,9332564519718$	$q_{25} = 0,1200113286776627$
	$q_{16} = 0,2010349946649512$	$q_{26} = -1,044023956806583 \cdot 10^{-3}$
B	$b_{11} = 1,09368397789425$	$b_{32} = -2,48843768137353$

Tab. 7.4: Modellparameter: Modell 1

Q	$q_{11} = -0,128892789839796$	$q_{21} = -6,432120830540330 \cdot 10^{-4}$
	$q_{12} = 50,14164625400735$	$q_{22} = 1,265837826905436 \cdot 10^{-2}$
	$q_{13} = 0,1707285132625315$	$q_{23} = 1,826228785650356 \cdot 10^{-3}$
	$q_{14} = -5738,79959151056$	$q_{24} = -3,01464995208215$
	$q_{15} = -56,3273358934457$	$q_{25} = -4,483746870157822 \cdot 10^{-2}$
	$q_{16} = -4,049232022086357 \cdot 10^{-2}$	$q_{26} = -1,177682149646693 \cdot 10^{-3}$
B	$b_{11} = 1,04981087070422$	$b_{32} = -2,65700714657275$

Tab. 7.5: Modellparameter: Modell 2

Q	$q_{11} = 9,968876507737433 \cdot 10^{-2}$	$q_{21} = 6,363857544577607 \cdot 10^{-5}$
	$q_{12} = 48,71747910662452$	$q_{22} = -0,114854836287982$
	$q_{13} = 8,671119589536147 \cdot 10^{-2}$	$q_{23} = 8,472758053671216 \cdot 10^{-5}$
	$q_{14} = -4889,96446556225$	$q_{24} = 13,51928721734716$
	$q_{15} = -55,1015106717932$	$q_{25} = 8,682018256501123 \cdot 10^{-2}$
	$q_{16} = 1,423016484110917 \cdot 10^{-2}$	$q_{26} = -1,453304582657312 \cdot 10^{-4}$
B	$b_{11} = 1,07182569530482$	$b_{32} = -2,61513517441464$

Tab. 7.6: Modellparameter: Modell 3

Anhand der Modellparameter, die in den Tab. 7.4 bis 7.6 aufgelistet sind, ist zu erkennen, daß die Elemente der Matrix **B** bei allen drei Modellen nahezu gleich ermittelt werden. Dies kann so gedeutet werden, daß die Matrix **B** tatsächlich unabhängig vom Betriebspunkt ist. Im Vergleich zu den Identifikationsergebnissen, die im Kap. 6.4.1 dargestellt sind und aus der nichtlinearen Optimierung hervorgehen (vgl. Tab. 6.4), ist die hier ermittelte Matrix **B** sehr ähnlich. Lediglich bei der Bestimmung von b_{32} sind Unterschiede in der Größenordnung von 10% vorhanden.

Die Matrix \mathbf{Q} ist jedoch bei allen drei Modellen unterschiedlich. Dies kann durch die Korrelation der Parameter untereinander erklärt werden (s. Kap. 6.5.3). Da viele Korrelationskoeffizienten der Modellparameter sehr groß sind, können große Unterschiede in den Modellparametern vorkommen, ohne daß das Ein- / Ausgangsverhalten des Modells deutlich geändert wird. Folglich können zwei Modelle mit unterschiedlichen Modellparametern das Betriebsverhalten nahezu gleich gut abbilden. Da die Modellparameter hier über die Fehlerquadratmethode bestimmt werden, wirken sich diese Korrelationen zwischen den Parametern jedoch nicht auf die Rechenzeiten zur Ermittlung der Parameter aus.

Zur Verifikation der ermittelten Modelle werden hier zwei Messungen mit unterschiedlicher Erregung verwendet:

Verifikationsmessung 1: Die Verifikationsmessung 1 wird durch die Vorgabe einer mehrwertigen Pseudozufallsfolge als Drehzahlerregung erzeugt. In Tab. 7.7 sind die für diese Erregung vorgegebenen Werte eingetragen.

Parameter der Folgen	Verifikationsmessung 1	
	Pumpe	Turbine
M	1000 min ⁻¹	800 min ⁻¹
A	50 min ⁻¹	100 min ⁻¹
T_G	10,5 s	
F	6000 min ⁻¹ s ⁻¹	
L	124	

Tab. 7.7: Werte zur Erzeugung der Pseudozufallsfolge für die Verifikationsmessung 1

Diese Verifikationsmessung entspricht der Erregung 1, die im Kap. 6.3 zur Identifikation des Betriebsverhaltens der Kupplung verwendet wird.

Verifikationsmessung 2: Die Verifikationsmessung 2 entspricht der Messung, die auch im Kap. 6.4 zur Verifikation der Modelle verwendet wird. Die Drehzahlen beider Kupplungsseiten werden jeweils mit einer Trapezfunktion mit einer Periodendauer von 1 s überlagert, wobei die Erregung der Turbinenseite mit einer Phase von 90° zur Pumpenseite verschoben ist. Der Betriebspunkt (bzw. Mittelwert der Trapezfunktionen) liegt bei $\omega_P = 1000 \text{ min}^{-1}$ und $\omega_T = 800 \text{ min}^{-1}$; und die Amplituden der Trapezfunktionen betragen auf der Pumpenseite $A_P = 80 \text{ min}^{-1}$ und auf der Turbinenseite $A_T = 120 \text{ min}^{-1}$; die Flankensteilheit der Drehzahlrampen ist auf beiden Seiten $F = 6000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Bei beiden Verifikationsmessungen wird die Kupplung in weiten Betriebsbereichen erregt. Im Vergleich zu den Messungen, die bei der Identifikation verwendet werden, ist

der Betriebsbereich bei den Verifikationsmessungen deutlich größer. Um dies zu verdeutlichen, werden anhand des stationären Kennfeldes der Kupplung die Betriebsbereiche bei der Identifikation dem der Verifikationsmessung 1 gegenübergestellt (vgl. Abb. 7.3). Die Erregungsbereiche bei den Identifikationsmessungen sind schwarz, und der bei der Verifikationsmessung grau hinterlegt.

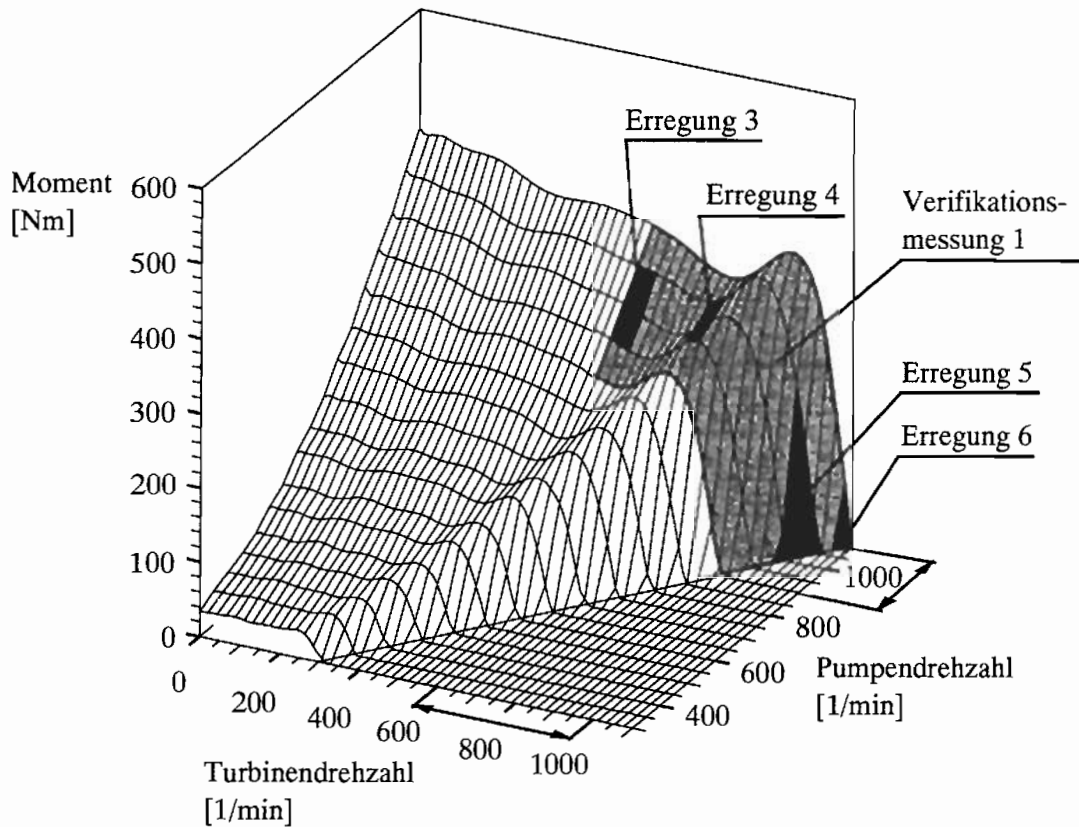


Abb. 7.3: Erregungsbereiche der Kupplung

Zur Überprüfung der Modellgüte werden die Verifikationsmessungen mit den ermittelten Modellen simuliert. Dabei dienen die Drehzahlen der Pumpen- und Turbinenseite als Eingangs- und die entsprechenden Momente als Ausgangsgrößen. Folglich müssen die Modellgleichungen entsprechend der im Kap. 6.4 dargestellten Methode umgestellt werden. Da hier jedoch die Matrix \mathbf{B} nicht vollbesetzt ist, vereinfacht sich die Gl. (6.26) zu

$$\begin{aligned} {}_k\mathbf{M} &= \mathbf{B}_{r1}^{-1} \left({}_k\dot{\mathbf{z}}_{r1} - \mathbf{Q}_{r1} {}_{k-1}\mathbf{z}^{[2]} \right) \\ {}_k\dot{\mathbf{z}}_{r2} &= \mathbf{Q}_{r2} {}_{k-1}\mathbf{z}^{[2]} \\ {}_k\mathbf{z}_{r2} &= {}_{k-1}\mathbf{z}_{r2} + {}_{k-1}\dot{\mathbf{z}}_{r2} \Delta t \quad , \end{aligned} \quad (7.81)$$

wobei \mathbf{B}_{r1} eine Diagonalmatrix ist.

In den Abb. 7.4 bis 7.9 sind die Ergebnisse dieser Simulationsrechnungen dargestellt. Dabei werden die simulierten Momentenverläufe (---) den gemessenen (—) zusammen mit der verwendeten Drehzahlerregung in ein Diagramm gezeichnet.

Der Vergleich zwischen den Simulationen und den Verifikationsmessungen zeigt, daß die drei ermittelten Modelle das Betriebsverhalten der Kupplung nicht gleich gut abbilden.

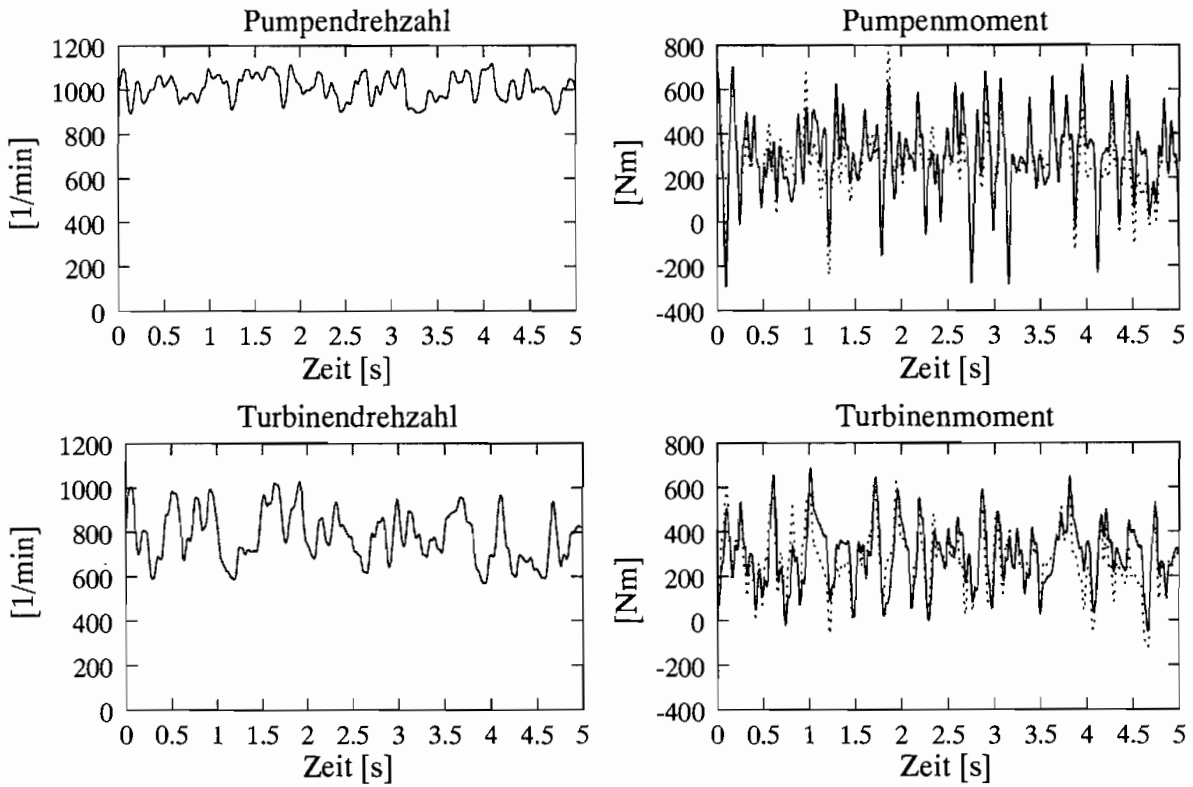


Abb. 7.4: Modell 1 und Verifikationsmessung 1

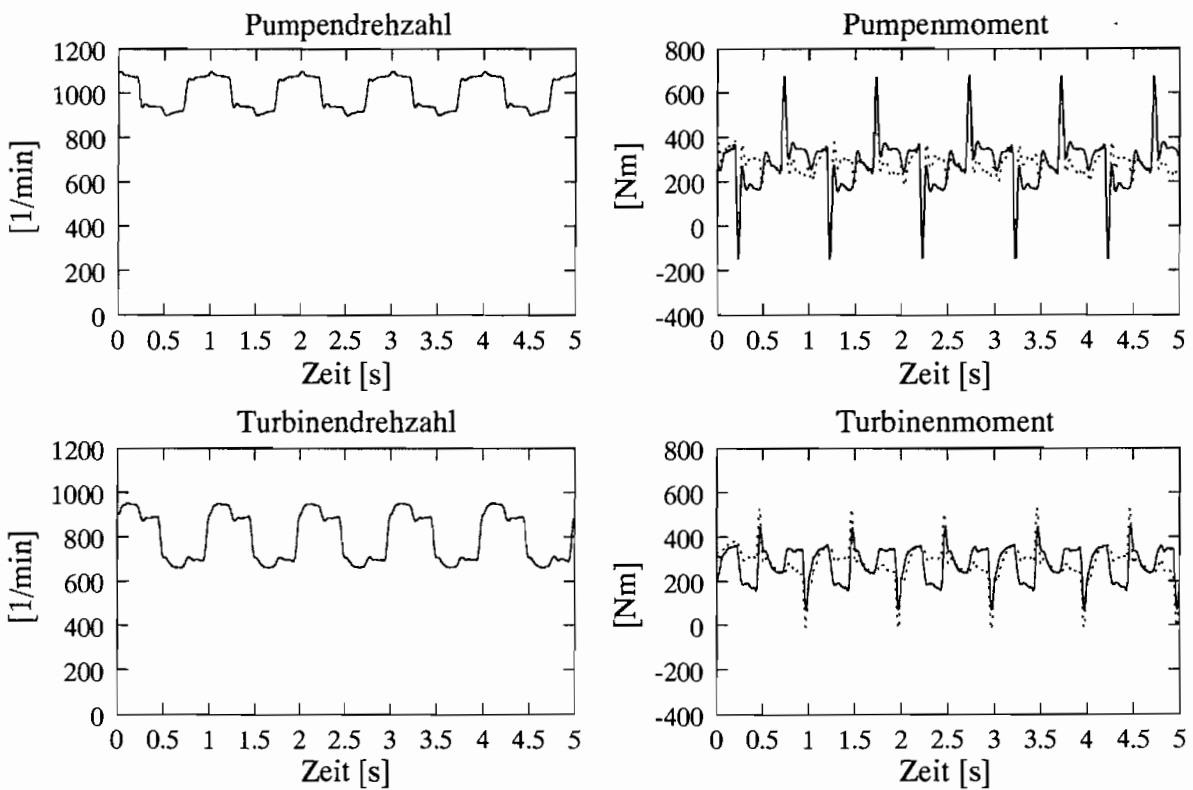


Abb. 7.5: Modell 1 und Verifikationsmessung 2

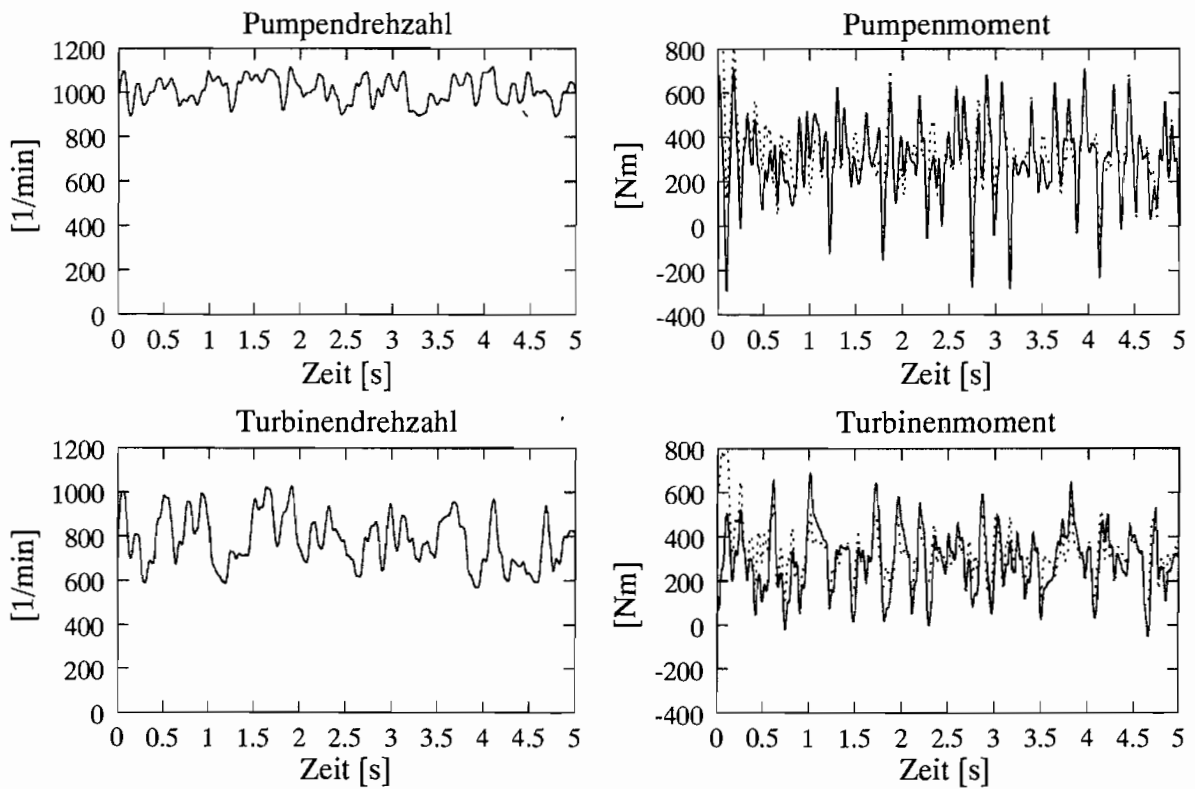


Abb. 7.6: Modell 2 und Verifikationsmessung 1

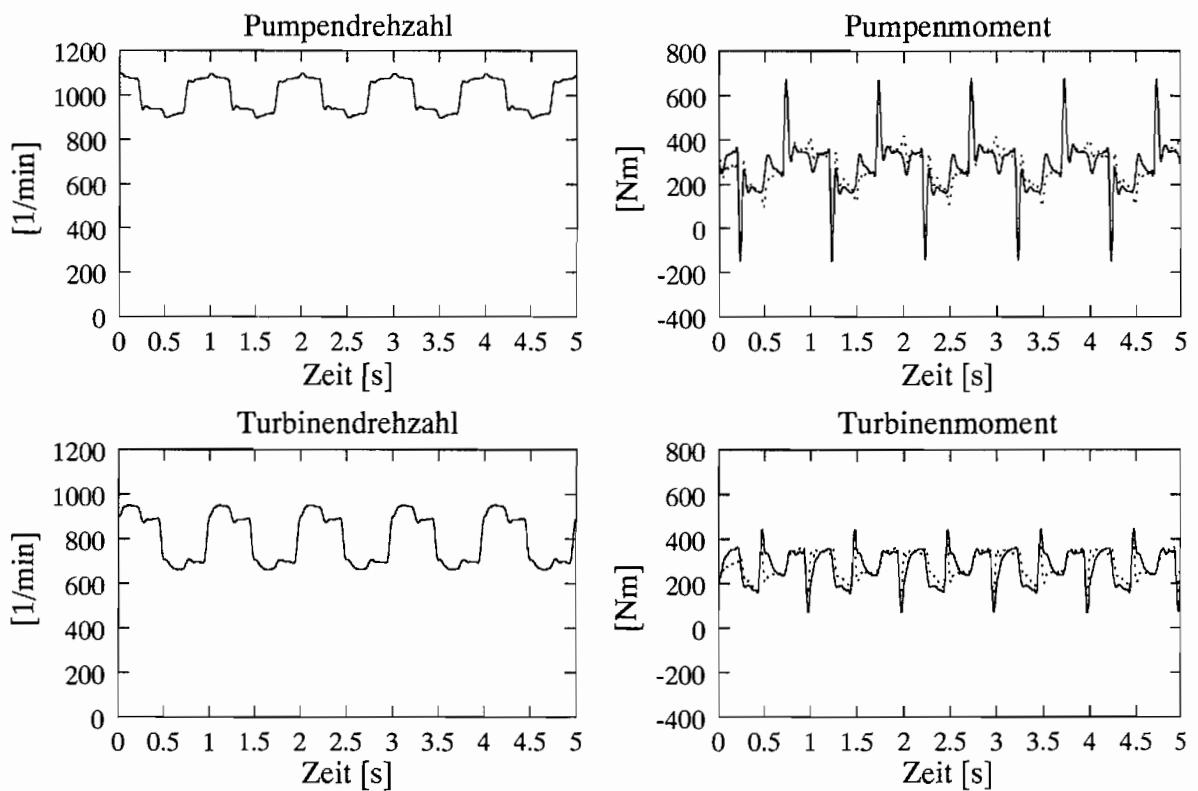


Abb. 7.7: Modell 2 und Verifikationsmessung 2

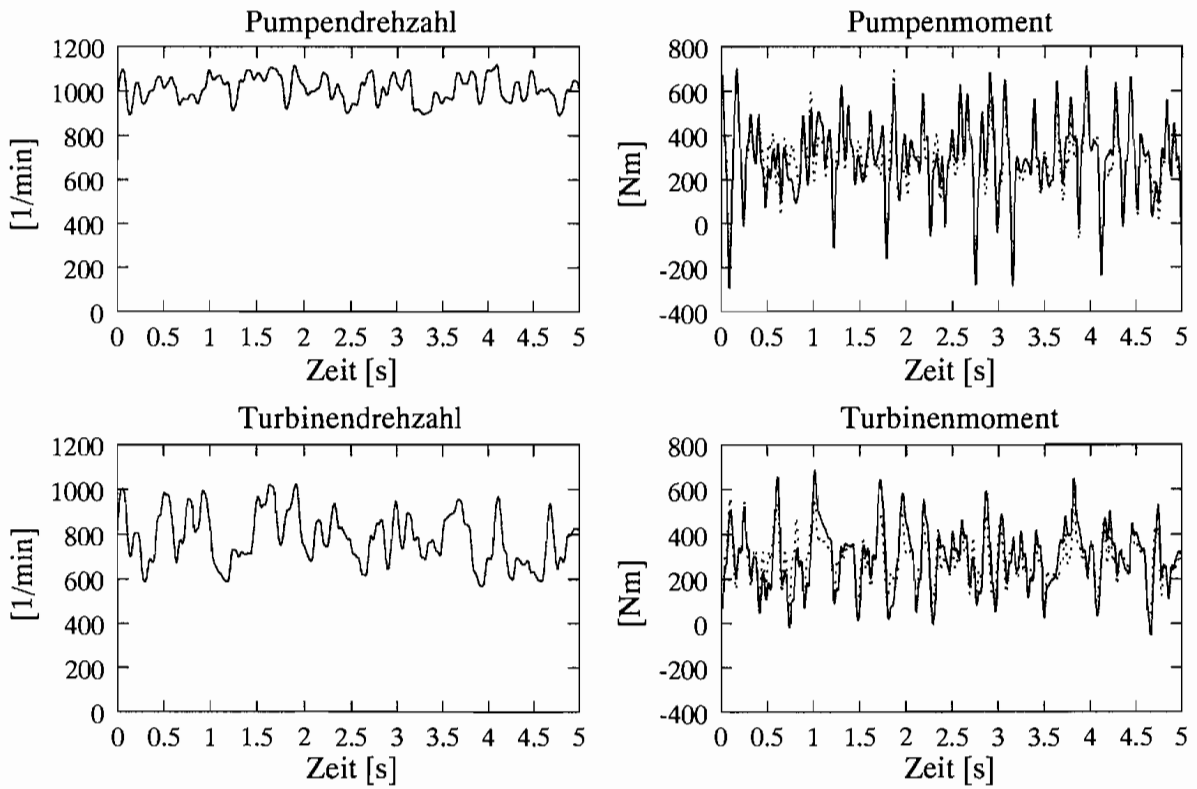


Abb. 7.8: Modell 3 und Verifikationsmessung 1

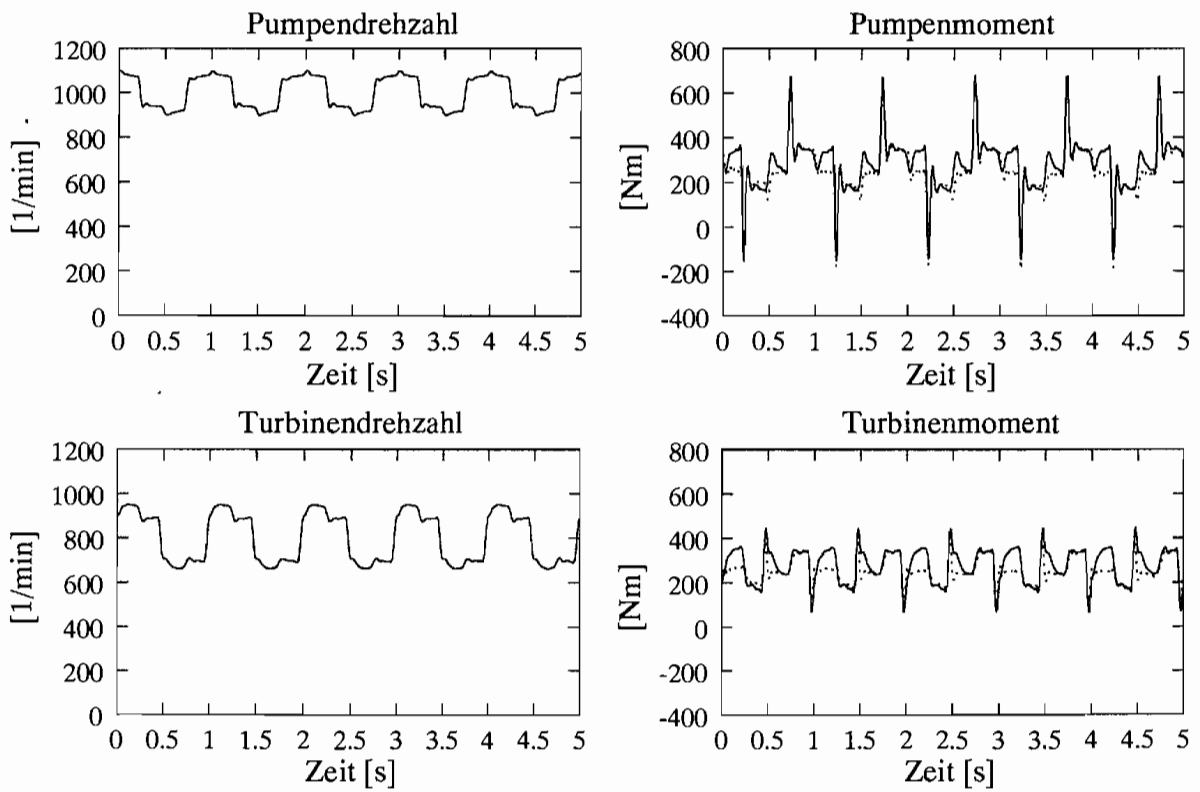


Abb. 7.9: Modell 3 und Verifikationsmessung 2

Modell 1 ist mit nur einer dynamischen Messung (Erregung 4) ermittelt worden. Diese Messung entspricht der Erregung 2 mit der im Kap. 6.4.2 das kombinierte Modell mit Hilfe eines nichtlinearen Optimierungsverfahrens identifiziert worden ist. Der Vergleich der Modellgüten dieser beiden Modelle (Abb. 7.5 und 6.7) zeigt jedoch, daß das mit der hier gezeigten Methode identifizierte Modell 1 das Betriebsverhalten der Kupplung nicht so genau abbildet. Es treten deutliche Abweichungen zwischen den gemessenen und simulierten Momentenverläufen auf. Auch die Simulation der Verifikationsmessung 1 (Abb. 7.4) zeigt deutliche Differenzen zu der Messung. Erklärungsansätze hierfür liegen darin, daß bei dem Verfahren aus Kap. 6 die Zustandsgrößen direkt mit einem quadratischen Modell approximiert werden. Wird das Modell jedoch über ein lineares Modell ermittelt, so werden sowohl bei der Linearisierung des Betriebsverhaltens als auch bei der Rückrechnung auf das quadratische Modell Fehler eingeführt, die sich nicht gegenseitig aufheben und damit die Modellgenauigkeit verringern.

Modell 2 bildet das Betriebsverhalten wesentlich genauer ab als Modell 1. Bei beiden Verifikationsmessungen sind die Abweichungen zwischen den Rechnungen mit dem Modell 2 und den Messungen geringer (vgl. Abb. 7.6 und 7.7) als bei den Simulationen mit dem Modell 1 wobei die gleichen Erregungen verwendet werden (vgl. Abb. 7.4 und 7.5). Die zusätzlichen Informationen durch eine weitere dynamische Messung, die Werte des stationären Kennfeldes und eventuell die damit eingebrachten physikalischen Kenntnisse wirken offenbar den durch die Linearisierung gemachten Fehlern entgegen. Das dynamische Betriebsverhalten der hydrodynamischen Kupplung wird durch das Modell 2 genügend gut approximiert, auch wenn die Modellgüte des kombinierten Modells, das mit Hilfe der nichtlinearen Optimierung ermittelt wurde (vgl. Kap. 6), höher ist.

Modell 3 widerlegt die Annahme, daß die Modellgüte durch die Hinzunahme von immer mehr dynamischen Messungen an verschiedenen Betriebspunkten und mehreren stationären Meßwerten immer weiter gesteigert werden kann. Die Abweichungen zwischen den Simulationsrechnungen und den Messungen sind wesentlich größer als die des Modells 2, obwohl bei der Identifikation des Modells 3 mehr Messungen einbezogen wurden. Anscheinend werden – je mehr Messungen (sowohl dynamische als auch stationäre) verwendet werden – die durch die vereinfachenden Annahmen der physikalischen Gegebenheiten eingebrachten Ungenauigkeit immer deutlicher sichtbar. Folglich muß ein ausgewogenes Mittel gefunden werden, so daß einerseits genügend viele Informationen berücksichtigt werden, um die durch die Linearisierung eingebrachten Fehler zu *überdecken*, und andererseits nicht zu viele *falsche* Informationen durch die vereinfachenden Annahmen bei der Berücksichtigung der physikalischen Kenntnisse zum Tragen kommen.

Über die Bestimmung der Modellparameter der kombinierten Modellstruktur mit Hilfe der Identifikation linearer Modelle können Modelle ermittelt werden, die das Betriebsverhalten der hydrodynamischen Kupplung relativ gut approximieren. Dabei wird aufgrund

der hybriden Modellstruktur ein großer Modellgültigkeitsbereich erzielt, der – wenn die Modellparameter *richtig* identifiziert sind, d.h. wenn alle Modellparameter mit Hilfe der Identifikationsmessung identifizierbar sind, – über den Identifikationsbereich hinausgeht. Da in der verwendeten Modellstruktur nur quadratische Anteile enthalten sind, reichen zur Identifikation dieser Modelle kleine Erregungen aus. Die Anforderungen an den zur experimentellen Ermittlung des Betriebsverhaltens notwendigen Versuchsstand werden dadurch erheblich reduziert. Gegebenenfalls sind sogar die Erregungen der Kupplung im eigentlichen Betrieb ausreichend, so daß keine weiteren Messungen auf einem Versuchsstand erfolgen müssen.

Der große Vorteil der im Kap. 7 gezeigten Identifikationsmethode gegenüber der nichtlinearen Optimierung (vgl. Kap. 6) liegt darin, daß wesentlich weniger Rechenaufwand benötigt wird. Dies wird dadurch ermöglicht, daß lineare Modelle identifiziert werden können. Jedoch ist die Beschreibung des Betriebsverhaltens der Kupplung mit diesen Modellen nicht ganz so gut wie mit den Modellen, die durch die nichtlineare Optimierung erhalten werden. Um eine gute Modellapproximation zu erhalten, müssen auch Messungen aus mehreren Betriebsbereichen verwendet werden. Da aber nur kleine Betriebsbereiche erregt werden müssen und bei der angewendeten Zeitbereichsidentifikation nur kurze Meßzeiten benötigt werden, ist dieser Mehraufwand gerechtfertigt.

Um mit den identifizierten Modellen große Betriebsbereiche nachrechnen zu können oder um mehrere lineare Modelle zur Identifikation zu verwenden, ist die Rekonstruktion der inneren Freiheitsgrade notwendig. Je nach betrachtetem System ist es allerdings schwierig, die physikalischen Bedingungen, die für diese Rekonstruktion erforderlich sind, zu finden.

