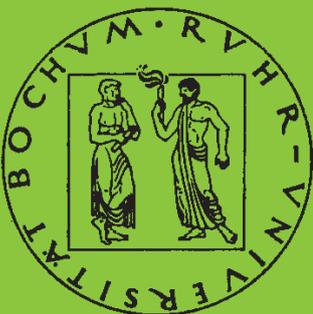


**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik**

**Stefan Müller**

**Zum Einsatz von semi-aktiven Aktoren  
zur optimalen Schwingungsreduktion in  
Tragwerken**

Heft Nr. 122



**RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM**

Ruhr-Universität Bochum  
Institut für Mechanik

Stefan Müller

**Zum Einsatz von semi-aktiven Aktoren zur  
optimalen Schwingungsreduktion  
in Tragwerken**

MITTEILUNGEN AUS DEM INSTITUT FÜR MECHANIK NR. 122

2000

Herausgeber:  
Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum  
Schriftenreihe  
Universitätsstr. 150  
44780 Bochum

© Dr.-Ing. Stefan Müller  
Dorstener Str. 116  
44809 Bochum  
Stefan@held-mueller.de

Alle Rechte vorbehalten. Auch die fotomechanische Vervielfältigung (Fotokopie, Mikrokopie) und die elektronische Speicherung des Werkes oder Teilen daraus bedürfen der vorherigen Zustimmung des Autors.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1997 bis 2000 während meiner Zeit als Stipendiat im *Graduiertenkolleg Computational Structural Dynamics* in der *Arbeitsgruppe für numerische Methoden in der Mechanik und Simulationstechnik* am *Institut für Mechanik* der *Ruhr-Universität Bochum*. Sie berichtet über die Forschungsergebnisse des Projektes „Zum Einsatz von semi-aktiven Aktoren zur optimalen Schwingungsreduktion in Tragwerken“.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Waller, der mir die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht hat, danke ich für die Betreuung und die Anregung zu dieser Arbeit.

Weiterhin gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietrich Hartmann mein besonderer Dank für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse und die freundliche Bereitschaft zur Übernahme des Koreferates.

Meinen Dank möchte ich allen Kollegen für die kritischen Diskussionen und wertvollen Anregungen aussprechen. Neben diesen fachlichen Diskussionen sind in nachmittäglichen Kickerrunden im Hörsaalzentrum auch weltbewegendere Themen des allgemeinen Tagesgeschehens entschieden worden.

Herrn cand. Ing. Jan Pelzl danke ich sehr für die Unterstützung zur Durchführung der Versuche und der ständigen Suche und Beschaffung aktueller Literatur.

Besonders lieber Dank gebührt meiner Frau Renate, bei der ich stets Rückhalt und Unterstützung in allen Lebenslagen gefunden habe.

Bochum, im Februar 2000

Stefan Müller

Dissertation eingereicht am: 24.11.1999  
Tag der mündlichen Prüfung: 04.02.2000

Erster Referent: Prof. Dr.-Ing. H. Waller  
Zweiter Referent: Prof. Dr.-Ing. D. Hartmann



*für Renate*



# Inhaltsverzeichnis

<b>Notation .....</b>	<b>IV</b>
<b>Abkürzungen .....</b>	<b>VIII</b>
<b>1 Einleitung.....</b>	<b>1</b>
1.1 Stand der Forschung.....	2
1.2 Zielsetzung der Arbeit .....	3
1.3 Gliederung .....	4
<b>2 Schwingungsreduktion in Tragwerken.....</b>	<b>6</b>
2.1 Passive Verfahren.....	6
2.2 Aktive Verfahren .....	7
2.3 Semi-Aktive Verfahren.....	9
2.4 Bewertung der Verfahren .....	10
2.5 Installierte Regelungen .....	12
<b>3 Magnetorheologische Fluide (MRF) und Dämpfer .....</b>	<b>17</b>
3.1 Wirkungsprinzipien.....	17
3.1.1 Magnetorheologischer Effekt.....	17
3.1.2 Vergleich zwischen MRF und ERF .....	18
3.2 Statische Kraft-Geschwindigkeits-Beziehungen .....	19
3.2.1 Flow-Mode Dämpfer .....	19
3.2.2 Shear-Mode Dämpfer .....	20
3.2.3 Squeeze-Mode Dämpfer.....	21
3.3 Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik .....	21
3.3.1 Grundprinzip .....	21
3.3.2 Kommerzielle MRF-Dämpfer .....	23
3.3.3 Dynamische Dämpfer Modelle.....	24
<b>4 Modellbildung und Beschreibung mechanischer Systeme .....</b>	<b>27</b>
4.1 Einführung.....	27
4.1.1 Systemeigenschaften .....	27
4.1.2 Systembeschreibungen .....	30
4.2 Lineare Systeme .....	33

4.2.1 Beobachtbarkeit.....	34
4.2.2 Steuerbarkeit .....	35
4.2.3 Stabilität.....	35
<b>4.3 Bilineare Systeme .....</b>	<b>38</b>
<b>4.4 Strukturdynamik .....</b>	<b>41</b>
4.4.1 Einleitung .....	41
4.4.2 Bilineare Systeme mit variabler Dämpfung.....	44
4.4.3 Mehrgrößensysteme.....	46
<b>4.3 Parameterschätzung und Identifikation.....</b>	<b>47</b>
<b>5 Reglerentwurf.....</b>	<b>50</b>
5.1 Einführung.....	50
5.2 Leistungsbetrachtung .....	51
5.3 Dynamische Programmierung nach Bellmann .....	55
5.4 Linearer optimaler Zustandsregler .....	55
5.4.1 Einleitung und Gütefunktionale.....	55
5.4.2 Aktiver Entwurf.....	57
5.4.3 Gütefunktional mit Kreuztermen .....	60
5.4.4 Clipped-optimaler Entwurf .....	61
5.5 Optimaler bilinearer Zustandsregler .....	63
5.5.1 Unbeschränkte Stellgrößen (aktives System).....	64
5.5.2 Beschränkte und positive Stellgrößen (semi-aktives System).....	67
5.6 Zustandsregler mit „Preview“ .....	71
5.6.1 Unbeschränkte Stellgrößen (aktives System).....	72
5.6.2 Beschränkte und positive Stellgrößen (semi-aktives System).....	75
5.7 Zustandsbeobachter.....	78
5.7.1 Linearer Beobachter .....	78
5.7.2 Bilinearer Beobachter .....	80
5.8 Stabilität der Regelungen.....	82
5.9 Zusammenfassung .....	84
<b>6 Meßtechnik und Versuchsaufbau .....</b>	<b>86</b>
6.1 Verstärker / Sensoren / Aktoren / Echtzeithardware.....	86
6.1.1 Gesamtaufbau .....	86
6.1.2 Sensoren / Aktoren / Verstärker .....	87
6.1.3 Echtzeithardware.....	88
6.2 Software.....	89
6.2.1 ML8-Toolbox.....	89
6.2.2 Web-Interface .....	90

---

<b>7 Experimentelle Untersuchung eines MRF-Dämpfers .....</b>	<b>95</b>
7.1 Aufbau des Dämpfers .....	95
7.2 Zeitverlaufsmessungen .....	96
7.3 Dämpfungscharakteristik .....	99
7.4 Ergänzende und abschließende Betrachtungen .....	100
<b>8 Simulationsergebnisse .....</b>	<b>102</b>
8.1 Simulation eines Ein-Massen-Schwingers .....	102
8.1.1 Amplitudengänge .....	102
8.1.2 Vergleich der Regler .....	105
8.2 Simulation eines Zwei-Massen-Schwingers .....	106
8.2.1 Untersuchte Regler .....	106
8.2.2 Zeitverläufe der Stellgröße .....	107
8.2.3 Amplitudengänge: Dämpfer zwischen den beiden Massen .....	108
8.2.4 Amplitudengänge: Dämpfer zwischen Boden und unterer Masse .....	116
8.3 Vergleich der Regler: Zwei-Massen-Schwinger .....	121
8.4 Systemverhalten bei Erdbebenerregung (EiCentro Erdbeben) .....	125
8.5 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse .....	126
<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>127</b>
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>130</b>
<b>Anhang .....</b>	<b>140</b>
<b>A Simulationsmodelle .....</b>	<b>140</b>
A.1 Ein-Massen-Schwinger .....	140
A.2 Zwei-Massen-Schwinger .....	141
A.2.1 Dämpfer unten .....	141
A.2.2 Dämpfer oben .....	143
A.2.3 Simulationsparameter .....	144
<b>B Algorithmen .....</b>	<b>145</b>
B.1 Direkte Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung durch Diagonalisieren .....	145
B.2 Herleitung des Gütefunktional mit Kreuztermen .....	147

# Notation

## Formelzeichen

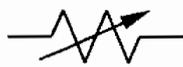
In der unten stehenden Auflistung sind die in dieser Arbeit verwendeten Formelzeichen und ihre Bedeutung aufgeführt. Davon abweichende Bedeutungen und die nicht aufgeführten Symbole sind im Text an den entsprechenden Stellen erläutert.

$\mathbf{a}_1^T \dots \mathbf{a}_n^T$	Zeilen der Systemmatrix
<b>A</b>	Systemmatrix
$b$	Breite
<b>b</b>	Steuer- bzw. Eingangsvektor
<b>B</b>	Steuer- bzw. Eingangsmatrix
$c$	Steifigkeit
<b>C</b>	Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{c}$	Ausgangsvektor
<b>C</b>	Ausgangsmatrix
$d$	Dämpfung
$\mathbf{d}, d$	Durchgangsvektor bzw. –Skalar
<b>D</b>	Durchgangsmatrix
$d_{\min}, d_{\max}$	minimale, maximale Dämpfung
$d_{\text{ist}}(t)$	Istwert der Dämpfung
$d_{\text{soll}}(t)$	Sollwert der Dämpfung
$d_0, d_{1a}, d_{1b}$	Konstanten
$d_1, d_{1a}, d_{1b}$	Konstanten
<b>D</b>	Dämpfungsmatrix
<b>D, d</b>	Durchgangs- oder Durchgriffs-Matrix (Vektor)
$\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}$	Beobachtungsfehler (Ableitung)
$\mathbf{e}$	Einleitung der Störgrößen
$E$	elektrische Feldstärke
$\mathbf{f}(t)$	Störgröße
$\mathbf{f}(t)$	Vektorfunktion

<b>f</b>	Einleitung der Störgrößen
$F_D(t)$	Dämpferkraft
$F_{D,\min}$	minimale Dämpferkraft
$F_{D,\max}$	maximale Dämpferkraft
$F_B$	Beobachter Rückführungsmatrix
$F(s)$	Störung (Laplace-Transformierte)
<b>g</b>	Erdbeschleunigung
$g(t)$	Gewichtsfunktion, Impulsantwort
$G(s)$	Übertragungsfunktion
$h(t)$	Übergangsfunktion
$h_K$	Kolbenbreite
$h_S$	Kanalbreite
$H$	magnetische Feldstärke
$i$	Index und Laufvariable
$l$	Gütefunktional
$l$	elektrischer Strom
$k$	Index und Laufvariable
<b>K</b>	Steifigkeitsmatrix
<b>K</b>	Rückführungsmatrix
$L\{ \}$	Laplace-Transformation
$L^{-1}\{ \}$	inverse Laplace-Transformation
$L( )$	Gütefunktional
$m_i$	Einzelmassen
<b>M</b>	Massenmatrix
<b>M</b>	Gütematrix (Zustände mit Stellgrößen)
$p(t)$	adjungierter Zustandsvektor (Zustandskovektor)
$P$	mechanische oder elektrische Leistung
<b>P</b>	Lösung der Matrix-Riccati-Differentialgleichung
$q_1, q_2$	Lagrange Multiplikatoren
<b>Q</b>	Gütematrix (Zustände)
<b>S</b>	Gütematrix (Endzustand)
$s$	komplexe Laplace-Variable
<b>R, r</b>	Gütematrix (Stellgrößen)
$r(t)$	Lösung der Preview-DGL
$r$	Radius
$t$	Zeit
$t_E$	Endzeitpunkt

$t_{prev}$	Previewzeit (Vorausschau)
$T$	Abtastzeit
$\mathbf{u}(t), u(t)$	Stellgrößen (Eingangsrößen), allgemein
$\mathbf{u}_d, u_d$	Stellgrößen (variable Dämpfungscharakteristik)
$\mathbf{u}_F, u_F$	Stellgrößen (Dämpferkraft)
$u(t), U(t)$	elektrische Spannung
$v(t)$	Geschwindigkeit
$v_0$	konstante Geschwindigkeit
$V(\mathbf{z})$	Energiefunktion
$x_0, \mathbf{x}_0$	Anfangswerte
$x_i(t)$	Weggröße
$\mathbf{y}(t), y(t)$	Ausgangsgrößen
$z$	Variable der z-Transformation
$\mathbf{z}(t), \dot{\mathbf{z}}(t)$	Zustandsvektor (Ableitung)
$\hat{\mathbf{z}}(t), \dot{\hat{\mathbf{z}}}(t)$	geschätzter Zustandsvektor (Ableitung)
$\alpha, \alpha_a, \alpha_b$	Konstanten
$\delta(t)$	Einheitsimpuls (Dirac-Stoß)
$\eta$	Viskosität
$\sigma(t)$	Einheitssprung
$\sigma$	Integrationsvariable
$\tau$	Integrationsvariable
$\beta$	Zeitkonstante

## Konventionen in den Blockdiagrammen und Skizzen

	skalare Größen
	vektorielle Größen
$\dot{\mathbf{x}}(t) \rightarrow \boxed{s^{-1}} \rightarrow \mathbf{x}(t)$	Integrator in Laplace-Schreibweise
$u(t) \rightarrow \boxed{\mathbf{a}} \rightarrow \mathbf{x}(t)$	Multiplikation mit einem konstanten Vektor
$u(t) \rightarrow \boxed{\mathbf{A}} \rightarrow \mathbf{x}(t)$	Multiplikation mit einer konstanten Matrix
$u(t) \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \mathbf{y}(t)$ $\mathbf{x}(t) \downarrow$	Multiplikation einer skalaren mit einer vektoriellen Größe
	Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik
	Feder mit variabler Steifigkeitscharakteristik

## Abkürzungen

ALS	<b>A</b> nalytisches <b>S</b> ystem mit <b>l</b> inearen <b>E</b> ingängen
AMD	<b>A</b> ctive <b>M</b> ass <b>D</b> amper (oder <b>D</b> river)
API	<b>A</b> pplication <b>P</b> rogramming <b>I</b> nterface
BIBO	<b>B</b> ounded <b>I</b> nput <b>B</b> ounded <b>O</b> utput
BLS	<b>B</b> ilineares <b>S</b> ystem
ERF	<b>E</b> lektorrheologisches <b>F</b> luid
DDE	<b>D</b> ynamic <b>D</b> ata <b>E</b> xchange
DLL	<b>D</b> ynamic <b>L</b> ink <b>L</b> ibrary
FEM	<b>F</b> inite <b>E</b> lemente <b>M</b> ethode
GUI	<b>G</b> raphical <b>U</b> ser <b>I</b> nterface
HIL	<b>H</b> ardware in the <b>L</b> oop
HMD	<b>H</b> ybrid <b>M</b> ass <b>D</b> amper
LQG	<b>L</b> east <b>S</b> quares <b>G</b> aussian
LQR	<b>L</b> east <b>S</b> quares <b>R</b> egulator
LS	<b>L</b> ineares <b>S</b> ystem
LS	<b>L</b> east <b>S</b> quares (kleinste Quadrate)
M-Datei	Datei mit MATLAB-Befehlen
M-Funktion	Datei, die eine MATLAB-Funktion enthält
MEX-Datei	Kompilierte C-Datei, die eine MATLAB-Funktion enthält
MIMO	<b>M</b> ultiple- <b>I</b> nput <b>M</b> ultiple- <b>O</b> utput <b>S</b> ystem
MISO	<b>M</b> ultiple- <b>I</b> nput <b>S</b> ingle- <b>O</b> utput <b>S</b> ystem
MRF	<b>M</b> agnetorheologisches <b>F</b> luid
NLS	<b>N</b> ichtlineares <b>S</b> ystem
SISO	<b>S</b> ingle- <b>I</b> nput <b>S</b> ingle- <b>O</b> utput <b>S</b> ystem
SIMO	<b>S</b> ingle- <b>I</b> nput <b>M</b> ultiple- <b>O</b> utput <b>S</b> ystem

TLCD	<b>T</b> uned <b>L</b> iquid <b>C</b> olumn <b>D</b> ampers
TMD	<b>T</b> uned <b>M</b> ass <b>D</b> amper
TSD	<b>T</b> uned <b>S</b> loshing <b>D</b> ampers
VxD	<b>V</b> irtual <b>D</b> evice <b>D</b> river (Gerätetreiber für Hardwareerweiterungen bei einem Computer mit Microsoft Windows 9x/NT)



# Kapitel 1

## Einleitung

Schwingungen treten in vielen Bereichen der Technik und des täglichen Lebens auf, dabei muß zwischen erwünschten und unerwünschten Schwingungen unterschieden werden.

Unerwünschte Schwingungen werden häufig durch Störgrößen angeregt. Die Fahrwerke und Aufbauten von Kraftfahrzeugen schwingen z.B. beim Überfahren von Schlaglöchern und Unstetigkeiten in der Fahrbahn. Unrund laufende Motoren verursachen Vibrationen in Lagern und Fundamenten. Tragwerke aller Art, insbesondere hohe schlanke Gebäude, Brücken und Türme werden durch starke Winde, Erdbeben, Lastkraftverkehr, Maschinen und Bewohner zum Schwingen angeregt.

Alle diese Schwingungen führen mitunter zu erheblichen mechanischen Beanspruchungen der Tragwerksstrukturen. Die Anregung von Eigenfrequenzen kann zum Versagen und damit zur Zerstörung einer Struktur beitragen. Einwirkungen auf Menschen führen zu Störungen des Gleichgewichtssinns (z.B. Seekrankheit) und zur Einschränkung des Wohnkomforts nicht nur auf Schiffen, sondern auch auf Türmen oder in sehr hohen Hochhäusern. Sitze in Fahrzeugen geben die Schwingungen an die Wirbelsäulen der Insassen weiter.

Zur Reduktion der Schwingungsamplituden stehen eine ganze Reihe von Methoden zur Verfügung. Das sicherlich grundlegendste Verfahren ist die konstruktive Erhöhung der Steifigkeit oder der Dämpfung. Schwingungstilger und angekoppelte Masse-Feder-Dämpfer-Systeme können zur Reduktion einzelner schmaler Frequenzbereiche eingesetzt werden. Neben diesen passiven Verfahren werden seit Ende der 80er Jahre aktive Verfahren mit einer unterstützenden Regelung eingesetzt. Bei Tragwerken, wie z.B. Hochhäusern liegt der Leistungsbedarf pro Aktor bei  $>10\text{KW}$ . Diese Leistungen können in kritischen Betriebszuständen, z.B. während eines schweren Erdbebens oder eines schweren Sturms, durch das Versagen von elektrischen Zuleitungen oder Hydrauliksystemen nur schwer aufgebracht werden.

Die Klasse der semi-aktiven Verfahren beruht dagegen auf der schnellen Variation von Systemparametern wie Steifigkeit und Dämpfung durch zusätzliche Aktoren. Semi-aktive Dämpfer lassen sich prinzipiell auf zwei unterschiedliche Weisen konstruieren. Neben der Variation eines Bypasses durch ein schnelles elektrohydraulisches Ventil bieten sich elektrisch und magnetisch aktive Flüssigkeiten zur Realisierung eines solchen Aktors an. Diese sogenannten elektro- (ERF) und magnetorheologischen (MRF) Fluide ändern ihre Viskosität im elektrischen bzw. magnetischen Feld innerhalb weniger Millisekunden. Die damit konstruierten Dämpfer besitzen bis auf den entsprechend beweglichen Kolben keine weiteren beweglichen und damit verschleißbehafteten Bauteile. Aufgrund ihres geringen Spannungs- und Strombedarfs verfügen magnetorheologische Dämpfer darüber hinaus über ideale Voraussetzungen zum Einsatz in einem Tragwerk.

## 1.1 Stand der Forschung

Die Zusammenfassung in [SpenS97] gibt einen guten Überblick über bislang untersuchte und auch eingesetzte Verfahren zur Schwingungsminderung in Tragwerken und berücksichtigt dabei insbesondere hohe schlanke Gebäude und Brücken.

Elektrisch aktive Fluide wurden bereits 1949 von [Winsl49] mit einer Stärkelösung nachgewiesen. Neben der Entwicklung von elektrorheologischen Fluiden (ERF) werden seit Beginn der 90er Jahre magnetorheologische Fluide (MRF) unter anderem von den Firmen DEA, BAYER und Lord Corp. entwickelt. MRF besitzen aufgrund der gegenüber ERF höheren magnetischen Wechselwirkung der einzelnen Mikro-Partikel deutlich höhere physikalische Effekte.

Magnetorheologische Dämpfer wurden von [Carls98], [CarlS96], [Jollic96], [SpDSC96] u.a. aufgebaut und untersucht. [Rech96] stellt verschiedene Bauformen von ERF Dämpfern vor.

[Soong90] bietet eine sehr gute Einführung in die aktive Regelung von Tragwerken und zeigt Probleme, wie z.B. Spill-Over Effekte auf, die in praktischen Implementierungen auftreten.

Nachdem aktive Verfahren zur Schwingungsminderung bereits Praxisreife erreicht haben [SpenS97], müssen für die semi-aktive Regelung mittels ERF- bzw. MRF-Aktoren entsprechende Dämpfer und optimale Algorithmen noch entwickelt werden.