An dieser Stelle sei – in Bezug auf die Identifikation hydrodynamischer Kupplungen – angemerkt, daß der Einfluß durch die Berücksichtigung des stationären Kennfeldes bei der hier gezeigten Identifikation relativ gering ist. Wenn die spezielle Struktur der Matrix \mathbf{Q} und damit auch der Matrizen \mathbf{J}_i bei der Identifikation jedoch nicht berücksichtigt werden kann, so kann durch die Berücksichtigung des stationären Kennfeldes bei der Identifikation die Auswirkung der Struktur – daß die Momente im stationären Betrieb an der Pumpen- und Turbinenseite gleich groß sind – mit in die Bestimmung der Parameter über die Fehlerquadratmethode einbezogen werden. In diesem Fall wirkt sich die Hinzunahme der stationären Messungen sehr positiv auf die Parameteridentifikation aus.

Kapitel 8

Verwendbarkeit der ermittelten Modelle

Wie im Kap. 1 beschrieben wird das dynamische Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen modelliert, damit die ermittelten mathematischen Modelle zur Simulation von Antriebssträngen verwendet werden können. Hierzu müssen diese Modelle mit den Modellen anderer Antriebsstrangelemente gekoppelt werden. Damit solche Antriebsstrangsimulationen zu sinnvollen Ergebnissen führen, ist es erforderlich, daß die einzelnen Antriebsstrangkomponenten für sich genau genug abgebildet werden. Daher wird im Kap. 8.1.1 zunächst anhand von Simulationsrechnungen, die den entsprechenden Messungen an der Kupplung gegenübergestellt werden, gezeigt, inwieweit sich das im Kap. 7 ermittelte Modell 2 zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens der hydrodynamischen Kupplung 422TH über weite Betriebsbereiche eignet.

Zur Ermittlung der mathematischen Modelle, die das dynamische Betriebsverhalten der Kupplung beschreiben, sind – wie in den Kap. 6 und 7 gezeigt – Messungen erforderlich. An Kupplungen mit großen Abmessungen (z.B. für den Einsatz in Kraftwerken) sind jedoch solche Messungen auf einem Versuchsstand praktisch nicht durchführbar. Um dennoch Aussagen über das Betriebsverhalten großer hydrodynamischer Kupplungen machen zu können und damit auch Antriebsstränge mit solchen Kupplungen simulierbar zu machen, sind im Kap. 4 – entsprechend der Modelltheorie – Beziehungen zwischen dem dynamischen Betriebsverhalten geometrisch ähnlicher Kupplungen aufgestellt worden. Im Kap. 8.1.2 wird deshalb verifiziert, inwieweit mit Hilfe der ermittelten Modelle das Betriebsverhalten von geometrisch ähnlichen Versuchskupplungen mit anderer Baugröße (vgl. Kap. 3.1) simuliert werden kann.

Um die Verwendbarkeit von mathematischen Modellen, die das Verhalten hydrodynamischer Kupplungen beschreiben, im Hinblick auf die Simulation von Antriebssträngen überprüfen zu können, hat STEINHAUSEN [64] für die Kupplung 422TH und den hier verwendeten Versuchsstand Komponenten entwickelt, die die Eigenschaften eines realen Antriebsstranges nachbilden sollen. Im Kap. 8.2 werden die Modelle der hydrodynamischen Kupplung mit diesen Komponenten gekoppelt. Vergleiche von Messungen und Si-

mulationsrechnungen bei bestimmten Erregungen dieses Modellantriebsstranges zeigen, inwieweit die ermittelten Modelle für Antriebsstrangsimulationen geeignet sind. Für diese Simulationsrechnungen wird zunächst das Modell 2 verwendet (vgl. Kap. 7), dessen Parameter mit Hilfe der Identifikation linearer Modelle ermittelt worden sind. Im Kap. 8.2.4 werden schließlich die Messungen an dem Modellantriebsstrang, in den die Kupplung 422TH eingebaut ist, simuliert, wobei jedoch das Modell zur Beschreibung des Betriebsverhaltens der Kupplung im Antriebsstrang an der Kupplung 366TJ identifiziert und mit Hilfe der dimensionslosen Kennzahlen auf die Kupplung 422TH umgerechnet worden ist.

8.1 Simulation des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen

8.1.1 Kupplung 422TH mit dem Modell 2 simuliert

Bei der Verifikation des Modells 2 im Kap. 7.3 ist die Abbildungsgenauigkeit des dynamischen Betriebsverhaltens der Kupplung über große Betriebsbereiche durch dieses Modell bereits gezeigt worden. An dieser Stelle werden daher lediglich die Besonderheiten des Modells, die sich aus der dem Modell zugrundeliegenden hybriden Modellstruktur ergeben, aufgezeigt und verifiziert.

Die Verwendung hybrider Modelle führt zu den folgenden Annahmen:

1. Die kinematische Ähnlichkeit wird implizit durch die Modellstruktur erfüllt (vgl. Kap. 5.3.4), d.h. bei gleichem Schlupfbereich können die Absolutdrehzahlen der Pumpen- und Turbinenseite variiert werden, ohne daß das Modell seinen Gültigkeitsbereich verliert.
2. Durch die hybride Modellierung erhält man eine an das reale System angepaßte Modellstruktur, die - in gewissen Grenzen - eine *Extrapolation* des Betriebsverhaltens über den Schlupfbereich der Identifikation hinaus ermöglichen sollte.

Diese Behauptungen werden im folgenden anhand von Simulationsrechnungen, die den entsprechenden Messungen gegenübergestellt werden, verifiziert. In Tab. 8.1 sind die vorgegebenen Werte für die Erregung der Kupplung dargestellt. Die Erregungen 3 und 5 entsprechen dabei den zur Identifikation des Modells 2 verwendeten Messungen (vgl. Tab. 7.2). Für die Verifikationsmessungen 3 bis 5 sind fünfwertige Pseudozufallsfolgen mit dem Mittelwert M und der einfachen Amplitude A vorgegeben worden (vgl. Abb. 6.1 und Tab. 8.1). Die Flankensteilheit zur Realisierung der Drehzahländerungen wurde hierbei zu $F = 6000 \text{ min}^{-1} \text{ s}^{-1}$ gewählt, und $L = 124$ Stufenwechsel werden auf $T_G = 10,5 \text{ s}$ realisiert.

Bei den Verifikationsmessungen 3 und 4 wird die Kupplung in dem gesamten Schlupfbereich erregt, der zwischen den zur Identifikation des Modells verwendeten Erregungen

Erregung	Parameter	Pumpe	Turbine
Erregung 3	M [min ⁻¹]	1000	600
	A [min ⁻¹]	15	15
	Schlupf	$35\% \leq s \leq 45\%$	
Erregung 5	M [min ⁻¹]	1000	1000
	A [min ⁻¹]	15	15
	Schlupf	$-6\% \leq s \leq 6\%$	
Verifikationsmessung 3	M [min ⁻¹]	1200	960
	A [min ⁻¹]	60	120
	Schlupf	$-11\% \leq s \leq 55\%$	
Verifikationsmessung 4	M [min ⁻¹]	700	560
	A [min ⁻¹]	35	70
	Schlupf	$-11\% \leq s \leq 55\%$	
Verifikationsmessung 5	M [min ⁻¹]	1000	600
	A [min ⁻¹]	50	100
	Schlupf	$0\% \leq s \leq 66\%$	

Tab. 8.1: Dynamische Erregungen der Kupplung zur Identifikation des Modells 2 (Erregung 3 und 5) und zur Verifikation außerhalb des Identifikationsbereichs (Verifikationsmessung 3 bis 5)

3 und 5 liegt. Die Absolutdrehzahlen der Pumpe und Turbine sind aber deutlich größer (Verifikationsmessung 3) bzw. kleiner (Verifikationsmessung 4) als bei den Messungen zur Modellidentifikation. Obwohl die Drehzahlen bei den Simulationsrechnungen außerhalb vom Identifikationsbereich liegen, zeigen die Rechnungen und die Messungen (Abb. 8.1 und 8.2) eine gute Übereinstimmung. Durch die implizite Erfüllung der kinematischen Ähnlichkeit durch die hybriden Modelle hat der Absolutdrehzahlbereich keinen Einfluß auf die Modellgüte.

In Abb. 8.3 sind die Simulationsergebnisse der Verifikationsmessung 5 den Messungen gegenübergestellt. Mit diesem Vergleich wird gezeigt, daß mit dem Modell 2 nicht nur der Schlupfbereich zwischen den zur Identifikation benutzten Erregungsbereichen (vgl. Abb. 7.3) simuliert werden kann (wie auch in Abb. 8.1, 8.2 und 7.6, 7.7 gezeigt), sondern auch über diesen Bereich hinaus. Obwohl der Schlupfbereich der Verifikationsmessung 5 mehr als 20% über den der Erregung 3 hinaus geht, ist die Genauigkeit der Simulationsrechnungen relativ hoch. Lediglich an zwei Stellen (im Bereich um ca. 1,25 s und in dem Bereich von 2,1 s bis 2,4 s) treten sehr große Abweichungen zwischen den Messungen und den Simulationsrechnungen auf.

Das Modell 2, dessen Modellstruktur durch analytisch physikalische Überlegungen ermittelt und dessen Parameter mit Hilfe der Identifikation linearer Modelle bestimmt worden sind, eignet sich – wie gezeigt – für die Beschreibung des Betriebsverhaltens der hydrodynamischen Kupplung über große Betriebsbereiche und bietet daher eine gute Grundlage

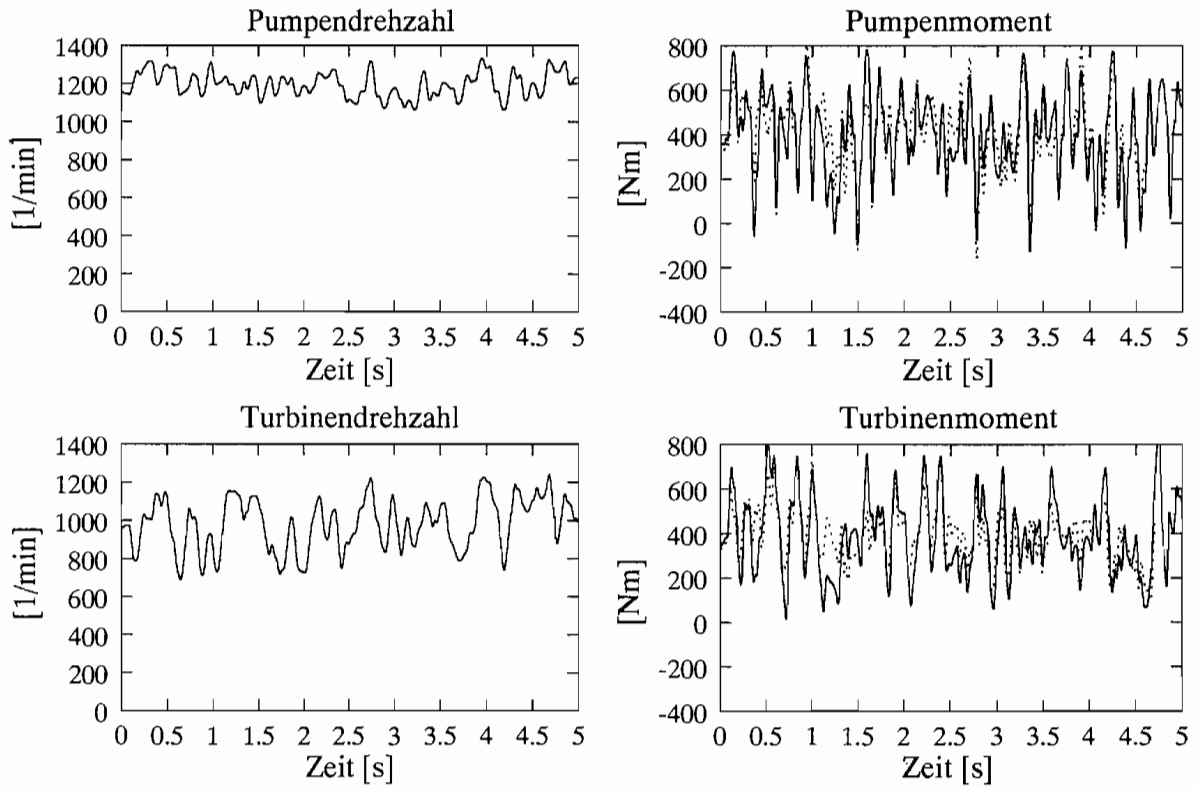


Abb. 8.1: Modell 2 (- - -) und Verifikationsmessung 3 (—)

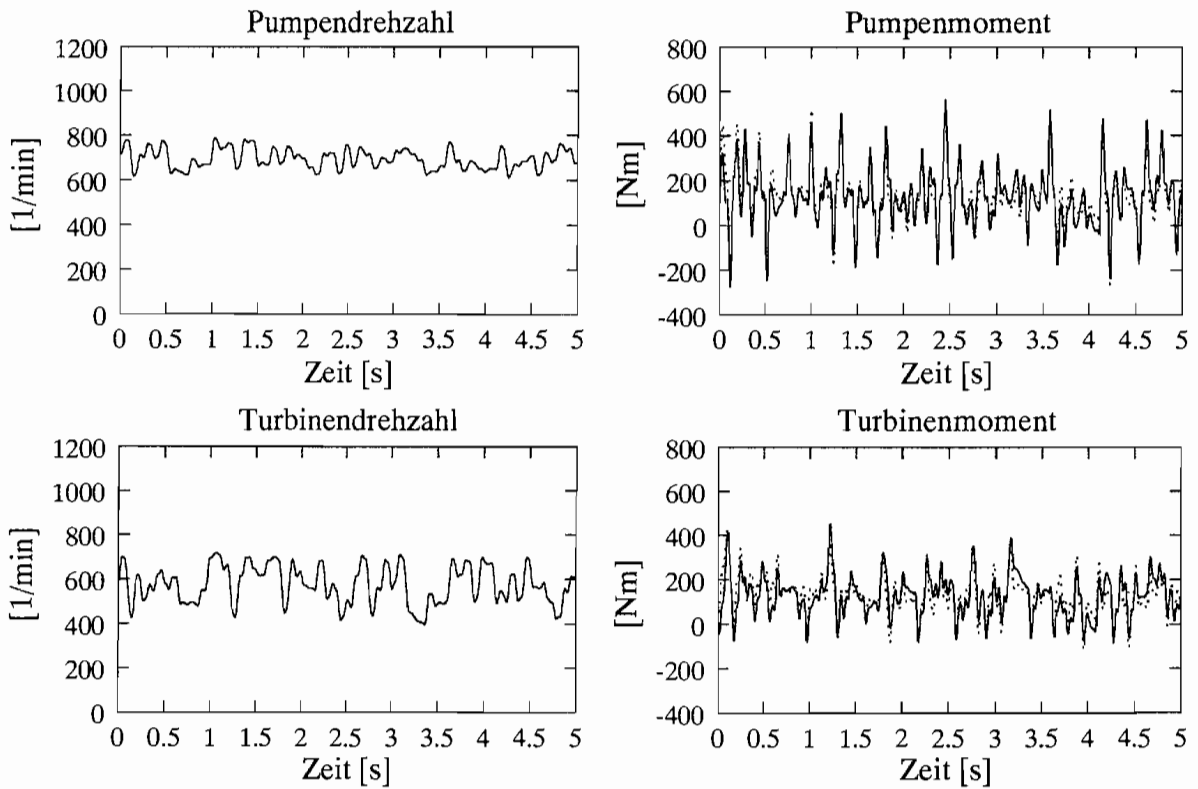


Abb. 8.2: Modell 2 (- - -) und Verifikationsmessung 4 (—)

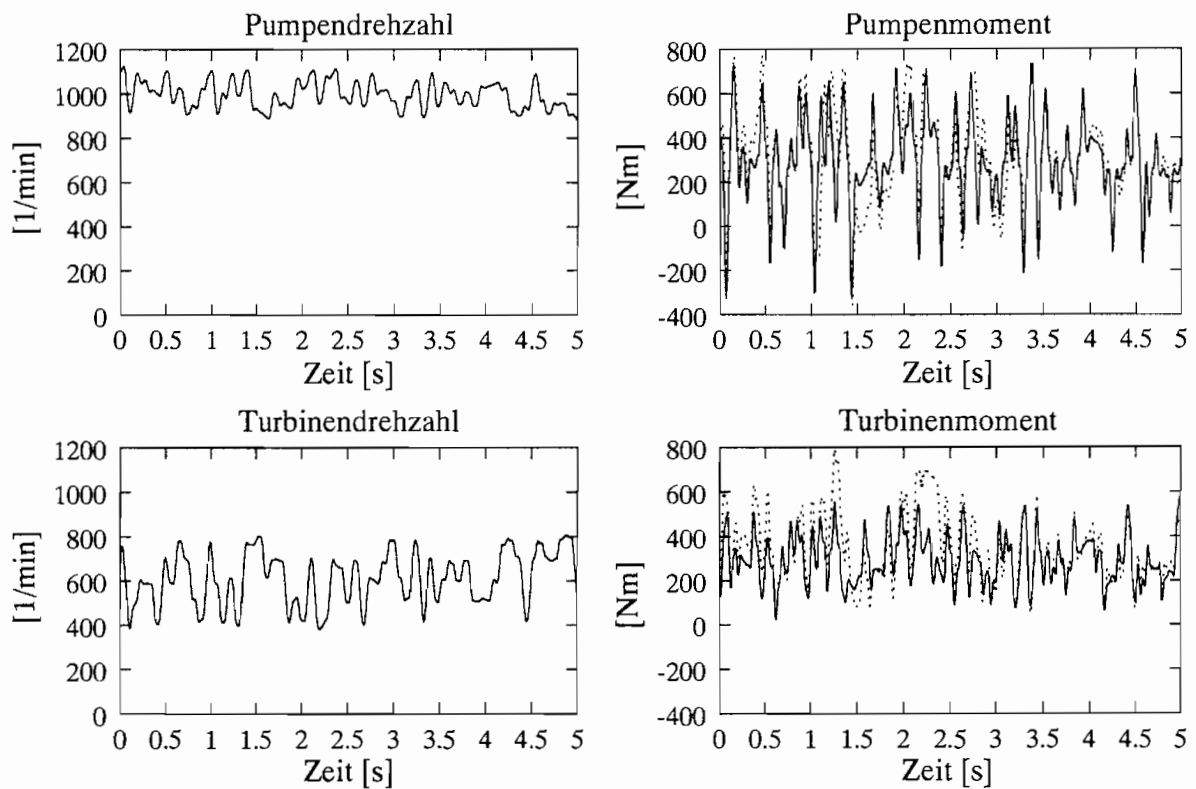


Abb. 8.3: Modell 2 (---) und Verifikationsmessung 5 (—)

für die in den folgenden Kapiteln gezeigten Anwendungen.

8.1.2 Kupplungen 366TJ und 487TNJ mit dem Modell 2 und Ähnlichkeitsgesetzen simuliert

Zur Simulation des Betriebsverhaltens von Antriebssträngen mit hydrodynamischer Kupplung muß das dynamische Betriebsverhalten der Kupplung mit einem mathematischen Modell abgebildet werden. Für die Ermittlung dieses Modells sind jedoch Messungen der dynamischen Eigenschaften der Kupplung notwendig. In manchen Anwendungsfällen werden Kupplungen mit solch großen Abmessungen in Antriebsstränge eingebaut, deren dynamisches Betriebsverhalten nur noch mit sehr großem Aufwand meßbar ist. Eine Beschreibung des dynamischen Verhaltens solcher Kupplungen mit Modellen, die über die hier beschriebene Weise ermittelt werden, ist folglich unwirtschaftlich.

Im Kap. 4.2.1 werden für den Vergleich des dynamischen Betriebsverhaltens zweier geometrisch ähnlicher Kupplungen mit unterschiedlicher Baugröße die dimensionslosen Kennzahlen

$$\lambda_P = \frac{M_{h,P}}{\rho D^5 \omega_P^2}$$

$$\lambda_T = \frac{M_{h,T}}{\rho D^5 \omega_P^2}$$

$$\begin{aligned}
 \nu &= \frac{\omega_T}{\omega_P} \\
 k_1 &= \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2} \\
 k_2 &= \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2}
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

hergeleitet. Ist der Drehzahlverlauf des Pumpen- und Turbinenrades der großen Kupplung bekannt, so kann dessen Betriebsverhalten nun über die Messung an einer geometrisch ähnlichen Modellkupplung mit kleineren Abmessungen bestimmt werden, wenn diese mit kinematisch ähnlicher Erregung beaufschlagt wird. Da eine Vorabmessung aller Belastungsfälle nicht möglich ist, müssen für alle Anwendungsfälle spezielle kinematisch ähnliche Messungen an den Modellkupplungen durchgeführt werden. Diese Vorgehensweise ist jedoch sehr aufwendig und für die angestrebten Antriebsstrangberechnungen ungeeignet, da durch die Wechselwirkung der Kupplung mit den anderen Antriebsstrangteilen der Drehzahlverlauf der beiden Kupplungsräder nicht bekannt ist. Wird jedoch ein mathematisches Modell zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens dieser Modellkupplung ermittelt, so kann die für Antriebsstrangberechnungen benötigte Messung an dieser Modellkupplung mit dem mathematischen Modell simuliert werden. Über die dimensionslosen Kennzahlen kann dann die Beziehung zwischen der Modellkupplung und der *großen* Kupplung hergestellt werden. Diese Vorgehensweise ermöglicht auch die Simulation von Antriebssträngen mit großen hydrodynamischen Kupplungen.

Prinzipiell basiert die Simulation von geometrisch ähnlichen Kupplungen mit unterschiedlicher Baugröße lediglich auf der Gültigkeit der dimensionslosen Kennzahlen, die bereits im Kap. 4 gezeigt worden ist. Dennoch werden in diesem Kapitel Simulationsrechnungen aufgeführt, um zu zeigen, daß die Umrechnungen auch bei beliebiger Erregung der Kupplung möglich sind¹. Da diese Umrechnungen nur auf der Gültigkeit der Kennzahlen basieren, können auch z.B. Black-Box-Modelle verwendet werden, um die benötigten kinematisch ähnlichen Messungen zu simulieren. Wie im Kap. 8.1.1 beschrieben, gibt es jedoch Vorteile bei der Verwendung von Modellen, die über die hybride Modellierung ermittelt werden – z.B. ein großer Modellgültigkeitsbereich und die implizite Erfüllung der kinematischen Ähnlichkeit. Letzteres wirkt sich, wie im folgenden gezeigt wird, auch günstig auf die Simulation von geometrisch ähnlichen Kupplungen aus.

Bei dem Vergleich des dynamischen Betriebsverhaltens der hier verwendeten Versuchskupplungen muß darüber hinaus noch beachtet werden, daß die Drehträgheiten der Kupplungslaufräder nicht entsprechend der charakteristischen Länge (maximaler Strömungsdurchmesser D) ähnlich zueinander sind. Aus diesem Grund sind die Kennzahlen Gl. (8.1) mit dem hydrodynamischen Moment aufgestellt worden. Zur Umrechnung des Betriebsverhaltens von Kupplungen mit geometrisch ähnlichem Strömungskanal müssen folglich

¹Im Kap. 4 konnten die Vergleiche nur anhand von Messungen gezeigt werden, bei denen die zu vergleichenden Kupplungen auf dem Versuchsstand – in genügender Genauigkeit – mit kinematisch ähnlichen Erregungen beaufschlagt werden konnten.

die Drehträgheitsmomente der Laufräder von den Momenten an den Laufrädern abgezogen werden (vgl. Gl. (4.7)).

Wenn das Betriebsverhalten der Originalkupplung für die vorgegebenen Drehzahl- bzw. Winkelgeschwindigkeitsverläufe $\omega_{P,o}$ und $\omega_{T,o}$ über die Simulation des Betriebsverhaltens einer kleineren Modellkupplung und anschließenden Ähnlichkeitsbetrachtungen ermittelt werden soll, so müssen die Drehzahlverläufe zunächst mit Hilfe des (frei wählbaren) Übertragungsfaktors σ über

$$\begin{aligned}\omega_{P,m} &= \frac{1}{\sigma} \omega_{P,o} \\ \omega_{T,m} &= \frac{1}{\sigma} \omega_{T,o}\end{aligned}\quad (8.2)$$

so skaliert werden, daß die Drehzahl- bzw. Winkelgeschwindigkeitsverläufe für die Modellrechnungen $\omega_{P,m}$ und $\omega_{T,m}$ dem Gültigkeitsbereich des verwendeten mathematischen Modells entsprechen. Dann können für die Drehzahlen des Modells die Momentenverläufe $M_{P,m}$ und $M_{T,m}$ an Pumpe und Turbine simuliert und die Leistungszahlen mit

$$\begin{aligned}\lambda_{P,m} &= \frac{M_{h,P,m}}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2} = \frac{M_{P,m} - \theta_{P,m} \dot{\omega}_{P,m}}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2} \\ \lambda_{T,m} &= \frac{M_{h,T,m}}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2} = \frac{M_{T,m} + \theta_{T,m} \dot{\omega}_{T,m}}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2}\end{aligned}\quad (8.3)$$

gebildet werden. Diese Leistungszahlen des Modells stimmen mit den Leistungszahlen des Originals zu den zugeordneten Zeiten

$$t_o = \tau t_m = \frac{1}{\sigma} t_m \quad (8.4)$$

überein (vgl. Kap. 4.2.1), d.h.

$$\begin{aligned}\lambda_{P,m}(t_m) &= \lambda_{P,o}(t_o) \\ \lambda_{T,m}(t_m) &= \lambda_{T,o}(t_o)\end{aligned}\quad (8.5)$$

Für diese Betrachtungen werden beim Modell und Original die gleiche Dichte ρ und Temperatur des Fluids sowie der gleiche Füllgrad der Kupplungen (vgl. Anmerkung auf S. 58) mit geometrisch ähnlichem Strömungskanal vorausgesetzt. Schreibt man die Leistungszahlen aus

$$\begin{aligned}\left. \frac{M_{P,m} - \theta_{P,m} \dot{\omega}_{P,m}}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2} \right|_{t_m} &= \left. \frac{M_{P,o} - \theta_{P,o} \dot{\omega}_{P,o}}{\rho D_o^5 \omega_{P,o}^2} \right|_{t_o} \\ \left. \frac{M_{T,m} + \theta_{T,m} \dot{\omega}_{T,m}}{\rho D_m^5 \omega_{P,m}^2} \right|_{t_m} &= \left. \frac{M_{T,o} + \theta_{T,o} \dot{\omega}_{T,o}}{\rho D_o^5 \omega_{P,o}^2} \right|_{t_o},\end{aligned}\quad (8.6)$$

kann man diese Gleichungen nach den gesuchten Momentenverläufen umstellen

$$M_{P,o}(t_o) = \left(\frac{D_o}{D_m} \right)^5 \left(\frac{\omega_{P,o}}{\omega_{P,m}} \right)^2 (M_{P,m}(t_m) - \theta_{P,m} \dot{\omega}_{P,m}(t_m)) + \theta_{P,o} \dot{\omega}_{P,o}(t_o)$$

$$M_{T,o}(t_o) = \left(\frac{D_o}{D_m}\right)^5 \left(\frac{\omega_{P,o}}{\omega_{P,m}}\right)^2 (M_{T,m}(t_m) + \theta_{T,m} \dot{\omega}_{T,m}(t_m)) - \theta_{T,o} \dot{\omega}_{T,o}(t_o) \quad , \quad (8.7)$$

wobei

$$\left(\frac{\omega_{P,o}}{\omega_{P,m}}\right)^2 = \sigma^2 \quad (8.8)$$

und

$$t_m = \sigma t_o \quad (8.9)$$

sind.

Die Verwendung von hybriden Modellen für diese Simulationsrechnungen hat die drei (in dieser Arbeit bereits häufiger erwähnten) Vorteile:

1. Der große Gültigkeitsbereich des Modells.
2. Identifikation des Modells mit kleinen Erregungen und geringem rechnerischen Aufwand.
3. Die implizite Berücksichtigung der kinematischen Ähnlichkeit.

Da die hybriden Modelle die kinematische Ähnlichkeit implizit erfüllen, sind diese Modelle nicht an den Absolutdrehzahlbereich der Laufräder gekoppelt. Folglich ist es für die Simulationsrechnung des Betriebsverhaltens der Modellkupplung nicht notwendig, die Drehzahlverläufe der Originalkupplung mit dem Übertragungsfaktor σ bzw. τ an den Modellgültigkeitsbereich anzupassen. Die Umrechnung der Momentenverläufe zwischen geometrisch ähnlichen Kupplungen vereinfacht sich für diesen Fall auf

$$\begin{aligned} M_{P,o}(t) &= \left(\frac{D_o}{D_m}\right)^5 (M_{P,m}(t) - \theta_{P,m} \dot{\omega}_P(t)) + \theta_{P,o} \dot{\omega}_P(t) \\ M_{T,o}(t) &= \left(\frac{D_o}{D_m}\right)^5 (M_{T,m}(t) + \theta_{T,m} \dot{\omega}_T(t)) - \theta_{T,o} \dot{\omega}_T(t) \quad , \quad (8.10) \end{aligned}$$

da für die Simulation der Modellmessung die gleichen Drehzahlverläufe verwendet werden können wie im Original.

Um die Simulationsrechnungen von Kupplungen mit anderer Baugröße an Messungen zu verifizieren, werden hier jeweils zwei Messungen an den Kupplungen 366TJ und 487TNJ dargestellt (Verifikationsmessungen 6 bis 9). Die Drehzahlvorgaben für diese Messungen entsprechen denen der Verifikationsmessungen 1 und 2 (vgl. Kap. 7.3); die jeweilige Zuordnung der Drehzahlvorgaben zu den Kupplungen kann der Tab. 8.2 entnommen werden. In den Abb. 8.4 bis 8.7 sind die gemessenen Drehzahlverläufe zusammen mit den simulierten (- - -) und den gemessenen (—) Momentenverläufen dargestellt.

Die Simulationsrechnungen zeigen eine relativ gute Übereinstimmung mit den Meßwerten. Damit ist gezeigt worden, daß mit Hilfe der im Kap. 4.2.1 ermittelten dimensionslosen Kennzahlen eine Simulation von geometrisch ähnlichen Kupplungen unterschiedlicher Baugröße möglich wird, wenn das Betriebsverhalten einer dieser Kupplungen mit einem mathematischen Modell abgebildet werden kann.

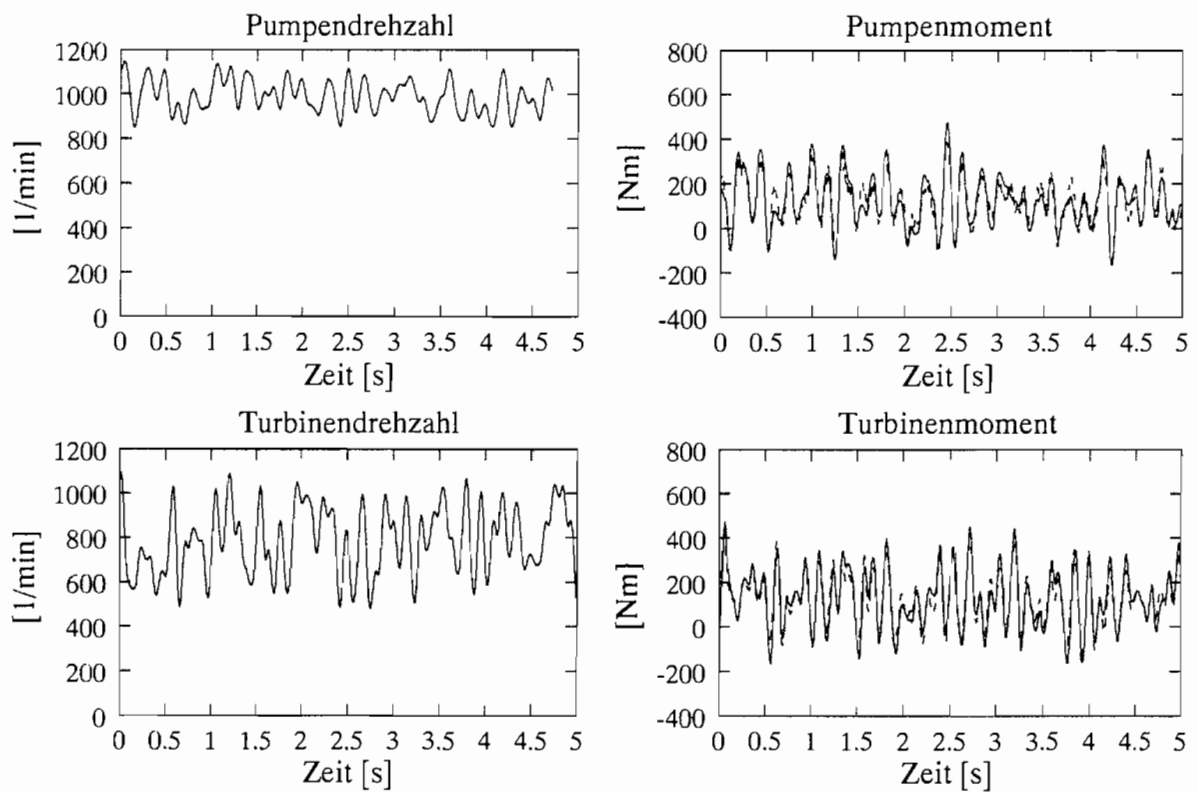


Abb. 8.4: Modell 2 (- - -) und Verifikationsmessung 6 (—)

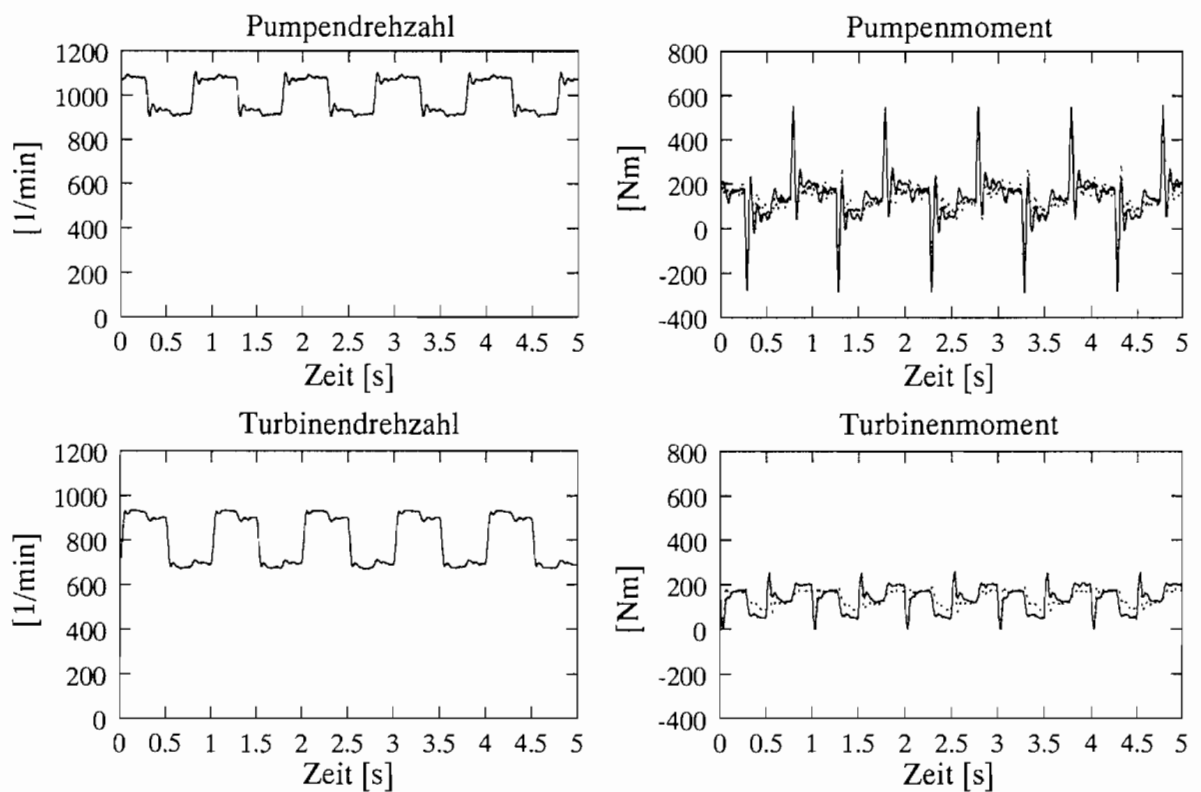


Abb. 8.5: Modell 2 (- - -) und Verifikationsmessung 7 (—)

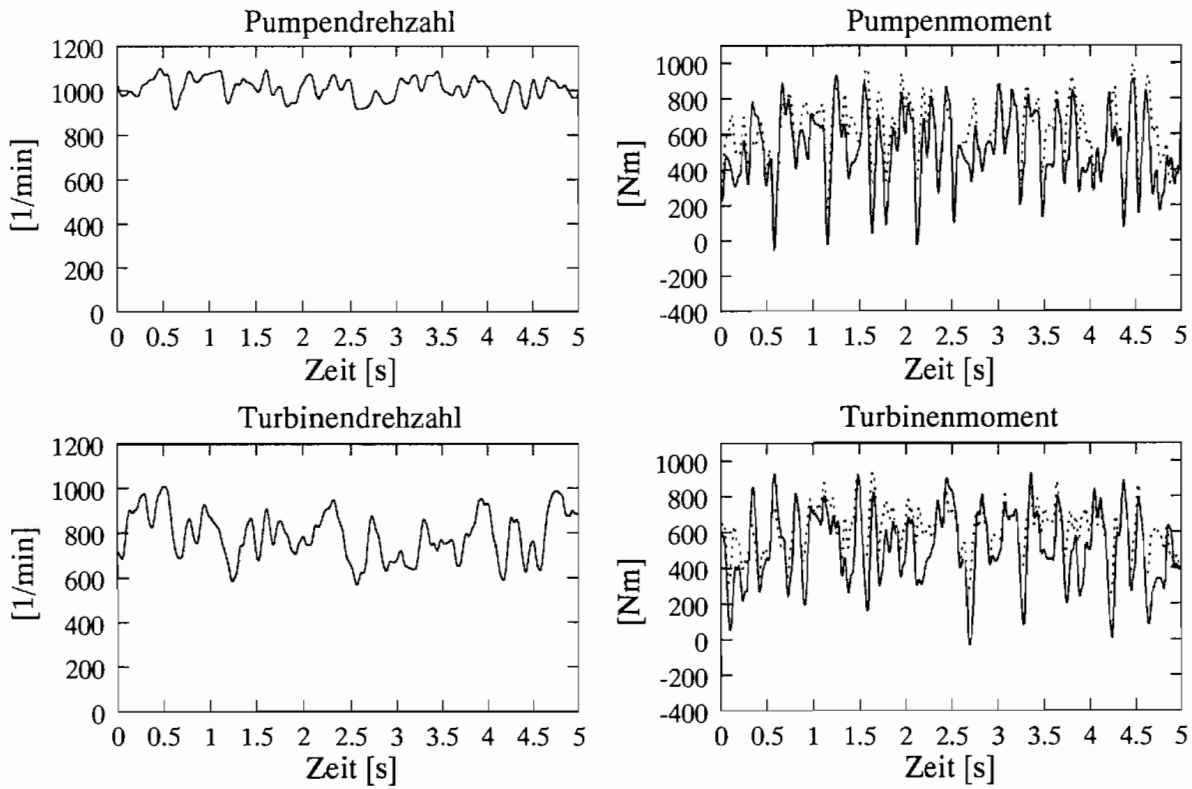


Abb. 8.6: Modell 2 (- - -) und Verifikationsmessung 8 (—)

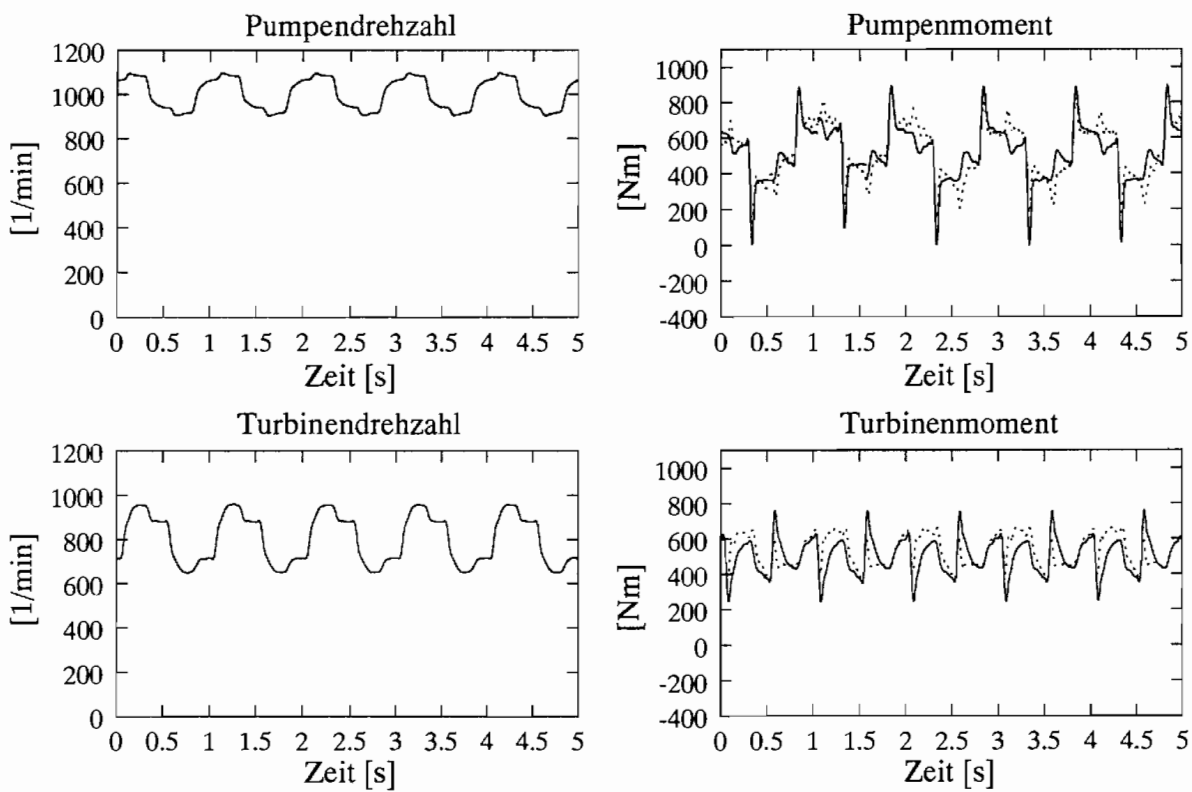


Abb. 8.7: Modell 2 (- - -) und Verifikationsmessung 9 (—)

Verifikationsmessung	Kupplung	Erregung
6	366TJ	Verifikationsmessung 1
7	366TJ	Verifikationsmessung 2
8	487TNJ	Verifikationsmessung 1
9	487TNJ	Verifikationsmessung 2

Tab. 8.2: Vorgabe der Erregung zur Simulation des Betriebsverhaltens von Kupplungen anderer Baugröße

8.2 Antriebsstrangsimulationen

8.2.1 Modellantriebsstrang

Um die Verwendbarkeit der identifizierten mathematischen Modelle in Bezug auf Antriebsstrangsimulationen zeigen zu können, ist der von STEINHAUSEN [64] für diesen Zweck entwickelte Versuchsaufbau – im weiteren als Modellantriebsstrang bezeichnet (s. Abb. 8.8) – verwendet worden.

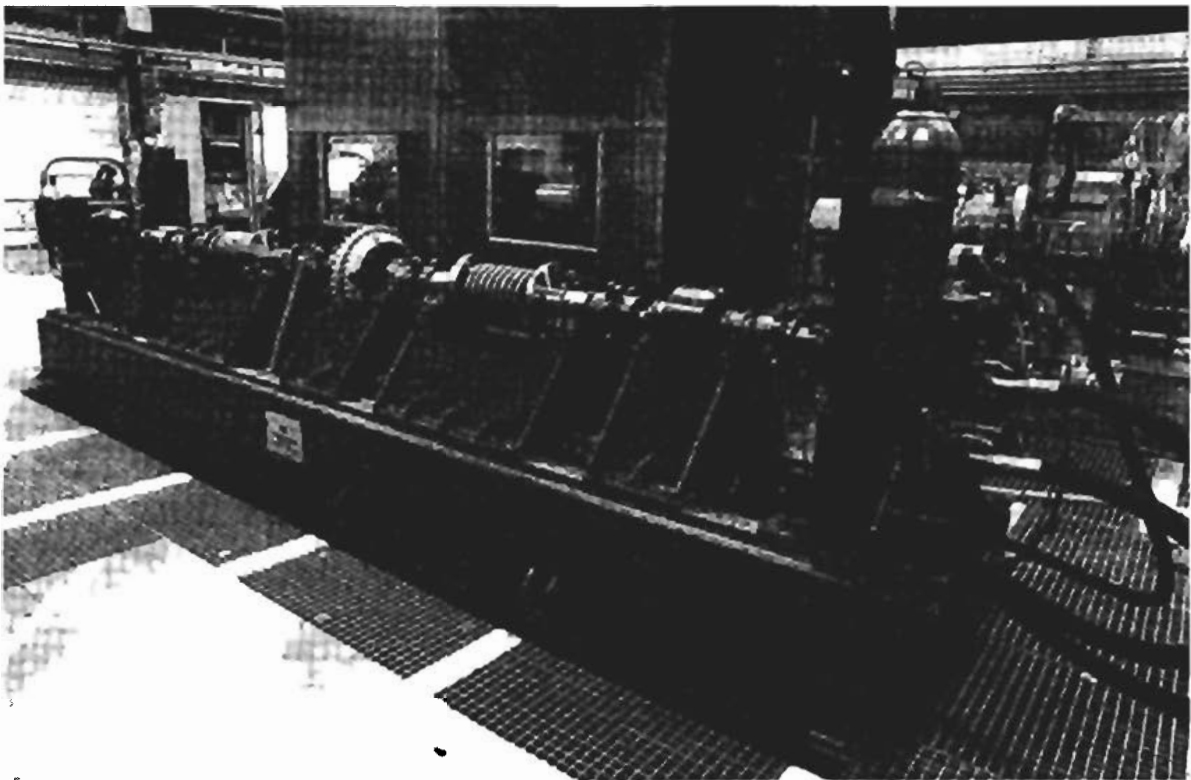


Abb. 8.8: Versuchsstand mit den Aufbauten des Modellantriebsstranges

Dieser Modellantriebsstrang stellt kein verkleinertes Abbild eines realen Antriebsstranges dar: durch die Versuchsaufbauten sollen lediglich die Eigenschaften eines Antriebsstranges nachgebildet werden. Der Anforderungskatalog von STEINHAUSEN [64] an den Modellantriebsstrang umfaßt die Forderungen nach

- niedrigen Eigenfrequenzen (max. 15 Hz),
- linearer Federkennlinie der Elemente,
- großen Relativverdrehungswinkeln (mind. $\pm 30^\circ$ auf beiden Seiten der Kupplung),
- geringer Dämpfung,
- geringer Massenträgheit,
- modularer Bauweise und
- Einhaltung der Baulänge und der Funktionssicherheit.

Um dieses Anforderungsprofil erfüllen zu können, hat STEINHAUSEN [64] einzelne Elemente zur Realisierung von Drehträgheiten und Drehnachgiebigkeiten (Federkupplung) entwickelt. Die Federkupplungen sind konstruktiv als – auf Biegung beanspruchte – Schraubenfedern gestaltet worden, die im Antriebsstrang als Torsionsfedern eingesetzt werden.

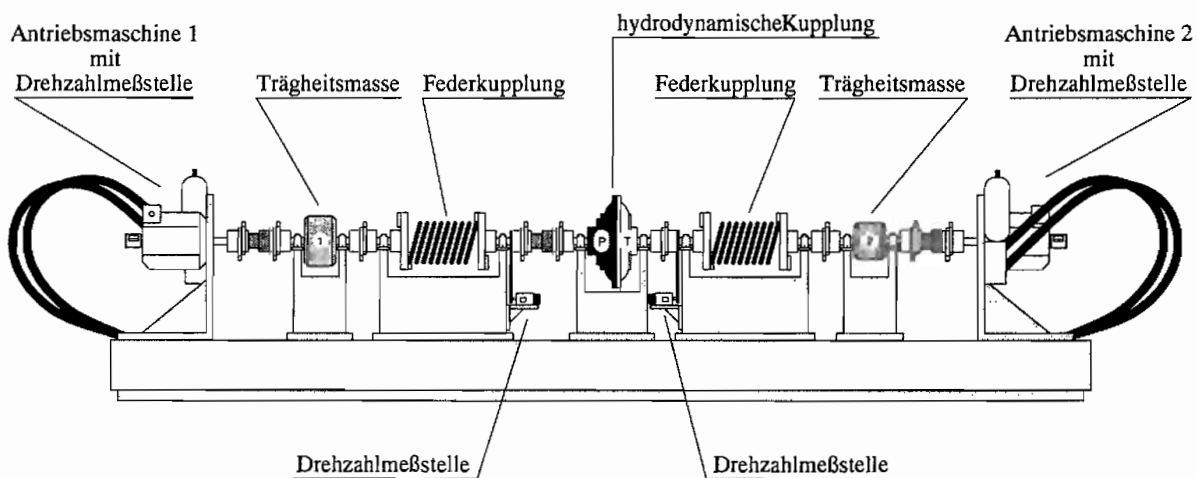


Abb. 8.9: Elemente des Modellantriebsstranges

In Abb. 8.9 ist der Versuchsaufbau mit den einzelnen Antriebsstrangelementen dargestellt. Mit den in den Antriebsstrang eingebauten Drehzahlmeßstellen kann der Betriebszustand des Modellantriebsstranges bei einer vorgegebenen Erregung bestimmt werden. Folglich sind simulierte und gemessene Betriebszustände miteinander vergleichbar.

Für weitere Details zum Modellantriebsstrang sei auf STEINHAUSEN [64] verwiesen. Im weiteren wird gezeigt wie die ermittelten mathematischen Modelle zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen für Antriebsstrangsimulationen mit den mathematischen Modellen anderer Komponenten eines Antriebes gekoppelt werden können.

8.2.2 Modellierung des Modellantriebsstranges mit hydrodynamischer Kupplung

Die Modellierung der Antriebsstrangelemente wird, abgesehen von der hydrodynamischen Kupplung, in Anlehnung an die von STEINHAUSEN [64] gezeigte Modellierung durchgeführt. Folglich wird der Antriebsstrang als diskreter Schwinger abgebildet, d.h. die verteilten Trägheitsmassen werden im Modell auf diskrete (Ersatz-) Trägheitsmassen, die eine *unendliche Steifigkeit* besitzen, zusammengefaßt. Ebenso werden die verteilten Steifigkeiten des Systems im Modell auf masselose Federn konzentriert. Die Dämpfung der Antriebsstrangelemente wird bei der Modellierung vernachlässigt. Das so ermittelte mechanische Ersatzmodell ist in Abb. 8.10 dargestellt.

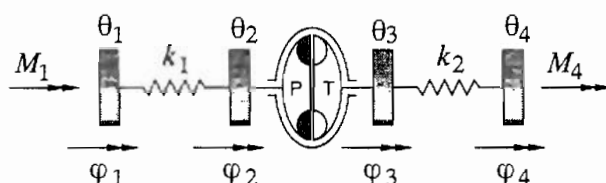


Abb. 8.10: Mechanisches Ersatzmodell des Antriebsstranges

Die Verdrehwinkel φ_1 und φ_4 bzw. die Momente M_1 und M_4 sind die Erregungen des Antriebsstranges durch die Antriebsmaschinen. Um die Erregungen und das Verhalten des Antriebsstranges bestimmen zu können, werden die Größen M_1 , M_4 und n_1, \dots, n_4 gemessen. Dabei gelten für $i = 1, \dots, 4$ die Beziehungen

$$\begin{aligned}\omega_i &= \dot{\varphi}_i = \frac{2\pi}{60} n_i \\ \dot{\omega}_i &= \ddot{\varphi}_i\end{aligned}\quad (8.11)$$

zwischen den Drehzahlen n_i , Verdrehwinkeln φ_i , Winkelgeschwindigkeiten ω_i und den Winkelbeschleunigungen $\dot{\omega}_i$.

Die Werte für die (Ersatz-) Trägheitsmassen und (Ersatz-) Federsteifigkeiten sind von STEINHAUSEN [64] aus Messungen identifiziert worden. Dabei sind die Drehträgheit θ_2 und die des Pumpenlaufrades sowie die Drehträgheit θ_3 und die des Turbinenlaufrades (bei entleerter Kupplung) zusammen identifiziert worden als

$$\begin{aligned}\theta_2^* &= \theta_2 + \theta_P = 1,53 \text{ kg m}^2 \\ \theta_3^* &= \theta_3 + \theta_T = 1,02 \text{ kg m}^2\end{aligned}\quad (8.12)$$

Die Drehträgheiten der Laufräder für die Kupplung 422TH sind zu

$$\begin{aligned}\theta_P &= 1,033 \text{ kg m}^2 \\ \theta_T &= 0,290 \text{ kg m}^2\end{aligned}\quad (8.13)$$

identifiziert worden (vgl. Anh. B). Damit ergibt sich für die Drehträgheiten θ_2 und θ_3

$$\theta_2 = 0,497 \text{ kg m}^2$$

$$\theta_3 = 0,730 \text{ kg m}^2 \quad . \quad (8.14)$$

Die (Ersatz-) Trägheiten der beiden *äußeren* Massen θ_1 und θ_4 sowie die (Ersatz-) Federsteifigkeiten sind von STEINHAUSEN [64] zu

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 1,88 \text{ kg m}^2 \\ \theta_4 &= 1,26 \text{ kg m}^2 \\ k_1 &= 1243 \frac{\text{N m}}{\text{rad}} \\ k_2 &= 1343 \frac{\text{N m}}{\text{rad}} \end{aligned} \quad (8.15)$$

identifiziert worden.

Der Antriebsstrang wird für die Simulationsrechnungen drehzahlerregt, d.h. die Drehzahlen n_1 und n_4 bzw. die Verdrehwinkel φ_1 und φ_4 werden vorgegeben. Mit Hilfe des Antriebsstrangmodells sollen dann die Drehzahlen n_2 und n_3 – also die Pumpen- und Turbinendrehzahl der Kupplung – berechnet und anschließend mit Messungen verglichen werden. Da bei den idealisierten Trägheitsmassen θ_1 und θ_4 die Verdrehwinkel links und rechts von den Massen gleich sind, kann das in Abb. 8.10 dargestellte mechanische Ersatzmodell zu dem in Abb. 8.11 abgebildeten System vereinfacht werden.

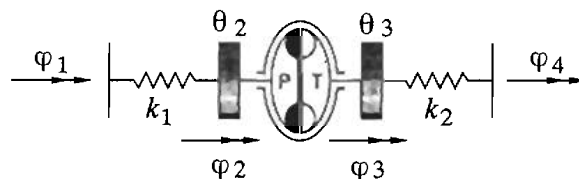


Abb. 8.11: Ein- / Ausgangsgrößen für Simulationsrechnungen

Um das mathematische Modell zur Antriebsstrangsimulation aufzustellen, werden die Elemente des in Abb. 8.11 dargestellten Antriebsstrangteils freigeschnitten und die Momentengleichgewichte aufgestellt

$$\begin{aligned} -\theta_2 \ddot{\varphi}_2 + k_1 (\varphi_1 - \varphi_2) &= M_2 \\ \theta_3 \ddot{\varphi}_3 - k_2 (\varphi_4 - \varphi_3) &= M_3 \quad , \end{aligned} \quad (8.16)$$

wobei die Momente M_2 und M_3 den Momenten an den Kupplungslaufrädern M_P und M_T entsprechen

$$\begin{aligned} M_2 &= M_P \\ M_3 &= M_T \quad . \end{aligned} \quad (8.17)$$

Setzt man folglich M_2 und M_3 als Erregungsmomente in die Gleichungen des kombinierten Modells 2 ein, so erhält man mit

$$\ddot{\varphi}_2 = \dot{\omega}_P$$

$$\ddot{\varphi}_3 = \dot{\omega}_T \quad (8.18)$$

und umstellen der Gleichungen nach den Beschleunigungen

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_2 &= \frac{1}{1 + b_{11} \theta_2} \left(b_{11} k_1 \varphi_1 - b_{11} k_1 \varphi_2 + q_{11} \dot{\varphi}_2^2 + q_{12} \dot{\varphi}_2 \dot{V} + q_{13} \dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 + \right. \\ &\quad \left. q_{14} \dot{V}^2 + q_{15} \dot{V} \dot{\varphi}_3 + q_{16} \dot{\varphi}_3^2 \right) \\ \ddot{V} &= q_{21} \dot{\varphi}_2^2 + q_{22} \dot{\varphi}_2 \dot{V} + q_{23} \dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 + q_{24} \dot{V}^2 + q_{25} \dot{V} \dot{\varphi}_3 + q_{26} \dot{\varphi}_3^2 \\ \ddot{\varphi}_3 &= \frac{1}{1 - b_{32} \theta_3} \left(b_{32} k_2 \varphi_3 - b_{32} k_2 \varphi_4 + q_{31} \dot{\varphi}_2^2 + q_{32} \dot{\varphi}_2 \dot{V} + q_{33} \dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 + \right. \\ &\quad \left. q_{34} \dot{V}^2 + q_{35} \dot{V} \dot{\varphi}_3 + q_{36} \dot{\varphi}_3^2 \right) . \end{aligned} \quad (8.19)$$

Die Verdrehwinkel φ_1 und φ_4 sind die Eingangsgrößen für das Differentialgleichungssystem und werden durch numerische Integration der gemessenen (vorgegebenen) Drehzahlverläufe ermittelt. Faßt man die Eingangsgrößen in den Vektor \mathbf{u} mit

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_4 \end{pmatrix} \quad (8.20)$$

und die Zustandsgrößen des Systems im Vektor \mathbf{z} mit

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{V} \\ \varphi_3 \\ \dot{\varphi}_3 \end{pmatrix} \quad (8.21)$$

zusammen, so kann das Differentialgleichungssystem in den Zustandsraum

$$\dot{\mathbf{z}} = f(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \quad (8.22)$$

bzw. ausgeschrieben

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z}^{[2]} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{u} \quad (8.23)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= (\dot{\varphi}_2 \quad \ddot{\varphi}_2 \quad \ddot{V} \quad \dot{\varphi}_3 \quad \ddot{\varphi}_3)^T \\ \mathbf{z}^{[2]} &= (\varphi_2^2 \quad \varphi_2 \dot{\varphi}_2 \quad \varphi_2 \dot{V} \quad \varphi_2 \varphi_3 \quad \varphi_2 \dot{\varphi}_3 \quad \dot{\varphi}_2^2 \quad \dot{\varphi}_2 \dot{V} \quad \dot{\varphi}_2 \varphi_3 \quad \dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 \\ &\quad \dot{V}^2 \quad \dot{V} \varphi_3 \quad \dot{V} \dot{\varphi}_3 \quad \varphi_3^2 \quad \varphi_3 \dot{\varphi}_3 \quad \dot{\varphi}_3^2)^T \\ \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{q}_{26} & \tilde{q}_{27} & 0 & \tilde{q}_{29} & \tilde{q}_{210} & 0 & \tilde{q}_{212} & 0 & 0 & \tilde{q}_{215} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{q}_{36} & \tilde{q}_{37} & 0 & \tilde{q}_{39} & \tilde{q}_{310} & 0 & \tilde{q}_{312} & 0 & 0 & \tilde{q}_{315} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{q}_{56} & \tilde{q}_{57} & 0 & \tilde{q}_{59} & \tilde{q}_{510} & 0 & \tilde{q}_{512} & 0 & 0 & \tilde{q}_{315} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \tilde{b}_{21} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \tilde{b}_{52} \end{pmatrix} \quad (8.24)$$

überführt werden. Die Elemente der Matrizen ergeben sich dabei zu

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{-b_{11} k_1}{1+b_{11} \theta_2} & a_{54} &= \frac{b_{32} k_2}{1-b_{32} \theta_3} \\ \tilde{q}_{26} &= \frac{q_{11}}{1+b_{11} \theta_2} & \tilde{q}_{27} &= \frac{q_{12}}{1+b_{11} \theta_2} & \tilde{q}_{29} &= \frac{q_{13}}{1+b_{11} \theta_2} \\ \tilde{q}_{210} &= \frac{q_{14}}{1+b_{11} \theta_2} & \tilde{q}_{212} &= \frac{q_{15}}{1+b_{11} \theta_2} & \tilde{q}_{215} &= \frac{q_{16}}{1+b_{11} \theta_2} \\ \tilde{q}_{36} &= q_{21} & \tilde{q}_{37} &= q_{22} & \tilde{q}_{39} &= q_{23} \\ \tilde{q}_{310} &= q_{24} & \tilde{q}_{312} &= q_{25} & \tilde{q}_{315} &= q_{26} \\ \tilde{q}_{56} &= \frac{q_{31}}{1-b_{32} \theta_3} & \tilde{q}_{57} &= \frac{q_{32}}{1-b_{32} \theta_3} & \tilde{q}_{59} &= \frac{q_{33}}{1-b_{32} \theta_3} \\ \tilde{q}_{510} &= \frac{q_{34}}{1-b_{32} \theta_3} & \tilde{q}_{512} &= \frac{q_{35}}{1-b_{32} \theta_3} & \tilde{q}_{515} &= \frac{q_{36}}{1-b_{32} \theta_3} \\ \tilde{b}_{21} &= \frac{b_{11} k_1}{1+b_{11} \theta_2} & \tilde{b}_{52} &= \frac{-b_{32} k_2}{1-b_{32} \theta_3} \end{aligned} \quad (8.25)$$

Das dynamische Verhalten des Antriebsstranges kann nun über dieses Zustandsraumdifferentialgleichungssystem mit Hilfe der numerischen Integration näherungsweise berechnet werden.

8.2.3 Antriebsstrangsimulationen mit dem Modell 2

Das Modell zur Beschreibung des Modellantriebsstranges mit hydrodynamischer Kuppelung, das im Kap. 8.2.2 hergeleitet worden ist, wird in diesem Kapitel anhand von Vergleichen zweier Simulationsrechnungen mit Messungen verifiziert. Hierfür wird der Modellantriebsstrang mit den folgenden Erregungen beaufschlagt:

Antriebsstrangerregung 1: Bei der ersten Vergleichsrechnung werden zur Erregung des Antriebsstranges auf beiden Seiten Sinusfunktionen mit unterschiedlicher Frequenz und Amplitude vorgegeben (s. Abb. 8.12).

Antriebsstrangerregung 2: Für die zweite Vergleichsrechnung wird auf der zweiten Antriebsmaschine eine Drehzahlrampe von 620 min^{-1} auf 900 min^{-1} und zurück vorgegeben, während die erste Antriebsmaschine eine konstante Drehzahl realisieren soll.

Die Differentialgleichungen (8.23) mit denen das Verhalten des Antriebsstranges berechnet werden soll, werden im folgenden mit der Polygonzugmethode nach EULER numerisch integriert. Dabei wird die Zeitschrittweite mit $\Delta t = 5,25 \cdot 10^{-4}$ s zur Integration gleich der gewählt, die bei der Diskretisierung der analogen Meßwerte verwendet wird.

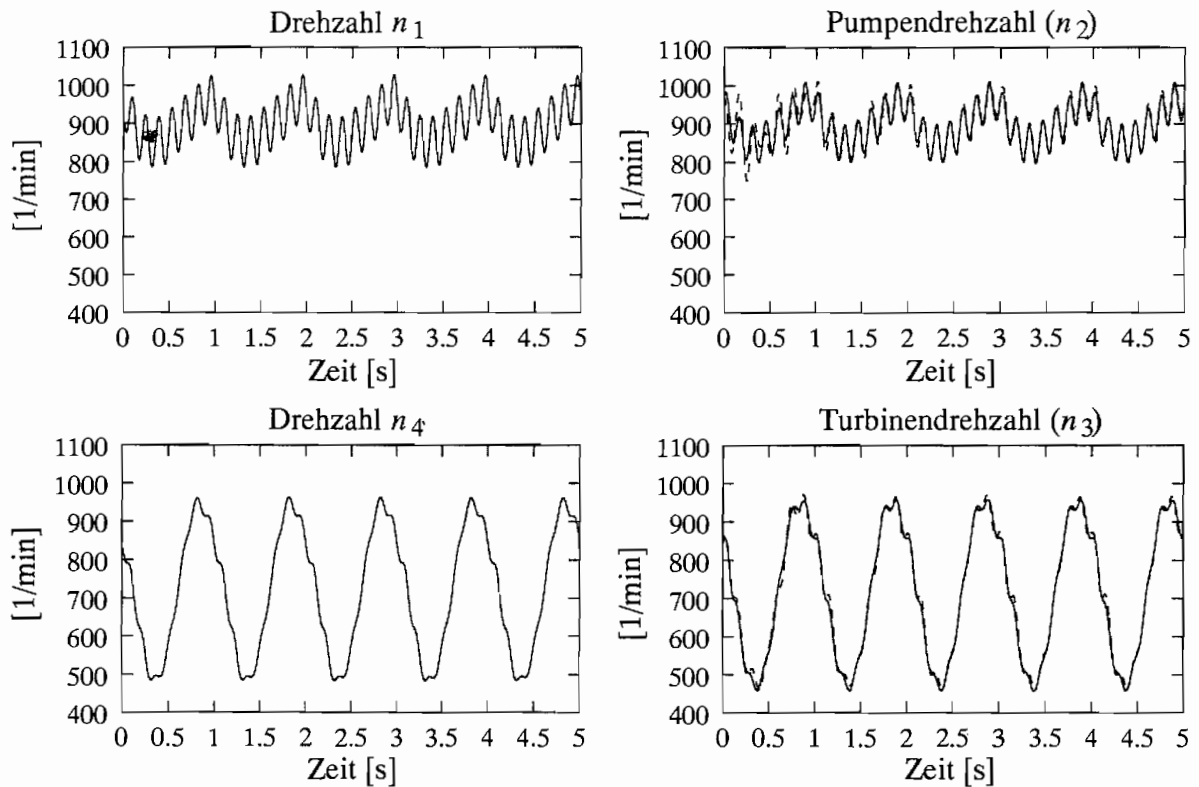


Abb. 8.12: Modell 2 (- - -) bei Sinuserregungen

In den Abb. 8.12 und 8.13 werden die Simulationsergebnisse für die Drehzahlen n_2 und n_3 den Messungen gegenübergestellt. Dabei werden die Simulationen (- - -) und die Messungen (—) dargestellt. Die Abweichungen zwischen den berechneten und gemessenen Drehzahlen sind sehr gering. Das Betriebsverhalten des Modellantriebsstranges mit hydrodynamischer Kupplung kann folglich sehr gut abgebildet werden, wenn die Übertragungseigenschaften der hydrodynamischen Kupplung mit den in dieser Arbeit ermittelten hybriden Modellen beschrieben werden.

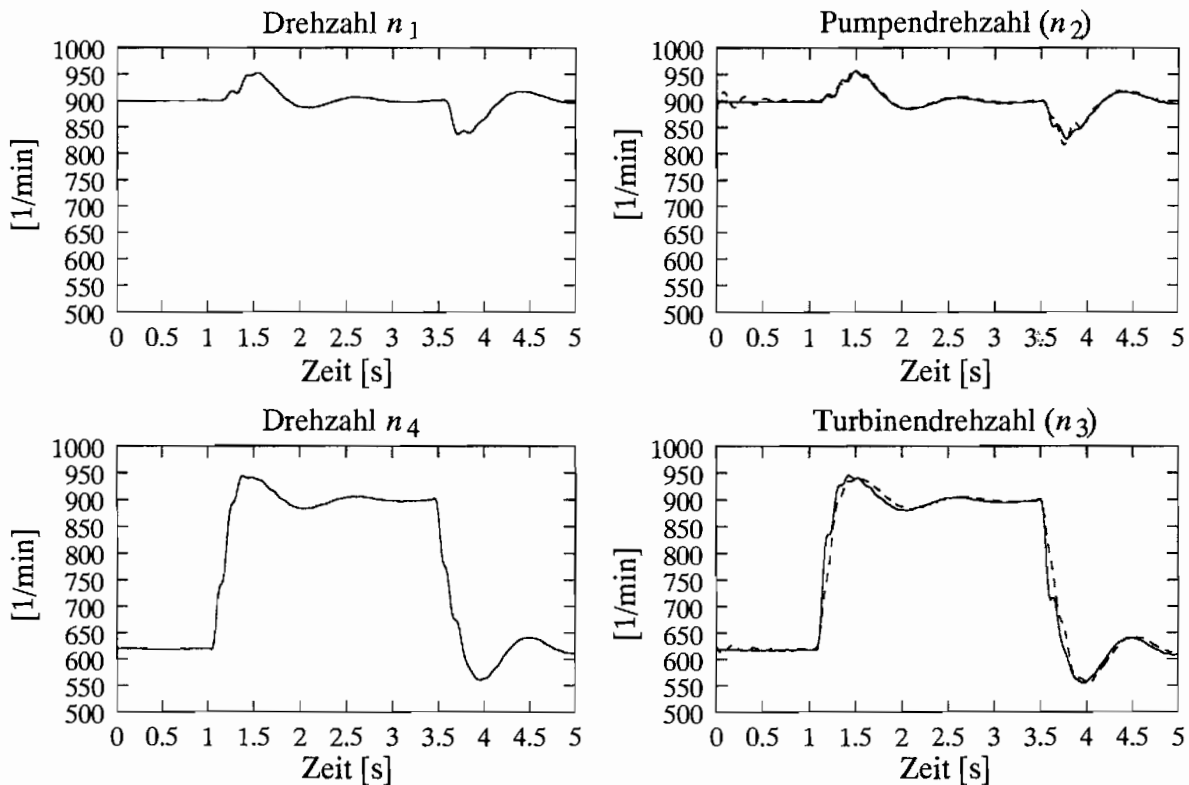


Abb. 8.13: Modell 2 (---) bei Drehzahlrampen der Maschine 2

8.2.4 Antriebsstrangsimulationen mit einer Kupplung anderer Baugröße

In diesem Kapitel soll gezeigt werden wie mathematische Modelle zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens einer bestimmten hydrodynamischen Kupplung für Simulationen eines Antriebsstranges verwendet werden können, in den eine (größere) geometrisch ähnliche Kupplung eingebaut worden ist. Dies soll im folgenden an dem im Kap. 8.2.1 vorgestellten Modellantriebsstrang erfolgen. Dieser ist von STEINHAUSEN [64] für den Einbau der Kupplung 422TH ausgelegt worden. Aufgrund der durch den Versuchsstand vorgegebenen max. Länge des Aufbaus ist es daher nicht möglich eine größere Kupplung (z.B. die Kupplung 487TNJ) einzubauen. Um dennoch diesen Anwendungsfall zeigen und mit Messungen vergleichen zu können, ist für die Kupplung 366TJ ein mathematisches Modell identifiziert worden. Dieses Modell (Modell 4) ist dabei mit den gleichen Drehzahlerregungen ermittelt worden wie das Modell 2 für die Kupplung 422TH. Die einzelnen Zwischenergebnisse bei der Modellermittlung und die Modellparameter sind im Anh. D.2.5 aufgelistet. Mit diesem Modell der Kupplung 366TJ und den Ähnlichkeitsgesetzen werden im folgenden die Messungen an dem Modellantriebsstrang mit der Kupplung 422TH simuliert.