[Karno83] hat als einer der ersten Wissenschaftler die Schwingungsreduktion in Fahrwerken am Beispiel eines Ein-Massen-Schwingers untersucht und ein erstes einfaches Regelgesetz aufgestellt. Die Schwingungsreduktion durch schnelles Schalten (Bang-Bang) zwischen minimaler und maximaler Dämpfung mittels

elektrorheologischer Dämpfer wurde z.B. von [Moosh97] bei einem Rotationsdämpfer untersucht. [Mesch95] hat ERF-Dämpfer zur Schwingungsreduktion der Werkzeugträger von Werkzeugmaschinen eingesetzt.

Systeme mit variabler Dämpfungscharakteristik gehören zu der Klasse der bilinearen Systeme. [Schwa91], [Mohle73], [Mohle91b] bieten eine Übersicht zu bilinearen Systemen und eine Einführung in regelungstechnische Probleme zur Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit und zum Reglerentwurf bei diesen Systemen.

Bislang wurden Regler für semi-aktive Tragwerke zunächst aktiv entworfen und im Nachhinein durch eine Beschränkung der Stellgrößen an die realen Gegebenheiten angepaßt. Zu diesem Bereich wurden bereits einige Untersuchungen von [DSQKS96], [DySSC96], [DySSC96b] und [Margo82] durchgeführt. In der Arbeit von [Butsu89] wird das bilineare Problem des optimalen Zustandsreglers für Probleme im Kraftfahrzeug gelöst. [Bende68], [Hac92], [HacYo92], [HacYo93], [HuVHK93], [Somme93] beschäftigten sich mit der vorausschauenden aktiven und semi-aktiven Regelung von Fahrzeugaufbauten. Durch die enge Verwandtschaft mit den dynamischen Modellen von Gebäuden ergeben sich hier interessante Ansätze.

## 1.2 Zielsetzung der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung geeigneter Regelungsstrategien zur optimalen Reduktion von Auslenkungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in schwingenden Tragwerken. Dabei werden semi-aktive magnetorheologische Dämpfer eingesetzt, um die in den Tragwerken gespeicherte Schwingungsenergie schneller abzubauen. Der Entwurf geeigneter neuartiger Regelungen und die Formulierung einer regelungstechnisch einwandfreien Darstellung sind die Hauptziele der Arbeit.

Die Messung an einem selbst aufgebauten Demonstrationsdämpfer soll die Möglichkeiten der magnetorheologischen Fluide nachweisen. Der Versuchsstand und die dazugehörige Echtzeithardware werden durch eine neu entwickelte Erweiterung in die Simulationsumgebung zur lokalen und netzweiten Bedienung integriert.

Die bei der semi-aktiven Schwingungsreduktion von Tragwerken auftretenden Differentialgleichungen bzw. Differentialgleichungssysteme sind sogenannte bilineare Systeme. Sie sind eng mit den linearen Systemen verwandt, unterscheiden sich aber durch einen nichtlinearen (bilinearen,  $\mathbf{Nz}(t)d(t)$ ) Term

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{z}(t) + \mathbf{Nz}(t)d(t).$$

Die semi-aktive bilineare Systemdarstellung unterscheidet sich in einem wesentlichen Punkt von den linearen Systemen. Durch die Stellgröße (Dämpfung)  $d(t) > 0$  kann *keine zusätzliche Energie* in das System eingebracht werden, wenn gleichzeitig für die Zustände  $\mathbf{z} \equiv \mathbf{0}$  gilt. Befindet sich das System einmal im Zustand der Ruhe, so ist eine Anregung nur noch durch äußere Störgrößen  $\mathbf{f}(t)$  möglich. Variable Dämpfungscharakteristik in diesen Systemen bedeutet darüber hinaus, daß die Stellgröße  $u_d(t) \equiv d(t)$  nicht nur betragsmäßig beschränkt ist, sondern auch nur positive Werte annehmen kann. Es gilt also die zusätzliche Einschränkung

$$0 < d_{\min} < u_d(t) = d(t) < d_{\max} .$$

Für die Regelung ergeben sich daraus Randbedingungen, die gesondert im Entwurfsprozeß betrachtet werden müssen. Ziel ist es daher, die Bewegung im System zur Regelung auszunutzen.

### 1.3 Gliederung

Im zweiten Kapitel erfolgt zunächst eine Beschreibung von möglichen Verfahren zur Schwingungsreduktion in Tragwerken. Dabei wird unterschieden, mit welchen Aktoren, wie schnell und unter welchen Voraussetzungen Kräfte und Momente in ein Tragwerk eingebracht werden können. Die Einteilung der Verfahren erfolgt in die Bereiche passiv, aktiv und semi-aktiv. Einige Beispiele für bereits installierte Regelungen bei hohen schlanken Häusern zeigen den praktischen Einsatz verschiedener Verfahren in bereits vollendeten Bauwerken. Eine Bewertung der Reduktionsverfahren schließt dieses Kapitel ab.

Magnetorheologische Fluide (MRF) und deren Wirkungsweise werden im Kapitel 3 vorgestellt. Neben den physikalischen Effekten von MRFs und elektrorheologischen Fluiden (ERF) werden auch ihre physikalischen Eigenschaften verglichen. Es schließen sich die möglichen unterschiedlichen Konstruktionen von Dämpfern an. Die dynamische Modellbildung von Dämpfern verschiedenen Typs bildet den Abschluß.

Im Kapitel 4 erfolgt die systemtheoretische Betrachtung von dynamischen Systemen. Dabei werden neben der Vorstellung der verschiedenen Systemtypen, Grundlagen zur Steuer- und Beobachtbarkeit von dynamischen Systemen und deren entsprechende Darstellung im Zustandsraum erläutert. Nach der Beschreibung der linearen Systeme erfolgt der Übergang auf bilineare Systeme. Anschließend werden im Unterkapitel über die Strukturodynamik von Mehr-Massen-Schwingern die dazugehörigen Differentialgleichungssysteme aufgestellt.

Kapitel 5, der Kernpunkt dieser Arbeit, befaßt sich mit dem Reglerentwurf für Tragwerke. Nach einer Einführung in die Darstellung von Regelkreisen erfolgt der Entwurf eines einfachen Reglers durch die Betrachtung der mechanischen Leistung an den jeweiligen Aufhängungspunkten der Einzelmassen. Zum Vergleich mit aktiven Schwingungssystemen wird der optimale Zustandsregler ohne Beschränkung der Aktorkräfte vorgestellt. Daran anschließend wird der sogenannte clipped-optimale lineare Zustandsregler dargestellt. Nach dem Zustandsregler für bilineare Systeme ohne Beschränkung der Stellgrößen folgt die kompliziertere Herleitung für bilineare Systeme mit positiver und beschränkter Stellgröße. Abschließend wird ein Preview Regler entwickelt, der die Vorausschau auf zukünftige aber bereits meßbare Störgrößen im Entwurf berücksichtigt.

In Kapitel 6 wird der experimentelle Teil der Arbeit dargestellt. Dabei werden zunächst die einzelnen Komponenten des Versuchsstandes, der Sensorik und Aktorik, der Meßelektronik und die dazugehörigen Software Komponenten vorgestellt. Die Simulationsumgebung MATLAB mit dem dazugehörigen graphischen Aufsatz SIMULINK wird um eine Toolbox zur Ansteuerung des Versuchsstandes erweitert.

Meßkurven eines selbst aufgebauten, experimentellen magnetorheologischen Dämpfers werden im 7. Kapitel vorgestellt. Durch die Wahl eines Dämpfers mit Bypass können Standardkomponenten zur Konstruktion benutzt werden. Der Dämpfer wird von einer elektrodynamischen Erregungsmaschine mit geringer Leistung angesteuert, die magnetische Erregung erfolgt durch einen Elektromagneten mit Feldführung.

Die zuvor entwickelten Reglerstrategien werden im Kapitel 8 anhand ausgewählter Beispiele in der Simulation getestet und bewertet. Durch die Vielzahl der untersuchten Regler und der verschiedenen Dämpferpositionen ergeben sich für die Regelung eines Zwei-Massen-Schwingers viele verschiedene Entwürfe.

Die vorliegende Arbeit schließt mit der Zusammenfassung der diskutierten Probleme. Den Abschluß bildet eine Bewertung der entwickelten Regelungen, sowie die Reflexion über den möglichen technischen Einsatz in realen Tragwerken.

## Kapitel 2

# Schwingungsreduktion in Tragwerken

Zur Schwingungsreduktion in Tragwerken stehen eine ganze Reihe von Verfahren zur Verfügung. Grundsätzlich können durch Erhöhung der Steifigkeit oder der Dämpfung die Trageigenschaften verbessert werden. Diese Methoden werden in der klassischen Schwingungsminimierung eingesetzt. Neben solchen rein konstruktiven Verbesserungen werden im folgenden Kapitel weitere Verfahren vorgestellt, die direkt mit der entsprechenden Struktur wechselwirken und durch geeignete Maßnahmen zusätzliche Kräfte aufbringen. Die Klassifizierung der Verfahren erfolgt dabei aufgrund des Energiebedarfs der verwendeten Aktoren in die Bereiche passiv, aktiv und semi-aktiv. Nach der Vorstellung der einzelnen Methoden werden abschließend bereits weltweit in Tragwerken installierte Regelungen vorgestellt.

### 2.1 Passive Verfahren

Passive Verfahren zur Schwingungsreduktion werden durch zusätzliche Versteifungs- und Dämpfungselemente realisiert. Im Rahmen einer einheitlichen Klassifizierung der unterschiedlichen Verfahren werden alle zusätzlichen Elemente so auch Träger und Versteifungen mit dem Begriff *Aktor* bezeichnet.

Die sogenannte *Base Isolation* beschreibt die Anbringung von Gummi-Dämpfern, Federn oder Rollen unterhalb und / oder seitlich von Gebäuden. Zusätzlich gehört die Versteifung von vertikalen und diagonalen Trägern in diese Klasse. Dies ist das bekannteste und gebräuchlichste Verfahren zur Schwingungsreduktion. Abbildung 2.1.1(a) zeigt das Verfahren als Prinzipskizze. In [Soong90] werden viele der hier vorgestellten Verfahren erläutert.

*Controllable Tuned Liquid Dampers* nutzen die Bewegung von Wasser in einem Tank zur zusätzlichen Dämpfung aus, siehe [ChaHS98]. Daneben gibt es *Tuned Sloshing Dampers (TSD)*, die das Schwappen und Spritzen des Wassers in Tanks ausnutzen oder auch *Tuned Liquid Column Dampers (TLCD)*, bei denen Wasser zwischen zwei

Tanks hin- und her strömen kann, die über ein variables Stellventil verbunden sind. Alle Wassertanks in der Nähe von Hochhausdächern werden bislang allerdings ausnahmslos als Trink- oder Löschwasserreservoirs genutzt.

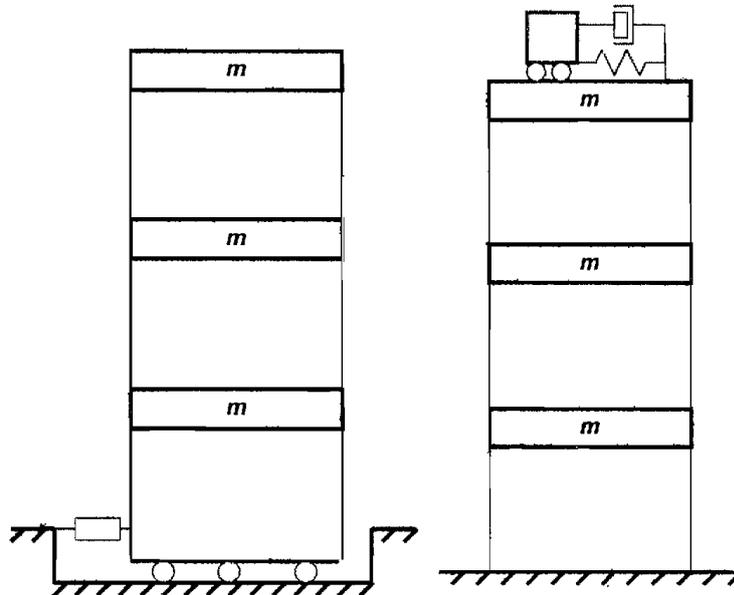


Abbildung 2.1.1: Schwingungsreduktion in Tragwerken: (a) Base-Isolation, (b) Tuned Mass Damper (TMD)

*Tuned Mass Damper* sind eine passive Vereinfachung von Active Mass Dampfern, siehe Kapitel 2.2. Sie werden auch als Schwingungstilger oder zusätzliche Masse-Feder-Dämpfer bezeichnet. Häufig kann deren Eigenfrequenz durch Stellglieder langsam innerhalb mehrerer Sekunden variiert werden. Die abgestimmte Eigenfrequenz wird in der Regel zur Tilgung bzw. Reduktion der Amplitude der ersten Eigenfrequenz gewählt. Die Bandbreite der erzielbaren Schwingungsreduktion ist jedoch gering.

## 2.2 Aktive Verfahren

Aktive Verfahren treten über Aktoren mit Tragwerken in Wechselwirkung, die von äußeren Energiequellen versorgt werden und diese zusätzliche Energie in die Tragwerke einbringen können. Dabei werden die Schwingungen des Tragwerks mit Sensoren gemessen, in einem Regler verarbeitet und schließlich über die Stellsignale an den Aktoren der Struktur als Gegenschwingungen zugeführt, Abbildung 2.2.1. Man spricht hierbei von einem Strukturregelproblem. Aktoren, Regler und Systemmodelle sind Gegenstand der nachfolgenden Kapitel.

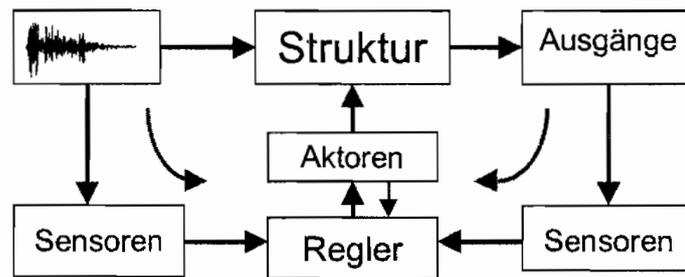


Abbildung 2.2.1: Diagramm des Strukturregelungsproblems

Das Verfahren der *Active-Tendon Control* nutzt diagonal in einem Stockwerk angebrachte Seile, die durch Hydraulik- oder Servosysteme verspannt werden können, um zusätzliche Kräfte in das System einzubringen, Abbildung 2.2.2(a). Die Ansteuerung erfolgt über entsprechend ausgelegte Regler, siehe [DSQSK96].

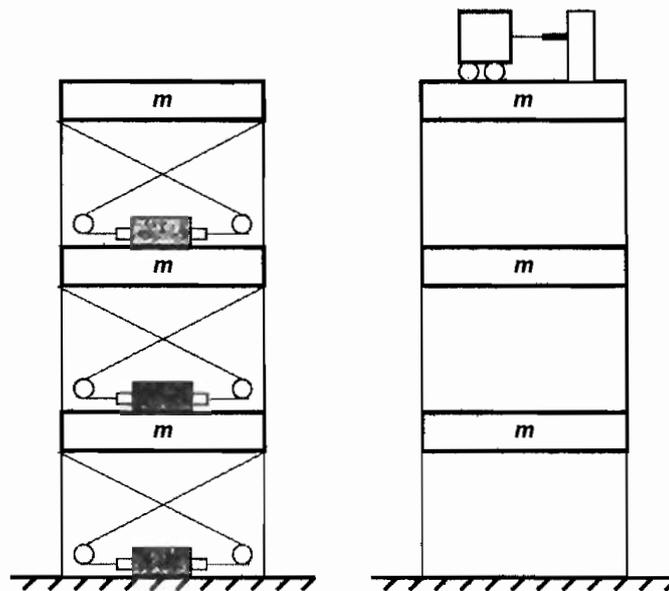


Abbildung 2.2.2: Aktive Schwingungsreduktion in Tragwerken: (a) Active-Tendon Control, (b) Active-Mass Driver (AMD)

Unter einem *Active Mass Driver* (oder *Damper*) (AMD) versteht man eine Zusatzmasse, die mittels hydraulischer Zylinder oder Servoantrieben aktiv bewegt wird. Der Aktor befindet sich in der Regel in den oberen Stockwerken eines Gebäudes. Das Gewicht der Masse liegt bei etwa 1% der Gebäudemasse und entspricht 1-300t. Durch die geregelte Bewegung der Masse werden Gegenkräfte in den Auflagern erzeugt, die den Schwingungen entgegenwirken.

Da aktive Verfahren zusätzliche Energie bzw. Kräfte in Systeme einbringen können, kann eine Vielzahl der geläufigen Regler für diese Systeme entworfen werden. Durch den oft linearen Charakter der Systeme (kleine Auslenkungen, Arbeits-

punktlinearisierung) können viele Verfahren wie z.B. PID-, Zustands- (LQR, LQG,  $H_\infty$ ), Sliding-Mode-, Fuzzy-Regler oder Neuronale Netze eingesetzt werden, siehe [Soong90].

Aktive Verfahren zur Schwingungsminderung werden auch während der Errichtung von Türmen, Brücken und Hochhäusern benutzt, um die erhöhten Schwingungsamplituden der noch nicht vollständig aufgebauten Tragstrukturen zu minimieren.

## 2.3 Semi-Aktive Verfahren

Semi-aktive Aktoren können keine zusätzliche äußere Energie in eine Struktur einbringen. Allerdings sind sie in der Lage, ihre Systemparameter (Dämpfung oder Steifigkeit) variabel und schnell in einem Intervall zu steuern. Aufgrund dieser Eigenschaft sind alle semi-aktiven Systeme im Vergleich zu den aktiven Systemen in allen Betriebszuständen BIBO (Bounded Input Bounded Output) stabil. Stabilitätsuntersuchungen zu linearen und semi-aktiven Systemen erfolgen im Kapitel 5.8.

Der Sekundärenergie bzw. Leistungsbedarf zum Betrieb der Aktoren ist sehr gering (ca. 1-50W pro Aktor), da die Energie nicht direkt zur Aufbringung von Kräften, sondern ausschließlich zur Änderung von Systemparametern benötigt wird.

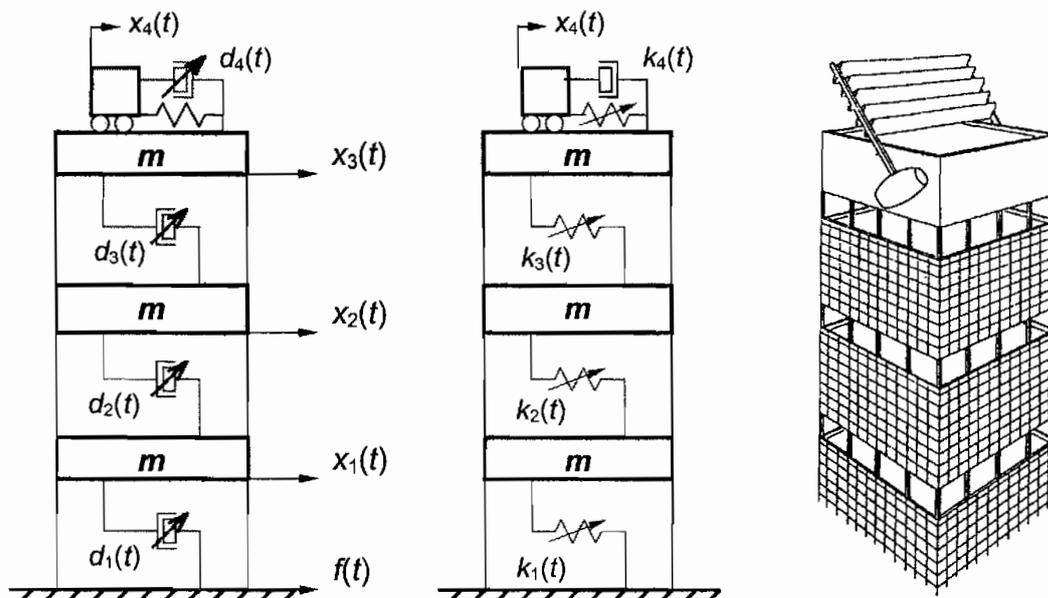


Abbildung 2.3.1: Schwingungsreduktion in Tragwerken: (a) Semi-Active Damping, (b) Semi-Active Stiffness, (c) Aerodynamic Appendages

*Aerodynamic-Appendages* bezeichnen eine Klasse von Systemen, die durch die Anbringung von Segeln oder ähnlichen Konstruktionen Windkräfte aufnehmen und zur Tragwerksregelung einsetzen können, Abbildung 2.3.1(c).

Unter *Semi-Active Stiffness* versteht man Verfahren, die schnell die Steifigkeit innerhalb einer Tragwerksstruktur ändern können. Zu diesem Zweck können z.B. zusätzliche Versteifungen mittels hydraulischer Schalter (z.B. Schließen eines Bypasses) an die Struktur angekoppelt werden.

*Semi-Active Damping* beschreibt eine Klasse von Elementen, die dazu benutzt werden, um die Dämpfungscharakteristik im Tragwerk schnell zu variieren. Zu diesem Zweck können verschiedene konstruktive Dämpfer verwendet werden, z.B. Hydraulikdämpfer mit variablem Bypass (elektrohydraulisches Ventil) oder Magneto- bzw. Elektrorheologische Dämpfer. Die Herleitung der unterschiedlichen Typen und Konstruktionsprinzipien von semi-aktiven Dämpfern erfolgt in Kapitel 3.

## 2.4 Bewertung der Verfahren

Die dargestellten Verfahren lassen sich in die 3 Kategorien: *Passiv*, *Aktiv* und *Semi-Aktiv* einteilen.

*Passive Systeme* sind einfach in der Konstruktion. Sie benötigen keinerlei primäre oder sekundäre Energie, führen allerdings auch nur zu geringen Verbesserungen im Tragwerksverhalten. Die Charakteristik der Kraftverläufe an den dabei zusätzlich eingesetzten Bauteilen wird z.B. durch

$$F(t) = d_0 * \dot{x}(t) \quad (2.4.1)$$

für ein viskos dämpfendes Element beschrieben. Dabei ist  $\dot{x}(t)$  die Differenzgeschwindigkeit über dem Element. Aufgrund der passiven Eigenheit erfolgt die Multiplikation der Geschwindigkeit mit einer Konstanten  $d_0$ . In Abbildung 2.4.1(a) ist ein möglicher, hier linearer, Kennlinienverlauf dargestellt.

*Aktive Systeme* sind komplex in der Bauweise, sie benötigen eine hohe sekundäre Zusatzenergie (etwa >10kW pro Aktor) für die eingesetzte Hydraulik oder die Servoantriebe. Durch das Fehlen von geeigneten Energiespeichern kann im Falle von starken Erdbeben oder sehr starken Winden, der Verlust von Primär- und Sekundärenergie aufgrund von Leitungsbrüchen zum Versagen der Systeme führen. Der Kraftverlauf aktiver Aktoren ist in einem weiten Bereich unabhängig von äußeren Einflüssen und durch Anlegen eines entsprechenden Stellsignals

$$F(t) = F_{\text{Aktor}}(t) \quad (2.4.2)$$

beliebig steuerbar.  $F_{\text{Aktiv}}(t)$  bezeichnet dabei die aufgebrachte Kraft der Hydraulik- oder Servoantriebe.

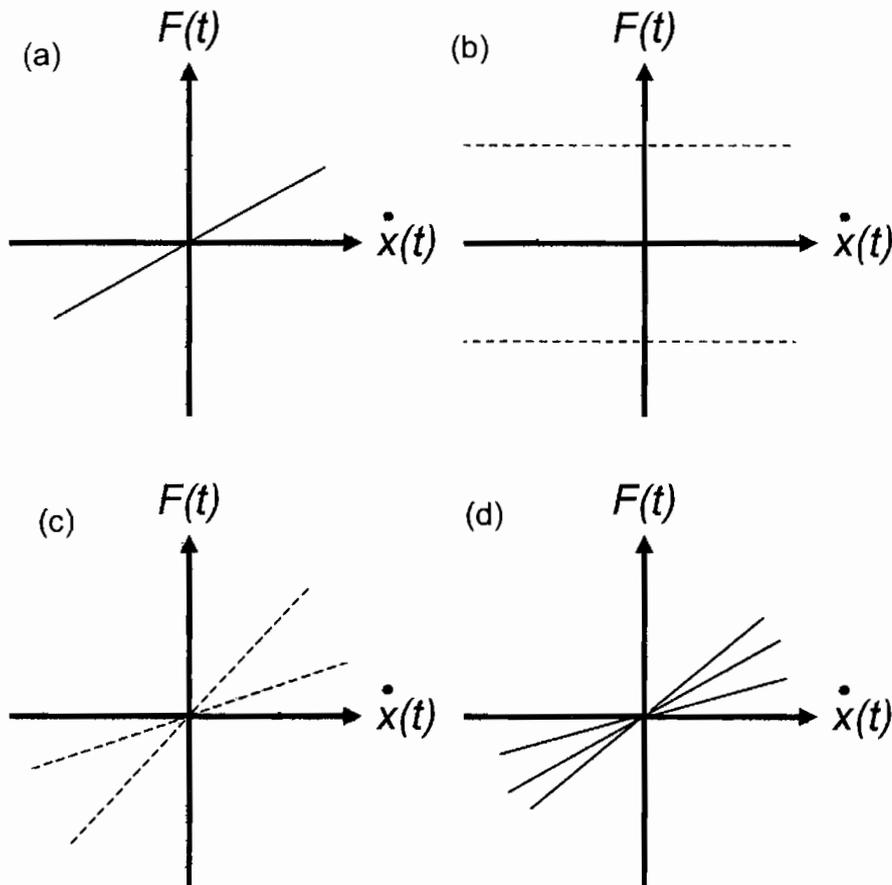


Abbildung 2.4.1: Kraftcharakteristiken der unterschiedlichen Verfahren: (a) passiv, (b) aktiv, (c) semi-aktiv, (d) TMD. [Bussh95], [Foag89]

Auch *Semi-Aktive Systeme* sind komplex. Ihr Energiebedarf ist allerdings um einige Größenordnungen kleiner. Pro Aktor werden selbst bei großen Systemen selten mehr als 50W benötigt. Diese geringen Energiemengen können sehr bequem aus Akkumulatoren oder Batterien auch über mehrere Tage und Wochen geliefert werden.

Die Kraft des Aktors, z.B. durch

$$F(t) = d(t) * \dot{x}(t) \quad (2.4.3)$$

gegeben, setzt sich dabei aus einer multiplikativen Verknüpfung der Differenzgeschwindigkeit  $\dot{x}(t)$  über dem Aktor und der Stellgröße  $d(t)$  zusammen, Abbildung 2.4.1(c). Es ist somit nicht möglich, beliebige Kräfte in den Lagern dieser Aktoren zu erzeugen.

Eine Krafterzeugung wird allein durch eine Differenzgeschwindigkeit über dem Dämpfer ermöglicht. Zur Niveauregelung ist dieses Konzept daher nicht geeignet. Die Schwierigkeiten der Modell- und Reglergenerierung werden im Kapitel 5 eingehend untersucht.

In Abbildung 2.4.1(d) ist der Kraftverlauf der Aktoren für TMD Systeme mit sehr langsam veränderbarer Aktor Charakteristik dargestellt.

## 2.5 Installierte Regelungen

Weltweit sind derzeit etwa 30 Gebäude mit einer aktiven Regelung ausgestattet. Bis auf wenige Ausnahmen stehen alle Gebäude in Japan, das als besonders erdbebengefährdet gilt. Das erste geregelte Gebäude wurde bereits 1989 errichtet. Bei diesem Hochhaus handelt es sich um das Kyobashi Seiwa Building, Abbildung 2.5.1. Zur Regelung werden zwei AMDs verwendet. Der größere Aktor wird zur Reduktion der Translation (Gewicht 5t) in Richtung der schmalen Gebäudeseite eingesetzt. Die auftretende Rotation wird von einem AMD mit einem Gewicht von 2t reduziert.

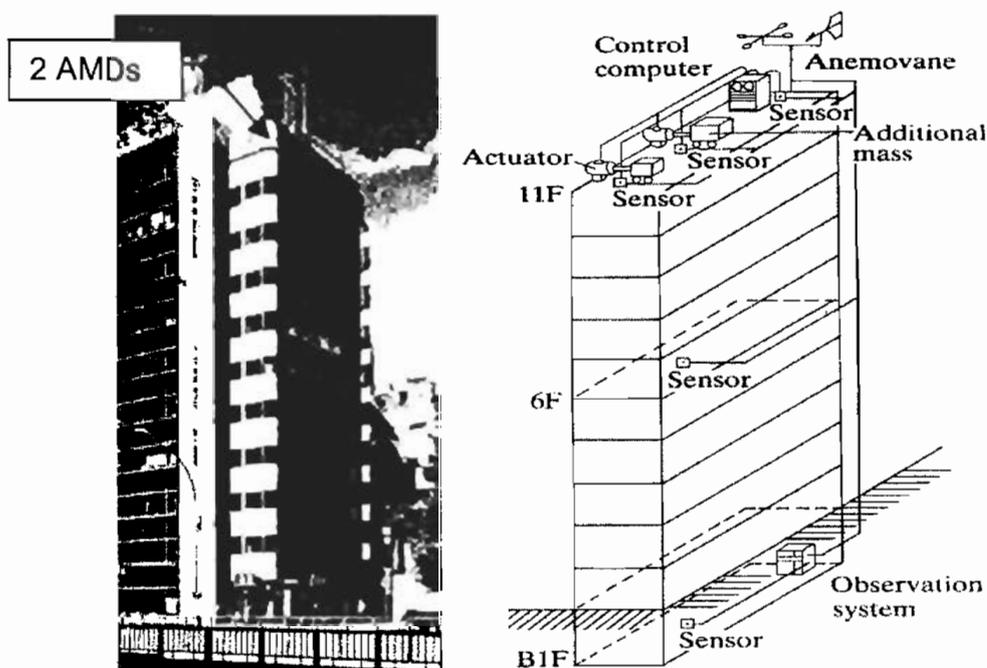


Abbildung 2.5.1: Kyobashi Seiwa Building (2 AMDs)

Der Yokohama Landmark Tower, Abbildung 2.5.2, ist das größte Gebäude Japans und wird von einem TMD unterstützt. Die wirksame Pendellänge von 9m wurde durch dreifache Ineinanderschachtelung auf eine Bauhöhe von ca. 3m verkleinert.

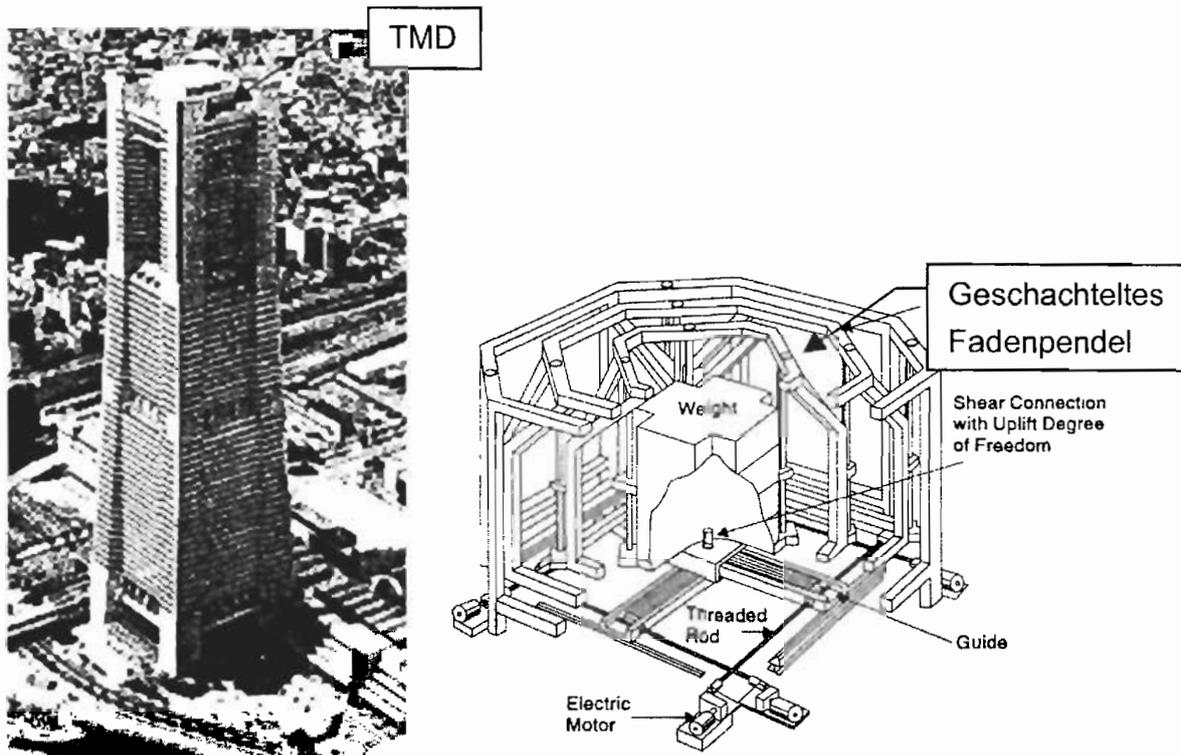


Abbildung 2.5.2: (a) Yokohama-Landmark Tower, (b) TMD des Yokohama-Landmark Towers

Der Shinjuku Park Tower wird von einem hybriden (HMD) TMD System unterstützt. Durch eine geschickte Bauform des Pendels wurden die Einbaumaße stark verkleinert.

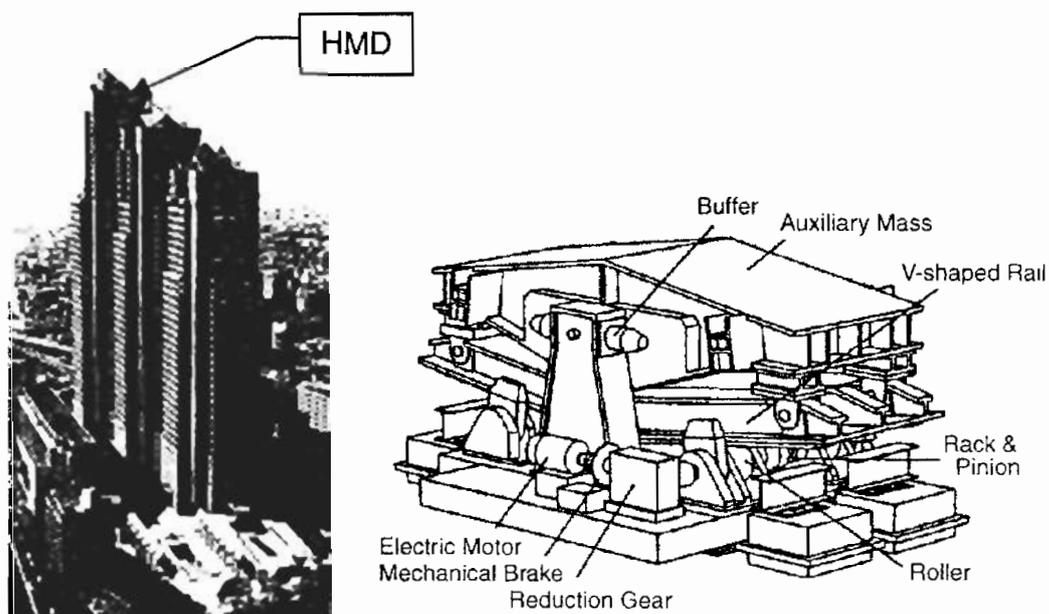


Abbildung 2.5.3: (a) Shinjuku Park Tower, (b) V-förmiger HMD auf dem Shinjuku Park Tower

Die nachfolgende Tabelle 2.5.1 stellt eine Auswahl von Gebäuden dar, bei denen eine Reduktion der Schwingungen durch Regelung angestrebt wird. Daten über Dimensionen, eingesetzte Verfahren und Baujahr können den entsprechenden Spalten entnommen werden.

Bauwerk	Jahr	Dimension Hö., Gew., St.	Control System	AMD / HMD	Energie- versorgung
Kyobashi Seiwa, Japan	1989	33m, 400t, 11	AMD	2 / 5t	Hydraulik
Kajima KaTRI Building, J.	1990	12m, 400t, 3	Steif.	.. / ..	Hydraulik
Sendagaya INTES, J.	1992	58m, 3280t, 11	AMD	2 / 72	Hydraulik
Applause Tower, J.	1992	161m, 13943t, 34	HMD	1 / 480	Hydraulik
Kansai Int. Airport T., J.	1992	86m, 2570t, 7	HMD	2 / 10	Servo
Osaka Resort City, J.	1992	200m, 56980t, 50	HMD	2 / 200	Servo
Yokohama L. M. Tower, J.	1993	296m, 261kt, 70	HMD	2 / 340t	Servo
Long Term Credit Bank, J.	1993	129m, 40000t, 21	HMD	1 / 195	Hydraulic
Ando Nishikicho, J.	1993	54m, 2600t, 14	HMD	1 / 22	Servo
Hotel Nikko Kanazawa, J.	1994	131m, 27000t, 29	HMD	2 / 100	Hydraulik
Hiroshima R. R. Hotel, J.	1994	150m, 83000t, 35	HMD	1 / 80	Servo
Penta-Ocean Exp. Buil., J.	1994	, , 6	HMD		
Shinjuku Park Tower, J.	1994	227m, 130kt, 52	HMD	3 / 330t	Servo
MHI Yokohama Building, J.	1994	152m, 61.8kt, 34	HMD	1 / 60t	Servo
Hamamatsu ACT T., J.	1994	212m, 107kt, 46	HMD	2 / 180t	Servo
Riverside Sumida, J.	1994	134m, 52kt, 33	AMD	2 / 30t	Servo
Hikarigaoka J-City, J.	1994	110m, 29300t, 26	HMD	2 / 44	Servo
Miyazaki Phoenix Hotel, J.	1994	154m, 83.7kt, 43	HMD	2 / 240t	Servo
Osaka WTC Building, J.	1994	252m, 80kt, 52	HMD	2 / 100t	Servo
Dowa Kasi Phoenix T., J.	1995	145m, 26kt, 28	HMD	2 / 84t	Servo
Rinku Gate T. N. Buil., J.	1995	255m, 75kt, 56	HMD	2 / 160t	Servo
Hirobe Miyake Building, J.	1995	31m, 273t, 9	HMD	1 / 2.1	Servo
Plaza Ichihara, J.	1995	61m, 5.8kt, 12	HMD	2 / 14t	Servo
TC Tower, Taiwan	1996	, , 85	HMD	2 / 350t	Servo
Nanjing Tower, China	1997/8	310m, ,	AMD	1 / 60t	Hydraulik

Tabelle 2.5.1: Auswahl von geregelten Gebäuden. (J. = Japan, Servo = elektrischer Servomotor, Hydraulik = hydraulischer Aktorbetrieb, Steif. = Steifigkeitsregelung)

Das einzige aus der Literatur bekannte geregelte Tragwerk in den USA ist eine 2-spurige Highway-Brücke in Oklahoma, Abbildung 2.5.4. Zur Regelung werden drei magnetorheologische Dämpfer eingesetzt. Dieses Tragwerk dient ausschließlich Demonstrations- und Forschungszwecken an variablen Dämpfern. Ziel ist die Verlängerung der Lebensdauer von bereits geschädigten oder von solchen Brücken, die das Ende ihrer projektierten Lebensdauer erreicht haben.

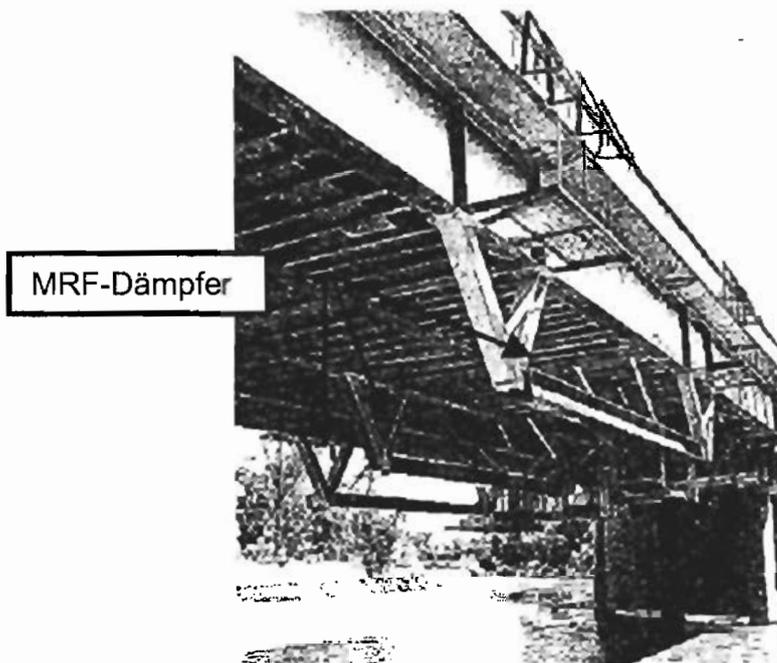


Abbildung 2.5.4: Brückenexperiment mit ERF-/MRF-Dämpfern über den Interstate Highway 35 in Oklahoma, USA.

Bei Auftreten eines sehr starken Erdbebens werden viele aktive Regelungen bislang abgeschaltet, da keine geeigneten redundanten Energiezuführungen für die Aktoren zur Verfügung gestellt werden können.

Die technische Umsetzung der verschiedenen Verfahren der Schwingungsminderung beschränkt sich allerdings nicht allein auf Gebäude. Vor allem im Bereich der Automobilindustrie bieten sogenannte intelligente Fahrwerke ein weiteres Forschungsfeld. Während die aktive Regelung von Gebäuden erst seit etwa 10 Jahren aktives Forschungsgebiet ist, erstreckt sich die Forschung im Automobilbau bereits über einen Zeitraum von etwa 30 Jahren.



Abbildung 2.5.5: Fahrwerksregelung im Kraftfahrzeug

In der Formel I werden bereits aktive Hydraulikzylinder eingesetzt, ein Pendant zu den AMDs. Semi-aktive Dämpfungskonzepte sind auch dort Gegenstand der aktuellen Forschung.

Obwohl bereits seit über einem Jahrzehnt aktive Regelungen in Gebäuden und Fahrzeugen eingesetzt werden, bleiben noch einige Probleme zum Einsatz unbeantwortet. Nahezu unmöglich erscheint es bislang, die notwendigen Investitions- und Wartungskosten abzuschätzen. Die Abhängigkeit von äußeren Energiequellen erscheint nicht tragbar. Ungeklärt bleiben auch Zuverlässigkeit und Robustheit der Verfahren gegenüber großen Parameterschwankungen und extrem großen Systemgrößen. Nicht zuletzt muß konstatiert werden, daß sowohl Ingenieure, als auch die Bewohner von Hochhäusern dem Einsatz der dargestellten Verfahren zur Schwingungsminderung mit Skepsis begegnen. Diese Bedenken abzubauen, muß daher als eine weitere wichtige Aufgabe für die Zukunft betrachtet werden.

## Kapitel 3

# Magnetorheologische Fluide (MRF) und Dämpfer

Elektrorheologische (ERF) und magnetorheologische (MRF) Fluide sind Flüssigkeiten, die in einem elektrischen bzw. magnetischen Feld ihre Viskosität ändern. Entdeckt wurde dieser Effekt 1949 von Winslow [Winsl49], der ein elektrisches Feld an eine Stärkelösung anlegte und dabei eine große Viskositätserhöhung der Lösung feststellte. Seit Anfang der 90'er Jahre werden neben elektrorheologischen Fluiden nun auch magnetorheologische Fluide untersucht, da magnetische Feldeffekte in der Regel um den Faktor 10 stärker als elektrische Feldeffekte sind.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik vorgestellt, die die Viskositätserhöhung von MRF bzw. ERF zur Steuerung ihrer Dämpfungscharakteristik ausnutzen.