Für die Simulationsrechnungen muß die Differentialgleichung des Antriebsstranges Gl. (8.16) aufgestellt werden. Die Momente M_2 und M_3 entsprechen allerdings nicht mehr direkt den Momenten des Kupplungsmodells M_P und M_T , sondern denen, die im Kap. 8.1.2

für geometrisch ähnliche Kupplungen aufgestellt worden sind (für die hier verwendeten hybriden Modellstrukturen Gl. (8.10)). Werden diese Gleichungen für den betrachteten Fall der Modellkupplung 366TJ und der Originalkupplung 422TH in das Differentialgleichungssystem des Antriebsstranges eingesetzt, so erhält man

$$\begin{aligned} -\theta_2 \ddot{\varphi}_2 + k_1 (\varphi_1 - \varphi_2) &= \left(\frac{D_{422TH}}{D_{366TJ}} \right)^5 (M_{P,366TJ} - \theta_{P,366TJ} \ddot{\varphi}_2) + \theta_{P,422TH} \ddot{\varphi}_2 \\ \theta_3 \ddot{\varphi}_3 - k_2 (\varphi_4 - \varphi_3) &= \left(\frac{D_{422TH}}{D_{366TJ}} \right)^5 (M_{T,366TJ} + \theta_{T,366TJ} \ddot{\varphi}_3) - \theta_{T,422TH} \ddot{\varphi}_3 \quad (8.26) \end{aligned}$$

Werden die Momente $M_{P,366TJ}$ und $M_{T,366TJ}$ entsprechend der Vorgehensweise im Kap. 8.2 in das Modell 4 zur Beschreibung des Betriebsverhaltens der Kupplung 366TJ eingesetzt und die entstehenden Gleichungen nach den Beschleunigungen umgestellt, so erhält man ein der Gl. (8.19) entsprechendes Differentialgleichungssystem, das zur numerischen Berechnung in den Zustandsraum

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z}^{[2]} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{u} \quad (8.27)$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= (\dot{\varphi}_2 \quad \ddot{\varphi}_2 \quad \dot{V} \quad \dot{\varphi}_3 \quad \ddot{\varphi}_3)^T \\ \mathbf{z}^{[2]} &= (\varphi_2^2 \quad \varphi_2 \dot{\varphi}_2 \quad \varphi_2 \dot{V} \quad \varphi_2 \varphi_3 \quad \varphi_2 \dot{\varphi}_3 \quad \dot{\varphi}_2^2 \quad \dot{\varphi}_2 \dot{V} \quad \dot{\varphi}_2 \varphi_3 \quad \dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 \\ &\quad \dot{V}^2 \quad \dot{V} \varphi_3 \quad \dot{V} \dot{\varphi}_3 \quad \varphi_3^2 \quad \varphi_3 \dot{\varphi}_3 \quad \dot{\varphi}_3^2)^T \quad (8.28) \end{aligned}$$

überführt wird. Die Struktur der Matrizen \mathbf{A} , $\tilde{\mathbf{Q}}$ und $\tilde{\mathbf{B}}$ ist mit der aus Gl. (8.24) identisch. Daher sind hier lediglich die von 0 und 1 verschiedenen Elemente dieser Matrizen aufgeführt

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{-b_{11} k_1}{\left(\frac{D_{422TH}}{D_{366TJ}} \right)^5 (1 - b_{11} \theta_{P,366TJ}) + b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \\ a_{54} &= \frac{b_{32} k_2}{\left(\frac{D_{422TH}}{D_{366TJ}} \right)^5 (1 + b_{32} \theta_{T,366TJ}) - b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \\ \tilde{q}_{26} &= \frac{q_{11}}{1 - b_{11} \theta_{P,366TJ} + \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}} \right)^5 b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \\ \tilde{q}_{27} &= \frac{q_{12}}{1 - b_{11} \theta_{P,366TJ} + \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}} \right)^5 b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \\ \tilde{q}_{29} &= \frac{q_{13}}{1 - b_{11} \theta_{P,366TJ} + \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}} \right)^5 b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \\ \tilde{q}_{210} &= \frac{q_{14}}{1 - b_{11} \theta_{P,366TJ} + \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}} \right)^5 b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \\ \tilde{q}_{212} &= \frac{q_{15}}{1 - b_{11} \theta_{P,366TJ} + \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}} \right)^5 b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{q}_{215} &= \frac{q_{16}}{1 - b_{11} \theta_{P,366TJ} + \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}}\right)^5 b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \\
\tilde{q}_{36} &= q_{21} \\
\tilde{q}_{37} &= q_{22} \\
\tilde{q}_{39} &= q_{23} \\
\tilde{q}_{310} &= q_{24} \\
\tilde{q}_{312} &= q_{25} \\
\tilde{q}_{315} &= q_{26} \\
\tilde{q}_{56} &= \frac{q_{31}}{1 + b_{32} \theta_{T,366TJ} - \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}}\right)^5 b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \\
\tilde{q}_{57} &= \frac{q_{32}}{1 + b_{32} \theta_{T,366TJ} - \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}}\right)^5 b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \\
\tilde{q}_{59} &= \frac{q_{33}}{1 + b_{32} \theta_{T,366TJ} - \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}}\right)^5 b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \\
\tilde{q}_{510} &= \frac{q_{34}}{1 + b_{32} \theta_{T,366TJ} - \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}}\right)^5 b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \\
\tilde{q}_{512} &= \frac{q_{35}}{1 + b_{32} \theta_{T,366TJ} - \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}}\right)^5 b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \\
\tilde{q}_{515} &= \frac{q_{36}}{1 + b_{32} \theta_{T,366TJ} - \left(\frac{D_{366TJ}}{D_{422TH}}\right)^5 b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \\
\tilde{b}_{21} &= \frac{b_{11} k_1}{\left(\frac{D_{422TH}}{D_{366TJ}}\right)^5 (1 - b_{11} \theta_{P,366TJ}) + b_{11} (\theta_{P,422TH} + \theta_2)} \\
\tilde{b}_{52} &= \frac{-b_{32} k_2}{\left(\frac{D_{422TH}}{D_{366TJ}}\right)^5 (1 + b_{32} \theta_{T,366TJ}) - b_{32} (\theta_{T,422TH} + \theta_3)} \quad . \quad (8.29)
\end{aligned}$$

Mit diesem Zustandsraummodell sind nun Simulationen des dynamischen Verhaltens des Modellantriebsstranges (mit der Kupplung 422TH) möglich, auch wenn das Modell zur Beschreibung der Kupplung mit der Kupplung 366TJ identifiziert worden ist. Um die Güte der Simulationen zeigen zu können, werden die gleichen Messungen am Antriebsstrang simuliert wie im Kap. 8.2.3. In den Abb. 8.14 und 8.15 sind die Ergebnisse dieser Simulationsrechnungen den Messungen gegenübergestellt. Dabei sind die Messungen (—) und die Rechnungen (- - -) gezeichnet.

Die Simulationsrechnungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem gemessenen Verhalten des Modellantriebsstranges. Vergleicht man diese Simulationen mit den Antriebsstrangsimulationen im Kap. 8.2.3, so wird das dynamische Verhalten des Modellantriebsstranges durch beide Simulationen nahezu gleich gut beschrieben.

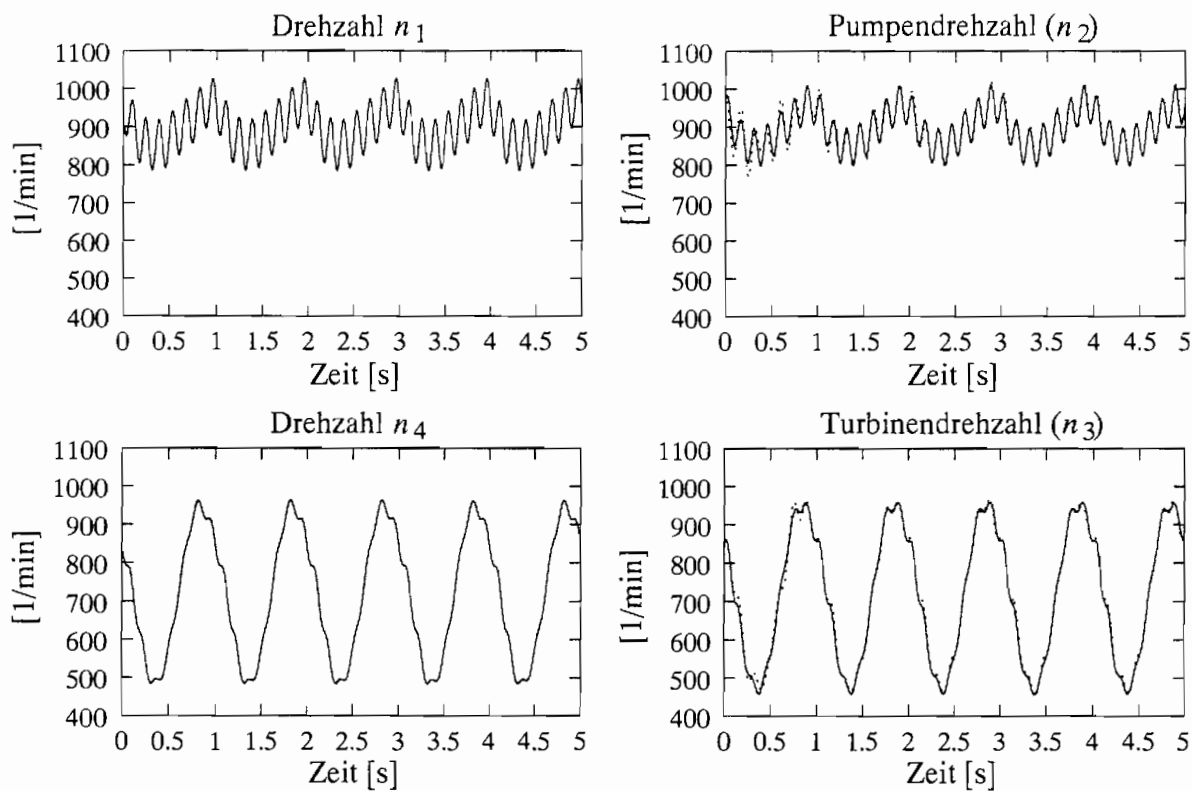


Abb. 8.14: Modell 4 (- - -) bei Sinuserregungen

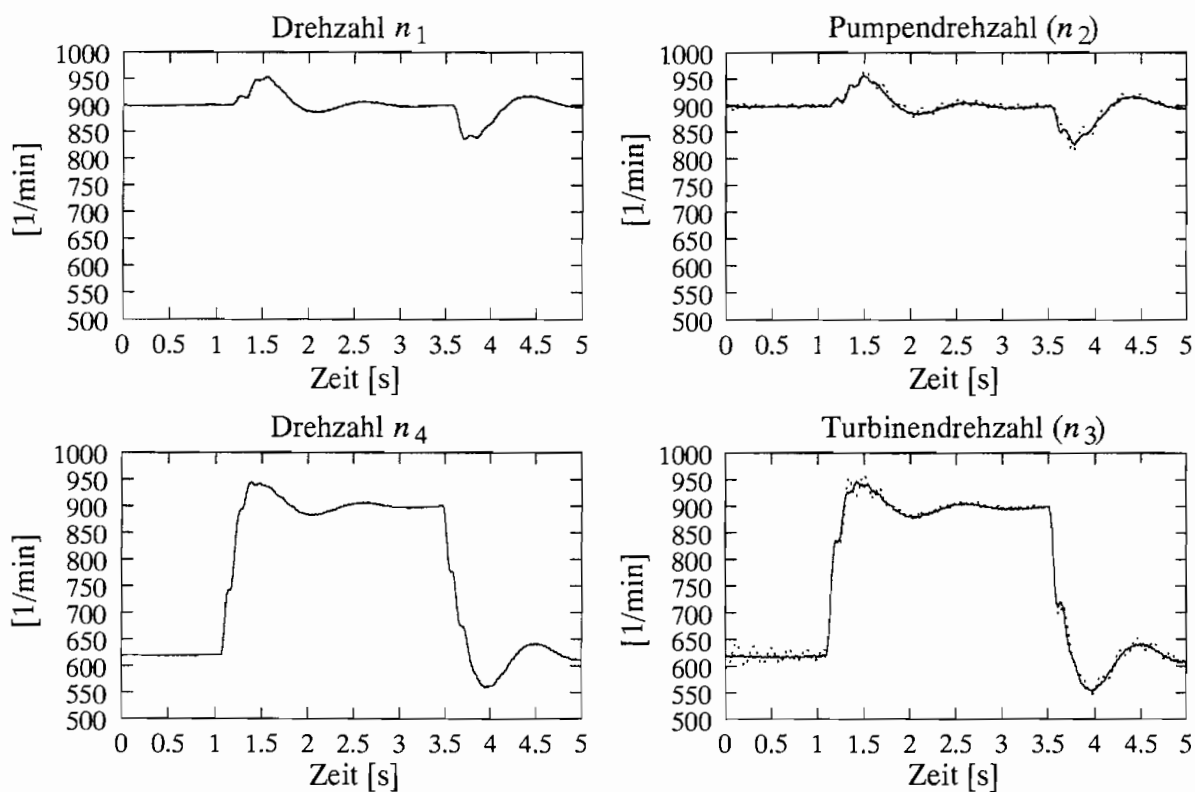


Abb. 8.15: Modell 4 (- - -) bei Drehzahlrampen der Maschine 2

Kapitel 9

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden mit Hilfe der hybriden Modellierung mathematische Modelle zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen ermittelt. Die Hybride Modellierung stellt eine Kombination der analytisch physikalischen Modellierung und der Black-Box-Identifikation dar. Diese Modellierungsart ist ausgewählt worden, um die Vorteile der analytisch physikalischen Modellierung und der Black-Box-Identifikation hydrodynamischer Kupplungen zu verbinden und deren Nachteile gering zu halten. Auf dieser Basis ist eine Vorgehensweise vorgestellt worden, die die Ermittlung der Modelle mit wenig Aufwand ermöglicht. Mit Hilfe der Modelltheorie wird gezeigt, wie die ermittelten mathematischen Modelle zur Simulation des dynamischen Betriebsverhaltens geometrisch ähnlicher Kupplungen unterschiedlicher Baugrößen verwendet werden können. Darüber hinaus wird dargelegt, wie die ermittelten Modelle mit Modellen anderer Antriebsstrangelemente gekoppelt werden können, um Antriebsstrangsimulationen zu ermöglichen. Verifikationsmessungen an einem Modellantriebsstrang verdeutlichen die Güte und Verwendbarkeit der mathematischen Modelle.

Bei den untersuchten Kupplungen handelt es sich um die drei VOITH-Turbokupplungen 366TJ, 422TH und 487TNJ, welche nahezu geometrisch ähnliche Strömungskanäle aufweisen. Die Kupplungen sind als Konstantfüllungskupplungen konstruiert, die z.B. beim Schweranlauf von großen Maschinen, zum Schutz anderer Antriebsstrangelemente bei Blockiergefahr der Arbeitsmaschine oder zur Dämpfung von Torsionsschwingungen in Antriebsstränge eingebaut werden. In der Regel werden diese Kupplungen im Teilfüllungsbereich betrieben, was die Nichtlinearität des Übertragungsverhaltens im stationären und dynamischen Betrieb verstärkt. Daher sind nichtlineare mathematische Modelle zur Beschreibung des Betriebsverhaltens erforderlich.

Aus dem Stand der Forschung geht hervor, daß eine analytisch physikalische Modellierung hydrodynamischer Kupplungen zwar Aufschluß über die Strömungsverhältnisse in der Kupplung gibt, aber für die Ermittlung von Modellen, die zur Simulation von Antriebssträngen mit hydrodynamischer Kupplung verwendet werden sollen, ungeeignet ist. Der Aufwand für die Erstellung der Modelle und für die Simulationsrechnungen ist zu groß. Dafür sind jedoch keinerlei Versuche zu deren Bestimmung erforderlich. Dagegen

eignen sich über eine Black-Box-Identifikation ermittelte Modelle durchaus für Antriebsstrangsimulationen. Der experimentelle Aufwand für deren Erstellung ist jedoch sehr groß. Um die Vorteile dieser beiden Verfahren zu verbinden und Modelle zur Simulation des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen in großen Betriebsbereichen mit möglichst minimalem Aufwand zu bestimmen, ist in dieser Arbeit die hybride Modellierung des Kupplungsverhaltens angewendet worden.

Die hybride Modellierung des Kupplungsverhaltens ist auf zwei unterschiedliche Arten erfolgt. Beide Modellierungsansätze basieren aber auf Modellstrukturen, die aus der analytisch physikalischen Modellierung abgeleitet werden. Bei der Herleitung dieser Modellstrukturen wird zwischen der Abbildungsgenauigkeit der Systemstruktur und der Identifizierbarkeit der Parameter abgewogen. Daher werden im Kap. 5 drei unterschiedliche Modellstrukturen (HASSELGRUBER-Modell, HERBERTZ-Modell und die kombinierte Modellstruktur) abgeleitet.

Bei der ersten hybriden Modellierung sind die Parameter dieser Modellstrukturen mit einer rein experimentellen Vorgehensweise bestimmt worden. Durch die Verwendung der durch die analytisch physikalische Modellierung an das reale System angepaßten Modellstruktur ist eine Minimierung des experimentellen Aufwands zur Parameterbestimmung erzielt worden. Dies ist vor allem darauf zurückzuführen, daß die Modellstrukturen keinen linearen Anteil enthalten. Jedoch ist der Rechenaufwand bei der Parameteridentifikation sehr groß, da die Parameter mit Hilfe eines nichtlinearen Optimierungsverfahrens bestimmt werden müssen. Ein Abwägen zwischen der Identifizierbarkeit der Parameter und der Abbildungsgenauigkeit des Kupplungsverhaltens hat ergeben, daß die kombinierte Modellstruktur für die weitergehenden Untersuchungen in dieser Arbeit am geeignetesten ist.

Um auch den rechnerischen Aufwand bei der Bestimmung der Modellparameter des ausgewählten kombinierten Modells zu reduzieren, ist im Kap. 7 eine zweite, weitergehende hybride Modellierung durchgeführt worden. Hierbei werden auch beim Identifikationsprozeß der Parameter physikalische Kenntnisse berücksichtigt. Das Verfahren basiert auf der Identifikation linearer Modelle in kleinen Bereichen um Betriebspunkte des nichtlinearen Systems, die im Zeitbereich mit wenig rechnerischem Aufwand ermittelt werden können. Dabei ist es sinnvoll, mehrere lineare Modelle an verschiedenen Betriebspunkten zu ermitteln. Die inneren Freiheitsgrade dieser Modelle – bei einer physikalischen Interpretation der Volumenstrom – werden mit Hilfe physikalischer Informationen (der EULER-Gleichung für stationäre Betriebspunkte) so skaliert, daß die Modelle (bei Simulationsrechnungen) alle die gleichen (Zustands-) Koordinaten beschreiben. Werden mit diesen simulierten Größen die nichtlinearen Modelle ermittelt, so kann dies ohne großen Rechenaufwand mit der Fehlerquadratmethode erfolgen, da nun alle Zustandsgrößen näherungsweise bekannt sind. Durch die Berücksichtigung der zusätzlichen physikalischen Informationen beim Identifikationsprozeß der Parameter werden allerdings auch weitere, stark vereinfachende Annahmen durch die Verwendung der Stromfadentheorie eingebracht. Dies führt – im Vergleich zu den Modellen, deren Parameter mit dem nichtlinearen Optimierungsverfahren ermittelt worden sind – zu etwas größeren Ungenauigkeiten in der Abbildung des

Betriebsverhaltens der Kupplung. Es entsteht auch ein geringfügig größerer Meßaufwand durch die Berücksichtigung mehrerer Betriebspunkte. Dagegen ist aber der rechnerische Aufwand bei der Bestimmung der Modellparameter wesentlich geringer.

Mit Hilfe der Dimensionsanalyse bzw. der Modelltheorie ist gezeigt worden, unter welchen Bedingungen (kinematische Ähnlichkeit) das dynamische Betriebsverhalten von geometrisch ähnlichen Kupplungen über die Leistungszahlen ineinander überführt werden kann. Hierdurch ist es ermöglicht worden, das dynamische Betriebsverhalten von großen Kupplungen durch Messungen an kleinen Modellkupplungen zu ermitteln.

Im Kap. 8 ist die Verwendbarkeit der hybriden Modelle dargestellt worden. Anhand von Simulationsrechnungen ist gezeigt worden, daß durch die Verwendung von hybriden Modellstrukturen ein großer Modellgültigkeitsbereich erzielt worden ist, obwohl für die Modellermittlung nur Erregungen in kleinen Betriebsbereichen verwendet worden sind. Die Einbeziehung der Ergebnisse der Ähnlichkeitsbetrachtungen in die Simulationsrechnungen hat dazu geführt, daß auch das dynamische Betriebsverhalten von geometrisch ähnlichen Kupplungen anderer Baugrößen simuliert werden kann. Dies ist auch anhand von Vergleichen mit Messungen bestätigt worden. Anschließend ist an einem Modellantriebsstrang gezeigt worden, daß sich diese Modelle für Antriebsstrangsimulationen gut eignen. Dabei konnten auch Antriebsstrangsimulationen verifiziert werden, bei denen im Antriebsstrang eine größere Kupplung eingebaut worden ist, als die Kupplung, an der das mathematische Modell ermittelt worden ist.

Mittels der hybriden Modellierung ist folglich gezeigt worden, daß mathematische Modelle, die das dynamische Betriebsverhalten hydrodynamischer Kupplungen über große Betriebsbereiche gut abbilden, ohne großen Rechen- und Meßaufwand ermittelt werden können und wie diese Modelle für die Simulation von Antriebssträngen mit geometrisch ähnlichen Kupplungen verwendet werden können.

Literaturverzeichnis

- [1] Achtelik, C.: Messung instationärer Strömungsfelder mit einer neu entwickelten Drucksonde in einer hydraulischen Turbomaschine zwischen zwei Laufrädern unterschiedlicher Relativgeschwindigkeit (Ruhr-Universität Bochum 1995)
- [2] Adrian, F-W.: Strömungsuntersuchungen und -analyse in Kreisläufen hydrodynamischer Wandler (Ruhr-Universität Bochum 1985)
- [3] Anding, D.: Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze (Ruhr-Universität Bochum 1997)
- [4] Appel, B.; Hoffeld, H.; Menne, A.: Kombinationskupplung zum Schutz von Gasturbinen vor Überlast und Überdrehzahl (Antriebstechnik 37 (1998) Nr. 2)
- [5] Baehr, H. D.; Stephan, K.: Wärme und Stoffübertragung (Springer-Verlag 1994)
- [6] Bai, L.: Numerische Untersuchung von turbulenten Strömungen in hydrodynamischen Kupplungen (VDI-Fortschritts Bericht Reihe 7 Nr. 267 VDI-Verlag 1995)
- [7] Beck, H-P.; Sourkounis, C.; Wenske J.: Torsionsschwingungen in Antriebssträngen mit hydrodynamischer Kupplung (Antriebstechnik 32 (1995) Nr. 5)
- [8] Beck, H-P.; Peter, F.; Sourkounis, C.; Zenner, H.: Drehzahlelastische Antriebe zur Lastminimierung bei Shredder-Anlagen (VDI-Berichte Nr. 1285, 1996)
- [9] Behrens, H.: Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allgemeinen diskreten Modellansätzen (Ruhr-Universität Bochum 1997)
- [10] Beitz, W.; Küttner, K.-H.: Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau (Springer-Verlag 1990)
- [11] Benz, W.: Kenngrößen für das Verhalten drehnachgiebiger Kupplungen (VDI-Berichte Nr. 73, 1963))
- [12] Bossel, H.: Modellbildung und Simulation (Vieweg-Verlag 1994)
- [13] Dickinson, B. W.: Systems: analysis, design and computation (Prentice-Hall 1991)
- [14] Dien, R.: Torsionsschwingungsverhalten einer hydrodynamischen Kupplung (Motor-technische Zeitschrift 53, 1992)

- [15] Folchert, U.: Identifikation der dynamischen Eigenschaften hydrodynamischer Kupplungen (Ruhr-Universität Bochum 1994)
- [16] Formanski, Th.: Numerische Untersuchungen von dynamischen Betriebszuständen hydrodynamischer Kupplungen (Cuvillier Verlag 1996)
- [17] Fowkes, N. D.: Einführung in die mathematische Modellierung (Spektrum, Akademischer Verlag 1996)
- [18] Frelek, B.: Über die quadratische Näherung zur Beschreibung nichtlinearer dynamischer Systeme (Automatisierungstechnik, 33. Jahrgang, Heft 6/1985)
- [19] Frömder, J.: Das dynamische Verhalten der Föttinger-Kupplung (Technische Hochschule Hannover 1962)
- [20] Gersten, K.: Einführung in die Strömungsmechanik (Vieweg-Verlag 1992)
- [21] Gill, P. E.; Murray, W.; Saunders, M. A.; Wright, M. H.: User's guide for SOL/QPSOL Version 3.2 (Report SOL 84-5, Department of Operations Research, Stanford University, California 1984)
- [22] Gödde, P.: Die Strömung in hydrodynamischen Kupplungen bei Schaufelgittervariation (Cuvillier Verlag 1995)
- [23] Görtler, H.: Dimensionsanalyse (Springer-Verlag 1975)
- [24] Gold, P. W.; Schelenz, R.; Holzapfel, M.: Berechnung von Antriebssträngen mit hydrodynamischer Kupplung (Tagungsband: Antriebstechnisches Kolloquium 1997, RWTH Aachen)
- [25] Hasselgruber, H.: Zum Drehschwingungsverhalten der hydrodynamischen Kupplung (Industrieanzeiger 87. Jg. 1965, Nr. 8, S. 121-123, Nr. 25, S. 436-438)
- [26] Herberitz, R.: Untersuchung des dynamischen Verhaltens von Föttinger-Getrieben (Universität Hannover 1973)
- [27] Höller, H.: Hydrodynamische Kupplungen und Bremsen (Fa. VOITH-Turbo GmbH & Co. KG, Crailsheim 1987)
- [28] Huitenga, H.: Verbesserung des Anlaufverhaltens hydrodynamischer Kupplungen durch Modifikation der Kreislaufgeometrie (VDI-Verlag 1997)
- [29] Isermann, R.: Identifikation dynamischer Systeme Band I und II (Springer-Verlag 1988)
- [30] Ishihara, T.-O.: Non steady Characteristics of Hydrodynamic Transmission (Report of the Institute of Industrial Science, The University of Tokio, Vol. 18, 1967, Nr. 1)
- [31] Isidori, A.: Nonlinear Control Systems (Springer-Verlag 1995)

- [32] Jaschke, P; Waller, H.: Different Techniques of the Modelling of Hydrodynamic Couplings (Process Modelling, S. 329-347, Springer-Verlag 1999)
- [33] Jelali, M.: Zur Beobachtbarkeits-Analyse zustandsquadratischer Systeme mit linearer Steuerung (QLS) (Forschungsbericht 11/93 Universität-GH-Duisburg)
- [34] Jelali, M.: Zur Steuer- und Beobachtbarkeitsanalyse der QLS (Forschungsbericht 1/94 Universität-GH-Duisburg)
- [35] Jelali, M.: Zur Modellierung nichtlinearer Prozesse durch quadratische Systeme mit linearer Steuerung (QLS) (Forschungsbericht 5/94 Universität-GH-Duisburg)
- [36] Jelali, M.: Zur Identifikation zeitkontinuierlicher zustandsquadratischer Modelle in Beobachternormalform (Forschungsbericht 15/94 Universität-GH-Duisburg)
- [37] Jelali, M.: Über die nichtlineare Approximation und Zustandsschätzung zeitkontinuierlicher dynamischer Prozesse (VDI-Fortschritts Bericht Reihe 8 Nr. 636 VDI-Verlag 1997)
- [38] Kasprzak, W.; Lysik B.; Marek, R.: Dimensional Analysis in the Identification of Mathematical Models (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 1990)
- [39] Kickbusch, E.: Föttinger-Kupplungen und Föttinger-Getriebe (Springer-Verlag 1963)
- [40] Kortmann, M.: Die Identifikation nichtlinearer Ein- und Mehrgrößensysteme auf der Basis nichtlinearer Modellansätze (VDI-Verlag 1989)
- [41] Kost, A.: Strömungsstruktur und Drehmomentübertragung in hydrodynamischen Kupplungen (VDI-Verlag 1993)
- [42] Krist, Th.: Hydraulik, Pneumatik, Fluidik / Pneulogik (Hoppenstedt 1991)
- [43] Kugel, F.: Schwingungs- und Stoßdämpfung bei hydrodynamischer Kraftübertragung (Ölhydraulik und Pneumatik 6, Nr. 9, 1962)
- [44] Menne, A.: Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern (Ruhr-Universität Bochum 1994)
- [45] Menne, A.: Einflüsse von hydrodynamischen Kupplungen auf Torsionsschwingungen in Antriebssystemen (Sonderdruck aus: Antriebstechnik 36 (1997) Nr. 3)
- [46] Middelman, V.: Analyse des Systemverhaltens Hydrodynamischer Kupplungen bei Variation der Kreislaufgeometrie (Ruhr-Universität Bochum 1992)
- [47] Natke, H. G.: Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse (Vieweg-Verlag 1983)
- [48] Press, William H.: Numerical recipes: the art of scientific computing

- [49] Rath, M.: Abbildung hydrodynamischer Kopplungen in Antriebssystemen (Verlag Shaker 1992)
- [50] Reuter, H.: Zur Identifikation nichtlinearer Systemmodelle mit wenig A-priori-Informationen (VDI-Verlag 1995)
- [51] Richter, E.-R.: Experimentell ermittelte Kenngrößen für das Verhalten von Föttinger-Kupplungen bei periodischer Störung der Antriebs- und Abtriebsdrehzahl (Technische Universität Berlin 1969)
- [52] Rodermund, H.: Berechnung der Temperaturabhängigkeit der Viskosität von Mineralölen aus dem Viskositätsgrad (Schmiertechnik + Tribologie, 25. Jahrgang, 2/1978)
- [53] Rogos, J.: Experimentelle Untersuchungen über das Verhalten von Föttingerkupplungen bei periodischer Störung des Belastungsmomentes (Technische Universität Berlin 1965)
- [54] Sagara, S.; Zhao, Z.-Y.: Numerical integration approach to on-line-identification of continuous-time systems (Automatica, Vol. 26, No. 1. pp. 63-74, 1990)
- [55] Sasse, Ch.: Hydrodynamische Kupplung mit radialen Schaufelgittern. Experimentelle Analyse der Strömung und Momentübertragung bei Variation der Gittergeometrie (Cuvillier Verlag 1995)
- [56] Schittkowski, K.: The nonlinear programming method of Wilson, Han, and Powell with an Augmented Lagrangian Type Line Search Function (Part 1 and 2, Numerische Mathematik 38, S. 83-127, Springer-Verlag 1981)
- [57] Schittkowski, K.: NLPQL: A FORTRAN subroutine solving constrained nonlinear programming problems (Annals of Operation Research 5 (1985/6), S. 485-500)
- [58] Schrüfer, E.: Signalverarbeitung: numerische Verarbeitung digitaler Signale (Carl Hanser Verlag München Wien)
- [59] Schwarz, H.: Nichtlineare Regelungssysteme (R. Oldenbourg Verlag München Wien 1991)
- [60] Schwarz, H.: Quadratische Systeme mit linearer Steuerung (QLS) (Forschungsbericht 12/93 Universität-GH-Duisburg)
- [61] Schwarz, H.: Forschungsbericht 12/94 (Universität-GH-Duisburg)
- [62] Schwarz, H. R.: Numerische Mathematik (Teubner Verlag 1993)
- [63] Söchting, F.: Dämpfung der Drehschwingungen durch Flüssigkeitskupplungen (VDI-Zeitschrift, Bd. 82, Nr. 23 1938)
- [64] Steinhausen, J.: Die Beschreibung der Dynamik von Antriebssträngen durch Black-Box-Modelle hydrodynamischer Kupplungen (Ruhr-Universität Bochum 1998)

- [65] Tarantola, A.: Inverse Problem Theory (Elsevier 1987)
- [66] Timm, K.: Untersuchungen an Föttinger-Kupplungen (Technische Hochschule Hannover 1958)
- [67] Unbehauen, H.: Regelungstechnik Bd. 3 (Vieweg-Verlag 1993)
- [68] Unbehauen, R.: Systemtheorie (R. Oldenbourg Verlag München Wien 1990)
- [69] Unbehauen, R.: Systemtheorie 2, 7. Aufl. (R. Oldenbourg Verlag München Wien 1998)
- [70] VDI-Richtlinien: Hydrodynamische Leistungsübertragung (VDI 2153)
- [71] J. M. Voith GmbH: Hydrodynamik in der Antriebstechnik (Krausskopf-Verlag 1987)
- [72] Waller, H.; Schmidt, R.: Schwingungslehre für Ingenieure (BI Wissenschafts-Verlag 1989)
- [73] Walter, E.: Identification of Parametric Models from Experimental Data (Springer-Verlag 1997)
- [74] Wang, L.: Berechnung von kontinuierlichen Modellen aus diskreten Identifikationsergebnissen (Ruhr-Universität Bochum 1992)
- [75] Wernstedt, J.: Experimentelle Prozeßanalyse (Oldenbourg Verlag 1989)
- [76] Wienholt, H.: Verlustzustand und Instabilitäten der Strömung in Hydrodynamischen Kupplungen bei Variation der Schaufelgitter (Ruhr-Universität Bochum 1993)
- [77] Worsch, H.: Drehschwingungsverhalten von hydrodynamischen Kupplungen (Voith Forschung und Konstruktion, Heft 33, Aufsatz 2 1989)
- [78] Worsch, H.; Sideris, D.: Torsionsschwingungsverhalten von hydrodynamischen Kupplungen (MTZ Nr. 4, S. 179-182, Nr. 6, S. 285-289 1989)
- [79] Yin, X.: Zur Identifikation zeitkontinuierlicher nichtlinearer Systeme (VDI-Verlag 1994)
- [80] Zeidler, E.: Teubner-Taschenbuch der Mathematik Teil I und II (Teubner Verlag 1996)
- [81] Zhang, R.: Identifikation physikalischer Systemparameter nichtlinearer kontinuierlicher Mehrgrößensysteme (VDI-Verlag 1989)

Anhang A

Parameter der digitalen Regelung

Die Stellgröße $u(k)$ des digitalen Reglers berechnet sich aus der Gleichung

$$u(k) = (1 - c_1) u(k - 1) + c_1 u(k - 2) + q_0 e(k) + q_1 e(k - 1) + q_2 e(k - 2) \quad . \quad (\text{A.1})$$

$e(k) = n_{\text{soll}}(k) - n_{\text{ist}}(k)$ ist dabei die Regelabweichung zwischen der Soll- und Istzahl. Die Koeffizienten des Regelalgorithmus c_1, q_0, \dots, q_2 berechnen sich aus den veränderbaren Regelparametern K, T_I, T_D und T_V nach

$$\begin{aligned} c_1 &= -\frac{T_V}{\Delta T + T_V} \\ q_0 &= \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta T + T_V}{2T_I} + \frac{T_D + T_V}{\Delta T} \right) \\ q_1 &= \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left(-1 + \frac{\Delta T}{2T_I} - \frac{2(T_D + T_V)}{\Delta T} \right) \\ q_2 &= \frac{K}{1 + \frac{T_V}{\Delta T}} \cdot \left(\frac{T_D + T_V}{\Delta T} - \frac{T_V}{2T_I} \right) \quad . \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

Bei den durchgeführten Untersuchungen wurden in der Regel die folgenden drei Reglereinstellungen bevorzugt verwendet und nur in seltenen Fällen leicht abgewandelt.