### 3.1 Wirkungsprinzipien

#### 3.1.1 Magnetorheologischer Effekt

Magnetorheologische Fluide (MRF) sind Flüssigkeiten, die bei Einwirkung eines magnetischen Feldes ( $H$ -Feld) ihr Fließverhalten ändern [AshRK96], [JolBC98]. Das Fluid besteht aus einer Dispersion aus Mineralöl und darin stabilisierten Eisenpartikeln, die eine Größe von ca. 10-30 $\mu\text{m}$  besitzen, spezielle sogenannte Nano-MRF besitzen eine Partikelgröße von ca. 100nm.

In einem geschlossenen Raum ohne einwirkendes Magnetfeld verhält sich das Fluid weitgehend wie eine rein viskose Newtonsche Flüssigkeit. Die einzelnen Eisenpartikel sind zunächst völlig ungeordnet und annähernd gleich in dem Trägeröl verteilt, Abbildung 3.1.1(a).

Wird das Fluid nun einem magnetischen Feld ausgesetzt, Abb. 3.1.1(b), so richten sich die Eisenpartikel entlang der Feldlinien des magnetischen Feldes aus und bilden lange Ketten. Das zu Anfang flüssige Fluid erstarrt und nimmt festkörperartiges Verhalten an. Der Übergang in diesen Zustand ist fließend und bei sprunghaftiger Änderung des  $H$ -Feldes ergibt sich eine Zeitkonstante von etwa  $T_{MRF} \approx 10\text{ms}$  für die Reaktion des Fluids. Wird das  $H$ -Feld abgeschaltet, kehrt das Fluid völlig reversibel in den Ausgangszustand zurück, die gebildeten Ketten lösen sich auf und die Eisenpartikel nehmen erneut eine ungeordnete Verteilung an.

Wird nun, wie in Abbildung 3.1.1(c), das MR-Fluid einem magnetischen Feld ausgesetzt und wird zusätzlich an einer Seite der Anordnung der Druck erhöht, so reißen nach Überschreiten einer Mindestschubspannung die ausgebildeten Ketten ab und das Fluid beginnt zu fließen. Durch das weiterhin aufgebaute  $H$ -Feld entsteht ein kontinuierlicher Prozeß von Kettenaufbau und Kettenabrissen im Einwirkungsbereich des Fluids. Die entstandene Änderung des Strömungswiderstandes ist von der magnetischen Feldstärke abhängig, siehe Kap. 7.

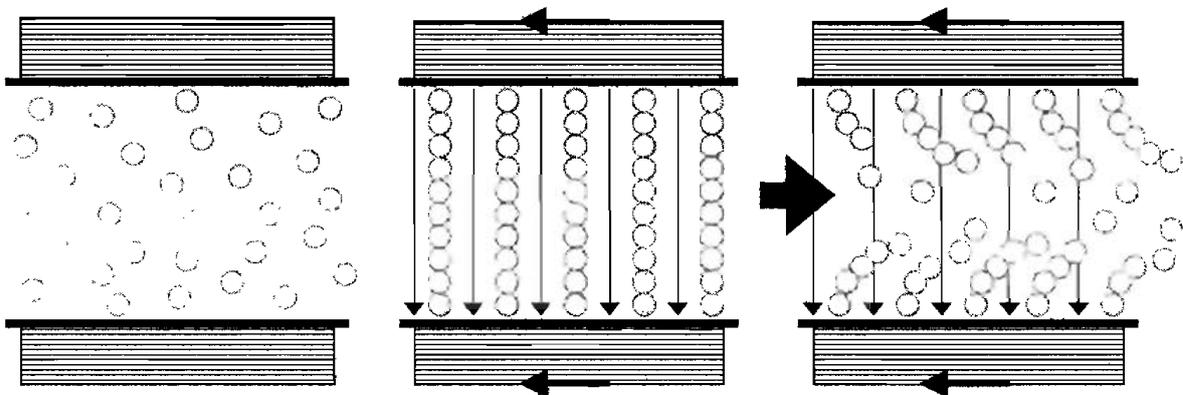


Abbildung 3.1.1: MRF in einem Elektromagneten: (a) ohne Feld, (b) mit  $H$ -Feld, (c) mit  $H$ -Feld und zusätzlicher Strömung

### 3.1.2 Vergleich zwischen MRF und ERF

Die Effekte der magnetorheologischen Fluide und der elektrorheologischen Fluide sind prinzipiell sehr ähnlich. Während sich bei MRF Eisenpartikel in einem magnetischen Feld ausrichten, richten sich bei ERF Dipolmoleküle in einem elektrischen Feld ( $E$ -Feld) aus.

Die Vorteile von MRF sind zunächst die gegenüber ERF höheren Schubspannungen, da die magnetischen Wechselwirkungskräfte von magnetorheologischen Fluiden in

der Regel um den Faktor 10 größer sind als bei ERF. Der Energiebedarf zur Ansteuerung der Fluide ist ungefähr gleich, jedoch müssen bei ERF sehr hohe Feldstärken 1-3kV/mm aufgebracht werden, die bei Luft einschlägen im Fluid zu elektrischen Überschlügen führen. Die Felderzeugung bei MRF kann mit Spulen und einem Spulenstrom von 1A sehr kostengünstig erbracht werden.

Die Nachteile magnetorheologischer Fluide sind die Abrasivität, die durch den hohen Eisenanteil (40-60%) verursacht wird, der dann zu Verschleiß an Dichtungen und Wellen führt. ERF sind dagegen sehr schmutzempfindlich. MRF sind im Vergleich zu ERF relativ zähflüssig und der hohe Dichteunterschied zwischen Eisen und Trägerfluid führt zur Sedimentation des Eisens. Die Erzeugung von Magnetfeldern ist im Vergleich zu elektrischen Feldern aufwendiger. Die Kondensatorplatten eines elektrischen Feldes können beliebig geformt werden. Bei magnetischen Feldern muß dagegen durch Eisenpakete eine geschlossene Feldführung zur Reduktion des magnetischen Widerstandes eingehalten werden. Das Gewicht der feldführenden Pakete und des eingesetzten Elektromagneten wirkt sich sehr beträchtlich auf das Gesamtgewicht eines MRF-Aktors aus.

In der Tabelle 3.1.1 werden noch einmal alle Eigenschaften zusammengefaßt.

MRF	ERF
$F \approx 10 \cdot F_{ERF}$	$F \approx 0.1 \cdot F_{MRF}$
H-Feld (kl. Ströme 1 A, kleine Flächen)	E-Feld (hohe Spg. 1-3 kV/mm, Isolation)
relativ zähflüssig (>1 Pa s)	relativ dünnflüssig (<1 Pa s)
Dämpfer schwer (Eisenkern), abrasiv	verschmutzungsempfindlich

Tabelle 3.1.1: Vergleich magneto- (MRF) und elektrorheologische (ERF) Fluide

## 3.2. Statische Kraft-Geschwindigkeits-Beziehungen

In [Moosh97], [Mesch95] und [Rech96] werden die grundlegenden Kraftgleichungen zur Beschreibung der nachfolgenden 3 Dämpferbauformen untersucht und angegeben.

### 3.2.1 Flow-Mode Dämpfer

Bei Dämpfern, die im sogenannten Flow- oder auch Druckströmungs-Mode betrieben werden, wird Fluid von einem Kolben aus einer großen Kammer durch einen schmalen Kanal gedrückt, Abbildung 3.2.1.

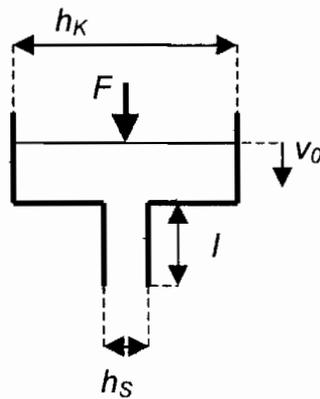


Abbildung 3.2.1: Flow-Mode Dämpfer

Die Kraft  $F_D$ , die bei konstanter Geschwindigkeit  $v_0$ , auf den Kolben wirkt, wird durch

$$F_D = \frac{h_K^2}{h_S} \frac{12\eta b}{h_S^2} v_0 \quad (3.2.1)$$

bestimmt. Dabei sind  $F_D$  die Dämpferkraft,  $v_0$  die Kolbengeschwindigkeit,  $h_K$  die Breite des oberen Kolbenbereichs,  $h_S$  die Breite des Kanals,  $l$  die Länge des Kanals,  $b$  die Tiefe und  $\eta$  die Viskosität des Fluids.

### 3.2.2 Shear-Mode Dämpfer

Im Shear-Mode oder Scherströmungsaufbau befindet sich Fluid in einem schmalen Spalt zwischen zwei parallelen Platten. Wird die obere Platte gegenüber der unteren mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v_0$  verschoben, so gilt ohne Erregung des Fluids und bei Annahme einer laminaren Schichtströmung

$$F_D = lb\eta \frac{v_0}{h_S} \quad (3.2.2)$$

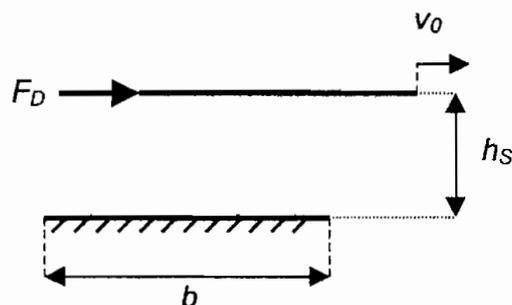


Abbildung 3.2.2: Scherfluid Dämpfer

Abbildung 3.2.2 zeigt die Anordnung der beiden Platten, dabei sind  $F_D$  die Dämpferkraft,  $v_0$  die konstante Geschwindigkeit der oberen Platte,  $b$  die Breite der Platten,  $h_s$  die Höhe des Spaltes,  $l$  die Länge der Platten und  $\eta$  die Viskosität des Fluids.

### 3.2.3 Squeeze-Mode Dämpfer

Im sogenannten Squeeze-Mode oder auch Quetschströmungsaufbau befinden sich ERF oder MRF zwischen einer feststehenden und einer vertikal beweglich gelagerten kreisförmigen Platte, Abbildung 3.2.3.

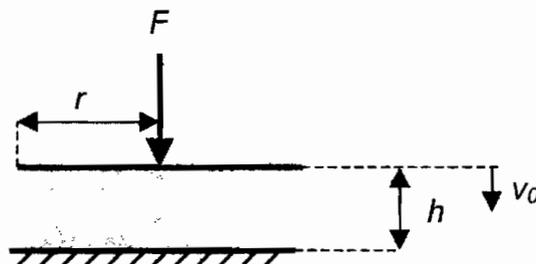


Abbildung 3.2.3: Squeeze-Mode Dämpfer

Wird die obere Kreisplatte mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_0$  nach unten bewegt, so ergibt sich eine Kraft von

$$F_D = \frac{3\pi\eta r^4}{h^3} v_0. \quad (3.2.3)$$

Die auftretenden Größen in der obigen Gleichung sind  $F_D$  die Dämpferkraft,  $v_0$  die obere Plattengeschwindigkeit,  $h$  die Höhe des Spaltes,  $r$  der Radius der kreisförmigen Platte und  $\eta$  die Viskosität des Fluids. In [Vanhe69] werden Angaben zur Auslegung eines Squeeze-Mode Dämpfers gemacht.

## 3.3 Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik

### 3.3.1 Grundprinzip

Viskose Dämpfer können auf unterschiedliche Weise konstruiert werden. Grundsätzlich gilt, daß Hydrauliköl durch eine kleine Öffnung in einem Bypass oder

Kolben gepreßt wird. Zur Variation der Dämpfungscharakteristik muß der Durchmesser einer Bohrung, siehe Abb. 3.3.1, oder der eines Bypass verändert werden.

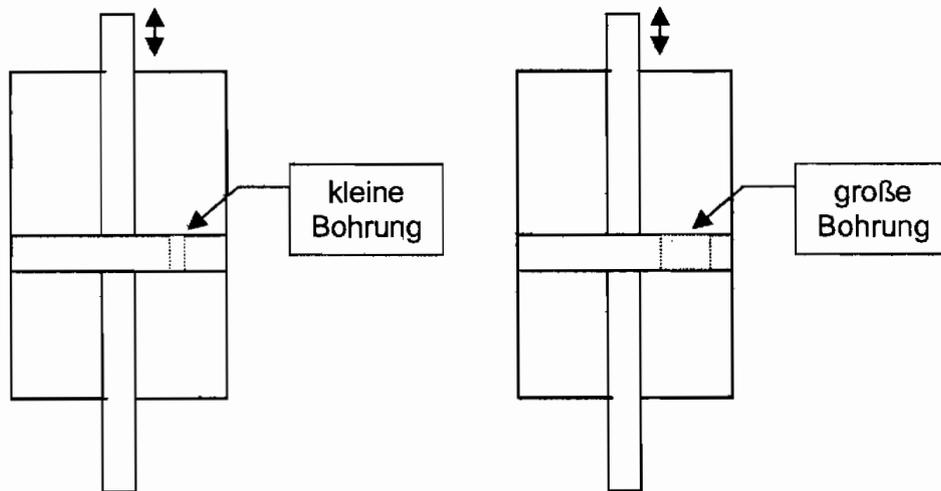


Abbildung 3.3.1: Dämpferprinzip: (a) kleine Öffnung ergibt große Dämpfung, (b) große Öffnung ergibt kleine Dämpfung.

Aus einer kleinen Durchströmungsöffnung resultiert bei vorgegebener Kolbengeschwindigkeit eine große Dämpfung, umgekehrt ergibt sich aus einer großen Öffnung bei gleicher Geschwindigkeit eine kleine Dämpfung. Soll die Dämpfungscharakteristik kontinuierlich gesteuert werden können, so muß durch geeignete Maßnahmen, z.B. mit einem hydraulischen Stellventil, eine kontinuierliche Öffnungsgrößenvariation ermöglicht werden. Der Einsatz eines Stellventils erfordert allerdings erheblichen mechanischen Aufwand und das Ventil selbst besitzt weitere bewegliche Teile und zusätzliche Dichtungen.

Wie kann nun diese Viskositätserhöhung zur Konstruktion eines Dämpfers mit variabler Dämpfungscharakteristik benutzt werden?

Elektro- und magnetorheologische Fluide sind elektrisch- bzw. magnetisch aktive Fluide, die durch Anlegen eines elektrischen- bzw. eines magnetischen Feldes ihre Viskosität verändern. Wird nun in einem Teilstück eines Bypasses oder in einem Spalt zwischen Kolben und Zylinderwand, Abbildung 3.3.2, ein magnetisches Feld erzeugt, so wird das MRF beim Durchströmen dieser aktiven Region seine Viskosität erhöhen. Aus dieser Viskositätserhöhung resultiert ein Druckanstieg, der wiederum zur Erhöhung der Kolbenkraft führt.

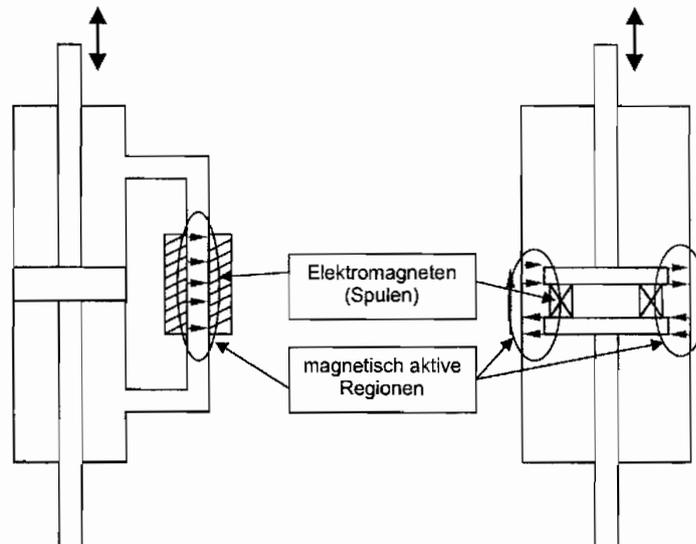


Abbildung 3.3.2: Mögliche Bauformen magnetorheologischer Dämpfer: (a) Bypass Typ, (b) radialsymmetrische Anordnung

Ein wichtiger Vorteil von MRF-Dämpfern ist, daß sie keine zusätzlichen beweglichen Teile über den Kolben hinaus besitzen, außerdem werden keine teuren elektrodynamische Ventile benötigt. Die Zeitkonstante der Dämpferreaktion liegt bei circa 10ms. Der Energiebedarf ist so gering, daß pro Aktor (Dämpfer) als Spulenstrom  $I$  nur ca. 1-2A benötigt werden. Die Gesamtleistung liegt auch bei größeren Dämpfern, siehe Kapitel 3.3.2 20t-Lord Dämpfer, zwischen 10-50W und kann daher sehr leicht auch über längere Zeit aus Akkumulatoren aufgebracht werden.

### 3.3.2 Kommerzielle MRF-Dämpfer

Es gibt bereits einige kommerzielle Dämpfer mit beachtlichen Ergebnissen [CarCC95], [Carls98]. Der sogenannte 20t-Lord Dämpfer, Abbildung 3.3.3, kann Kräfte von 20kN-200kN aufbringen bei nur 50W elektrischer Aktorleistung.

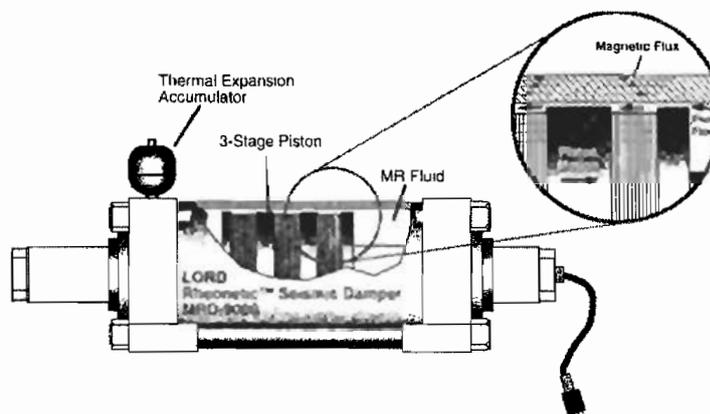


Abbildung 3.3.3: Prinzipskizze des 20t-Lord Dämpfers [SpCSY97]

Die kleinere Version, Abbildung 3.3.4, wurde als Dämpfer mit zusätzlichem inneren Luftkissen zur Dämpfung der Schwingungen in den Sitzen von Lastkraftwagen konzipiert. Diese Anwendung wird in den USA bereits zur nachträglichen Ausstattung von großen Trucks vertrieben. Durch eine Regelung der Schwingungsamplituden wird eine erhebliche Schwingungsminderung erzielt. Das dazu untersuchte Ein-Massen-Schwinger Problem wird im Kapitel 8.1 vorgestellt.

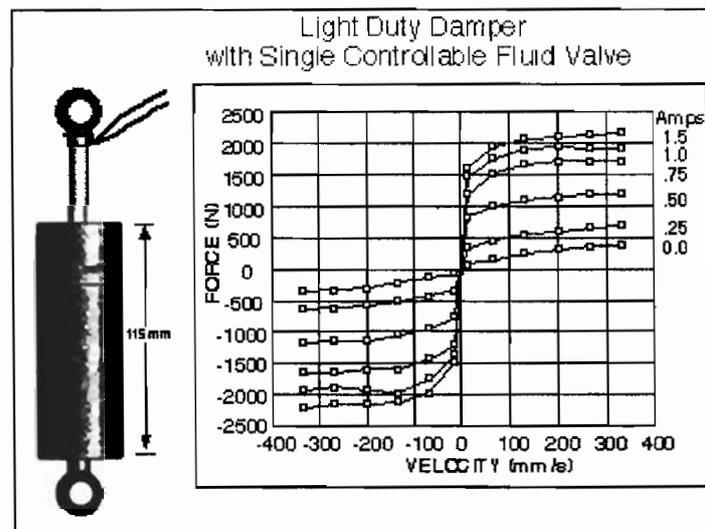


Abbildung 3.3.4: MRF-Sitzdämpfer der Firma Lord [CarCC95]

### 3.3.3 Dynamische Dämpfer Modelle

Zur dynamischen Betrachtung von MRF-Dämpfern werden eine ganze Reihe von verschiedenen Dämpfer-Modellen vorgeschlagen.

Das sicherlich einfachste Modell ist das sogenannte *bilineare Modell*, bei dem die Geschwindigkeitsdifferenz über den Dämpfer mit der variablen Dämpfung multipliziert wird.

$$F_D(t) = d(t) * \dot{x}(t) \quad (3.3.1)$$

Die variable Dämpfungscharakteristik muß dabei positiv und beschränkt sein

$$d_{\min} < d(t) < d_{\max} \quad (3.3.2)$$

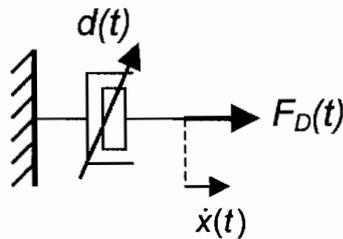


Abbildung 3.3.5: bilineares Dämpfermodell

In [SpDSC96] wird als weiteres Modell eines magnetorheologischen Dämpfers das Modell eines Bingham-Körpers

$$F_D(t) = F_c \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) + d_0 \dot{x}(t), \quad (3.3.3)$$

das aus einem Reibelement und einem Dämpfungselement besteht, vorgeschlagen. Dabei sind  $F_D(t)$  die Dämpferkraft und  $\dot{x}(t)$  die Geschwindigkeit über dem Dämpfer,  $d_0$  die viskose Dämpfungskonstante und  $F_c$  die Coulomb Haftreibungskraft.