Regler 1			
Achse 1		Achse 2	
$K = 8$	$c_1 = -0,95238$	$K = 5$	$c_1 = -0,8$
$T_I = 0,3$	$q_0 = 30,86381$	$T_I = 0,2$	$q_0 = 45,00625$
$T_D = 0,03$	$q_1 = -61,33302$	$T_D = 0,02$	$q_1 = -88,99875$
$T_V = 0,01$	$q_2 = 30,46984$	$T_V = 0,002$	$q_2 = 43,995$

Regler 2			
Achse 1		Achse 2	
$K = 8,5$	$c_1 = -0,95238$	$K = 8,5$	$c_1 = -0,95238$
$T_I = 0,145$	$q_0 = 40,89561$	$T_I = 0,145$	$q_0 = 40,89561$
$T_D = 0,04$	$q_1 = -81,35644$	$T_D = 0,04$	$q_1 = -81,35644$
$T_V = 0,01$	$q_2 = 40,46223$	$T_V = 0,01$	$q_2 = 40,46223$

Regler 3			
Achse 1		Achse 2	
$K = 8,5$	$c_1 = -0,90909$	$K = 8$	$c_1 = -0,8$
$T_I = 0,05$	$q_0 = 70,36068$	$T_I = 0,1$	$q_0 = 72,02$
$T_D = 0,04$	$q_1 = -138,85977$	$T_D = 0,02$	$q_1 = -142,396$
$T_V = 0,005$	$q_2 = 69,50682$	$T_V = 0,002$	$q_2 = 70,384$

Die Verwendung der Regler hängt sowohl von der Erregung der Kupplung als auch von der Kupplungsgröße und dem Füllgrad ab. Im allgemeinen ist der Regler 1 zur Erzeugung der Rauscherregungen verwendet worden. Für die Realisierung von relativ großen Beschleunigungen ist der Regler 3 und für relativ geringe Beschleunigungen der Regler 2 verwendet worden. Wenn nur eine Kupplungsseite erregt worden ist und die andere Drehzahl konstant gehalten werden sollte, so ist bei der nicht erregten Seite meist der Regler 1 eingesetzt worden. Ausnahmen wurden bei der Kupplung 366TJ gemacht. Die Drehträgheiten der Laufräder dieser Kupplung sind so gering, daß der Regler 3 instabil wird. Daher ist zur Regelung von sehr großen Beschleunigungen der Wert für T_D dieses Reglers auf 0,03 gesetzt worden. Bei mittleren Beschleunigungen ist jedoch der Regler 1 verwendet worden, da beim Regler 3 unerwünschte Reglerschwingungen aufgetreten sind.

Anhang B

Trägheitsmassen der Kupplungs-Laufräder

Zur Identifikation der Drehträgheitsmassen der Laufräder werden die beiden Kupplungs-Laufräder nacheinander mit harmonischen Funktionen in einem Frequenzbereich von 1...8 Hz beaufschlagt. Für jeden Frequenzpunkt werden die Drehzahlen n_P und n_T sowie die Momente M_P und M_T gemessen und sowohl die Amplitude als auch die Phase der erzeugten Schwingung ermittelt. Mit Hilfe dieser Information können die dynamischen Dämpfungsmatrizen \mathbf{D} mit

$$\underbrace{\begin{pmatrix} M_P(j\omega) \\ M_T(j\omega) \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}(j\omega)} = \underbrace{\begin{pmatrix} d_{11}(j\omega) & d_{12}(j\omega) \\ d_{21}(j\omega) & d_{22}(j\omega) \end{pmatrix}}_{\mathbf{D}(j\omega)} \underbrace{\begin{pmatrix} n_P(j\omega) \\ n_T(j\omega) \end{pmatrix}}_{\mathbf{n}(j\omega)} \quad (\text{B.1})$$

für die drei Kupplungen ohne Öl-Füllung ermittelt werden. In den Abb. B.1 bis B.3 sind die gemessenen Werte der Matrixelemente d_{ij} in Abhängigkeit von $j\omega$ getrennt nach Real- und Imaginärteil aufgetragen. Die Imaginärteile der Matrixelemente d_{11} und d_{22} bilden dabei die Drehträgheitsmassen der Laufräder ab. Die Werte für die Drehträgheitsmassen können durch Umrechnung der Einheiten aus der Steigung der Ausgleichsgeraden ermittelt werden. Weiteres zur Theorie der dynamischen Dämpfungsmatrizen ist von FOLCHERT [15] beschrieben.

Für die betrachteten Kupplungen ergeben sich die Drehträgheitsmassen zu:

Kupplung	Drehträgheitsmassen
366TJ	$\theta_P = 0,578 \text{ kg m}^2$ $\theta_T = 0,193 \text{ kg m}^2$
422TH	$\theta_P = 1,033 \text{ kg m}^2$ $\theta_T = 0,290 \text{ kg m}^2$
487TNJ	$\theta_P = 1,701 \text{ kg m}^2$ $\theta_T = 0,473 \text{ kg m}^2$

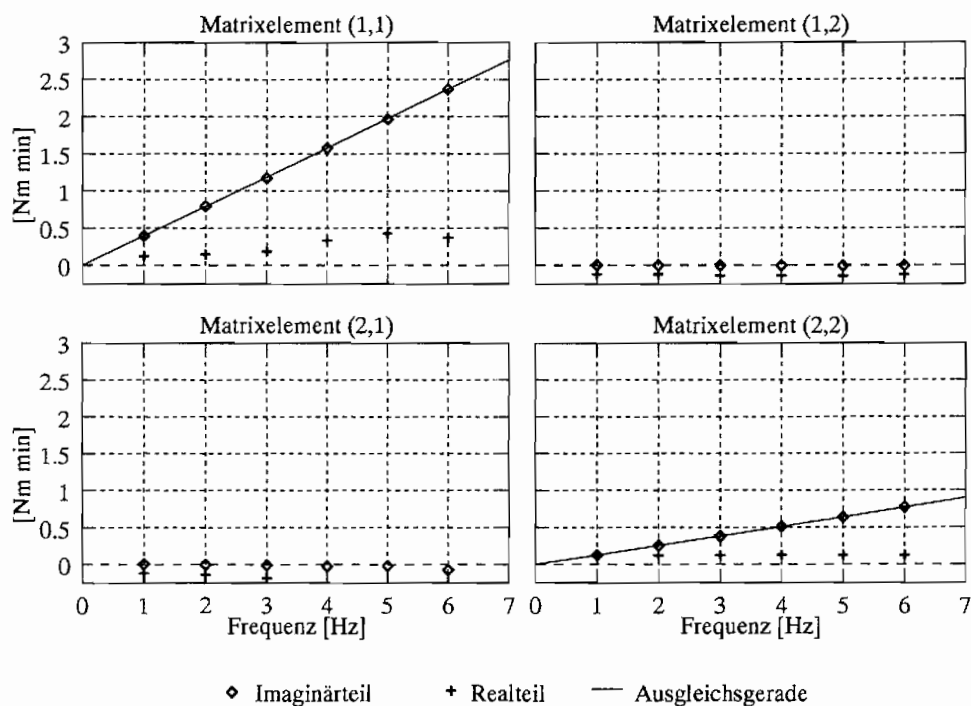


Abb. B.1: Gemessene dynamische Dämpfungsmatrix der Kupplung 366TJ ohne Füllung zur Bestimmung der Drehträgheitsmassen

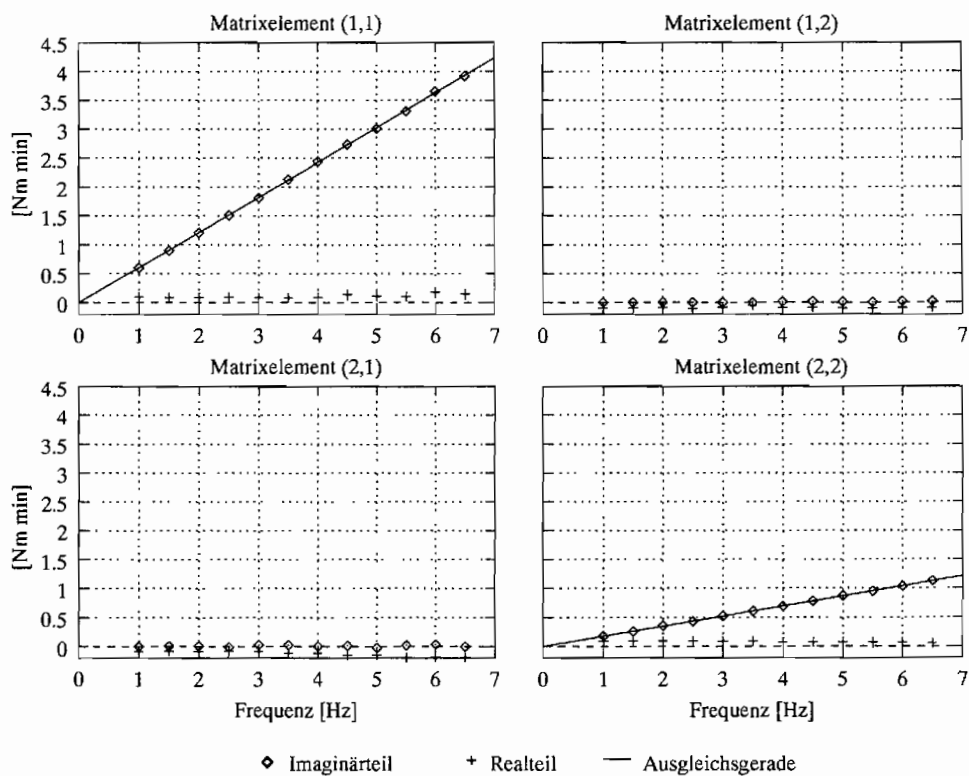


Abb. B.2: Gemessene dynamische Dämpfungsmatrix der Kupplung 422TH ohne Füllung zur Bestimmung der Drehträgheitsmassen

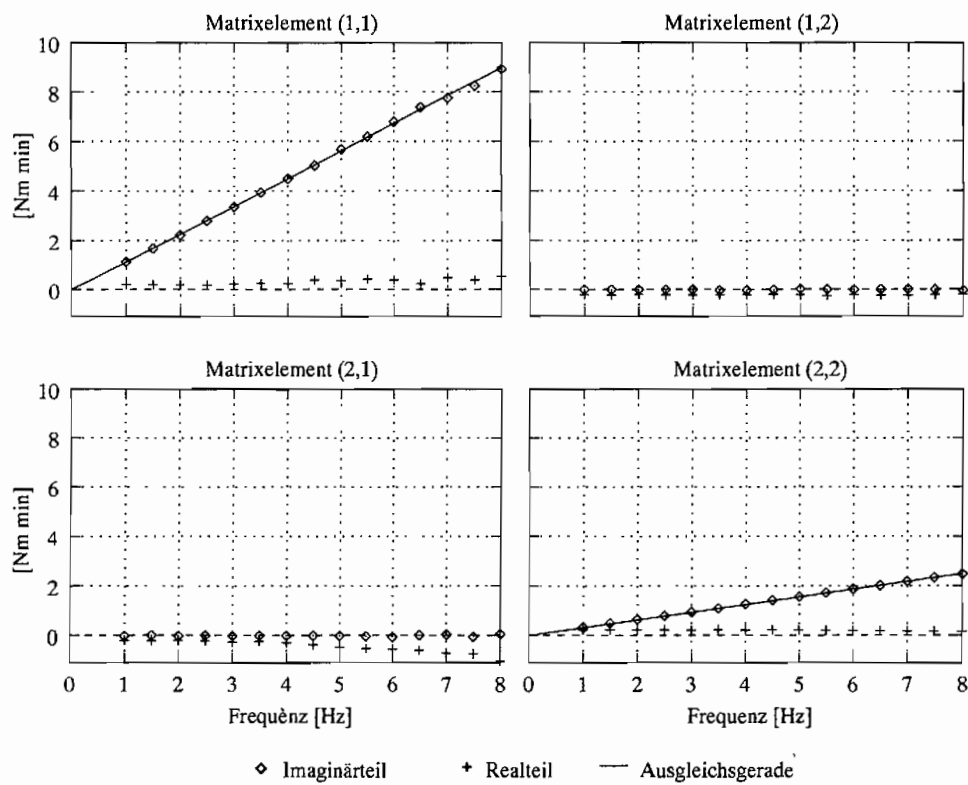


Abb. B.3: Gemessene dynamische Dämpfungsmatrix der Kupplung 487TNJ ohne Füllung zur Bestimmung der Drehträgheitsmassen

Anhang C

Weitere Meßergebnisse zu den Ähnlichkeitsbetrachtungen

Im Kap. 4.2.1 sind zur Beschreibung des dynamischen Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen die Kennzahlen

$$\begin{aligned}\lambda_P &= \frac{M_{h,P}}{\rho D^5 \omega_P^2} \\ \lambda_T &= \frac{M_{h,T}}{\rho D^5 \omega_P^2} \\ \nu &= \frac{\omega_T}{\omega_P} = 1 - s \\ k_1 &= \frac{\dot{\omega}_P}{\omega_P^2} \\ k_2 &= \frac{\dot{\omega}_T}{\omega_P^2}\end{aligned}\tag{C.1}$$

hergeleitet worden. Diese Kennzahlen schließen den stationären Sonderfall mit $\dot{\omega}_P = \dot{\omega}_T = 0$ ebenfalls ein. Sind folglich die Kennzahlen für die kinematische Ähnlichkeit der Erregung ν , k_1 und k_2 für zwei Messungen identisch, so müssen auch die Leistungszahlen λ_P und λ_T der beiden Messungen gleich sein. Zur weiteren Verifikation dieser Beziehungen, sind an dieser Stelle noch weitere Meßergebnisse dargestellt, bei denen die Leistungszahlen über den Schlupf s bzw. das Drehzahlverhältnis ν aufgetragen sind.

An dieser Stelle können ebenfalls nur ausgesuchte Messungen dargestellt werden. Z.B. können stationäre Kennlinien der Kupplung 487TNJ mit Vollfüllung nur bei sehr geringen Pumpendrehzahlen aufgenommen werden, da das übertragene hydrodynamische Moment der Kupplung bei höheren Drehzahlen zu groß wird. Ein Vergleich von Kennlinien dieser Kupplung mit deutlich unterschiedlichen Pumpendrehzahlen ist damit hier nicht möglich.

Die dynamische Ähnlichkeit bei kinematisch ähnlichen Messungen wird in diesem Kapitel anhand der Kupplung 422TH gezeigt, da bei dieser Kupplung – aufgrund ihrer Baugröße – die vorgegebenen Drehzahlverläufe am besten nachgefahren werden können. Aber auch bei

dieser Kupplung können nicht alle beliebigen Drehzahlverläufe nachgefahren werden. Z.B. sind Drehzahlrampen auf der Pumpenseite nicht gut zu realisieren, da zusätzlich zu den hydrodynamischen Momenten noch große Trägheitsmomente von den Antriebseinheiten erzeugt werden müssen.

C.1 Stationäre Betriebszustände

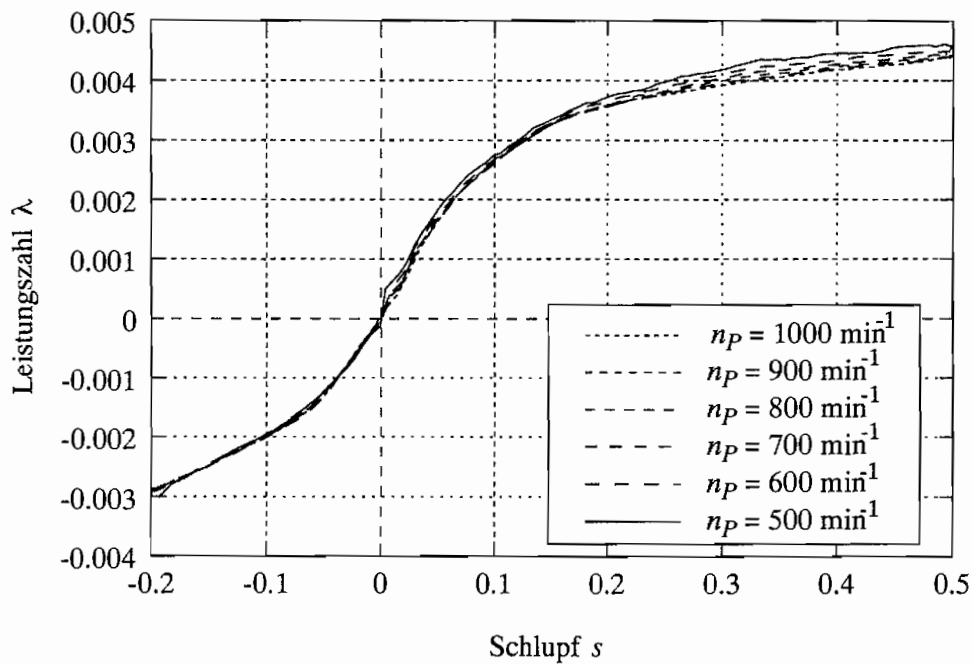


Abb. C.1: Stationäre Kennlinien der Kupplung 366TJ bei Vollfüllung

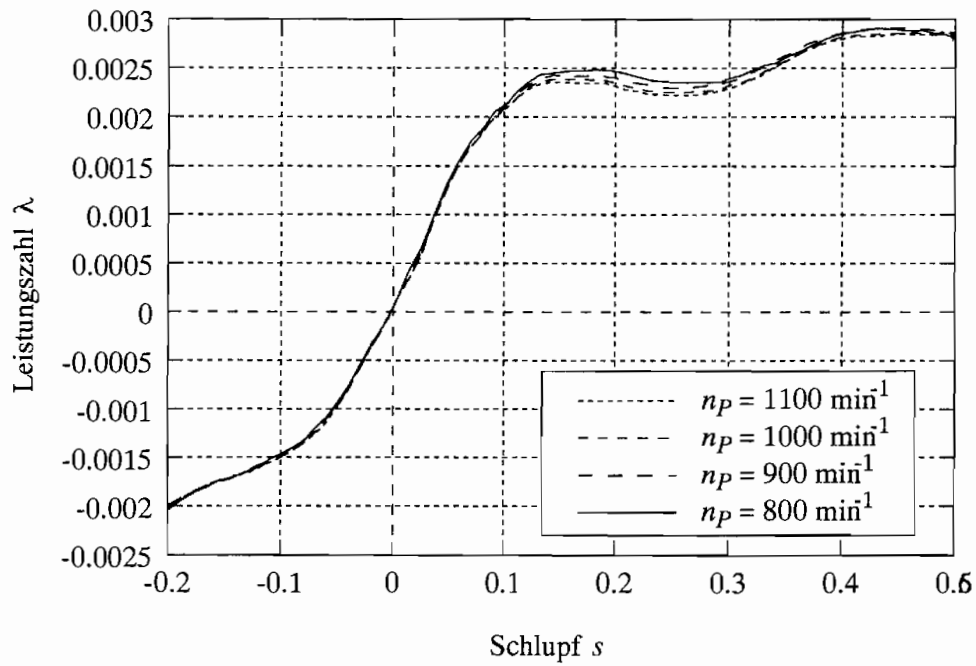


Abb. C.2: Stationäre Kennlinien der Kupplung 366TJ bei Teilfüllung

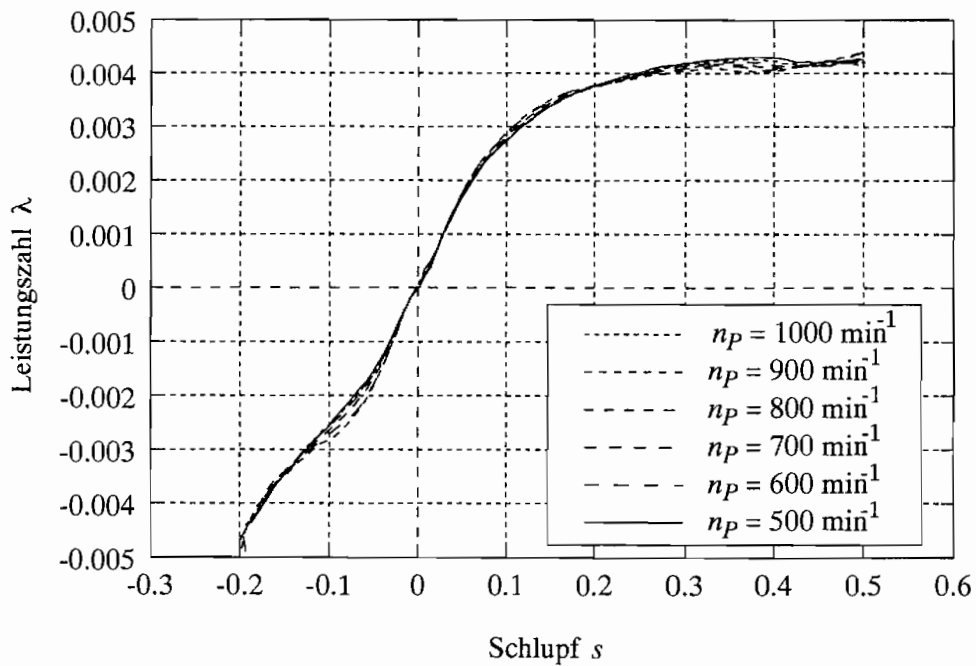


Abb. C.3: Stationäre Kennlinien der Kupplung 422TH bei Vollfüllung

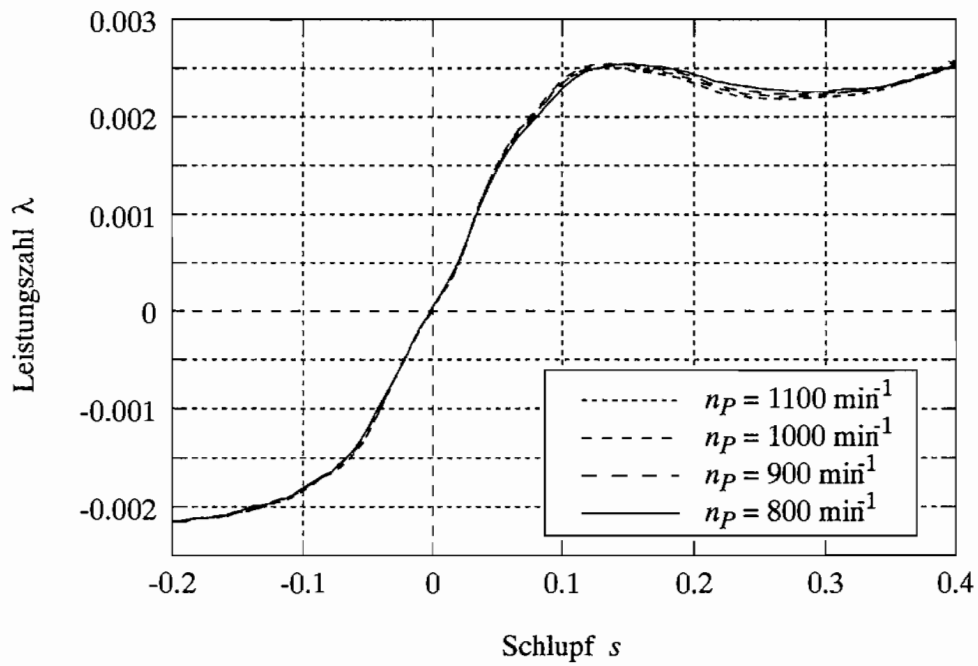


Abb. C.4: Stationäre Kennlinien der Kupplung 422TH bei Teilfüllung

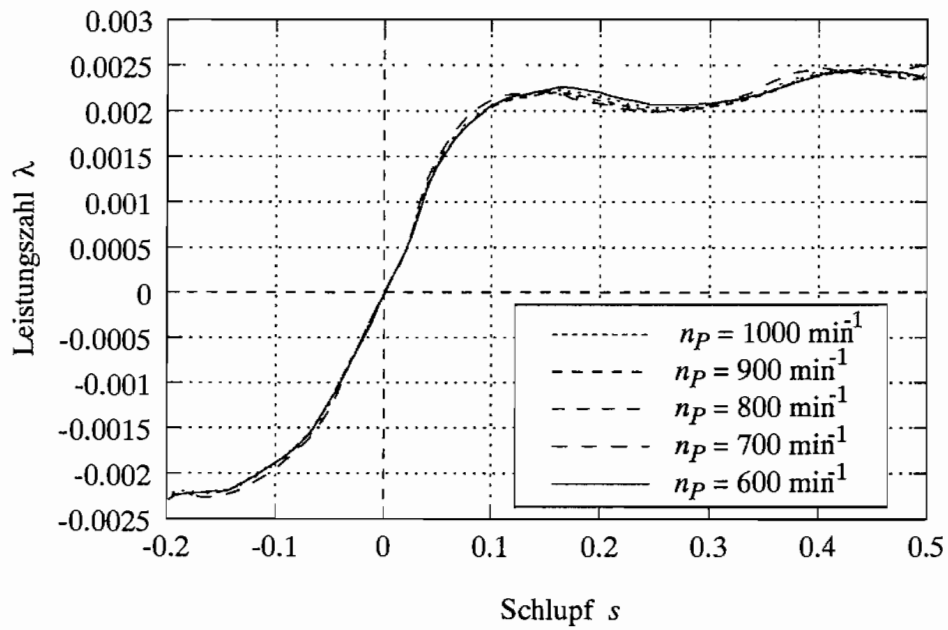


Abb. C.5: Stationäre Kennlinien der Kupplung 487TNJ bei Teilfüllung

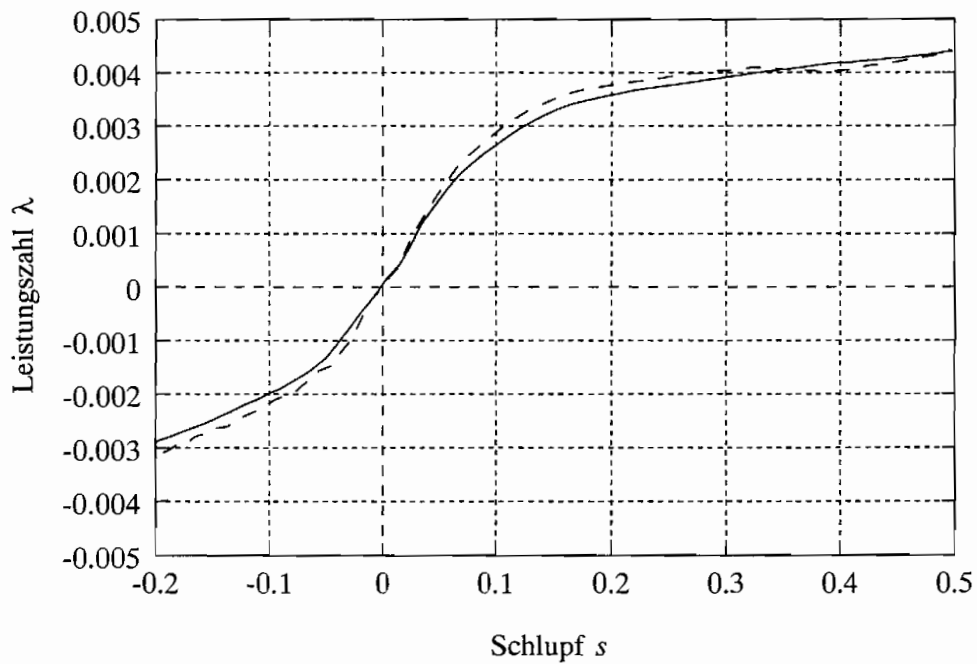


Abb. C.6: Stationäre Kennlinien der Kupplungen 366TJ (—) und 422TH (- - -) bei Vollfüllung

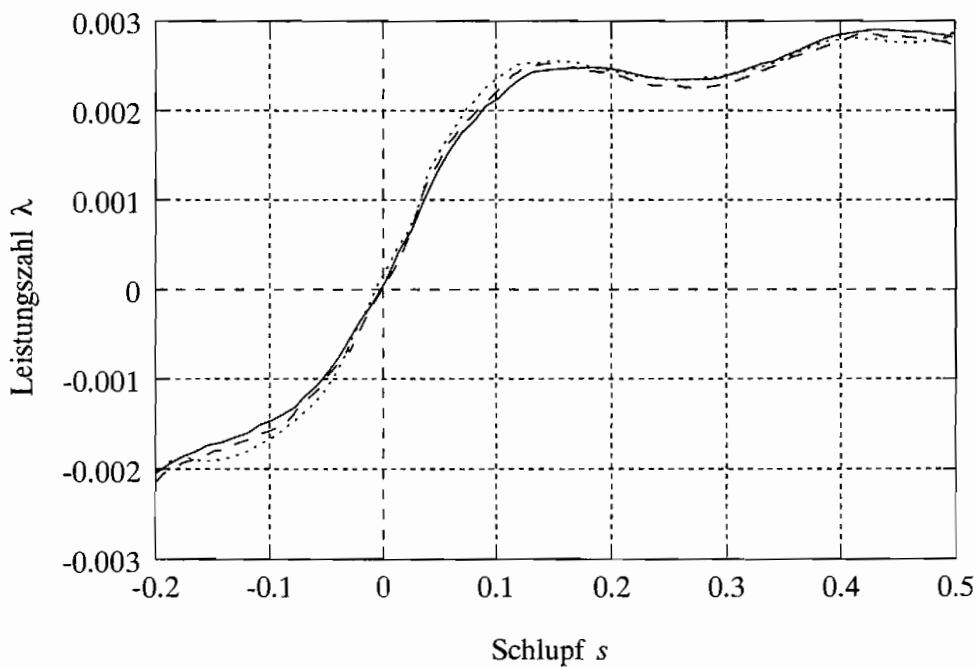
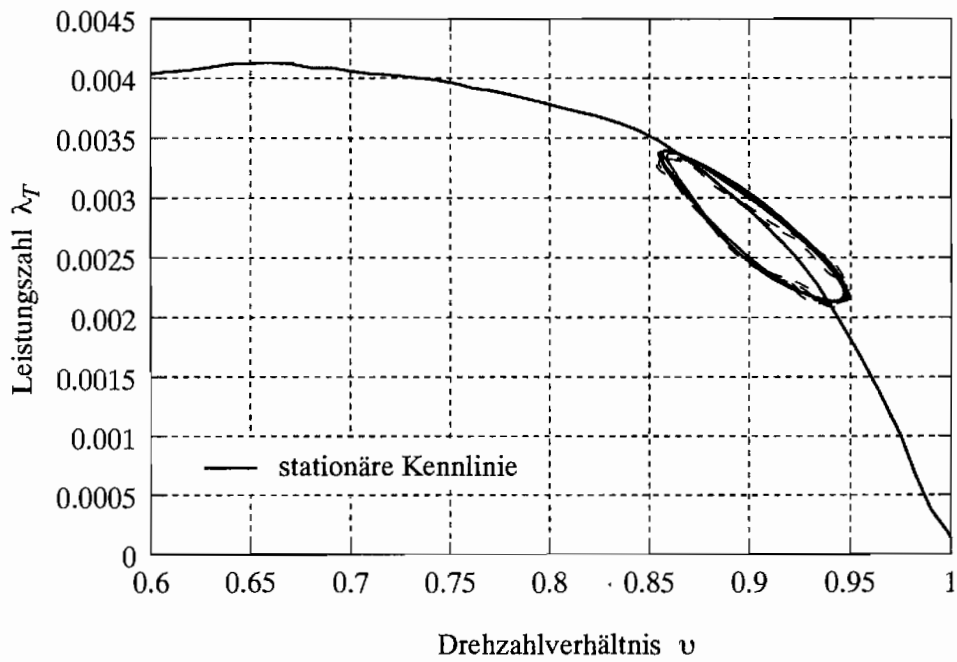