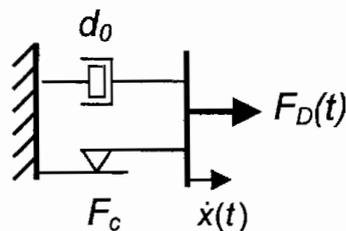


Abbildung 3.3.6: Bingham-Modell

Für den zur zusätzlichen Sitzdämpfung produzierten Dämpfer, Abbildung 3.3.4, wird in [SpDSC96] und [CarCC95] ein sehr komplexes Modell (Carlson-Modell) mit zusätzlichen inneren Freiheitsgraden vorgeschlagen. Die Modellbeschreibung geht von einer Parameterschätzung an realen Dämpfern aus und identifiziert dazu 14 Parameter.

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{(d_0 + d_1)} (\alpha z(t) + d_0 \dot{x}(t) + c_0 (x(t) - y(t))) \quad (3.3.4)$$

$$\dot{z}(t) = -\gamma |\dot{x}(t) - \dot{y}(t)| |z(t)| |z(t)|^{n-1} - \beta (\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) |z(t)|^n + A (\dot{x}(t) - \dot{y}(t)) \quad (3.3.5)$$

$$F_D(t) = d_1 \dot{y}(t) + c_1 (x(t) - x_0) \quad (3.3.6)$$

$$\alpha = \alpha(u(t)) = \alpha_a + \alpha_b u(t)$$

$$d_1 = d_1(u(t)) = d_{1a} + d_{1b}u(t) \quad (3.3.7)$$

$$d_0 = d_0(u(t)) = d_{0a} + d_{0b}u(t)$$

$$\dot{u}(t) = -\mathcal{A}(u(t) - U(t)) \quad (3.3.8)$$

Die einzelnen Größen haben die folgende Bedeutung:  $U(t)$  ist die Klemmenspannung am Elektromagneten der Erregungsspule und  $u(t)$  ist die durch  $\mathcal{A}$  verzögerte innere Spannung. Die Konstanten  $\alpha$ ,  $\alpha_a$ ,  $\alpha_b$ ,  $d_0$ ,  $d_{0a}$ ,  $d_{0b}$ ,  $d_1$ ,  $d_{1a}$  und  $d_{1b}$  beschreiben verschiedene Spannungsabhängigkeiten.

Obwohl sich durch die Identifikation ein sehr genaues Modell ergibt, ist dieses aufgrund der hohen Komplexität für den Reglerentwurf nicht geeignet. In Abbildung 3.3.7 ist eine Skizze des Modells angegeben.

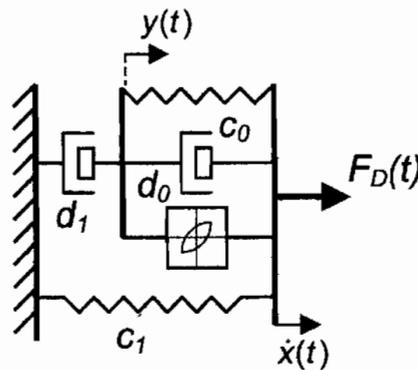


Abbildung 3.3.7: Carlson-Modell eines MRF-Dämpfers.

In Kapitel 7 werden einige Meßkurven zu einem im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten experimentellen MRF-Dämpfer vorgestellt.

# Kapitel 4

## Modellbildung und Beschreibung mechanischer Systeme

Die dynamischen Abläufe in technischen Anlagen und insbesondere schwingende mechanische Konstruktionen werden durch Differential- und Differenzgleichungen oder Gleichungssysteme unterschiedlichen Typs beschrieben. Lineare Systeme sind dabei am besten erforscht. Viele nichtlineare Systeme lassen sich auf diesen Systemtyp zurückführen oder in speziellen Arbeitspunkten linearisieren. Schwingende Tragwerke, die Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik enthalten, gehören zu der untereinander eng verwandten Klasse der bilinearen Systeme.

Im nachfolgenden Kapitel werden zunächst allgemeine Eigenschaften dynamischer Systeme und deren Klassifikationen vorgestellt. Daran anschließend werden lineare und verschiedene bilineare Systemunterklassen unterschieden. Schließlich werden die Differentialgleichungen von schwingfähigen Mehr-Massen-Schwingern in eine bilineare Zustandsraumdarstellung überführt.

### 4.1 Einführung

#### 4.1.1 Systemeigenschaften

Dynamische Systeme lassen sich in verschiedene, sie charakterisierende Klassen unterteilen. Zur Einführung in die Systemtheorie der Regelungstechnik erfolgt im weiteren eine kurze Einführung und Aufzählung der unterschiedlichen Eigenschaften und Klassifikationen.

- *Lineare* Systeme bilden die Grundlage der dynamischen Systeme. Die Superposition und Proportionalität

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{a}\mathbf{z}_1 + \mathbf{b}\mathbf{z}_2) = \mathbf{a}\mathbf{f}(\mathbf{z}_1) + \mathbf{b}\mathbf{f}(\mathbf{z}_2) \quad (4.1.1)$$

sind die entscheidenden Eigenschaften für diese Einteilung. Als *nichtlinear* werden alle anderen Systeme bezeichnet. Auch bilineare Systeme, die unter anderem Schwingungssysteme mit variabler Dämpfungscharakteristik

beschreiben, sind nichtlinear. Häufig können nichtlineare Systeme jedoch durch Linearisierung in einem Arbeitspunkt auf lineare Systeme zurückgeführt werden.

Alle nachfolgenden Systemeigenschaften sind jeweils Unterklassifizierungen der linearen- bzw. nichtlinearen Systeme.

- *Ortsdiskrete* oder *verteilte* Parameter entscheiden über die mögliche mathematische Darstellung der Systeme. Einzelne schwingende Massen oder ein homogener Balken werden jeweils als gewöhnliche gekoppelte Differentialgleichungssysteme oder entsprechend als partielle Differentialgleichungen dargestellt.
- *Zeitvariante* oder *zeitinvariante* Systeme unterscheiden sich durch zeitlich veränderliche oder zeitlich konstante Systemparameter.
- Können sich Systemgrößen zu jedem beliebigen Zeitpunkt ändern, so spricht man von *zeitkontinuierlichen* Systemen. *Zeitdiskrete* Systemgrößen können in der Größe ihrer Amplitude quantifiziert werden und sie können im Zeitverlauf diskretisiert werden, daher werden sie durch Differenzgleichungen dargestellt.
- Systeme mit *deterministischen* Variablen und Parametern sind eindeutig bestimmbar, denn Zeitreihen können bei gleichen Rand- und Anfangsbedingungen beliebig oft wiederholt werden. *Stochastische* Signale oder Parameter besitzen dagegen völlig unvorhersehbare Verläufe und können nur mit Mitteln der Stochastik beschrieben werden.
- *Stabilität* ist für alle regelungstechnisch relevanten Systeme von größter Wichtigkeit, denn sie entscheidet über den Erfolg einer Regelung. *Instabilität* äußert sich durch Systemgrößen, deren Werte gegen Unendlich streben und häufig nur durch das Versagen von Systemstrukturen begrenzt werden. Stabilitätsuntersuchungen für lineare und bilineare Systeme sind Gegenstand weiterer Untersuchungen in diesem Kapitel.
- Bei *kausalen* Systemen werden die Ausgangsgrößen zum aktuellen Zeitpunkt durch vorangegangene Eingangsgrößen bis zum aktuellen Zeitpunkt bestimmt, das heißt, daß auf jede Ursache eine Wirkung folgt. *Nicht kausale* Systeme benötigen zur Berechnung der Ausgangsgrößen Kenntnis von zukünftigen Daten. Alle realen Systeme sind daher kausal.

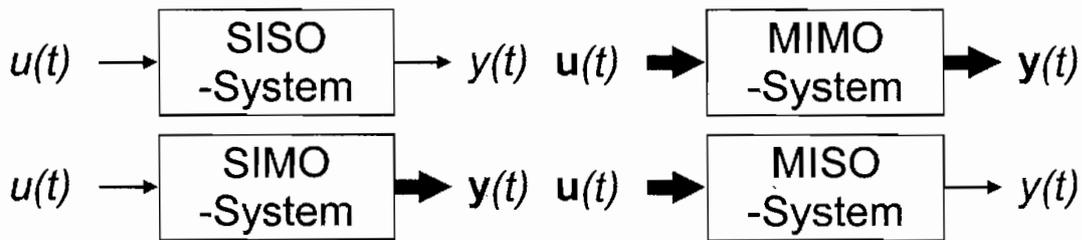


Abbildung 4.1.1: Ein- Ausgangskombinationen bei Ein- und Mehrgrößensystemen

- Unabhängig von der Klasse der beschreibenden Differentialgleichung lassen sich dynamische Systeme anhand der Anzahl ihrer Ein- und Ausgänge in *Ein-* oder *Mehrgrößensysteme* klassifizieren, Abbildung 4.1.1. SISO (single input single output) beschreibt Systeme mit einem Ein- und einem Ausgang. Mit SIMO (single input multiple output) werden Systeme mit einem Ein- und mehreren Ausgängen bezeichnet. Bei MIMO (multiple input multiple output) handelt es sich um Mehrgrößensysteme mit mehreren Ein- und Ausgängen. Die vierte Gruppe bilden die MISO (multiple input single output) Systeme mit mehreren Eingängen und einem Ausgang. Die Anzahl der inneren Zustände der verschiedenen Systemklassen wird bei dieser Klassifizierung nicht berücksichtigt.

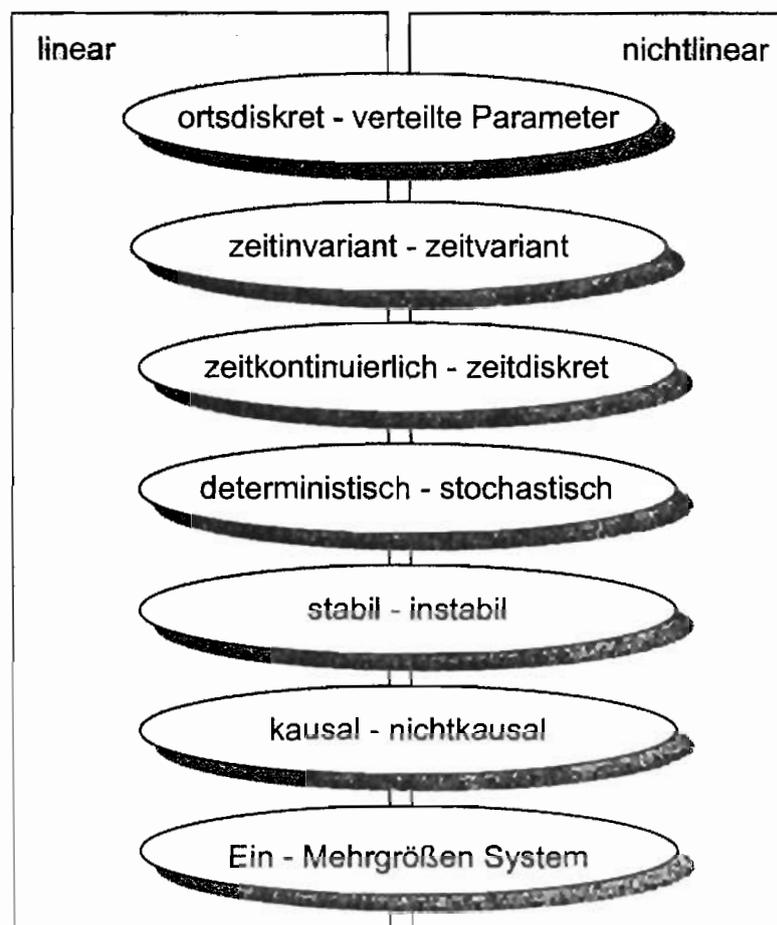


Abbildung 4.1.2: Eigenschaften dynamischer Systeme

Abbildung 4.1.2 zeigt noch einmal die Klassifikationen der verschiedenen Eigenschaften dynamischer Systeme.

#### 4.1.2 Systembeschreibungen

Im Folgenden werden nun verschiedene mathematische Darstellungsmöglichkeiten der genannten Systeme angegeben.

- *Differentialgleichungen* oder *Differenzgleichungen* werden herangezogen, um aufgrund physikalischer Modelle das dynamische Verhalten eines Systems zu bestimmen. Lineare Systeme mit konzentrierten Parametern werden durch gewöhnliche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten dargestellt.
- Die *Sprungantwort* oder auch *Übergangsfunktion*  $h(t)$  ist eine in der Regelungstechnik verwendete Methode, um erste Informationen wie Anstiegszeit, Zeitkonstante oder Verstärkungsfaktoren für lineare Systeme zu bestimmen. Ein Einheitssprung

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases} \quad (4.1.2)$$

wird dazu auf einen Eingang gegeben und die Übergangsfunktion  $h(t)$  wird am Ausgang gemessen. Abbildung 4.1.3 zeigt beispielhaft eine Sprungantwort.

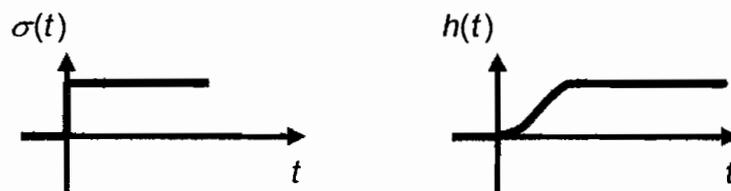


Abbildung 4.1.3: (a) Einheitssprung, (b) Sprungantwort

- Die *Gewichtsfunktion*  $g(t)$  oder auch *Impulsantwort* ist die Systemantwort auf einen Einheitsimpuls (Dirac-Stoß)

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & \text{für } 0 \leq t \leq \varepsilon \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.1.3)$$

Durch Anwendung des Faltungsintegrals, oder auch Duhamelsches-Integral genannt, kann die Ausgangsgröße

$$y(t) = \int_0^t g(t - \tau) u(\tau) d\tau \quad (4.1.4)$$

eines linearen Systems direkt bestimmt werden. In Abbildung 4.1.4 ist eine Impulsantwort beispielhaft dargestellt.

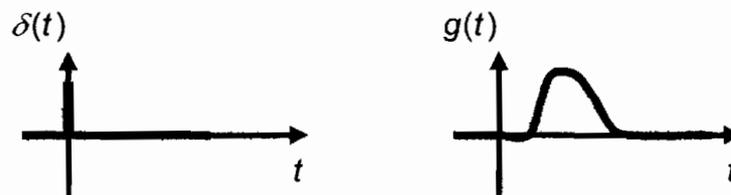


Abbildung 4.1.4: (a) Einheitsimpuls, (b) Gewichtsfunktion

- Viele dynamische Systemmodelle können in eine *Zustandsraumdarstellung* umgeformt werden

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{a}_{NL}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (4.1.5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{c}_{NL}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t). \quad (4.1.6)$$

Dabei handelt es sich um ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung. Für die Dimensionen der einzelnen Größen gilt  $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\dot{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  und  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ . Lineare Systeme können in einer vereinfachten Schreibweise

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.1.7)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (4.1.8)$$

mit  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{r \times n}$  und  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{r \times m}$  angegeben werden.

- Die Transformation vom Zeitbereich  $f(t)$  in den *Frequenz-* oder *Bildbereich* wird mit der *Laplace-Transformation*

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (4.1.9)$$

und der komplexen Variablen

$$s = \sigma + j\omega \quad (4.1.10)$$

durchgeführt. Das Umkehrintegral

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\omega}^{+j\omega} F(s)e^{st} ds \quad (4.1.11)$$

ermöglicht die Rücktransformation vom Frequenz- in den Zeitbereich. Ein wesentlicher Vorteil der Laplace-Transformation für die Regelungstechnik ist, daß Differentiationen auf eine Multiplikation

$$\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow s \quad (4.1.12)$$

mit der komplexen Variablen  $s$  zurückgeführt werden. Integrationen werden analog dazu auf die Division mit der komplexen Variable  $s$

$$\int x(t) dt \rightarrow \frac{1}{s} \quad (4.1.13)$$

zurückgeführt.

Die Differentialgleichung eines Ein-Massen-Schwingers

$$m\ddot{x}(t) + d\dot{x}(t) + cx(t) = f(t) \quad (4.1.14)$$

kann durch die Anwendung der Laplace-Transformation

$$ms^2X(s) + dsX(s) + cX(s) = F(s) \quad (4.1.15)$$

in eine Übertragungsfunktion

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + ds + c} = G(s) \quad (4.1.16)$$

transformiert werden.

Die Übertragungsantwort des Systems wird im Frequenzbereich durch eine einfache Multiplikation der Laplace-Transformierten der Übertragungsfunktion mit der Laplace-Transformierten der Erregungsfunktion gebildet. Die anschließende Rücktransformation in den Zeitbereich liefert den gesuchten Zeitverlauf der Systemantwort. Auf diesem Weg kann die sonst im Zeitbereich notwendige Faltung der Übertragungsfunktion mit der Erregungsfunktion zu zwei Transformationen und einer Multiplikation vereinfacht werden

$$x(t) = L^{-1}\{X(s)\} = L^{-1}\{G(s) * L\{f(t)\}\}. \quad (4.1.17)$$

Die benötigten Transformationen und Rücktransformationen können für lineare Systeme und einfache Erregungen aus Tabellen entnommen werden.

Das Systemverhalten und die Stabilität des Systems werden dabei hauptsächlich durch die Polstellen von  $G(s)$  bestimmt, siehe Kapitel 4.2.3.

- Die *diskrete Darstellung (z-Transformierte)* von Systemen wird häufig gewählt, wenn ein dynamisches Problem mit der Hilfe von Rechnern weiterbearbeitet oder ein digitaler Regler entworfen werden soll.

Dem Integral der Laplace-Transformation wird dazu eine unendliche Summe, die z-Transformation

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} \quad (4.1.18)$$

gegenübergestellt.  $T$  ist die Abtastzeit des zugrundeliegenden Systems.

Der Übergang von der Laplace-Transformierten zur z-Transformierten wird mit der Transformation

$$e^{Ts} = z \quad (4.1.19)$$

durchgeführt. Die Rücktransformation wird mit

$$s = \frac{1}{T} \ln z \quad (4.1.20)$$

gebildet.

## 4.2 Lineare Systeme

Wie bereits dargestellt worden ist, bilden lineare Systeme die Grundlage der Regelungstechnik. In Abbildung 4.2.1 ist ein solches System für den Mehrgrößenfall (MIMO) mit zusätzlichen Störgrößen  $f(t)$  abgebildet.

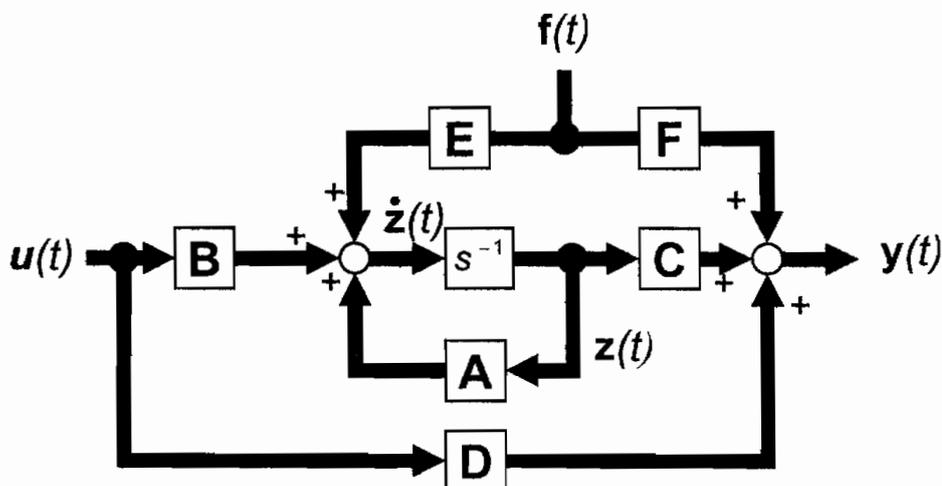


Abbildung 4.2.1: Lineare Zustandsraumdarstellung mit Störgrößen  $f(t)$

Das lineare System wird durch die Glgn. (4.2.1) und (4.2.2) beschrieben.

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}(t) \quad (4.2.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{f}(t) \quad (4.2.2)$$

Die charakterisierende Eigenschaft von linearen Systemen ist die Superposition, d. h. verschiedene Systemzustände können separat betrachtet und anschließend summiert werden, siehe Gl. (4.1.1).

#### 4.2.1 Beobachtbarkeit

Zur Generierung von Reglern und zur Systemidentifikation ist die Kenntnis der internen Zustände  $\mathbf{z}(t)$  eines dynamischen Systems, Gl. (4.2.1) erforderlich. Die sogenannte Beobachtbarkeit gibt dabei an, ob alle internen Zustände allein durch die Messung der Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}(t)$  rekonstruierbar sind, siehe Abbildung 4.2.2.

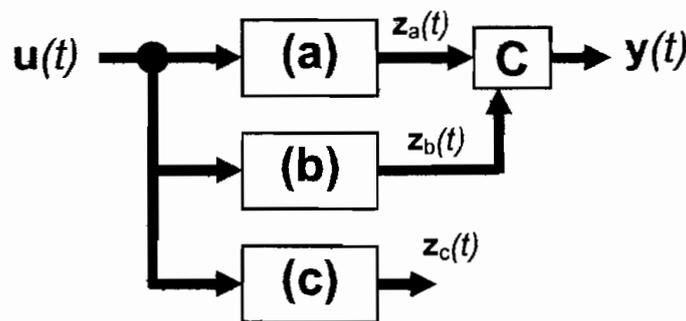


Abbildung 4.2.2: Beobachtbarkeit von linearen Systemen ((a),(b) beobachtbare Teilsysteme, (c) nicht beobachtbares Teilsystem)

Zur Validierung des Kriteriums muß eine Hypermatrix der Dimension  $n \times n$  gebildet werden, Gl. (4.2.3). Vollständige Beobachtbarkeit liegt genau dann vor, wenn der Rang von Gl. (4.2.3) der Anzahl der Zustände  $n$  entspricht.

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (4.2.3)$$

### 4.2.2 Steuerbarkeit

Neben der Beobachtbarkeit ist auch die Steuerbarkeit ein notwendiges Kriterium zum Reglerentwurf. Sie gibt an, ob alle Komponenten des Zustandsvektors durch den Eingangsvektor  $u(t)$  beeinflusst werden können, Abb. 4.2.3.

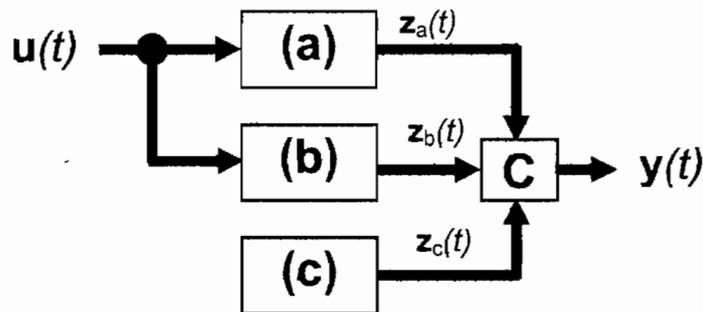


Abbildung 4.2.3: Steuerbarkeit von linearen Systemen ((a),(b) steuerbare Teilsysteme, (c) nicht steuerbares Teilsystem)

Für die vollständige Steuerbarkeit eines linearen Systems in der Zustandsraumdarstellung ist die folgende Bedingung

$$\text{Rang}[\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n \quad (4.2.4)$$

notwendig und hinreichend. Die Dimension der aufgestellten Hypermatrix beträgt dabei  $n \times nm$ .

### 4.2.3 Stabilität

Stabilität ist in der Regelungstechnik eine grundlegende Forderung an dynamische Systeme. Selbsterregte Schwingungen und gegen Unendlich strebende Zustände müssen durch Regler kompensiert werden. Ziel einer Regelung ist es, eine Ruhelage oder das Nachfahren einer Sollwertvorgabe zu erreichen.

Bei Systemen in Zustandsraumdarstellung kann durch die Lage der Eigenwerte der Systemmatrix

$$\text{eig}(A) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\} \quad (4.2.5)$$

des geschlossenen Gesamtsystems eine Aussage über die Gesamtstabilität des Systems getroffen werden, siehe [Unbeh93b].

#### (a) Asymptotische Stabilität

Bei *asymptotischer Stabilität* gilt für die Gewichtsfunktion  $g(t)$  des linearen Systems

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |g(t)| = 0. \quad (4.2.6)$$

Die Polstellen der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  liegen dann *alle* in der linken  $s$ -Halbebene, es gilt also

$$\operatorname{Re}\{\operatorname{eig}(\mathbf{A})\} < 0. \quad (4.2.7)$$

Die sogenannte  $s$ -Ebene stellt die komplexen Eigenwerte oder Wurzeln der Laplace transformierten Systemdarstellungen in einer Ebene in einem Koordinatensystem dar.

Die Abbildungen 4.2.4 und 4.2.5 zeigen mögliche Lagen der Pole (Eigenwerte), den Zeitverlauf der Ausgangsgrößen der Systeme im Ausschwingversuch ausgehend von einem Anfangszustand  $\mathbf{z}(t) \neq \mathbf{0}$  und beispielhafte Phasendiagramme. In Phasendiagrammen werden Trajektorien von 2 Zustandsgrößen, z.B.  $z_1(t)$  und  $z_2(t)$ , dargestellt. Dadurch kann direkt die dynamische Verknüpfung zwischen diesen Zustandsgrößen  $z_i(t)$  verdeutlicht werden.

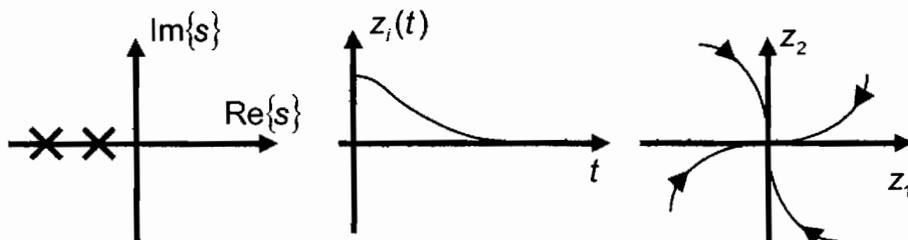


Abbildung 4.2.4: stabiles System (Pole der  $s$ -Ebene, Zeitverlauf, Phasendiagramm)

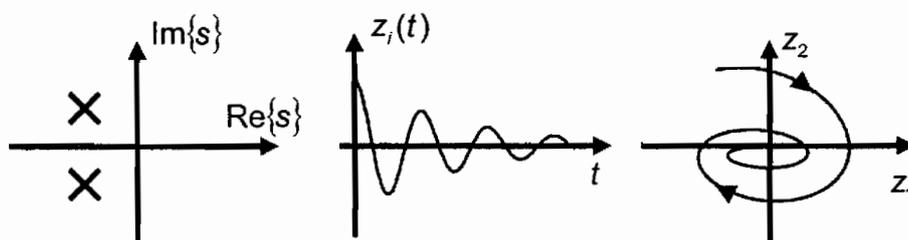


Abbildung 4.2.5: stabiles System (Pole der  $s$ -Ebene, Zeitverlauf, Phasendiagramm)

### (b) Einfache Stabilität (Grenzstabilität)

Einfache Stabilität oder auch Grenzstabilität liegt vor, wenn dauerhafte Systemschwingungen innerhalb eines Intervalls

$$|\mathbf{z}(t)| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq 0 \quad (4.2.8)$$

bei Ausbleiben einer äußeren Erregung erhalten bleiben. Abbildung 4.2.6 zeigt ein dazugehöriges konjugiert komplexes Polpaar auf der imaginären Achse, den Zeitverlauf einer Dauerschwingung und die geschlossenen Kurven im Phasendiagramm.

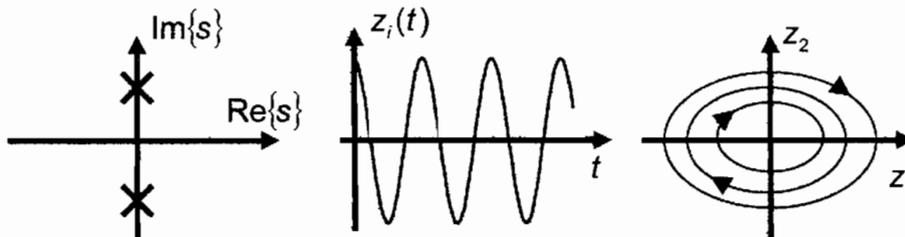


Abbildung 4.2.6: dauerschwingendes System (Pole der  $s$ -Ebene, Zeitverlauf, Phasendiagramm)

Für die Eigenwerte der Systemmatrix gilt dabei

$$\operatorname{Re}\{\operatorname{eig}(\mathbf{A})\} = 0 \quad \text{und} \quad \operatorname{Im}\{\operatorname{eig}(\mathbf{A})\} \neq 0. \quad (4.2.9)$$

### (c) Instabile Systeme

Bei instabilen Systemen streben die Systemgrößen gegen Unendlich und werden nur durch natürliche Begrenzungen oder Versagen des physikalischen Systems begrenzt. Für die Eigenwerte der Systemmatrix gilt dann

$$\operatorname{Re}\{\operatorname{eig}(\mathbf{A})\} > 0. \quad (4.2.10)$$

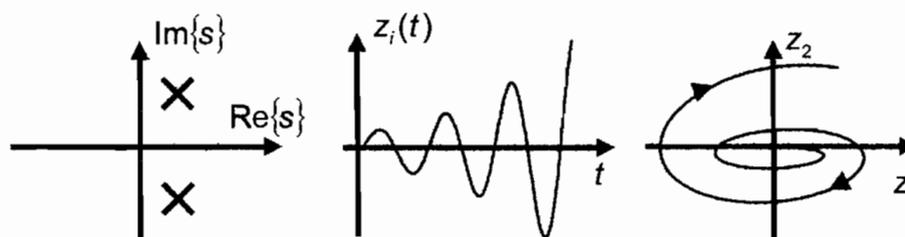


Abbildung 4.2.7: instabiles System (Pole der  $s$ -Ebene, Zeitverlauf, Phasendiagramm)

Eine kleine Störung durch Rauschen im System reicht häufig aus, um die Schwingung anzustoßen. Abbildung 4.2.7 zeigt die mögliche Lage reeller und

konjugiert komplexer Eigenwerte in der komplexen rechten  $s$ -Halbebene, einen aufschwingenden Zeitverlauf und einen möglichen Phasenverlauf.

### 4.3 Bilineare Systeme

Neben den linearen Systemen existieren viele verschiedene Klassen von nichtlinearen Systemen. Sogenannte analytische Systeme (ALS) mit linearen Eingängen  $\tilde{\mathbf{b}}_i u_i$  [Schwa91]

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{a}_{bi}(\mathbf{z}(t)) + \sum_{i=1}^m \tilde{\mathbf{b}}_i(\mathbf{z}(t)) u_i(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}(t) \quad (4.3.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{c}(\mathbf{z}(t)) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{f}(t) \quad (4.3.2)$$

sind eine Klasse von nichtlinearen dynamischen Systemdarstellungen in der Regelungstechnik. Dabei sind  $\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ ,  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ ,  $\mathbf{a}_{bi} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\tilde{\mathbf{b}}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ ,  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{r \times m}$ ,  $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{r \times p}$  und  $\mathbf{u} = [u_1 \cdots u_i \cdots u_m]^T \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ .

Die in diesem Kapitel betrachteten bilinearen Systeme (BLS) sind eine Unterklasse dieser analytischen Systeme. Die allgemeine Darstellung eines bilinearen Mehrgößensystems in Zustandsraumdarstellung lautet

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \sum_{i=1}^m (\mathbf{N}_i \mathbf{z}(t) + \mathbf{b}_i) u_i(t) + \mathbf{E}\mathbf{f}(t). \quad (4.3.3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\mathbf{f}(t) \quad (4.3.4)$$

Dabei sind  $\mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ ,  $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ ,  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{r \times m}$ ,  $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{r \times p}$ ,  $\mathbf{N}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  und  $\mathbf{u} = [u_1 \cdots u_i \cdots u_m]^T \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ . Die Unterscheidung zu den mit diesen verwandten linearen Systemen besteht hier in dem multiplikativen *bilinearen* Term  $\mathbf{N}_i \mathbf{z}(t) u_i(t)$ .

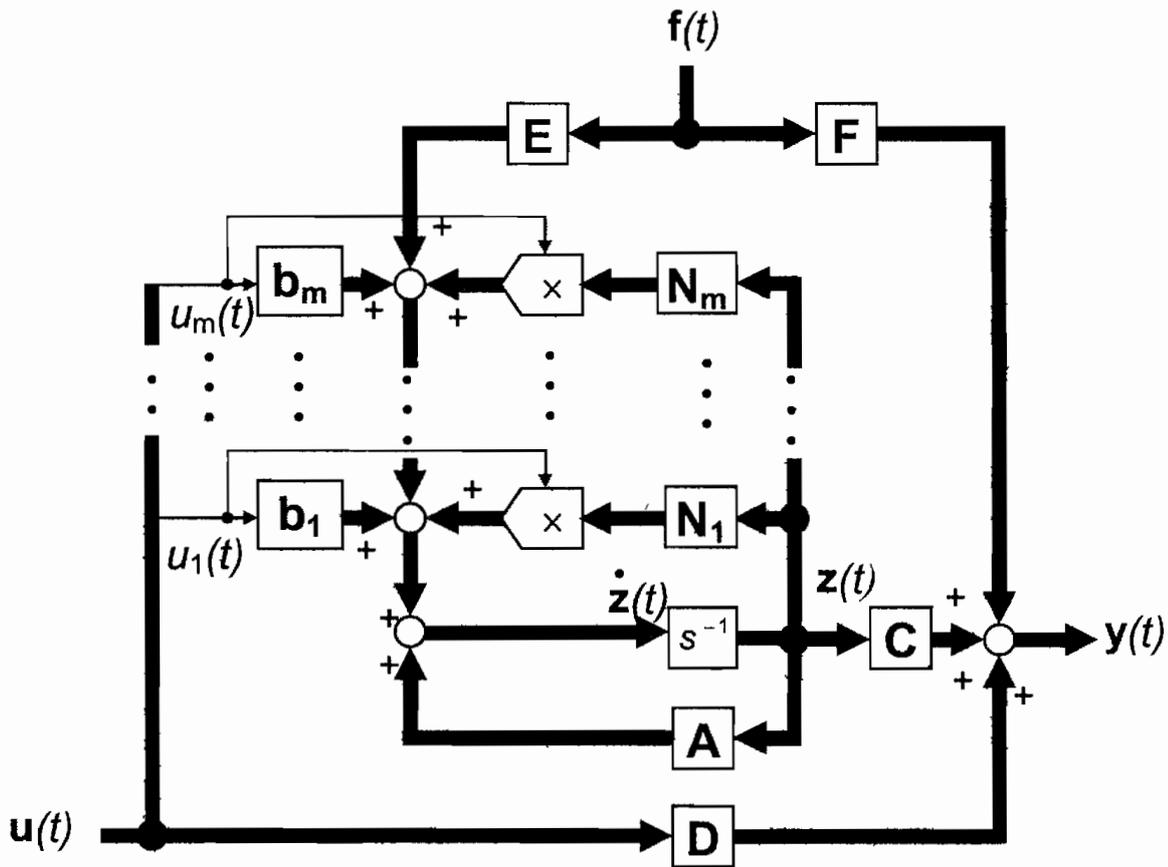


Abbildung 4.3.1: Allgemeine bilineare Zustandsraumdarstellung mit Störgrößen  $f(t)$

Eine allgemeine bilineare Zustandsraumdarstellung mit zusätzlichen Störgrößen ist in Abbildung 4.3.1 dargestellt. Der Vektor der Stellgrößen  $u(t)$  ist zum Zweck der besseren Übersichtlichkeit der Abbildung in seine einzelnen Komponenten  $u_i(t)$  aufgeteilt worden.

Neben dieser allgemeinen Darstellung existieren insbesondere 3 Sonderformen von bilinearen Systemen, die nachfolgend in einer Eingrößen Darstellung angegeben werden.

**(a) BLS homogen bezüglich der Zustände**

Bilineare Systeme, die *homogen bezüglich der Zustände*  $z(t)$  sind

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Nz(t)u(t), \tag{4.3.5}$$

enthalten eine Systemmatrix  $A$  aber keinen Eingangsvektor  $b=0$ . Der Begriff *homogen* wird hier in dem Sinne verwendet, daß auf der rechten Seite der Systemdarstellung alle Terme die betrachtete Größe, hier  $z(t)$ , enthalten.

Wenngleich diese Bezeichnung auf den ersten Blick verwirrend erscheint, ist sie konsequent in ihrer Anwendung, siehe dazu [Schwa91].

Die nachfolgende Abbildung 4.3.2 zeigt das dazugehörige Blockschaltbild.

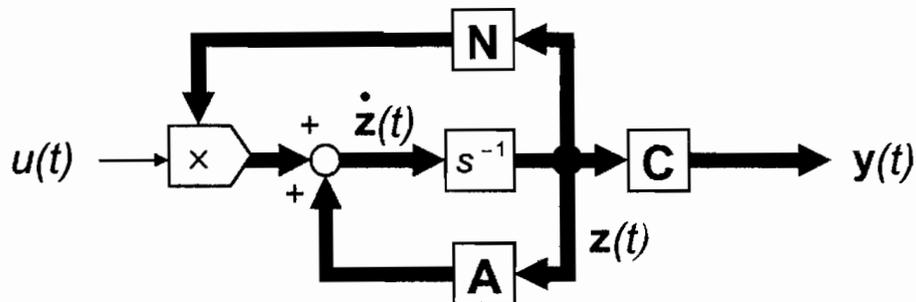


Abbildung 4.3.2: Bilineare Zustandsraumdarstellung (homogen bezüglich der Zustände)

Diese Systemunterklasse wird in nachfolgenden Kapiteln intensiv zur Beschreibung von *schwingfähigen Tragwerken mit semi-aktiver Dämpfungscharakteristik* herangezogen.

#### (b) BLS homogen bezüglich des Eingangs

Bilineare Systeme, die *homogen bezüglich des Eingangs*  $u(t)$  sind

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{Nz}(t)u(t) + \mathbf{b}u(t), \quad (4.3.6)$$

enthalten dagegen keine Systemmatrix  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ , sondern nur einen Eingangsvektor  $\mathbf{b}$ . Auf der rechten Seite befinden sich dabei ausschließlich Terme, die die Größe  $u(t)$  enthalten. In Abbildung 4.3.3 verdeutlicht ein Blockschaltbild die Systemdifferentialgleichung.

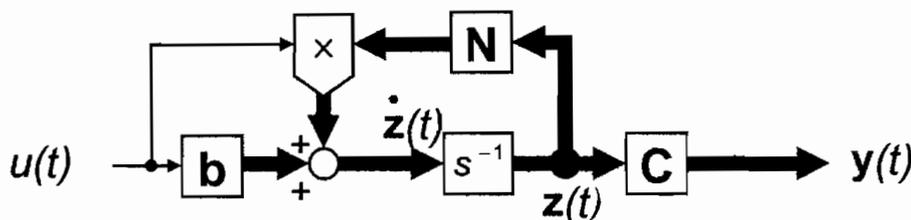


Abbildung 4.3.3: Bilineare Zustandsraumdarstellung (homogen bezüglich des Eingangs)

#### (c) BLS strikt bilinear

Als dritte Untergruppe sind die *strikt bilinearen* Systeme zu nennen

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{Nz}(t)u(t). \quad (4.3.7)$$

Bei dieser Systemunterklasse gilt sowohl für die Systemmatrix  $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ , als auch für den Steuervektor  $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ . Das zur Systemdarstellung gehörende Blockschaltbild ist in Abbildung 4.3.4 angegeben.

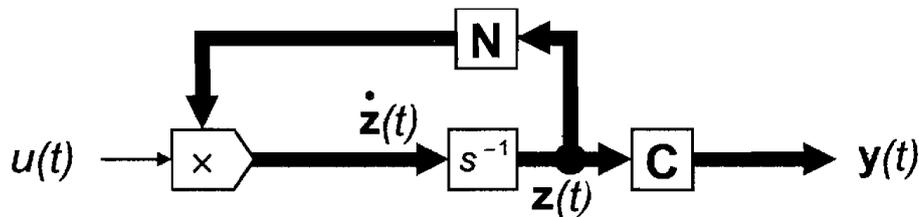


Abbildung 4.3.4: Strikt bilineare Zustandsraumdarstellung

## 4.4 Strukturdynamik

### 4.4.1 Einleitung

Schwingende technische Tragwerkstrukturen sind in der Praxis Systeme mit verteilten Parametern. Zur analytisch regelungstechnischen Betrachtung sollten diese Systeme auf konzentrierte Masse-Feder-Dämpfer Systeme zurückgeführt werden.

Zur Modellbildung stehen dabei generell zwei Möglichkeiten zur Auswahl. Die Systemidentifikation gewinnt aus Meßwerten eine dynamische Systembeschreibung, die auch als *Black-Box Modellierung* bekannt ist. Der Zusammenhang zwischen physikalischen Gegebenheiten und den gewonnenen dynamischen Freiheitsgraden kann dabei in der Regel nicht hergestellt werden. Häufig existieren dynamische Modelle von Bauwerken, die mit Hilfe der Finite-Element Methode (FEM) gewonnen wurden. Die Anzahl der Elemente eines komplexen Tragwerks (Hochhauses) in einer FEM-Formulierung liegt in für die Regelungstechnik unbeherrschbaren Bereichen von einigen Tausend oder Millionen Elementen. Hier muß mit geeigneten Reduktionsmethoden ein dynamisches Modell mit wenigen Freiheitsgraden erzeugt werden. Bei dieser Generierung können so z.B. einzelne Stockwerke als Freiheitsgrad gewählt werden, um so einen physikalischen Zusammenhang herzustellen. Neben dieser Betrachtung kann auch durch eine modale Kondensation eine Freiheitsgradreduktion erreicht werden.

Neben den in Kapitel 2 vorgestellten dynamischen Systemen und den Erregungen (Störungen) durch Wind und Erdbeben, existieren eine Reihe weiterer Erregungsarten, Abb. 4.4.1.