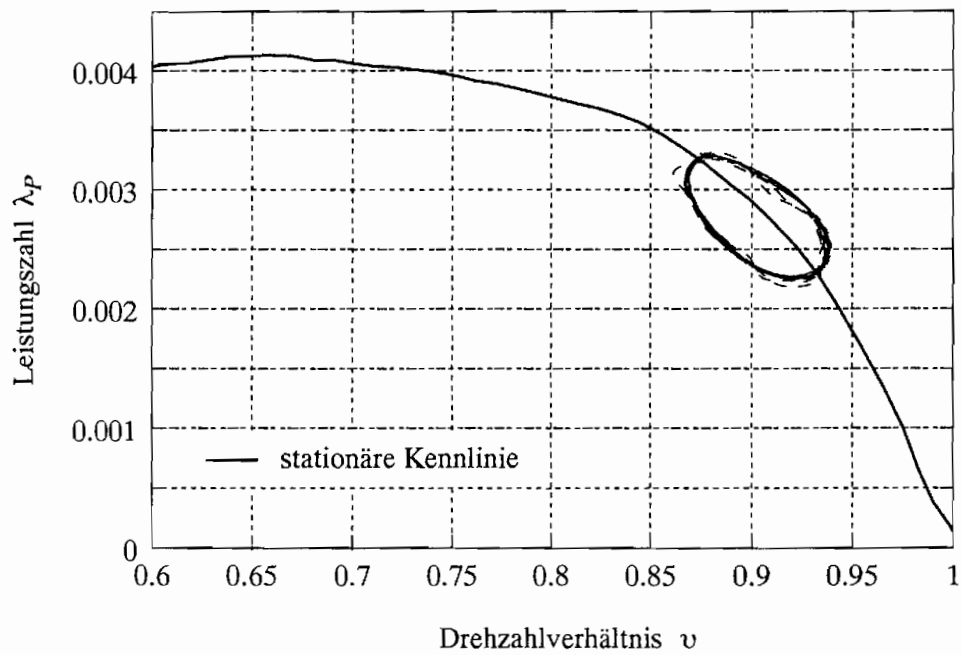
Abb. C.7: Stationäre Kennlinien der Kupplungen 366TJ (—), 422TH (- - -) und 487TNJ (·····) bei Teilfüllung

C.2 Dynamische Betriebszustände



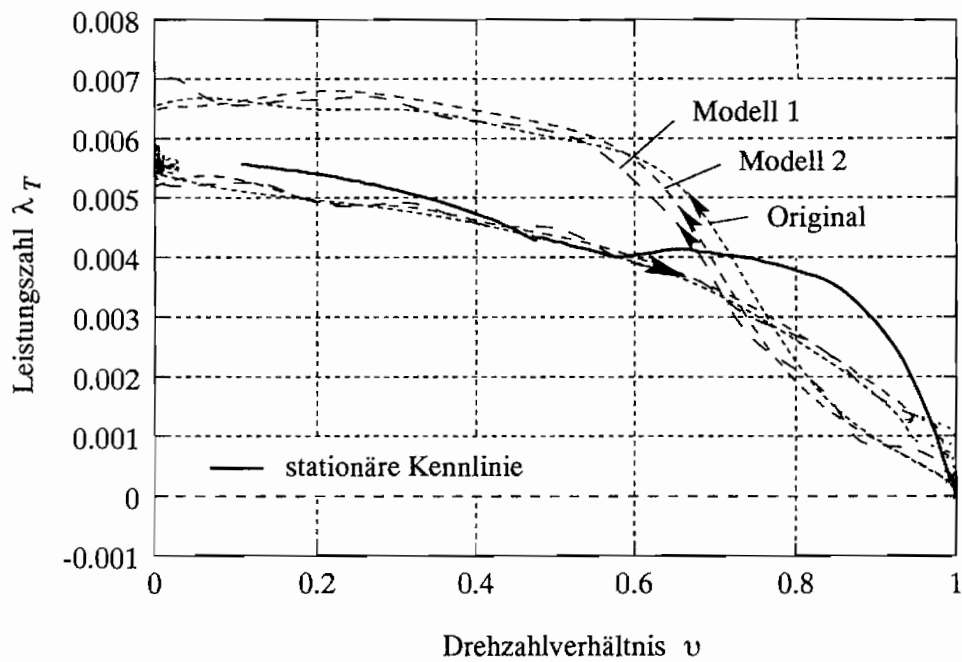
Meßreihe	n_P [min^{-1}]	n_T [min^{-1}]
1	500	450 ± 25 ; 2,5 Hz
2	1000	900 ± 50 ; 5,0 Hz

Abb. C.8: Sinus-Erregung der Turbinenseite (Vollfüllung); Meßreihe 1 (---), Meßreihe 2 (—)



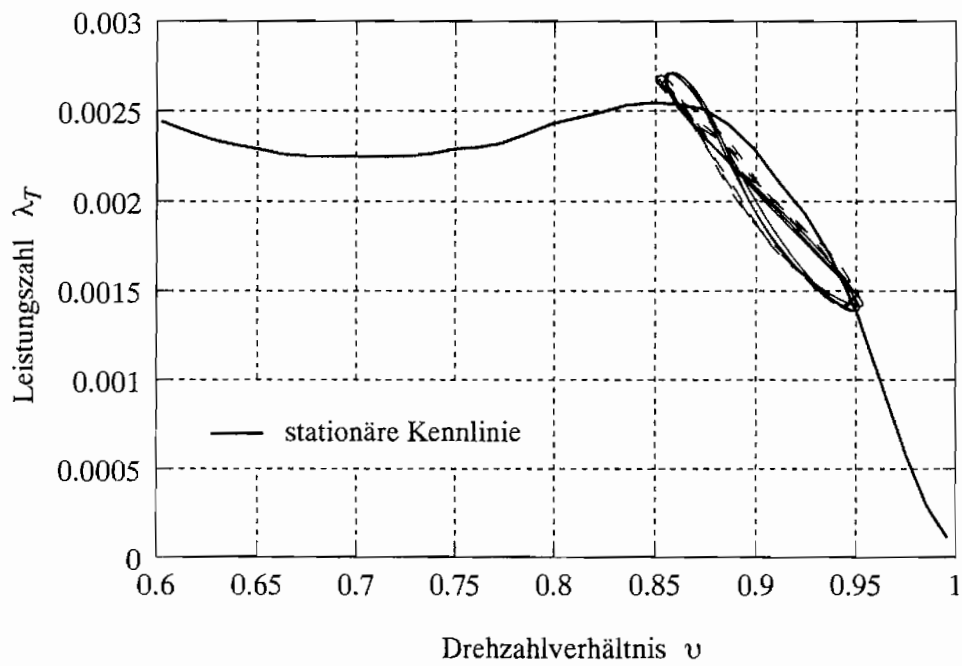
Meßreihe	n_P [min^{-1}]	n_T [min^{-1}]
1	1000 ± 50 ; 5,0 Hz	900
2	500 ± 25 ; 2,5 Hz	450

Abb. C.9: Sinus-Erregung der Pumpenseite (Vollfüllung); Meßreihe 1 (—), Meßreihe 2 (- - -)



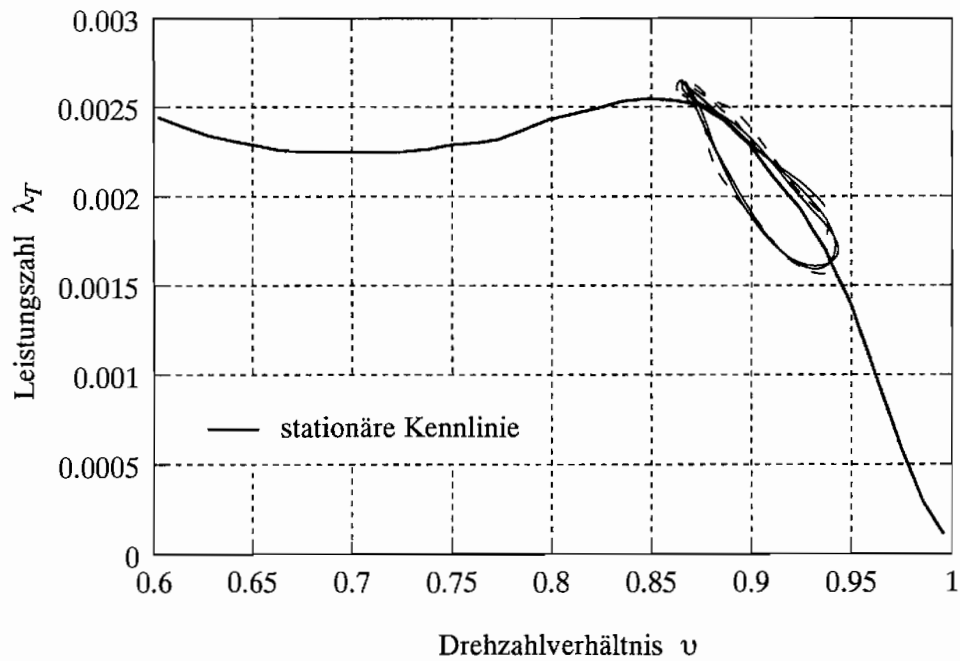
Meßreihe	n_P [min ⁻¹]	ν	\dot{n}_T [min ⁻¹ s ⁻¹]
Original	1000	1 → 0 → 1	8000
Modell 1	500	1 → 0 → 1	2000
Modell 2	750	1 → 0 → 1	4500

Abb. C.10: Drehzahlrampen auf der Turbinenseite (Vollfüllung)



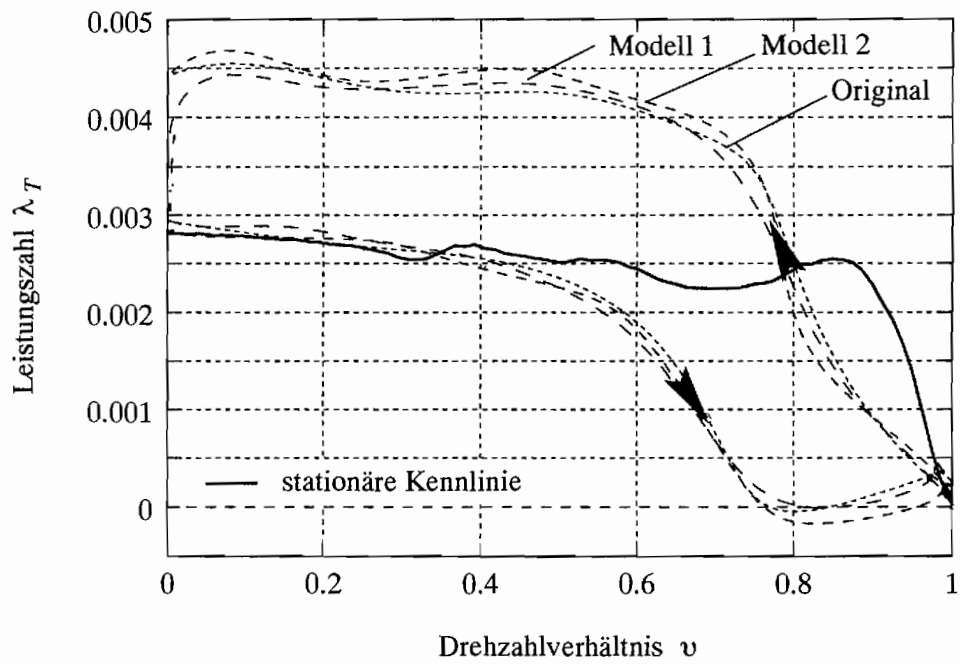
Meßreihe	n_P [min^{-1}]	n_T [min^{-1}]
1	600	540 ± 30 , 3 Hz
2	1200	1080 ± 60 , 6 Hz

Abb. C.11: Sinus-Erregung der Turbinenseite (Teilfüllung); Meßreihe 1 (----) und Meßreihe 2 (—)



Meßreihe	n_P [min^{-1}]	n_T [min^{-1}]
1	600 ± 25 , 2,5 Hz	540
2	1200 ± 50 , 5,0 Hz	1080

Abb. C.12: Sinus-Erregung der Pumpenseite (Teilfüllung); Meßreihe 1 (- - - -) und Meßreihe 2 (—)



Meßreihe	n_P [min ⁻¹]	ν	\dot{n}_T [min ⁻¹ s ⁻¹]
Original	1200	1 → 0 → 1	8000
Modell 1	600	1 → 0 → 1	2000
Modell 2	900	1 → 0 → 1	4500

Abb. C.13: Drehzahlrampen auf der Turbinenseite (Teilfüllung)

Anhang D

Identifikationsergebnisse

Um zu zeigen, inwieweit die Modellstrukturen mit Hilfe der Identifikationsverfahren (vgl. Kap. 6 und 7) an die zur Identifikation verwendeten Messungen angepaßt werden, sind die Identifikationsergebnisse in diesem Kapitel grafisch dargestellt. Es werden also mit den identifizierten Modellen nochmals die Messungen simuliert, die zur Identifikation verwendet worden sind. Dabei werden die gemessenen Größen immer (—) und die simulierten Größen (- - -) dargestellt.

Angemerkt sei noch, daß die Modelle in der Regel sehr gut an die Messungen angepaßt werden. Daher sind in manchen der folgenden Abbildungen keine oder nur sehr geringe Differenzen zwischen den gemessenen und simulierten Werten zu erkennen.

D.1 Parameteridentifikation über nichtlineare Optimierung

Im Kap. 6 werden die Modellparameter des HASSELGRUBER-Modells, der kombinierten Modellstruktur und des HERBERTZ-Modells über ein nichtlineares Optimierungsverfahren bestimmt. Diese drei Modelle basieren auf der Modellstruktur

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{Q} \mathbf{z}^{[2]} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad , \quad (\text{D.1})$$

wobei jedoch die Parametermatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{B} unterschiedlich belegt werden (vgl. Kap. 6.1). In den Tab. D.2 bis D.5 sind die identifizierten Modellparameter nochmals aufgeführt. Zur Identifikation sind dabei die Erregungen 1 und 2 verwendet worden, die durch die Vorgabe von Pseudozufallsfolgen (vgl. Abb. 6.1 mit den Werten aus Tab. D.1) für die Drehzahlverläufe der Pumpen- und Turbinenseite erzeugt worden sind.

Die Abb. D.1 bis D.4 zeigen, inwieweit die identifizierten Modelle die zur Identifikation verwendeten Messungen wiedergeben.

Parameter der Folgen	Erregung 1		Erregung 2	
	Pumpe	Turbine	Pumpe	Turbine
M	1000 min ⁻¹	800 min ⁻¹	1000 min ⁻¹	800 min ⁻¹
A	50 min ⁻¹	100 min ⁻¹	15 min ⁻¹	15 min ⁻¹
T_G	10,5 s		21 s	
F	6000 min ⁻¹ s ⁻¹		3000 min ⁻¹ s ⁻¹	
L	124			

Tab. D.1: Werte für die Erregung der Kupplung bei den Identifikationsmessungen

Q	B
$q_{11} = 0$	$b_{11} = 1,03219607200783$
$q_{12} = -7,32217605315678$	$b_{12} = 0$
$q_{13} = 0$	$b_{21} = 0$
$q_{14} = 0$	$b_{22} = 0$
$q_{15} = 6,7256303922075$	$b_{31} = 0$
$q_{16} = 0$	$b_{32} = -2,95725350121387$
$q_{21} = -8,144424420002643 \cdot 10^{-4}$	
$q_{22} = 0$	
$q_{23} = 0$	
$q_{24} = -5,63039166098306$	
$q_{25} = 0$	
$q_{26} = 3,088399115925026 \cdot 10^{-3}$	

Tab. D.2: Modellparameter - HASSELGRUBER-Modell mit Erregung 1 identifiziert

Q	B
$q_{11} = 9,279222784254299 \cdot 10^{-3}$	$b_{11} = 1,04705410509254$
$q_{12} = -1,89459886107075$	$b_{12} = 0$
$q_{13} = -0,141117278495317$	$b_{21} = 0$
$q_{14} = 76,34164340919536$	$b_{22} = 0$
$q_{15} = -1,76609615351332$	$b_{31} = 0$
$q_{16} = 0,1644669669888504$	$b_{32} = -2,95544883524469$
$q_{21} = 1,680779049335388 \cdot 10^{-2}$	
$q_{22} = -0,260775594707136$	
$q_{23} = -4,914812887182744 \cdot 10^{-2}$	
$q_{24} = -2,32501887119716$	
$q_{25} = 0,2056444973274774$	
$q_{26} = 3,769123999826588 \cdot 10^{-2}$	

Tab. D.3: Modellparameter – kombinierte Modellstruktur mit Erregung 1 identifiziert

Q	B
$q_{11} = 0,838874461798737$	$b_{11} = 1,1656272961517$
$q_{12} = 10,84614866900621$	$b_{12} = 0,3937836992329678$
$q_{13} = -7,196441224651071 \cdot 10^{-3}$	$b_{21} = -0,179870651675897$
$q_{14} = 34,07224033508407$	$b_{22} = 0,103215748500039$
$q_{15} = 1,31655726476675$	$b_{31} = -0,465265326917847$
$q_{16} = 0,2377638764833321$	$b_{32} = -3,63039560933106$
$q_{21} = -9,098339560197057 \cdot 10^{-2}$	
$q_{22} = -1,09838393112253$	
$q_{23} = -8,041798331379751 \cdot 10^{-2}$	
$q_{24} = -2,39843710696456$	
$q_{25} = 5,357576929555888 \cdot 10^{-2}$	
$q_{26} = 6,715389335697891 \cdot 10^{-2}$	

Tab. D.4: Modellparameter – HERBERTZ-Modell mit Erregung 1 identifiziert

Q	B
$q_{11} = 6,711690876551923 \cdot 10^{-2}$	$b_{11} = 1,03782175117874$
$q_{12} = -0,963966889689915$	$b_{12} = 0$
$q_{13} = -0,287353162744581$	$b_{21} = 0$
$q_{14} = 14,12568392374099$	$b_{22} = 0$
$q_{15} = -0,16331703259997$	$b_{31} = 0$
$q_{16} = 0,230096873983835$	$b_{32} = -2,8626014611527$
$q_{21} = 3,317221898410787 \cdot 10^{-3}$	
$q_{22} = -2,37192837749566$	
$q_{23} = -3,872108140785930 \cdot 10^{-3}$	
$q_{24} = -7,71095840800732$	
$q_{25} = 2,96373644127388$	
$q_{26} = 2,157675679777764 \cdot 10^{-3}$	

Tab. D.5: Modellparameter – kombinierte Modellstruktur mit Erregung 2 identifiziert

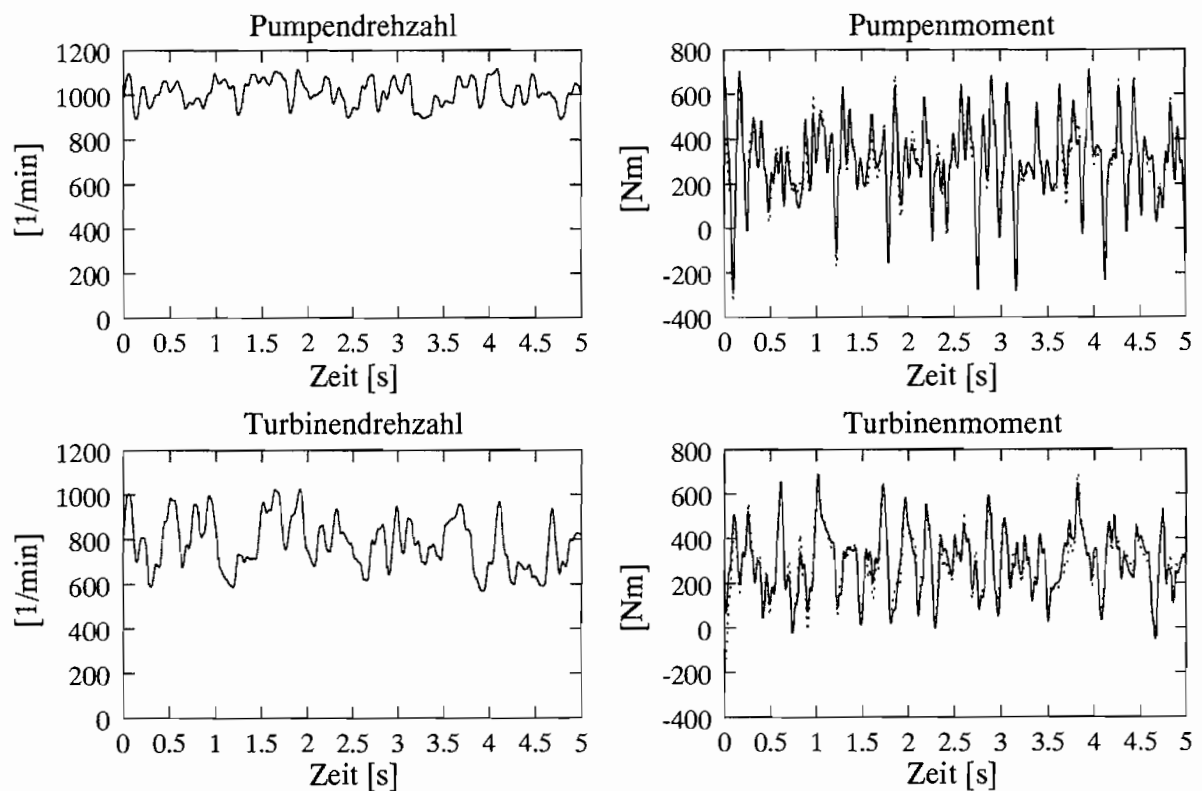


Abb. D.1: HASSELGRUBER-Modell mit Erregung 1 identifiziert

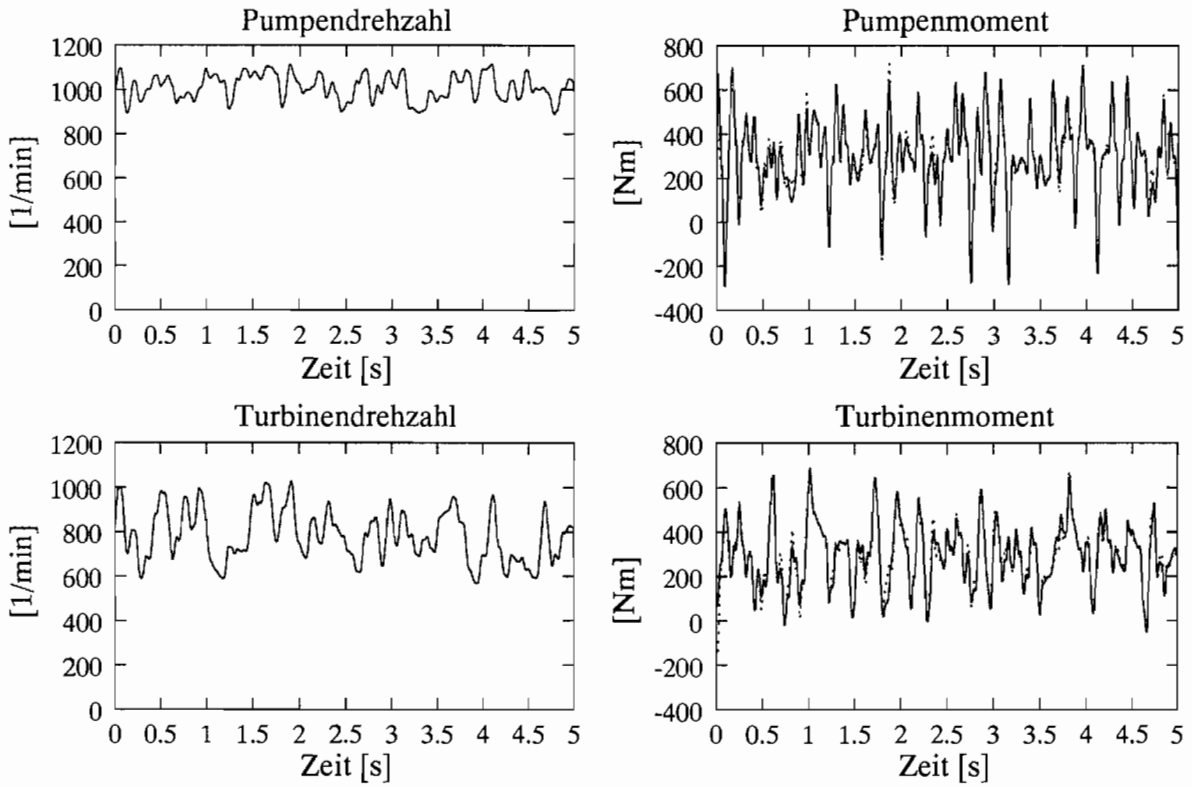


Abb. D.2: Kombiniertes Modell mit Erregung 1 identifiziert

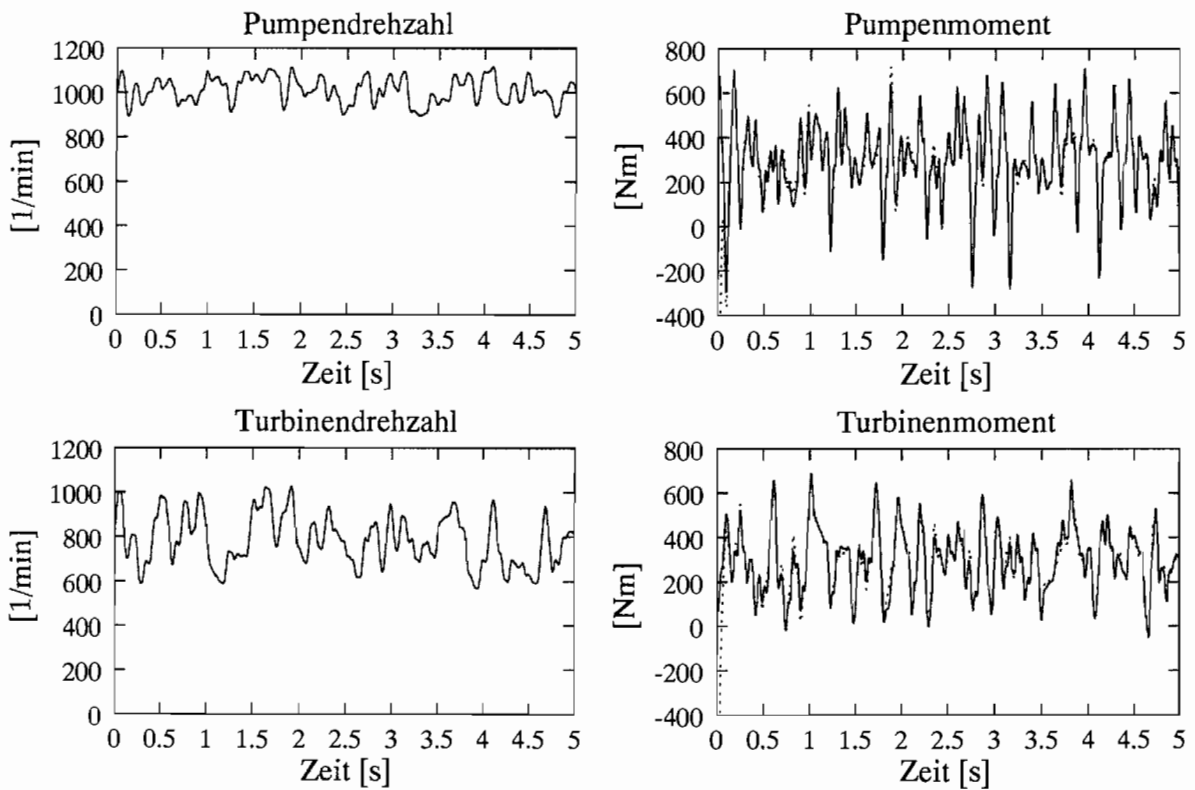


Abb. D.3: HERBERTZ-Modell mit Erregung 1 identifiziert

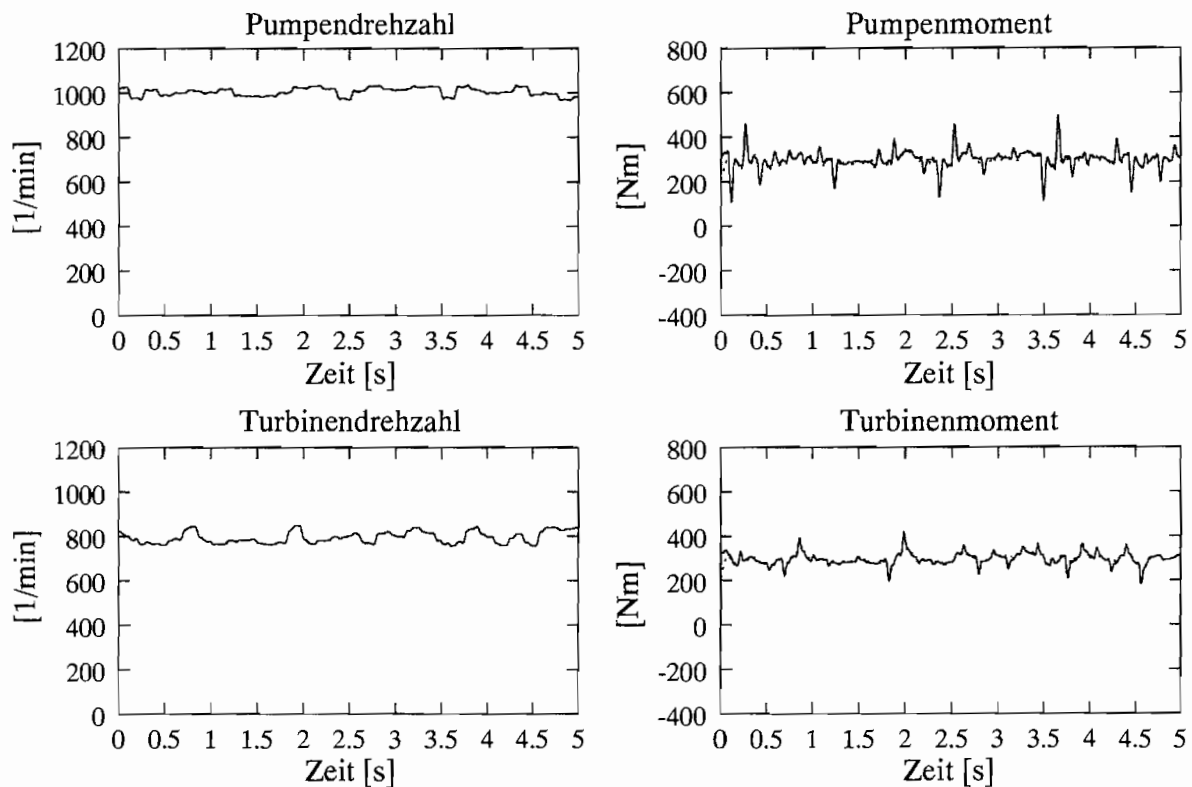


Abb. D.4: Kombiniertes Modell mit Erregung 2 identifiziert

D.2 Parameteridentifikation über lineare Modelle

In diesem Kapitel werden die Identifikationsergebnisse der drei Modelle, deren Modellparameter über lineare Modelle ermittelt worden sind (vgl. Kap. 7), im einzelnen dargestellt. Hierzu werden im folgenden die Identifikationsergebnisse für jedes Modell getrennt aufgeführt.

Zunächst werden nochmals die Drehzahlvorgaben der zur Identifikation verwendeten Erregungen in Tabellen angegeben. Da alle dynamischen Erregungen als fünfwertige Pseudozufallsfolgen vorgegeben werden, werden hier nur die Mittelwerte M und die einfachen Amplituden A der Folgen für die einzelnen Betriebsbereiche angegeben (vgl. Abb. 6.1). Die stationären Meßwerte werden durch den Bereich der Pumpen- und Turbinendrehzahlen über n_{stat} und der Anzahl N_{stat} der gleichmäßig über diesen Bereich verteilten Stützstellen gekennzeichnet.

Daran anschließend werden die Modellparameter der identifizierten linearen Modelle

$$\dot{\mathbf{z}} = \boldsymbol{\xi}_i + \mathbf{J}_i \mathbf{z} + \mathbf{B} \mathbf{M} \quad (\text{D.2})$$

mit

$$\boldsymbol{\xi}_i = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} & j_{13} \\ j_{21} & j_{22} & j_{23} \\ j_{31} & j_{32} & j_{33} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{32} \end{pmatrix} \quad (\text{D.3})$$

angegeben. Dabei werden von \mathbf{J}_i und ξ_i jeweils nur die ersten beiden Zeilen angegeben, da sich die Elemente der dritten Zeile entsprechend Gl. (7.42) aus den Elementen der ersten Zeile und den Elementen der Matrix \mathbf{B} berechnen lassen.

Im weiteren werden anhand von Simulationsrechnungen der zur Identifikation verwendeten Messungen, die den Meßwerten gegenübergestellt werden, die Modellgüten der linearen Modelle gezeigt (Messung (—) und Simulation (- - -)). Bei den Simulationsrechnungen werden die Drehzahlen als Eingangsgrößen verwendet und die Momente berechnet. Folglich werden die ersten und dritten Zeilen der linearen Modelle nach den Momenten umgestellt. Nun können (wenn die gemessenen Drehzahlen numerisch abgeleitet werden) die Momente berechnet werden. Da die linearen Modelle durch die Identifikation sehr gut an die Messungen angepaßt werden, sind häufig keine oder nur sehr geringe Abweichungen zwischen den simulierten Größen und den gemessenen Größen zu erkennen.

Im Anschluß daran werden die gesuchten Modellparameter \mathbf{Q} und \mathbf{B} der kombinierten Modellstruktur nochmals angegeben. Dabei werden – entsprechend den Ausführungen bei den linearen Modellen – auch nur die ersten beiden Zeilen der Matrix \mathbf{Q} angegeben.

Die Simulationsrechnungen der zur Identifikation verwendeten Messungen mit dem ermittelten kombinierten Modell schließen die Betrachtungen der einzelnen Identifikationsschritte ab.