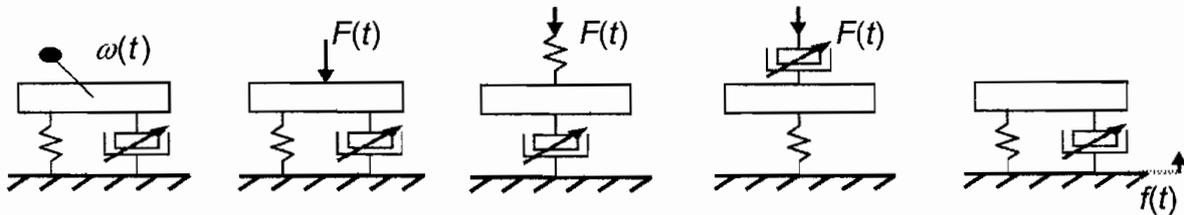


Abbildung 4.4.1: Mögliche Erregungsvarianten eines Ein-Massen-Schwingers mit variabler Dämpfungscharakteristik: (a) Unwucht-, (b) Kraft-, (c) Federkraft-, (d) Dämpferkraft-, (e) Boden-Erregung

Der Unwuchterregungstyp ist aktuell Gegenstand der Forschung bei Waschmaschinenherstellern, so z.B. bei dem deutschen Hersteller Miele. Dort sollen bislang vorhandene auf Fetten basierende Reibelemente durch umschaltbare magnetorheologische Reibelemente ersetzt werden, um im Schleudergang das Durchfahren der Resonanz des Trommel-Feder-Dämpfer Systems zu beschleunigen. Eine durchgängig harte Abstimmung des Schwingsystems würde die erreichbare Drehzahl, durch den an der Leistungsgrenze betriebenen Antriebsmotor, sonst zu stark begrenzen. Eine Regelung der Dämpfung findet hierbei im regelungstechnischen Sinne nicht statt, da eine anfangs konstant harte Dämpfung nach Durchlaufen der Resonanz auf konstant weich umgeschaltet wird.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Regelungskonzepte für den Erregungstyp Bodenerregung (Störrerregung) entwickelt.

An dieser Stelle erscheint es sinnvoll, den Begriff der „Erregung“ genauer zu definieren. Im Unterschied zur sonst üblichen Bedeutung in der Regelungstechnik wird der Ausdruck „Erregung“ hier nicht mit dem Begriff „Stellgröße“ gleichgesetzt, statt dessen wird Erregung hier im Sinne von „Störung“ verwendet. Dies hat zwei Gründe. Zum einen kann bei semi-aktiven Systemen durch die Stellgröße  $u(t)$  (Dämpferkraft  $F_D(t)$ ) bzw. variable Dämpfungscharakteristik  $d(t)$  das System nicht aus dem Zustand der Ruhe heraus angeregt werden, sondern es kann nur die Rate der Energiedissipation variiert werden. Und zweitens versteht man unter einer Tragwerkserregung oder –anregung im allgemeinen, wie auch hier, die Anregung durch Wind, Erdbeben, Maschinen oder Straßenverkehr.

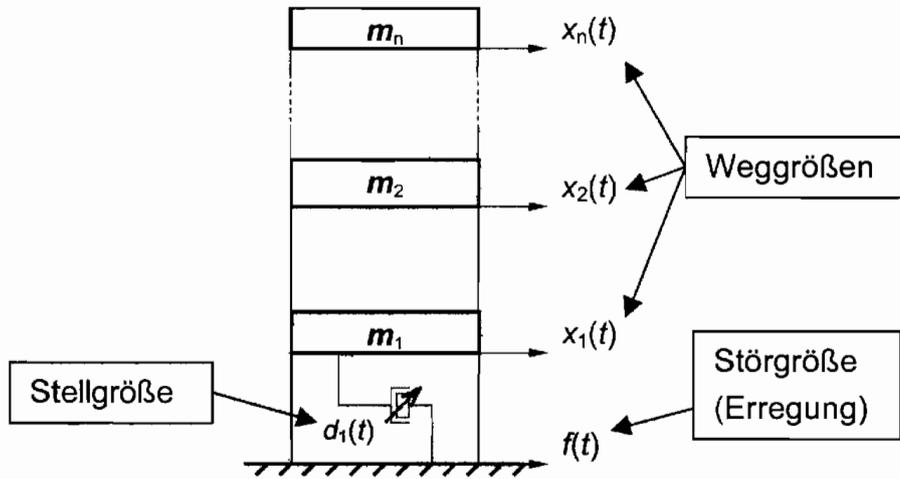


Abbildung 4.4.2: Mehr-Massen-Schwinger (Weggrößen  $x_i(t)$ , variable Dämpfungscharakteristik  $d_1(t)$  bzw. –kraft  $F_D(t)$  und Störgröße  $f(t)$ )

Mehr-Massen-Schwinger mit Bodenerregung (Störung) und einem Dämpfer  $d_1(t)$  mit variabler Dämpfungscharakteristik lassen sich allgemein in der Darstellung von Gleichung (4.4.1) angeben. Dabei sind  $\mathbf{M}$  die Massenmatrix,  $\mathbf{D}$  die Dämpfungsmatrix und  $\mathbf{K}$  die Steifigkeitsmatrix,  $\Gamma$  besitzt nur eine einzelne „1“ im Spaltenvektor und leitet die Bodenerregung (Störgröße)  $f(t)$  bzw.  $\dot{f}(t)$  in das System ein.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{D}(t)\Gamma\dot{f}(t) + \mathbf{K}\Gamma f(t) \tag{4.4.1}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.4.2}$$

Alle hier betrachteten Tragwerke sollen eine variable Dämpfungscharakteristik besitzen  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(t)$ . Wird die variable Dämpfungscharakteristik des Dämpfers aus der Dämpfungsmatrix herausgezogen, so ergibt sich die Darstellung in Gl. (4.4.3).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{D}}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \Gamma F_D(t) + \tilde{\mathbf{D}}\Gamma\dot{f}(t) + \mathbf{K}\Gamma f(t) \tag{4.4.3}$$

Bei der erfolgten linearen Umformung ist zu beachten, daß die Dämpferkraft  $F_D(t)$  bei Systemen mit variabler Dämpfungscharakteristik beschränkt

$$F_D(t) < F_{D,\max}(\mathbf{z}(t), \dot{f}(t)) \tag{4.4.4}$$

bleiben muß, da Dämpfer rein dissipative Elemente sind.

Eine Variation der Dämpferkraft  $F_D(t)$  und damit indirekt eine Variation der Dämpfung  $d(t)$ , entspricht der Änderung der Rate der Energiedissipation im Dämpfer. Es ist mit diesem Element (Aktor) nicht möglich, zusätzliche Energie in das Gesamtsystem einzuleiten.

Gleichung (4.4.3) läßt sich in eine Zustandsraumdarstellung transformieren, Gl. (4.4.5), dabei sind  $\mathbf{z}(t)$  die Zustandsgrößen,  $F_D(t)$  die beschränkte Stellgröße,  $\mathbf{A}$  die Systemmatrix,  $\mathbf{b}$  der Eingangsvektor,  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{F}$  sind die Eingriffe der Bodenerregung (Störung)  $f(t)$  bzw.  $\dot{f}(t)$ .

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}F_D(t) + \mathbf{E}\dot{f}(t) + \mathbf{F}f(t) \quad (4.4.5)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \quad (4.4.6)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\Gamma \end{bmatrix} \quad (4.4.7)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{D}}\Gamma \end{bmatrix} \quad (4.4.8)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\Gamma \end{bmatrix} \quad (4.4.9)$$

Für die Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichungen wurde die Annahme getroffen, daß die Systemantwort der primären Struktur innerhalb eines linearen Bereichs bleibt und die auftretenden Schwingungsamplituden klein sind. Nichtlineare Eigenschaften der Tragstrukturen werden nicht berücksichtigt.

Neben schlanken hohen Häusern mit semi-aktiven Aktoren (Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik) sind in der Fahrwerksregelung im Automobilbau ähnliche Systeme wiederzufinden. Aus Gründen der Fahrsicherheit und der Bodenhaftung der Räder eines Fahrzeugs können jedoch alle Ansätze aus diesem Bereich nur sehr bedingt für die Tragwerksregelung herangezogen werden.

#### 4.4.2 Bilineare Systeme mit variabler Dämpfung

Die im vorangegangenen Unterkapitel angegebene lineare Beschreibung von Tragwerken mit variabler Dämpfungscharakteristik, Glgn. (4.4.1)-(4.4.9) ist nur ein erster Ansatz zur geschlossenen systemtheoretischen Beschreibung. Systeme mit

variabler Dämpfung gehören zu der Klasse der bezüglich ihrer *Zustände* *homogenen bilinearen Systeme*, siehe Kap. 4.3.

Entsprechend Abbildung 4.4.2 lauten die System- und Ausgangsgleichungen für das *bilineare Systeme* (BLS) entsprechend Gl. (4.4.1)

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{N}\mathbf{z}(t)d(t) + \mathbf{E}\dot{f}(t)d(t) + \mathbf{F}f(t) \quad (4.4.10)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{z}(t) \quad (4.4.11)$$

mit

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Gamma} \end{bmatrix} \quad (4.4.12)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{\Gamma} \end{bmatrix} \quad (4.4.13)$$

und

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{\Gamma} \end{bmatrix}. \quad (4.4.14)$$

Dabei sind  $\mathbf{z}(t)$  die Zustandsgrößen,  $d(t)$  die Dämpfungscharakteristik (Stellgröße),  $\mathbf{A}$  die Systemmatrix,  $\mathbf{b}$  der Eingangsvektor,  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{F}$  sind die Eingriffe der Bodenerregung (Störung)  $f(t)$  bzw.  $\dot{f}(t)$  und  $\mathbf{N}$  beschreibt die bilineare Verknüpfung zwischen den Zustandsgrößen und der Stellgröße.

Die variable Dämpfungscharakteristik ist positiv und beschränkt, es gilt also

$$0 < d(t) < d_{\max} \quad (4.4.15)$$

Zur Vereinfachung der im nächsten Kapitel erfolgenden Reglerentwürfe wird für die Ausgangsmatrix

$$\mathbf{C} = \mathbf{I} \quad (4.4.16)$$

gewählt. So sind die internen Zustände  $\mathbf{z}(t)$  gleichzeitig die Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}(t)$ .

In der nachfolgenden Abbildung 4.4.3 ist das zu Gl. (4.4.10) gehörende Blockdiagramm dargestellt.

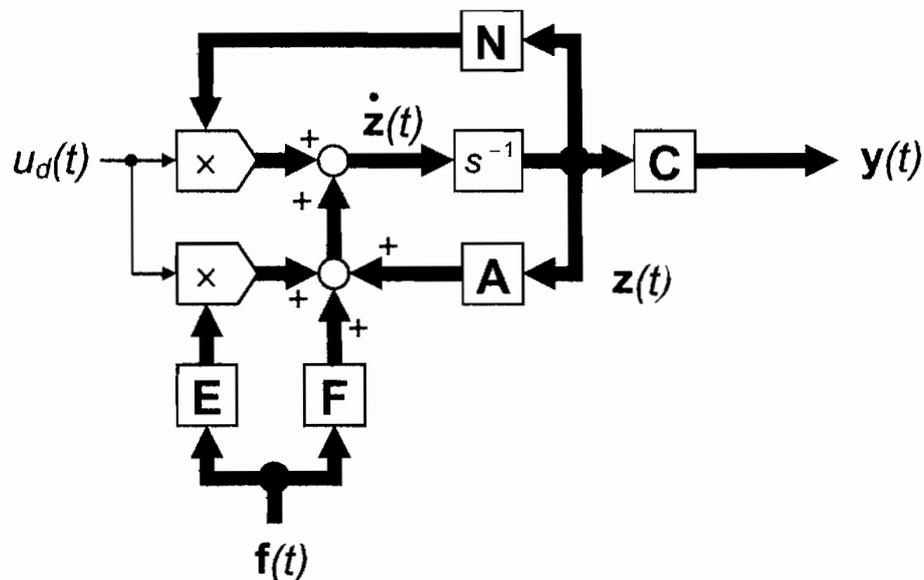


Abbildung 4.4.3: Bilineare Zustandsraumdarstellung eines Tragwerks mit variabler Dämpfungscharakteristik  $u_d(t) \equiv d(t)$  und äußerer Störgröße (Erregung)  $f(t)$

#### 4.4.3 Mehrgrößensysteme

Mehrgrößensysteme mit mehreren Dämpfern mit variabler Dämpfungscharakteristik werden durch

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \sum_{i=1}^m \mathbf{N}_i \mathbf{z}(t) u_{d,i}(t) + \mathbf{E}f(t) u_{d,1}(t) + \mathbf{F}f(t) \quad (4.4.17)$$

beschrieben. Im nachfolgenden Kapitel 5 werden alle Reglerentwürfe mit einem Mehr-Massen-Schwinger-System und einem Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik durchgeführt, um einen Vergleich der Reglergesetze untereinander zu erleichtern. Abbildung 4.4.4 enthält das zu Gl. (4.4.17) gehörende Blockschaltbild.

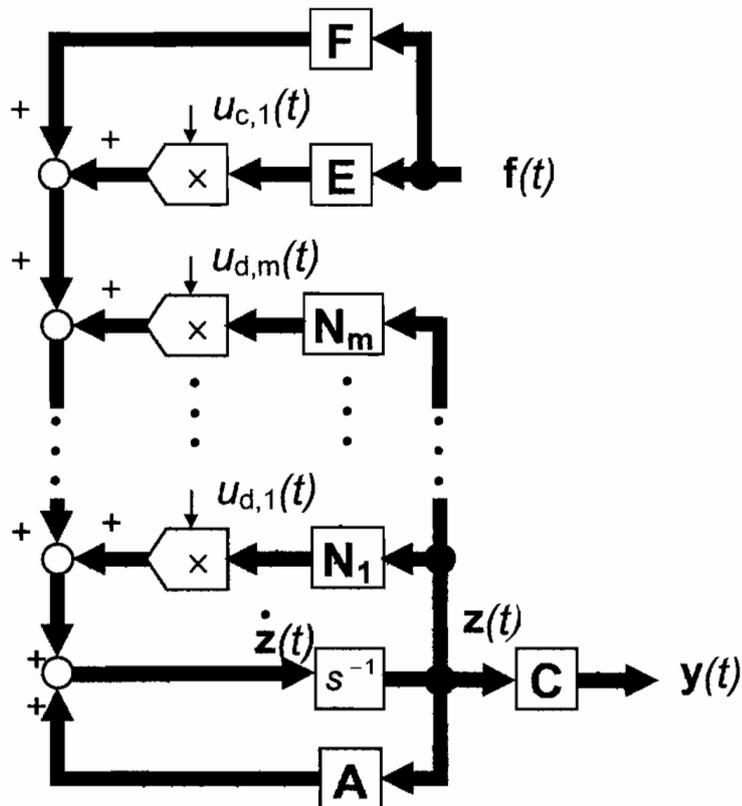


Abbildung 4.4.4: Bilineare Mehrgrößen Zustandsraumdarstellung eines Tragwerks mit variablen Dämpfungscharakteristiken  $u_{d,i}(t) \equiv d_i(t)$  und äußeren Störgrößen  $f(t)$

## 4.5 Parameterschätzung und Identifikation

Zur Schätzung von Systemen mit bekannter Systemstruktur aber unbekanntem Systemparametern gibt es verschiedene Verfahren. Im Rahmen dieser Arbeit hat sich die Methode der kleinsten Fehlerquadrate als sehr praktisch erwiesen.

Die *Methode der kleinsten Fehlerquadrate* (Least-Squares Method) ist ein sehr robustes Verfahren und benutzt die aufgenommenen Meßwerte des zu untersuchenden Systems als Basis der Schätzung. Voraussetzungen zur Anwendung des Verfahrens sind, daß die betrachteten Systeme linear in ihren Parametern sein müssen und daß der Fehlerterm, also die Quantifizierungsfehler der Analog-Digital Umsetzung und das Meßrauschen weißes Rauschen sein müssen.

Die Herleitung des Verfahrens erfolgt am Beispiel einer Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung

$$a_n x^{(n)}(t_j) + \dots + a_i x^{(i)}(t_j) + \dots + a_1 \dot{x}(t_j) + a_0 x(t_j) = f(t_j) + e(t_j). \quad (4.5.1)$$

Dabei sind für einen einzelnen betrachteten Meßwert

$$\mathbf{x}_j = \left[ x^{(n)}(t_j) \quad \dots \quad x^{(i)}(t_j) \quad \dots \quad x(t_j) \right] \quad (4.5.2)$$

die verschiedenen gemessenen Zustandsgrößen und

$$f_{t_j} = f(t_j) \quad (4.5.3)$$

die äußere angreifende Kraft. Der Meßfehler für eine Einzelmessung ist  $e(t_j)$ .

Werden nun weitere Messungen zu verschiedenen, meist aufeinanderfolgenden, Zeitpunkten durchgeführt, läßt sich Gl. (4.5.1) in Matrizenform

$$\begin{bmatrix} a_n x^{(n)}(t_1) + \dots + a_i x^{(i)}(t_1) + \dots + a_0 x(t_1) & = & f(t_1) + e(t_1) \\ \vdots & & \vdots \\ a_n x^{(n)}(t_j) + \dots + a_i x^{(i)}(t_j) + \dots + a_0 x(t_j) & = & f(t_j) + e(t_j) \\ \vdots & & \vdots \\ a_n x^{(n)}(t_m) + \dots + a_i x^{(i)}(t_m) + \dots + a_0 x(t_m) & = & f(t_m) + e(t_m) \end{bmatrix} \quad (4.5.4)$$

angeben, dabei entspricht jede Zeile einer Einzelmessung.

In Kurzschreibweise folgt so

$$\mathbf{A}\mathbf{p} = \mathbf{f} + \mathbf{e} \quad (4.5.5)$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x^{(n)}(t_1) & \dots & x^{(i)}(t_1) & \dots & x(t_1) \\ x^{(n)}(t_j) & \dots & x^{(i)}(t_j) & \dots & x(t_j) \\ x^{(n)}(t_m) & \dots & x^{(i)}(t_m) & \dots & x(t_m) \end{bmatrix}, \quad (4.5.6)$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} a_n \\ \vdots \\ a_j \\ \vdots \\ a_1 \end{bmatrix}, \quad (4.5.7)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f(t_1) \\ \vdots \\ f(t_j) \\ \vdots \\ f(t_m) \end{bmatrix} \quad (4.5.8)$$

und  $\mathbf{e}$  ist der Rauschvektor der Dimension  $\mathfrak{R}^{m \times 1}$ . Der gesuchte Parametervektor wird  $\mathbf{p}$  genannt. Die folgende Schätzung

$$I = \min \sum_{i=1}^m e_i^2 = \min \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (4.5.9)$$

gilt für weißes Fehlerrauschen. Somit ergibt sich für die Fehlergleichung

$$I = \min \{ (\mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{f})^T (\mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{f}) \}. \quad (4.5.10)$$

Zur Bestimmung des Minimums wird die erste Ableitung des Funktionals nach  $\mathbf{p}$  gebildet und zu 0 gesetzt

$$\frac{\partial I}{\partial \mathbf{p}} = 2(\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{p} - \mathbf{A}^T \mathbf{f}) = 0. \quad (4.5.11)$$

Die Auflösung nach

$$\mathbf{p} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{f} \quad (4.5.12)$$

liefert die gewünschte Schätzung für die gesuchten Parameter.

# Kapitel 5

## Reglerentwurf

Der Reglerentwurf für Tragwerke mit semi-aktiver Dämpfung ist eines der zentralen Ziele dieser Arbeit. Um verschiedene Regler zur Minimierung von Auslenkungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu entwerfen, wird auf die Darstellung von bilinearen Systemen im vorangegangenen Kapitel zurückgegriffen.

Ausgehend von heuristischen Leistungsüberlegungen folgen Reglerentwürfe für optimale Zustandsregler nach dem Hamilton Verfahren. Nach zunächst linearen Ansätzen werden anschließend die Übergänge auf rein bilineare, dann bilinear semi-aktive und schließlich bilineare Entwürfe mit zusätzlicher Vorausschau der Störgröße dargestellt.

Der Vergleich der Regler anhand ausgewählter Simulationsbeispiele erfolgt in Kapitel 8.

### 5.1 Einführung

Eine Regelung besteht immer aus einem *geschlossenen* Regelkreis, Abbildung 5.1.1. Dabei werden zunächst die Meßwerte  $y(t)$  der Regelstrecke dem Regler als Eingänge zugeführt. Die Ausgänge des Reglers werden negativ zurückgekoppelt und mit dem Sollwert  $w(t)$  verglichen. Das aus dieser Differenz gebildete Fehlersignal  $e(t)$  wird der Regelstrecke schließlich zur Korrektur als Stellgröße  $u(t)$  zugeführt.

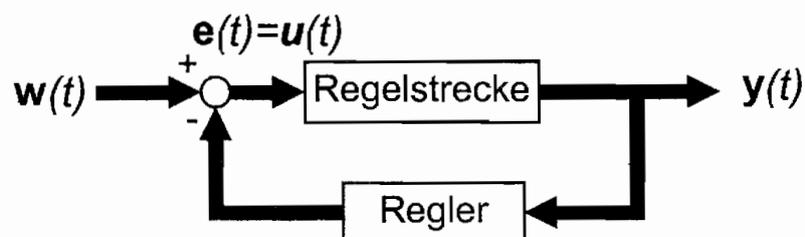


Abbildung 5.1.1: Blockdiagramm einer Standard Regelstrecke

Bei einer Steuerung handelt es sich dagegen um eine offene Wirkungskette, Abbildung 5.1.2. Die Sollwertvorgabe  $w(t)$  wird der Steuerung zugeführt, diese berechnet daraus die Stellwerte  $u(t)$  und gibt diese an die Strecke weiter. Eine Steuerung kann nur auf Störungen reagieren, die bereits während ihres Entwurfs berücksichtigt wurden. Unbekannte Parameteränderungen und Störungen des Systems führen aufgrund der fehlenden Erfassung (bzw. Rückkopplung) zu bleibenden Abweichungen der Ausgänge  $y(t)$  von den Sollwerten  $w(t)$ .