D.2.1 Modell 1 (Kupplung 422TH)

Erregung der Kupplung			
Betriebsbereich	Parameter	Pumpe	Turbine
1	M [min ⁻¹] A [min ⁻¹]	1000 15	800 15
stat. Kennfeld	n_{stat} [min ⁻¹] N_{stat}	–	–

Tab. D.6: Erregung zum Modell 1

Modellparameter des linearen Modells			
\mathbf{J}_1	$j_{11} = -6,77110401554586$	$j_{21} = -0,225833561570936$	
	$j_{12} = -375,650038785924$	$j_{22} = -8,08501827416873$	
	$j_{13} = 3,90405564573974$	$j_{23} = 0,2397431503758163$	
ξ_1	$\xi_1 = 118,0770976087709$	$\xi_2 = 5,03375406916874$	
\mathbf{B}	$b_{11} = 1,09368397789425$	$b_{32} = -2,48843768137353$	

Tab. D.7: Lineares Modell zum Modell 1

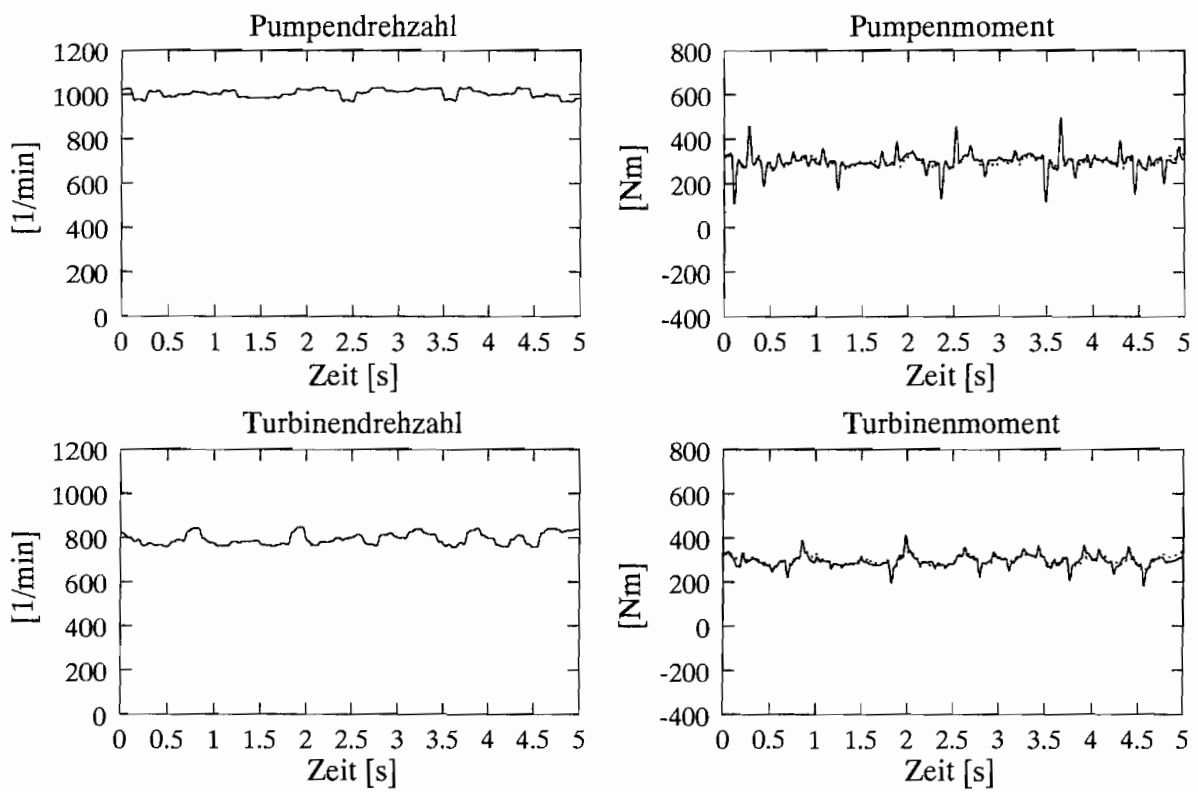


Abb. D.5: Betriebsbereich 1 - lineares Modell

Modellparameter des kombinierten Modells		
Q	$q_{11} = 7,525608078867662 \cdot 10^{-2}$	$q_{21} = -2,298238274349717 \cdot 10^{-3}$
	$q_{12} = 5,16967773064971$	$q_{22} = -0,163496137879065$
	$q_{13} = -0,285800074663712$	$q_{23} = 3,861307923291867 \cdot 10^{-3}$
	$q_{14} = 310,8495820611715$	$q_{24} = -1,86430454197762$
	$q_{15} = -10,9332564519718$	$q_{25} = 0,1200113286776627$
	$q_{16} = 0,2010349946649512$	$q_{26} = -1,044023956806583 \cdot 10^{-3}$
B	$b_{11} = 1,09368397789425$	$b_{32} = -2,48843768137353$

Tab. D.8: Modellparameter: Modell 1

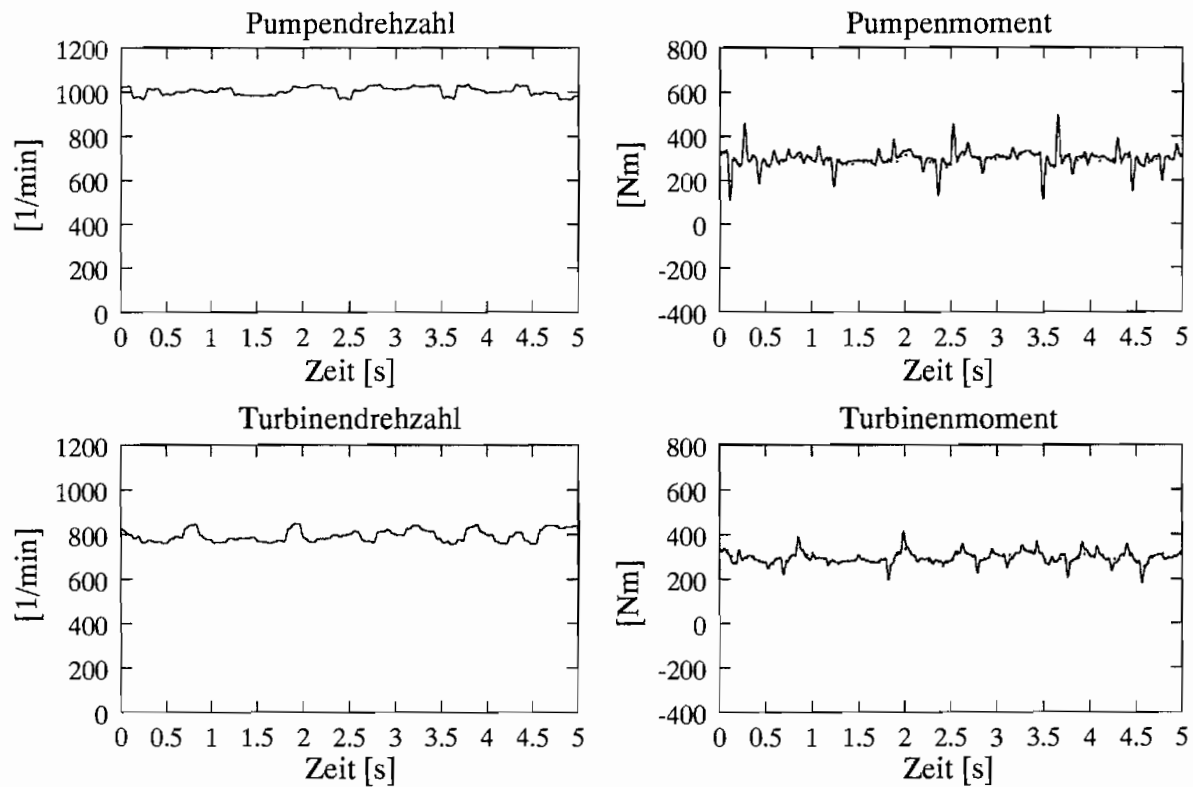


Abb. D.6: Betriebsbereich 1 – kombiniertes Modell 1

D.2.2 Modell 2 (Kupplung 422TH)

Erregung der Kupplung			
Betriebsbereich	Parameter	Pumpe	Turbine
1	M [min^{-1}]	1000	600
	A [min^{-1}]	15	15
2	M [min^{-1}]	1000	1000
	A [min^{-1}]	15	15
stat. Kennfeld	n_{stat} [min^{-1}]	900...1100	600...950
	N_{stat}	2500	

Tab. D.9: Erregung zum Modell 2

Modellparameter der linearen Modelle			
\mathbf{J}_1	$j_{11} = -4,0814080547315$	$j_{21} = 4,541235167642774 \cdot 10^{-2}$	
	$j_{12} = -550,690909524481$	$j_{22} = -3,67982570370844$	
	$j_{13} = 3,90006328448102$	$j_{23} = -5,430222860708205 \cdot 10^{-2}$	
ξ_1	$\xi_1 = -59,2561960964921$	$\xi_2 = -0,7899007743141$	
\mathbf{J}_2	$j_{11} = -1,36033874586265$	$j_{21} = 0,442551662917113$	
	$j_{12} = -1132,39701310537$	$j_{22} = -17,1566861929558$	
	$j_{13} = 2,54677299564601$	$j_{23} = -0,439148268802528$	
ξ_2	$\xi_1 = -109,970485048368$	$\xi_2 = -6,948939211570750 \cdot 10^{-2}$	
\mathbf{B}	$b_{11} = 1,04981087070422$	$b_{32} = -2,65700714657275$	

Tab. D.10: Lineare Modelle zum Modell 2

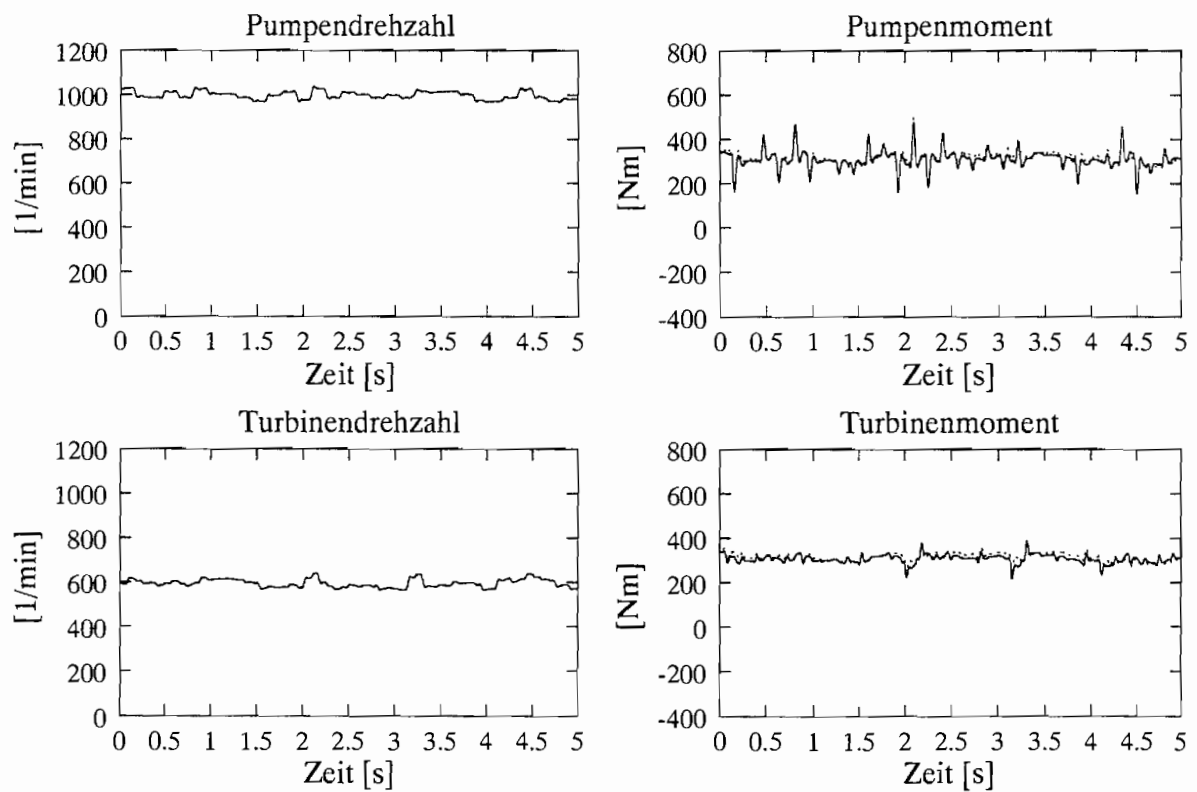


Abb. D.7: Betriebsbereich 1 - lineares Modell 1

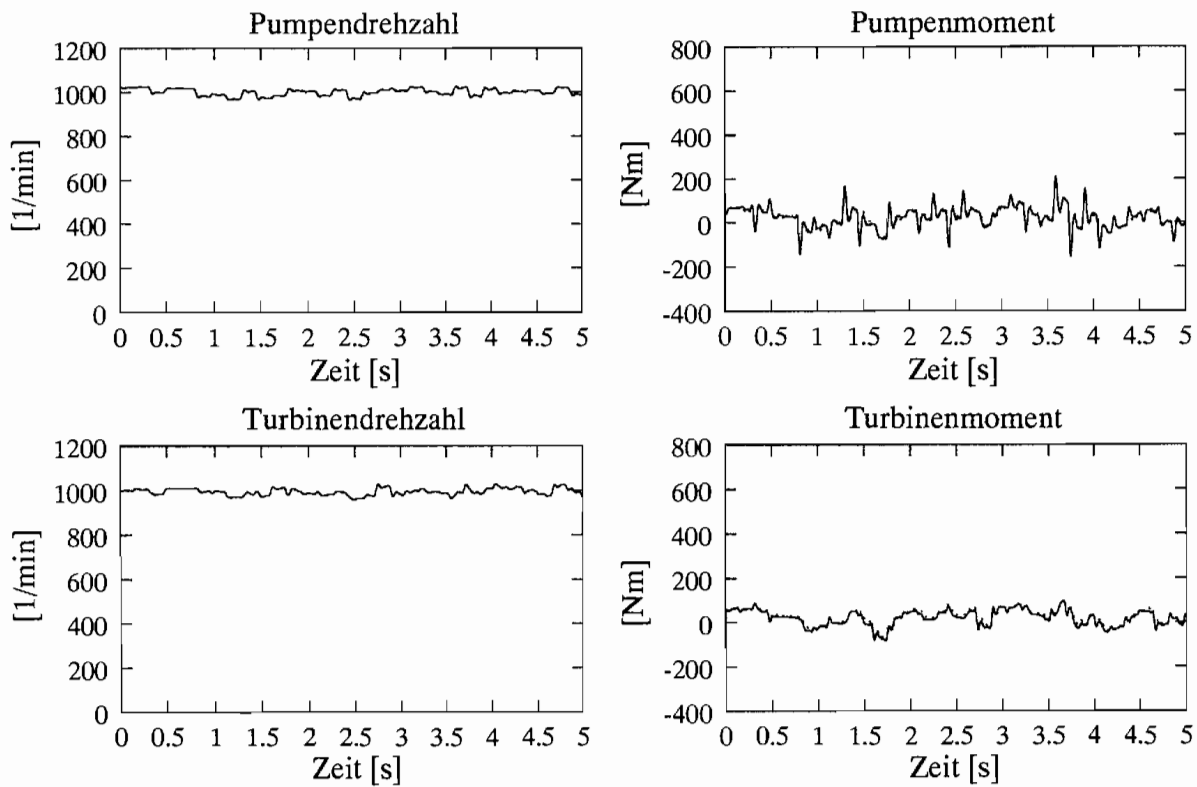


Abb. D.8: Betriebsbereich 2 – lineares Modell 2

Modellparameter des kombinierten Modells		
Q	$q_{11} = -0,128892789839796$	$q_{21} = -6,432120830540330 \cdot 10^{-4}$
	$q_{12} = 50,14164625400735$	$q_{22} = 1,265837826905436 \cdot 10^{-2}$
	$q_{13} = 0,1707285132625315$	$q_{23} = 1,826228785650356 \cdot 10^{-3}$
	$q_{14} = -5738,79959151056$	$q_{24} = -3,01464995208215$
	$q_{15} = -56,3273358934457$	$q_{25} = -4,483746870157822 \cdot 10^{-2}$
	$q_{16} = -4,049232022086357 \cdot 10^{-2}$	$q_{26} = -1,177682149646693 \cdot 10^{-3}$
B	$b_{11} = 1,04981087070422$	$b_{32} = -2,65700714657275$

Tab. D.11: Modellparameter: Modell 2

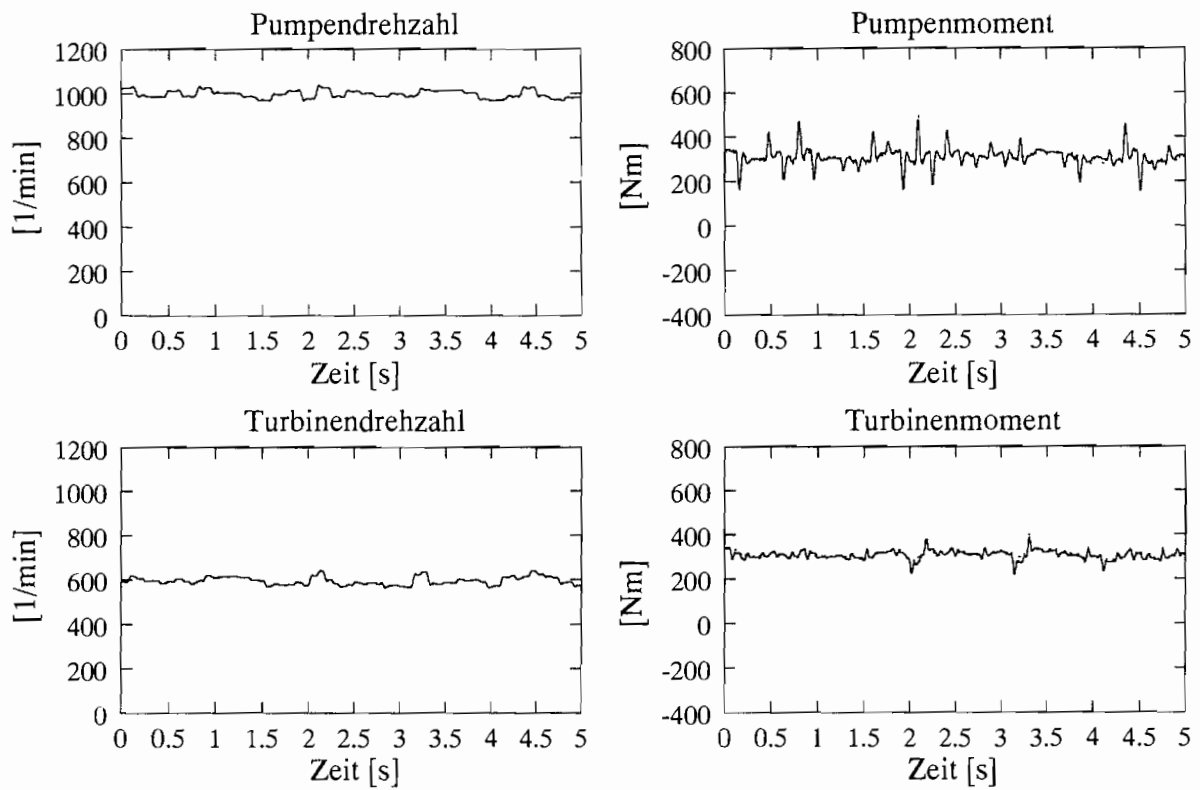


Abb. D.9: Betriebsbereich 1 – kombiniertes Modell 2

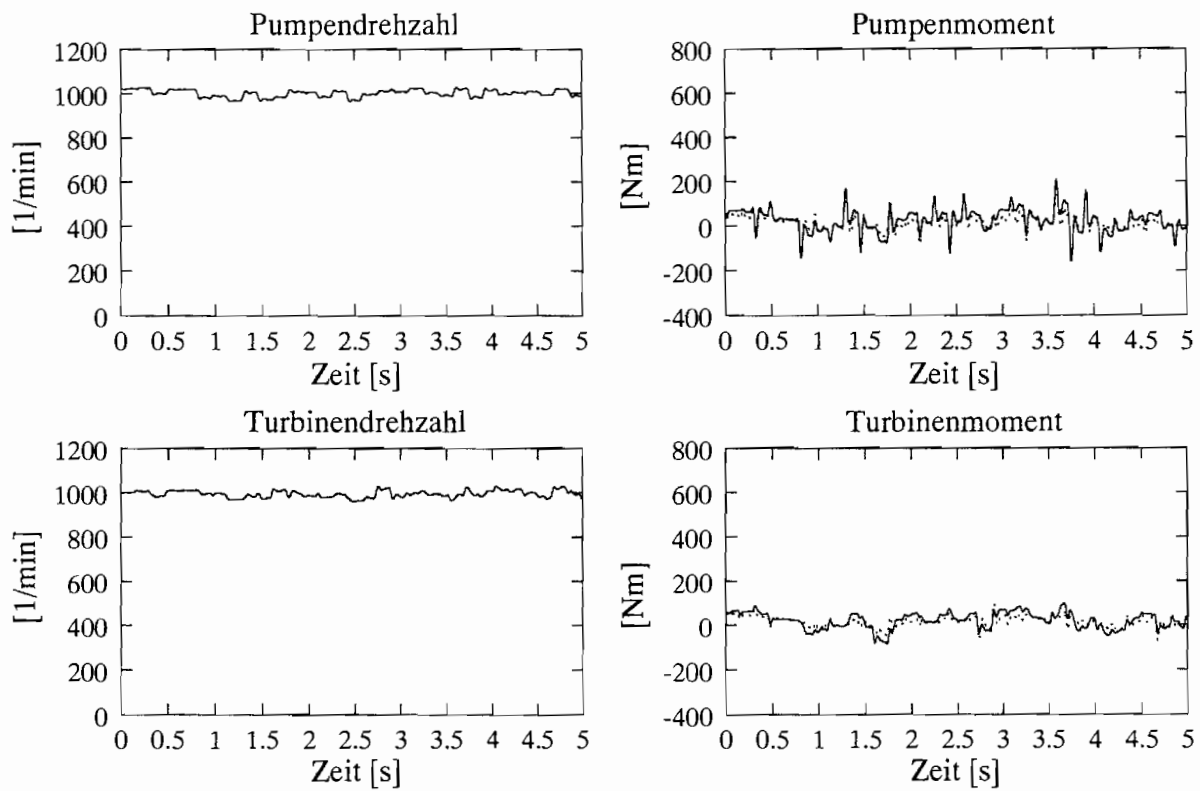


Abb. D.10: Betriebsbereich 2 – kombiniertes Modell 2

D.2.3 Modell 3 (Kupplung 422TH)

Erregung der Kupplung			
Betriebsbereich	Parameter	Pumpe	Turbine
1	M [min ⁻¹]	1000	600
	A [min ⁻¹]	15	15
2	M [min ⁻¹]	1000	1000
	A [min ⁻¹]	15	15
3	M [min ⁻¹]	1100	800
	A [min ⁻¹]	15	15
stat. Kennfeld	n_{stat} [min ⁻¹]	900...1100	600...950
	N_{stat}	10000	

Tab. D.12: Erregung zum Modell 3

Modellparameter der linearen Modelle			
J₁	$j_{11} = -4,26188346267406$	$j_{21} = 1,030667403284283 \cdot 10^{-2}$	
	$j_{12} = -671,744133767497$	$j_{22} = -1,3621363870231$	
	$j_{13} = 4,18712070813952$	$j_{23} = -3,720117240195792 \cdot 10^{-2}$	
ξ₁	$ξ_1 = -42,9410889743709$	$ξ_2 = 1,46280354132014$	
J₂	$j_{11} = -1,97082260680338$	$j_{21} = 0,4071873026930609$	
	$j_{12} = -1144,06380448807$	$j_{22} = -15,990360314249$	
	$j_{13} = 2,9228010833519$	$j_{23} = -0,414475821473427$	
ξ₂	$ξ_1 = -85,2469051144111$	$ξ_2 = 1,02999414941041$	
J₃	$j_{11} = -6,28846462738832$	$j_{21} = -2,352181361183351 \cdot 10^{-2}$	
	$j_{12} = -1227,8769566773$	$j_{22} = -0,381274945924449$	
	$j_{13} = 3,07238242413163$	$j_{23} = 1,048160773843620 \cdot 10^{-2}$	
ξ₃	$ξ_1 = 313,0502926524513$	$ξ_2 = 1,88833886808594$	
B	$b_{11} = 1,07182569530482$	$b_{32} = -2,61513517441464$	

Tab. D.13: Lineare Modelle zum Modell 3

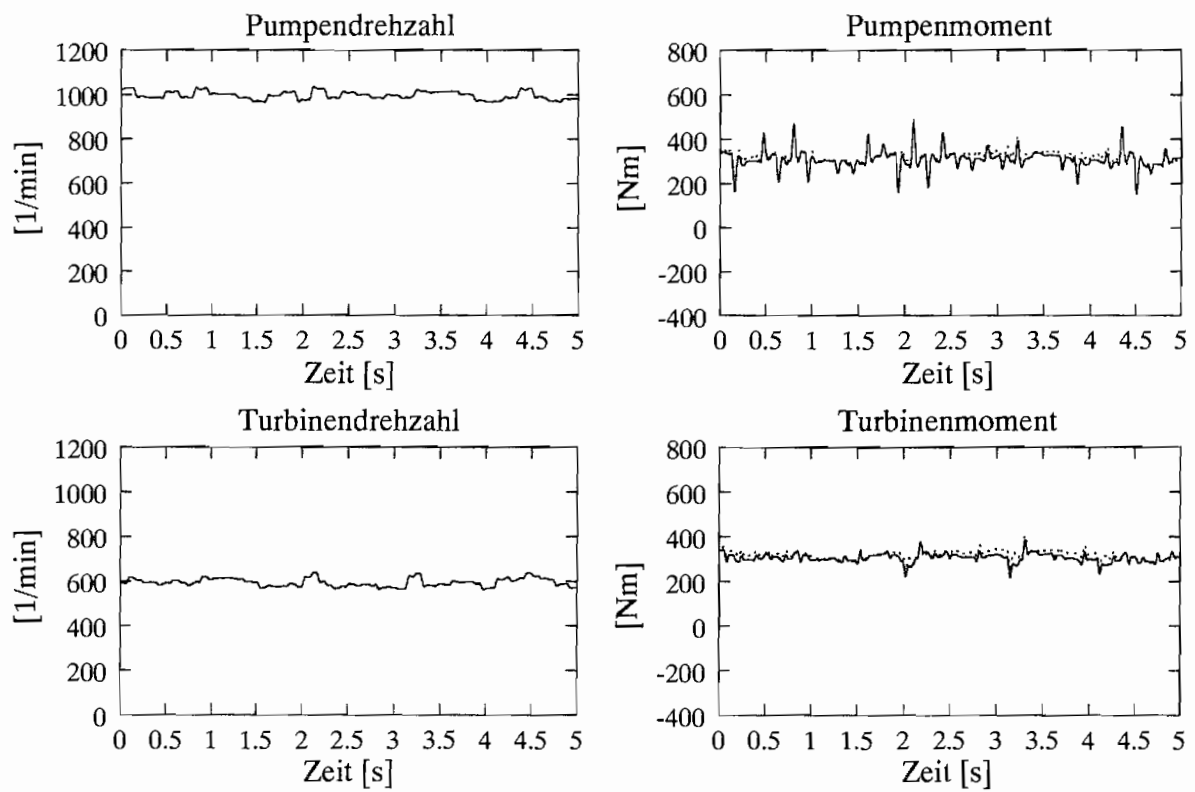


Abb. D.11: Betriebsbereich 1 – lineares Modell 1

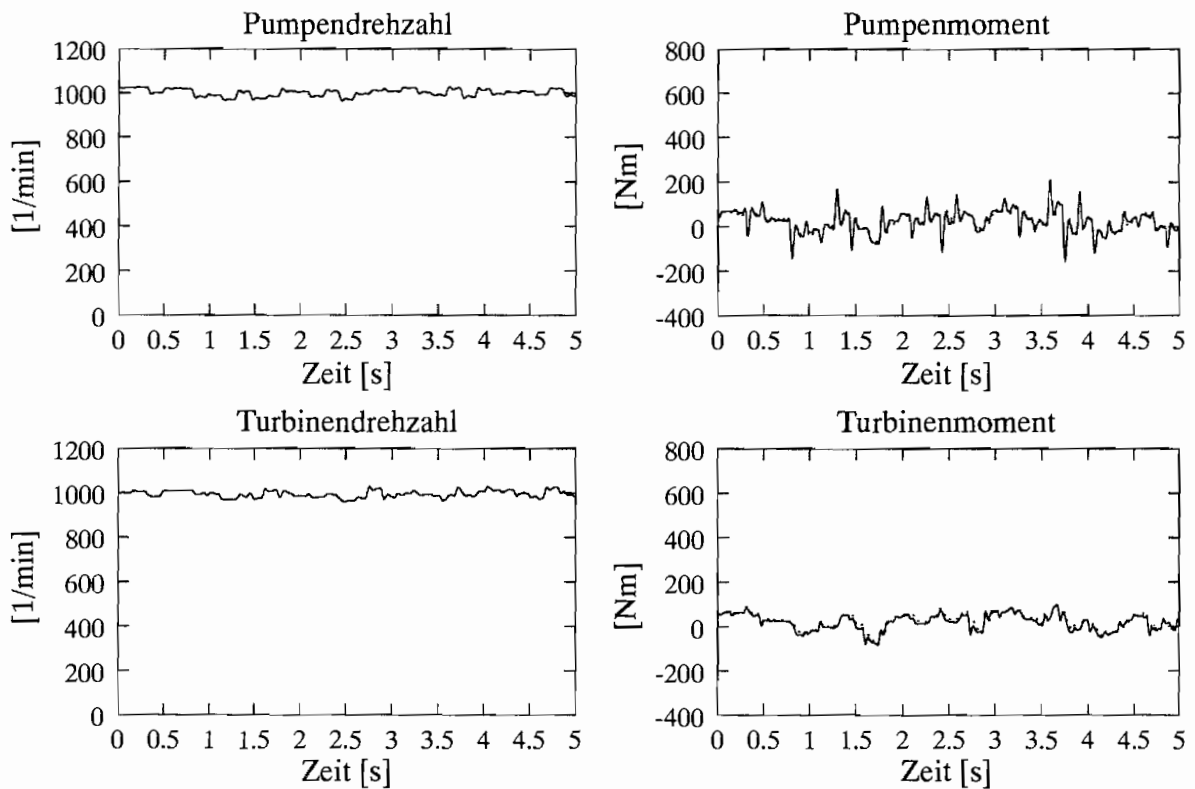


Abb. D.12: Betriebsbereich 2 – lineares Modell 2

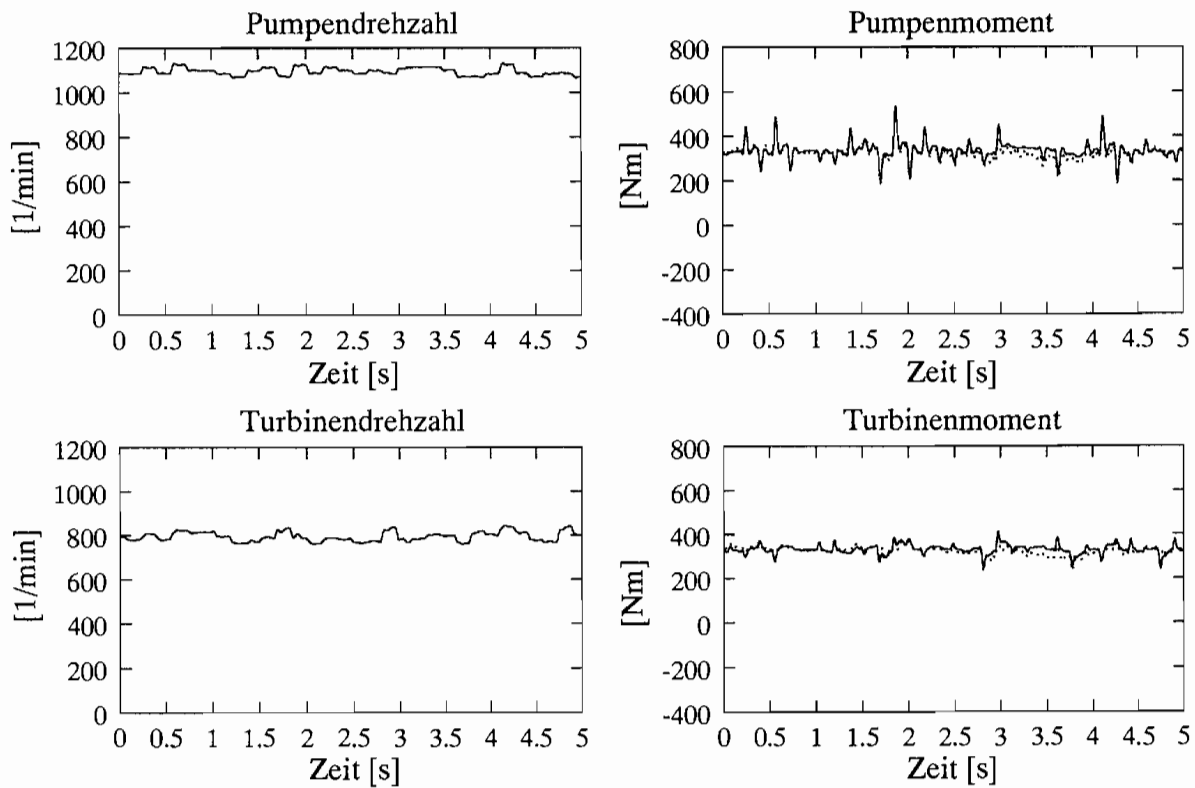


Abb. D.13: Betriebsbereich 3 - lineares Modell 3

Modellparameter des kombinierten Modells		
Q	$q_{11} = 9,968876507737433 \cdot 10^{-2}$	$q_{21} = 6,363857544577607 \cdot 10^{-5}$
	$q_{12} = 48,71747910662452$	$q_{22} = -0,114854836287982$
	$q_{13} = 8,671119589536147 \cdot 10^{-2}$	$q_{23} = 8,472758053671216 \cdot 10^{-5}$
	$q_{14} = -4889,96446556225$	$q_{24} = 13,51928721734716$
	$q_{15} = -55,1015106717932$	$q_{25} = 8,682018256501123 \cdot 10^{-2}$
	$q_{16} = 1,423016484110917 \cdot 10^{-2}$	$q_{26} = -1,453304582657312 \cdot 10^{-4}$
	B	$b_{11} = 1,07182569530482$

Tab. D.14: Modellparameter: Modell 3

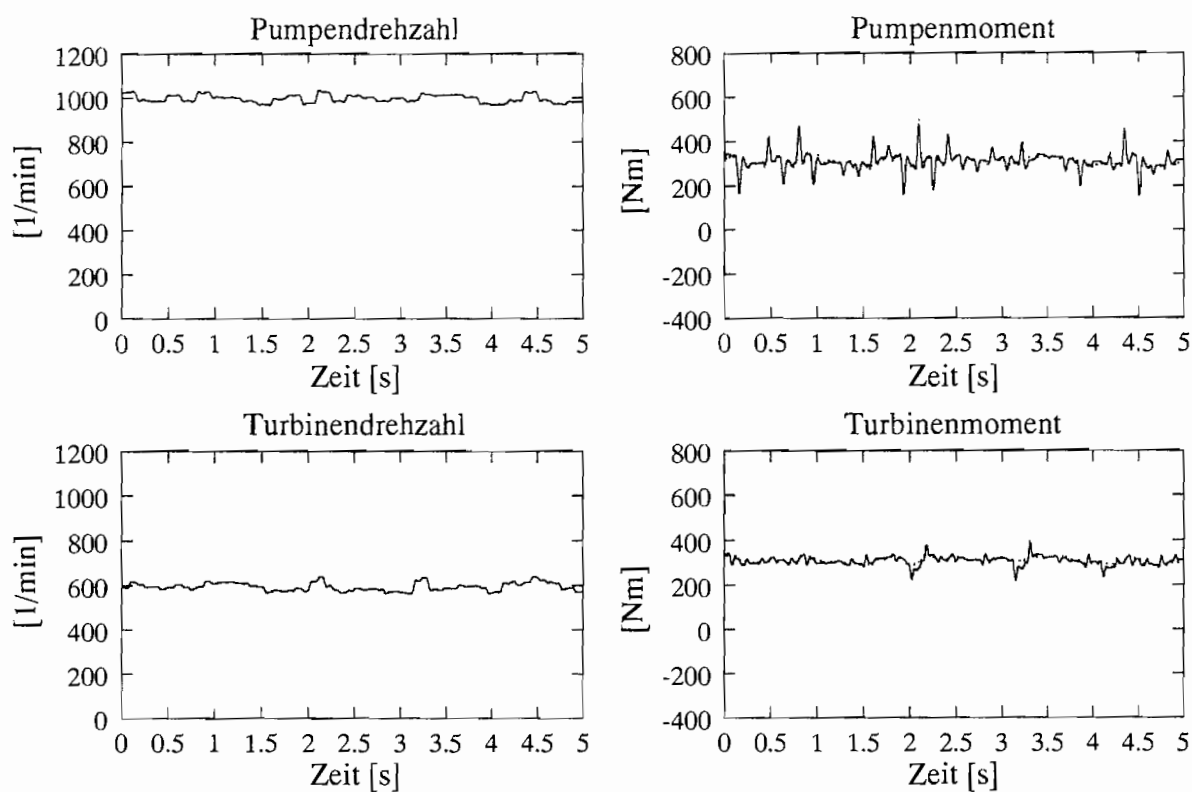


Abb. D.14: Betriebsbereich 1 – kombiniertes Modell 3

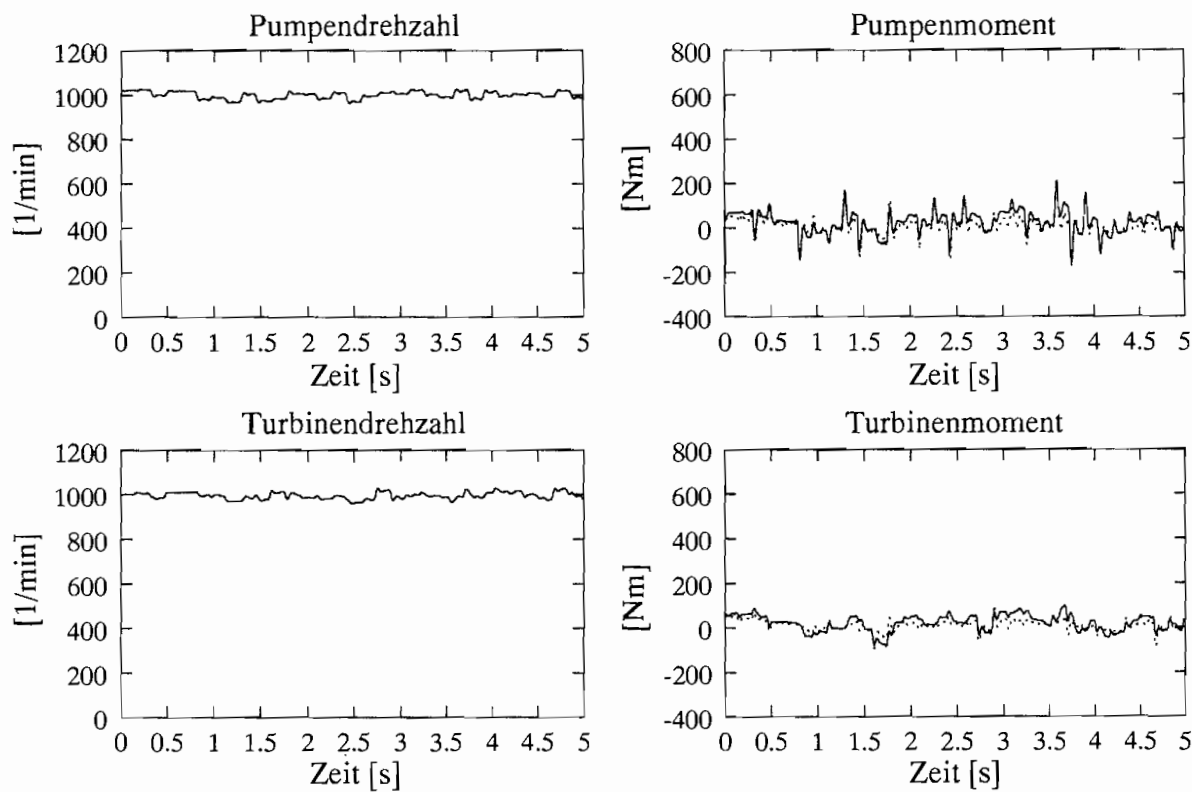


Abb. D.15: Betriebsbereich 2 – kombiniertes Modell 3

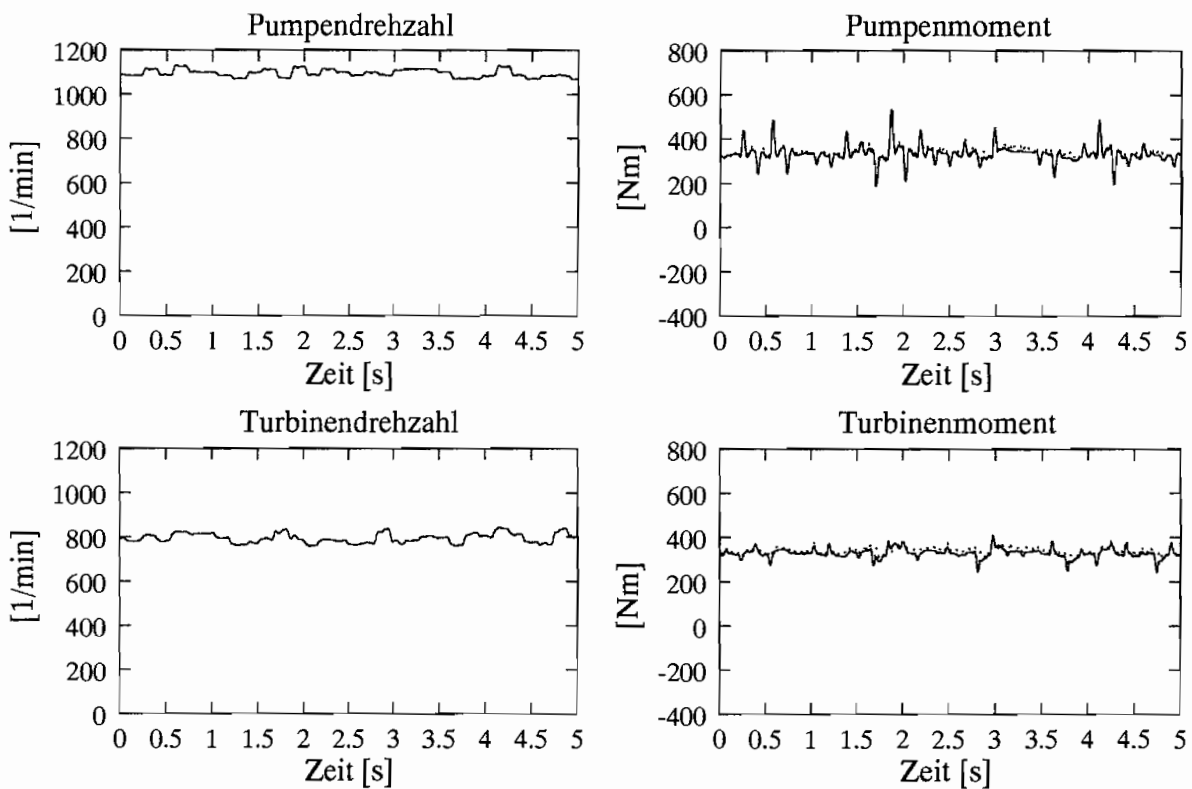


Abb. D.16: Betriebsbereich 3 – kombiniertes Modell 3

D.2.4 Anmerkungen zu Modell 2 und 3

Das Modell 3 wird mit Hilfe von drei dynamischen Messungen an drei verschiedenen Betriebspunkten bestimmt. Zwei dieser Messungen werden ebenfalls zur Bestimmung des Modells 2 verwendet. Vergleicht man jedoch die Modellparameter der linearen Modelle, die mit diesen Messungen identifiziert worden sind, so ist zu erkennen, daß leichte Unterschiede bei den Modellparametern auftreten, auch wenn die gleichen Messungen zugrunde liegen. Dies liegt daran, daß bei der in dieser Arbeit verwendeten Identifikation für jeden Betriebspunkt die gleiche Matrix \mathbf{B} identifiziert wird. Damit sind die Modellparameter der linearen Modelle, die mit den ersten beiden Messungen identifiziert werden, mit denen des 3. linearen Modells über die Matrix \mathbf{B} gekoppelt. Auch wenn die Matrix \mathbf{B} eigentlich unabhängig vom Betriebspunkt ist, so treten bei den Identifikationen doch leichte Differenzen bei unterschiedlichen Betriebspunkten auf. Daher entsteht eine leichte Abhängigkeit der Parameter der linearen Modelle untereinander, die die Differenzen zwischen den linearen Modellen zur Bestimmung des Modells 2 und denen zur Bestimmung des Modells 3 erklären.

D.2.5 Modell 4 (Kupplung 366TJ)

Erregung der Kupplung			
Betriebsbereich	Parameter	Pumpe	Turbine
1	M [min ⁻¹]	1000	600
	A [min ⁻¹]	15	15
2	M [min ⁻¹]	1000	1000
	A [min ⁻¹]	15	15
stat. Kennfeld	n_{stat} [min ⁻¹]	900...1100	600...950
	N_{stat}	2500	

Tab. D.15: Erregung zum Modell 4

Modellparameter der linearen Modelle			
\mathbf{J}_1	$j_{11} = -6,41310366472811$	$j_{21} = 1,415794539628075 \cdot 10^{-3}$	
	$j_{12} = 4614,089205563883$	$j_{22} = -1,62555195035959$	
	$j_{13} = 2,59850293913092$	$j_{23} = 4,727130022847876 \cdot 10^{-3}$	
ξ_1	$\xi_1 = -295,340890270197$	$\xi_2 = -0,272007534317823$	
\mathbf{J}_2	$j_{11} = 1,0496885631699$	$j_{21} = 0,3347934736276503$	
	$j_{12} = -1303,69854460842$	$j_{22} = -23,1402761114364$	
	$j_{13} = 2,42846086941726$	$j_{23} = -0,336175684625106$	
ξ_2	$\xi_1 = -366,92307010261$	$\xi_2 = 0,2352346957166052$	
\mathbf{B}	$b_{11} = 1,75627228342225$	$b_{32} = -3,96515221148233$	

Tab. D.16: Lineare Modelle zum Modell 4

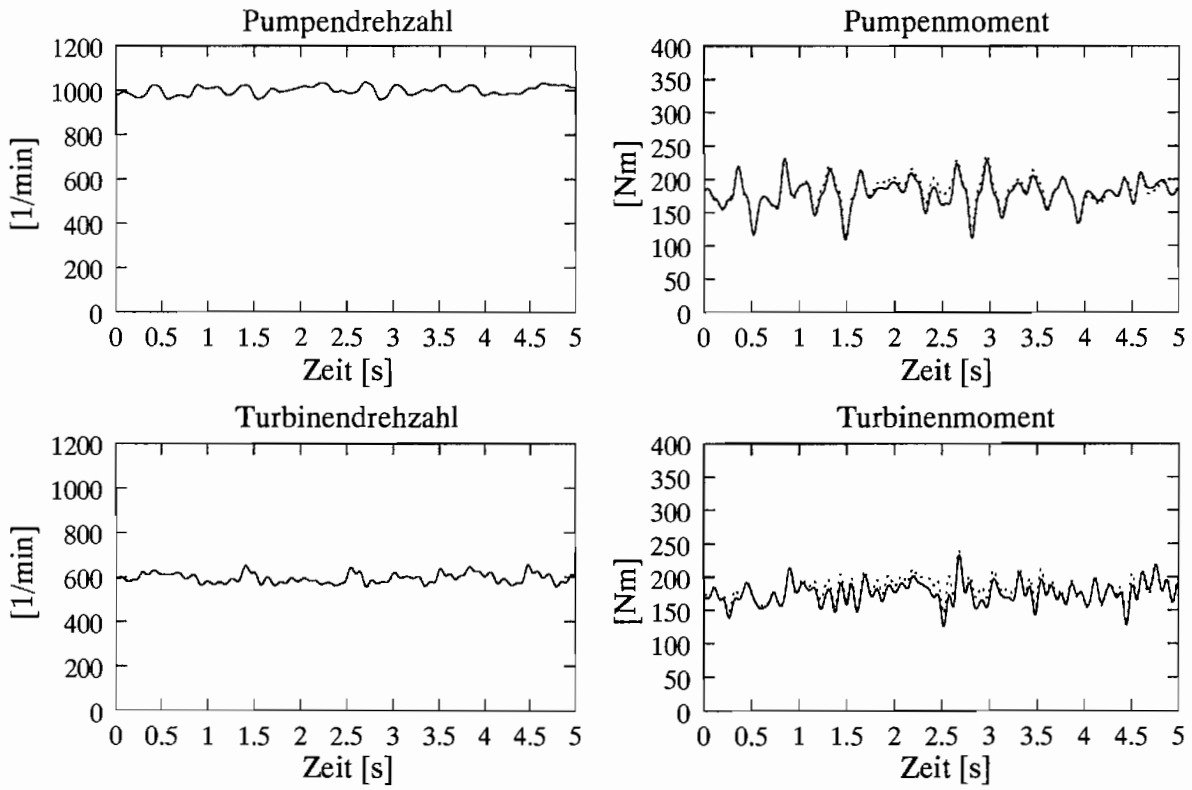


Abb. D.17: Betriebsbereich 1 - lineares Modell 1

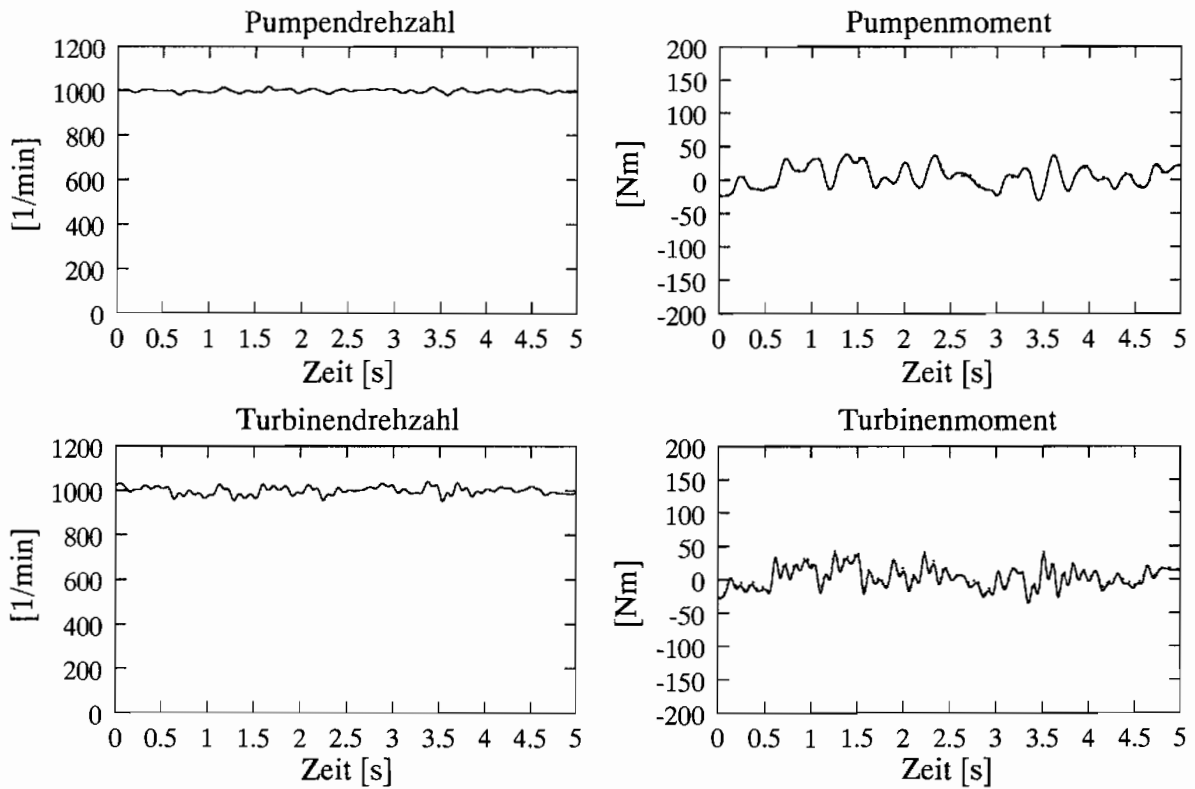


Abb. D.18: Betriebsbereich 2 - lineares Modell 2

Modellparameter des kombinierten Modells		
Q	$q_{11} = -6,962146127963819 \cdot 10^{-2}$	$q_{21} = 8,832695812353458 \cdot 10^{-4}$
	$q_{12} = 5,11126984046132$	$q_{22} = -1,52995685298364$
	$q_{13} = 0,1098777148844192$	$q_{23} = 1,451517389175465 \cdot 10^{-4}$
	$q_{14} = -4168,87787910365$	$q_{24} = 104,4624991437059$
	$q_{15} = -17,9244207335505$	$q_{25} = 1,3814714044689$
	$q_{16} = -4,010996512553788 \cdot 10^{-2}$	$q_{26} = -1,024203003962129 \cdot 10^{-3}$
B	$b_{11} = 1,75627228342225$	$b_{32} = -3,96515221148233$

Tab. D.17: Modellparameter: Modell 4

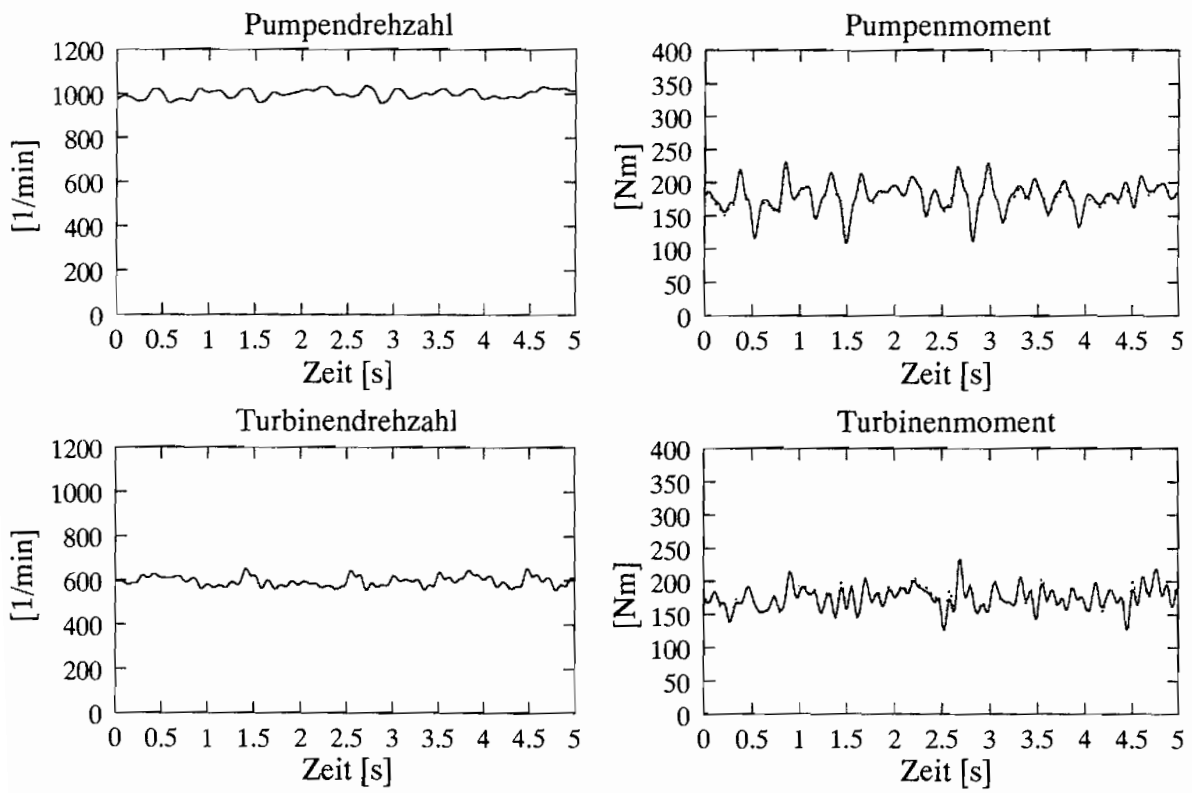


Abb. D.19: Betriebsbereich 1 – kombiniertes Modell 4

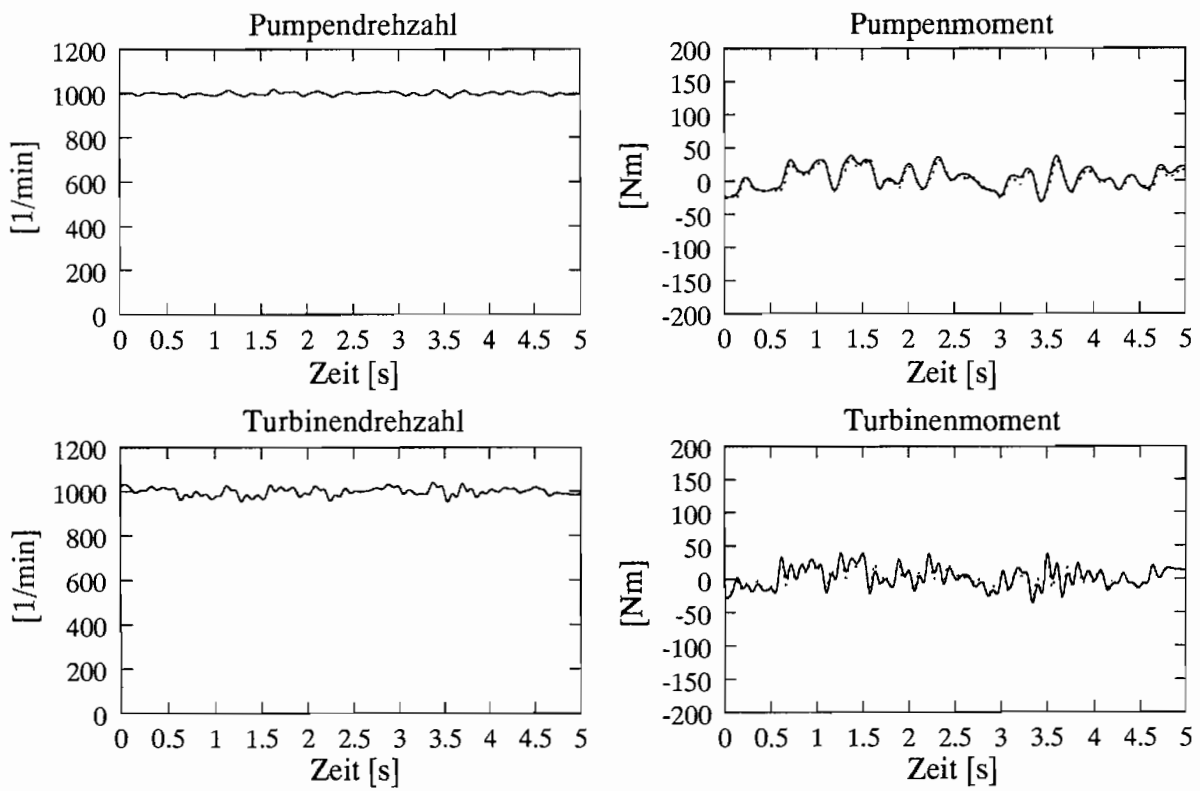


Abb. D.20: Betriebsbereich 2 – kombiniertes Modell 4

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1 Theodor Lehmann:
Große elasto-plastische Formänderungen (Dezember 1976)
- Nr. 2 Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations. Basic Concepts (Juni 1978)
- Nr. 3 Wolfgang Krings:
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten
Stoffverhalten (Januar 1976)
- Nr. 4 Burkhard Lücke:
Theoretische und experimentelle Untersuchungen der zyklischen elastoplastischen
Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen (Januar 1976)
- Nr. 5 Knut Schwarze:
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter
Profilmittellinie (Februar 1976)
- Nr. 6 Hubert Sommer:
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen
Formänderungen (Januar 1977)
- Nr. 7 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendungen zur Berechnung
orthotroper Platten (März 1977)
- Nr. 8 Albert Meyers:
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnelllaufenden Zentrifugenschalen (April 1977)
- Nr. 9 Berend Fischer:
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchungen eines dickwandigen Zylinders bei
endlichen Verzerrungen (April 1977)
- Nr. 10 Wojciech Pietraszkiewicz:
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells (Mai 1977)
- Nr. 11 Wilfried Ullenboom:
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung (Juni 1977)
- Nr. 12 Jürgen Güldenpfennig:
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter
elastoplastischer Wellen (Juli 1977)
- Nr. 13 Pawel Rafalski:
Minimum Principles in Plasticity (März 1978)
- Nr. 14 Peter Hilgers:
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse (Juli
1978)
- Nr. 15 Hans-Albert Lauert:
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung
von Spannungsrestriktionen (August 1979)
- Nr. 16 Martin Fritz:
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen
Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen (Juli 1979)

- Nr. 17 H. Stumpf/F. J. Biehl:
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates (Dezember 1979)
- Nr. 18 Uwe Kohlberg:
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates (Juli 1979)
- Nr. 19 Heinz Antes:
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalentragwerken (Januar 1980)
- Nr. 20 Czeslaw Wozniak:
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods (März 1980)
- Nr. 21 Maria K. Duszek:
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity (Juni 1980)
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung (Dezember 1980)
- Nr. 23 Jürgen Preuss:
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode (Februar 1981)
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen (Februar 1981)
- Nr. 25 Dieter Weichert:
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems (März 1981)
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells (Juni 1981)
- Nr. 27 Georg Zander:
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast (September 1981)
- Nr. 28 Pawel Rafalski:
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem (September 1981)
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft (November 1981)
- Nr. 30 F.-J. Biehl:
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem (Dezember 1981)
- Nr. 31 Maria K. Duszek:
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory (Juni 1982)
- Nr. 32 Reinhard Piltner:
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen (Juli 1982)

- Nr. 33 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzip der Thermoplastizität
I. Wärmeausbreitung und Plastizität (Dezember 1982)
- Nr. 34 Helmut Stumpf:
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells (Dezember 1982)
- Nr. 35 Bernd Kaempf:
Ein Exremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente (März 1983)
- Nr. 36 Alfred Kraft:
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten (Juli 1983)
- Nr. 37 Petrisor Mazilu:
Variationsprinzip der Thermoplastizität
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse (August 1983)
- Nr. 38 Klaus-Detlef Mickley:
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen (November 1983)
- Nr. 39 Lutz-Peter Nolte:
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen (Dezember 1983)
- Nr. 40 Ulrich Blix:
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode (Dezember 1983)
- Nr. 41 Peter Becker:
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden (Februar 1984)
- Nr. 42 Diemar Bouchard:
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepaßten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme (Februar 1984)
- Nr. 43 Uwe Zdebel:
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz (Dezember 1984)
- Nr. 44 Jan Kubik:
Thermodiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent (April 1985)
- Nr.45 Horst J. Klepp:
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme (Juni 1985)
- Nr. 46 J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems (Juli 1985)
- Nr. 47 Franz Karl Labisch:
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren (August 1985)
- Nr. 48 J. Chroscielewski/L.-P. Nolte:
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY (Oktober 1985)

- Nr. 49 Karl-Heinz Bürger:
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung
(Dezember 1985)
- Nr. 50 Ulrich Schmid:
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern (Februar 1987)
- Nr. 51 Jörg Frischbier:
Theorie der Stoßbelastung ortotroper Platten und ihr experimentelle Überprüfung am
Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte (März 1987)
- Nr. 52 W. Tampczynski:
Strain history effect in cyclic plasticity (Juli 1987)
- Nr. 53 Dieter Weichert:
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie (Dezember 1987)
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:
Wellenausbreitung in akustischen Medien
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich (Januar 1988)
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells (März 1988)
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Finite strain theory of rods (April 1988)
- Nr. 57 Andreas Pape:
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit
Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells (Mai 1988)
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken (Juni 1988)
- Nr. 59 Peihua LIU:
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last (Juli
1988)
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und
Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen (August 1988)
- Nr. 61 Martin Pitzer:
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes (Juli
1988)
- Nr. 62 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory (Dezember
1988)
- Nr. 63 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988 (Januar 1989)
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:
Variational principles of fracture mechanics (Juli 1989)
- Nr. 65 Guido Obermüller:
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten (Juni 1989)

- Nr. 66 Herbert Diehl:
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder (Juni 1989)
- Nr. 67 Michael Geis:
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode (November 1989)
- Nr. 68 Günter Renker:
Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme (November 1989)
- Nr. 69 Berthold Schieck:
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien (November 1989)
- Nr. 70 Frank Szepan:
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung (Dezember 1989)
- Nr. 71 Christian Scholz:
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen (Dezember 1989)
- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory (Dezember 1989)
- Nr. 73 Werner Fornefeld:
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells (Januar 1990)
- Nr. 74 J. Saczuk/H. Stumpf:
On statical shakedown theorems for non-linear problems (April 1990)
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua (April 1991)
- Nr. 76 Ulfert Rott:
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen (April 1991)
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1991)
- Nr. 78 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991 (Dezember 1991)
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chroscielewski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chroscielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation
Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenebau (Mai 1992)
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie (Juli 1992)

- Nr. 83 J. Pohé:
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis (Februar 1993)
- Nr. 84 U. Kikillus:
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15 (Mai 1993)
- Nr. 85 T. Guo:
Untersuchung des singulären Rißspitzenfeldes bei stationärem Rißwachstum in verfestigendem Material (Juni 1993)
- Nr. 86 Achim Menne:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern (Januar 1994)
- Nr. 87 Uwe Folchert:
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kopplungen (Januar 1994)
- Nr. 88 Jörg Körber:
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung angewendet auf viskoplastische Materialmodelle (April 1994)
- Nr. 89 Peer Schieße:
ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung (April 1994)
- Nr. 90 Egbert Schopphoff:
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1994)
- Nr. 91 Christoph Beerens:
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik (Juli 1994)
- Nr. 92 K. C. Le/H. Stumpf:
Finite elastoplasticity with microstructure (November 1994)
- Nr. 93 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994 (Dezember 1994)
- Nr. 94 Armin Lenzen:
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von Strukturveränderungen (Dezember 1994)
- Nr. 95 J. Makowski/H. Stumpf:
Mechanics of Irregular Shell Structures (Dezember 1994)
- Nr. 96 J. Chroscielewski/J. Makowski/H. Stumpf:
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells (Dezember 1994)
- Nr. 97 W. Krings/A. Lenzen/u. a.:
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller (Februar 1995)
- Nr. 98 Ralf Podleschny:
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse (April 1995)
- Nr. 99 Bernd Westerhoff:
Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl (Juli 1995)
- Nr. 100 Marc Mittelbach:
Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell (Dezember 1995)

- Nr. 101 Ulrich Hoppe:
Über grundlegende Konzepte der nichtlinearen Kontinuumsmechanik und Schalentheorie
(Mai 1996)
- Nr. 102 Marcus Otto:
Erweiterung des Kaustikenverfahrens zur Analyse räumlicher Spannungskonzentrationen
(Juni 1996)
- Nr. 103 Horst Lanzerath:
Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode
(Juli 1996)
- Nr. 104 Andreas Wichtmann
Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der
Reckalterung (August 1996)
- Nr. 105 Bjarne Fosså
Ein Beitrag zur Fließflächenmessung bei vorgedehnten Stoffen (Oktober 1996)
- Nr. 106 Khanh Cha Le:
Kontinuumsmechanisches Modellieren von Medien mit veränderlicher Mikrostruktur
(Dezember 1996)
- Nr. 107 Holger Behrens:
Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allge-
meinen diskreten Modellansätzen (Januar 1997)
- Nr. 108 Johannes Moosheimer:
Gesteuerte Schwingungsdämpfung mit Elektrorheologischen Fluiden (Juli 1997)
- Nr. 109 Dirk Klaus Anding:
Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze
(Oktober 1997)
- Nr. 110 Stephan Weng:
Ein Evolutionsmodell zur mechanischen Analyse biologischer Strukturen
(Dezember 1997)
- Nr. 111 Michael Straßberger:
Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit
Hilfe piezo-keramischer Aktoren (Dezember 1997)
- Nr. 112 Hans-Jörg Becker:
Simulation des Deformationsverhaltens polykristallinen Eises auf der Basis eines
monokristallinen Stoffgesetzes (Dezember 1997)
- Nr. 113 Thomas Nerzak:
Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder in metallischen
Werkstoffen bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen (Dezember 1997)
- Nr. 114 O. T. Bruhns:
Große plastische Formänderungen (März 1998)
- Nr. 115 Jan Steinhausen:
Die Beschreibung der Dynamik von Antriebssträngen durch Black-Box-Modelle
hydrodynamischer Kupplungen (August 1998)
- Nr. 116 Thomas Pandorf:
Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Kerbspitzenbeanspruchung bei
schlagbelasteten Biegeproben (August 1998)

- Nr. 117 Claus Oberste-Brandenburg:
Ein Materialmodell zur Beschreibung der Austenit-Martensit Phasentransformation unter Berücksichtigung der transformationsinduzierten Plastizität (Juni 1999)
- Nr. 118 Michael Märtens:
Regelung mechanischer Strukturen mit Hilfe piezokeramischer Stapelaktoren (Dezember 1999)
- Nr. 119 Dirk Kamarys:
Detektion von Systemveränderungen durch neue Identifikationsverfahren in der experimentellen Modalanalyse (Dezember 1999)
- Nr. 120 Wolfgang Hiese
Gültigkeitskriterien zur Bestimmung von Scherbruchzähigkeiten (Januar 2000)
- Nr. 121 Peter Jaschke
Mathematische Modellierung des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen mit hybriden Modellansätzen (Februar 2000)
- Nr. 122 Stefan Müller
Zum Einsatz von semi-aktiven Aktoren zur optimalen Schwingungsreduktion in Tragwerken (Februar 2000)

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 121**