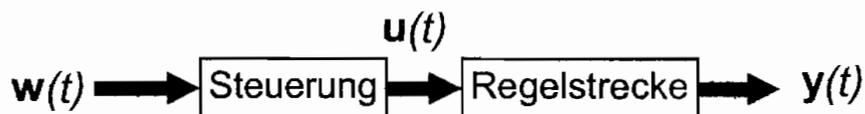


Abbildung 5.1.2: Blockdiagramm einer Steuerung

Wie im vorherigen Kapitel erwähnt, kann bei Systemen mit variabler Dämpfungscharakteristik im Zustand der Ruhe  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$  keine Regelung erfolgen, da Dämpferkräfte nur bei Differenzgeschwindigkeiten über den Dämpfern aufgebracht werden können. Anschaulich betrachtet bedeutet dies: Wenn bei einem still stehenden, ruhenden Kraftfahrzeug die Dämpfung der Stoßdämpfer, z. B. durch Vergrößern oder Verkleinern der Durchströmungsöffnung eines Dämpfers variiert wird, dann bleibt das Kraftfahrzeug weiterhin still stehen. Wird dagegen während der Fahrt über eine unebene Fahrbahn die Öffnung variiert, ändert sich daraufhin die Schwingungscharakteristik des Fahrzeugaufbaus. Diese Systeme kehren bei Ausbleiben einer äußeren Störung selbsttätig in die asymptotisch stabile Ruhelage zurück. Für die Schwingungen eines semi-aktiv gedämpften Tragwerks gilt damit als Sollwert

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{0} \quad (5.1.1)$$

und als Bedingung für den Verlauf der Zustandsgrößen

$$\mathbf{z}(t \rightarrow \infty) = \mathbf{0} . \quad (5.1.2)$$

## 5.2 Leistungsbetrachtung

Die Höhe der Belastung eines Tragwerks durch Eigenschwingungen kann durch den Betrag der Schwingungsenergie, die sich aus kinetischer und potentieller Lageenergie zusammensetzt, mit

$$W_{schwing}(t) = W_{kin}(t) + W_{pot}(t), \quad (5.2.1)$$

beschrieben werden. Da eine Änderung dieser Energie immer mit einem Leistungsfluß einhergeht, läßt sich die Momentanenergie auch aus

$$W(t) = W_0 + \int_{t_0}^t P(\tilde{t}) d\tilde{t} \quad (5.2.2)$$

berechnen, wobei  $W_0$  die Anfangsenergie zum Zeitpunkt  $t_0$  ist. Die mechanische Augenblicksleistung ist dabei definiert als

$$P(t) = F(t)v(t) = F(t)\dot{x}(t), \quad (5.2.3)$$

wobei  $F$  und  $\dot{x}$  entlang derselben Richtung wirken. Ziel einer ersten Regelung mit phänomenologischem Ansatz ist es daher, die Gesamtenergie durch geschickte Regelung der Leistung zu minimieren. Negative Leistungen  $P(t) < 0$  bedeuten eine Abnahme der Schwingungsamplituden, positive Leistungen  $P(t) > 0$  bewirken eine Anfachung.

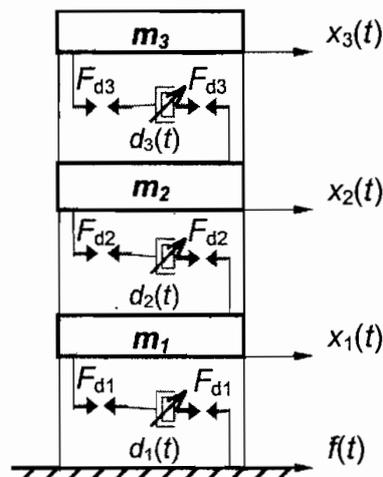


Abbildung 5.2.1: 3-stöckiges Tragwerk mit variablen Dämpfern (Weggrößen  $x_i(t)$ , Bodenerregung (Störgröße)  $f(t)$  und variable Dämpfungscharakteristiken  $d_i(t)$ )

Zum Entwurf einer Regelung sind 3 Fälle zu untersuchen: (a) ein Dämpfer befindet sich unterhalb einer Einzelmasse, (b) ein Dämpfer ist zwischen Boden und 1. Masse befestigt, (c) eine Masse wird von zwei Dämpfern begrenzt.

#### (a) Dämpfer unterhalb einer Einzelmasse (obere Masse)

Die Leistung am Aufhängepunkt des Dämpfers 3 an der oberen Masse lautet

$$P_{m_3}(t) = F_{d_3}(t) \dot{x}_3(t) + c_3(x_3(t) - x_2(t)) \dot{x}_3(t) \quad (5.2.4)$$

$$P_{m_3}(t) = d_3(t) [\dot{x}_3(t) - \dot{x}_2(t)] \dot{x}_3(t) + c_3 [x_3(t) - x_2(t)] \dot{x}_3(t), \quad (5.2.5)$$

dabei ist  $P_{m_3}(t)$  die Leistung an den Aufhängepunkten der oberen Masse aus Abb. (5.2.1). Zur Vereinfachung der Reglergenerierung sind alle Steifigkeiten jeweils im Parameter  $c_i$  der jeweiligen Etage konzentriert. Da der Steifigkeitsterm nicht steuerbar ist, werden Steifigkeiten in den weiteren Überlegungen zur Leistungsregelung vernachlässigt.

Gilt nun  $P_{m_3} > 0$ , so muß maximale Leistung fließen, um die Energie möglichst stark zu vermindern. Der Dämpfer muß also mit maximaler Kraft und damit mit maximaler Dämpfung  $d_3(t) = d_{\max}$  angesteuert werden.

Gilt dagegen  $P_{m_3} < 0$ , so muß minimale Leistung fließen, um die Gesamtenergie möglichst gering ansteigen zu lassen. Der Dämpfer muß also mit minimaler Kraft und damit mit minimaler Dämpfung  $d_3(t) = d_{\min}$  angesteuert werden.

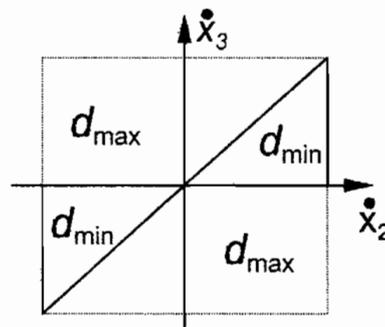


Abbildung 5.2.2: Schaltgeraden der Leistungsregelung für  $d_3(t)$

Die Analyse der Leistung in Gl. (5.2.5) führt auf die Darstellung der Schaltgeraden in Abbildung 5.2.2.

### (b) Dämpfer zwischen Boden und 1. Masse (untere Masse)

Die Leistung am Aufhängepunkt des Dämpfers 1 an der unteren Masse lautet

$$P_{m_1}(t) = F_{d_1}(t) \dot{x}_1(t) = d_1(t) (\dot{x}_1(t) - \dot{f}(t)) \dot{x}_1(t). \quad (5.2.6)$$

Die gleichen Überlegungen zum Leistungsfluß führen auf eine identische Konstellation der Schaltgeraden in Abbildung 5.2.3.

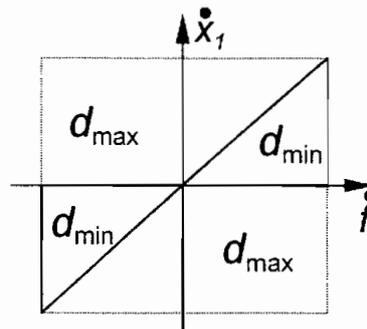


Abbildung 5.2.3: Schaltgeraden der Leistungsregel für  $d_1(t)$

### (c) Masse von zwei Dämpfern eingeschlossen (mittlere Masse)

Die Leistung an den Aufhängepunkten der Dämpfer 2 und 3 an der mittleren Masse lautet schließlich

$$P_{m_2}(t) = F_{d_2}(t)\dot{x}_2(t) - F_{d_3}(t)\dot{x}_2(t) \quad (5.2.7)$$

$$P_{m_2}(t) = d_2(t)(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t))\dot{x}_2(t) - d_3(t)(\dot{x}_3(t) - \dot{x}_2(t))\dot{x}_2(t). \quad (5.2.8)$$

Die daraus resultierende Schaltgeraden für  $d_2(t)$  und  $d_3(t)$  sind in Abbildung 5.2.4 angegeben.

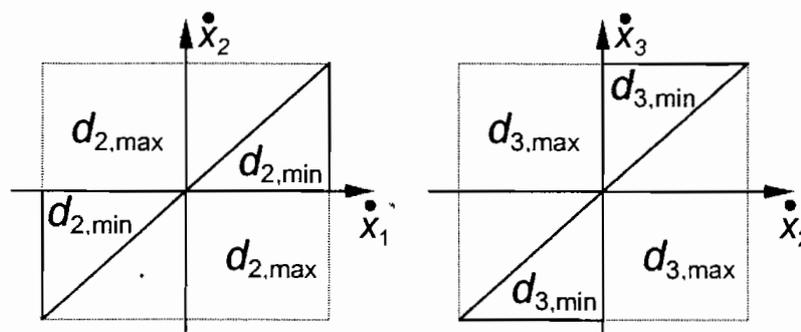


Abbildung 5.2.4: Schaltgeraden der Leistungsregel für  $d_2(t)$  und  $d_3(t)$

Neben dem Leistungsreglerentwurf durch Betrachtung einer einzelnen Masse muß als nächstes überlegt werden, wie sich der Einsatz von 2 Dämpfern in dem Tragwerk aus Abbildung 5.2.1 auswirkt. Betrachtet man die Dämpfer 2 und 3 und die Massen 2 und 3, so ist festzustellen, daß die Schaltgeraden für den Dämpfer 2 für die obere Masse (Abb. 5.2.2) und die Schaltgerade für denselben Dämpfer für die mittlere Masse (Abb. 5.2.4) entgegengesetzte Anforderungen an den Dämpfungswert von  $d_3(t)$  haben. Wenn es für die obere Masse energetisch günstiger ist, den Dämpfer

mit maximaler Dämpferkraft zu betreiben, dann ist es für die mittlere Masse gerade ungünstig. Für die mittlere Masse gilt ein äquivalenter Ansatz. Diese phänomenologische Leistungsbetrachtung ist daher für die Schwingungsoptimierung von mehr als einer Masse nicht geeignet.

### 5.3 Dynamische Programmierung nach Bellmann

Aus Gründen der Vollständigkeit wird an dieser Stelle das Verfahren der dynamischen Programmierung nach Bellmann skizziert, das sich ebenfalls zur Generierung von Schaltgeraden oder Steuerfeldern eignet. Da es in der Arbeit von [Moosh97] ausgiebig behandelt worden ist, erfolgt hier nur eine knappe Darstellung.

Ausgehend von einem zeitdiskreten quadratischen Gütefunktional

$$\min_{u(k)} J_k = \min_{u(k)} \sum_{\kappa=k}^K L(\mathbf{z}(\kappa), \mathbf{u}(\kappa), \kappa) \quad (5.3.1)$$

wird aus der rekursiven Auswertung des Summenterms

$$\min_{u(k)} J_k = \min_{u(k)} \{L(\mathbf{z}(k), \mathbf{u}(k), k) + J_{k+1}\}, \quad (5.3.2)$$

beginnend vom Zielzustand  $\mathbf{z}(t_E)$  aus, ein Kennfeld bestimmt, das eine konstante Form annimmt und später als Basis für eine Zustandsrückführung genutzt werden kann. Die Lösung dieses numerischen Optimierungsverfahren entspricht in wesentlichen Zügen den Resultaten der Leistungsbetrachtungen im vorangegangenen Unterkapitel.

## 5.4 Linearer optimaler Zustandsregler

### 5.4.1 Einleitung und Gütefunktionale

Zustandsregler stellen in der Regelungstechnik ein sehr großes Gebiet dar. Sie generieren aus den Systemzuständen  $\mathbf{z}(t)$  einer Zustandsraumdarstellung die zur Regelung eines Systems benötigten Stellgrößen  $\mathbf{u}(t)$

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}(\mathbf{z}(t)). \quad (5.4.1)$$

Neben Verfahren, die durch Polvorgabe des geschlossenen Regelkreises die Dynamik des Systems festlegen, ist der lineare optimale Zustandsregler mit quadratischem Gütefunktional ein Entwurfsverfahren, um die einzelnen

Zustandsgrößen (Wege, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen) in der Systemantwort zu gewichten.

Zum Entwurf eines linear quadratischen optimalen Zustandsreglers wird zunächst ein allgemeines Gütefunktional

$$J = \mathbf{S}(\mathbf{z}(t_E), t_E) + \int_0^{\infty} L(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (5.4.2)$$

definiert. In der Regel wird dieses Gütefunktional in einer quadratischen Form

$$J = \mathbf{z}(t_E)^T \mathbf{S} \mathbf{z}(t_E) + \int_0^{\infty} \mathbf{z}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t) dt \quad (5.4.3)$$

aufgestellt. Dabei können sowohl Eingänge (Stellgrößen)  $\mathbf{u}(t)$ , Zustände  $\mathbf{z}(t)$  als auch Endzustände  $\mathbf{z}(t_E)$  im Ansatz berücksichtigt werden.  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  sind die Gewichte der einzelnen Größen im Entwurfskriterium und werden Gütematrizen genannt. Der Übergang auf ein SIMO (Single Input Multiple Output) System liefert das Funktional

$$J = \mathbf{z}(t_E)^T \mathbf{S} \mathbf{z}(t_E) + \int_0^{\infty} \mathbf{z}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{r} \mathbf{u}(t) dt. \quad (5.4.4)$$

Bei der Regelung von Tragwerken ist der angestrebte Endzustand  $\mathbf{z}(t_E)$  unerheblich, da nach dem Abklingen einer äußeren Störung das System automatisch zum Ursprung  $\mathbf{z}(t \rightarrow \infty) = \mathbf{0}$  zurückkehrt. Es kann also  $\mathbf{S} = \mathbf{0}$  gewählt werden.

Somit muß zum Reglerentwurf das Gütefunktional

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{r} \mathbf{u}(t) dt \quad (5.4.5)$$

unter der Nebenbedingung der allgemeinen Zustandsraumdarstellung eines dynamischen Systems

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (5.4.6)$$

oder in linearer Schreibweise

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z}(t) + \mathbf{b} \mathbf{u}(t) \quad (5.4.7)$$

minimiert werden.

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird entsprechend den üblichen regelungstechnischen Konventionen zur Notation für die variable

Dämpfungscharakteristik  $d(t)$  stets  $u_d(t)$  als Bezeichnung für die regelungstechnische Stellgröße gewählt. Es gilt also

$$u_d(t) \equiv d(t). \quad (5.4.8)$$

Für alle Betrachtungen in denen eine (Dämpfer)-Kraft  $F_D(t)$  Stellgröße ist, wird diese durch  $u_F(t)$  ersetzt. Es gilt dann

$$u_F(t) \equiv F_D(t). \quad (5.4.9)$$

### 5.4.2 Aktiver Entwurf

Zunächst wird der Entwurf des linearen optimalen Zustandsreglers mit quadratischem Gütefunktional für ein aktives System durchgeführt, siehe z.B. [Hrvo82]. Aktiv bedeutet dabei, daß die Stellgröße keinerlei Beschränkungen unterworfen ist und

$$u_F(t) = F_D(t) \in \mathfrak{R} \quad (5.4.10)$$

gilt.

Entsprechend der linearen Darstellung eines Tragwerks mit variablen Dämpfungselementen, siehe Gl. (4.4.5), folgt ohne zusätzliche Störgrößen

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}F_D(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}u_F(t). \quad (5.4.11)$$

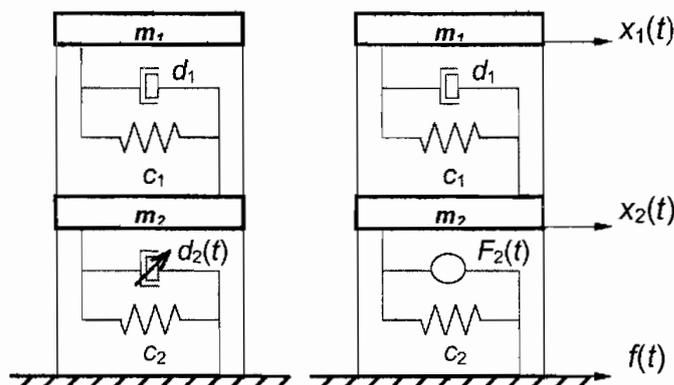


Abbildung 5.4.1: (a) Semi-aktives System  $d_{\min} < d_2(t) < d_{\max}$ , (b) aktives System  $F(t) \in \mathfrak{R}$

Die Übertragung von Gl. (5.4.10) auf die Dämpferkraft bedeutet dabei, daß zu jedem Zeitpunkt sowohl positive als auch negative (Dämpfer)-kräfte möglich sind. Es handelt sich hierbei also nicht um einen semi-aktiven Dämpfer, sondern um einen

aktiven Aktor, also z.B. um einen Hydraulik- oder Servo-Antrieb der beliebige Kräfte  $F_D(t) = u_F(t)$  erzeugen kann, siehe Abb. 5.4.1.

Die Struktur des Gütefunktional erlaubt die Minimierung von Weg-  $\mathbf{x}(t)$  und Geschwindigkeitsgrößen  $\dot{\mathbf{x}}(t)$  entsprechend ihrer Anordnung im Zustandsvektor

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix}. \quad (5.4.12)$$

Zur Minimierung des Gütefunktional Gl. (5.4.5) wird das Hamiltonverfahren [Unbeh93b], [Brysh75] angewandt. Dazu wird zunächst die Hamiltonfunktion

$$H(\mathbf{z}(t), u_F(t), t) = L(\mathbf{z}(t), u_F(t), t) + \mathbf{p}(t)^T \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), u_F(t)) \quad (5.4.13)$$

aufgestellt, die sich aus dem Gütefunktional und dem Produkt aus dem sogenannten adjungierten Zustandsvektor (Zustandskovektor)  $\mathbf{p}(t)$  und der Systemdarstellung zusammensetzt. Beim Hamiltonverfahren wird durch die Variation der Hamiltonfunktion bezüglich der zeitveränderlichen Größen ein Differentialgleichungssystem entwickelt, dessen Lösung schließlich zu einer Zustandsrückführung beiträgt.

Nach dem Einsetzen der linearen Systemdarstellung Gl. (5.4.11), muß

$$H(\mathbf{z}(t), u_F(t), t) = \frac{1}{2} \mathbf{z}(t)^T \mathbf{Qz}(t) + \frac{1}{2} u_F(t) r u_F(t) + \mathbf{p}(t)^T (\mathbf{Az}(t) + \mathbf{b}u_F(t)) \quad (5.4.14)$$

nach den drei zeitbehafteten Größen  $\mathbf{z}(t)$ ,  $u_F(t)$ ,  $\mathbf{p}(t)$  differenziert werden.

Dabei ergeben sich drei Bedingungen [Unbeh93b], [Brysh75]

$$\frac{\partial H(\mathbf{z}(t), u_F(t), t)}{\partial u_F} = r u_F(t) + \mathbf{b}^T \mathbf{p}(t) = 0, \quad (5.4.15)$$

$$\frac{\partial H(\mathbf{z}(t), u_F(t), t)}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{Qz}(t) + \mathbf{A}^T \mathbf{p}(t) = -\dot{\mathbf{p}}(t) \text{ und} \quad (5.4.16)$$

$$\frac{\partial H(\mathbf{z}(t), u_F(t), t)}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{Az}(t) + \mathbf{b}u_F(t) = \dot{\mathbf{z}}(t) \quad (5.4.17)$$

Aus Gleichung (5.4.15) folgt direkt das optimale Stellgesetz

$$u_F(t) = -r^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{p}(t) \quad (5.4.18)$$

für die aufzubringende Kraft des Aktors.

Gleichung (5.4.18) eingesetzt in Gl. (5.4.17) ergibt

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) - \mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T\mathbf{p}(t). \quad (5.4.19)$$

Zusammen mit Gleichung (5.4.16) ergibt sich ein kanonisches Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) \\ \dot{\mathbf{p}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix}. \quad (5.4.20)$$

Die Lösung dieses linearen Gleichungssystems lässt sich numerisch mit Hilfe der Fundamentalmatrix bestimmen. Zur Vermeidung der Lösung dieses  $2n \times 2n$  Differentialgleichungssystems kann im folgenden mit Hilfe der sogenannten Matrix-Riccati Gleichung das  $2n \times 2n$  Problem auf ein  $n \times n$  Problem reduziert werden.

Aufgrund der linearen Struktur des Differentialgleichungssystems [Unbeh93b] folgt für den Zusammenhang von  $\mathbf{p}(t)$  und  $\mathbf{z}(t)$  sofort

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{P}\mathbf{z}(t). \quad (5.4.21)$$

Zusammen mit dem Gleichungssystem aus Gl. (5.4.20) folgt

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) - \mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T\mathbf{P}\mathbf{z}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T\mathbf{P}]\mathbf{z}(t) \quad (5.4.22)$$

und

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = -\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) - \mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{z}(t) = [-\mathbf{Q} - \mathbf{A}^T\mathbf{P}]\mathbf{z}(t). \quad (5.4.23)$$

Wird der Operator  $\frac{\partial}{\partial t}$  auf Gl. (5.4.21) angewandt, so erhält man mit Gl. (5.4.22)

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = [\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T\mathbf{P}]\mathbf{z}(t). \quad (5.4.24)$$

Nach Gleichsetzung mit Gl. (5.4.23) und anschließendem Sortieren ergibt sich

$$[\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q}]\mathbf{z}(t) = \mathbf{0} \quad (5.4.25)$$

oder allgemein formuliert die sogenannte algebraische Matrix-Riccati Gleichung

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (5.4.26)$$

mit konstanten Koeffizienten. Da Gl. (5.4.26) nur Matrizen mit konstanten Koeffizienten enthält, konvergiert die zeitliche Ableitung von  $\dot{\mathbf{P}} \rightarrow 0$ . Diese Matrixgleichung lässt sich mit vielen verschiedenen Verfahren, siehe z.B. [Unbeh93b], lösen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Verfahren der direkten Diagonalisierung verwendet. Die Herleitung dazu befindet sich im Anhang B.1.

Die Aufstellung von kanonischen Gleichungssystemen und den dazugehörigen Matrix-Riccati Gleichungen wird im Verlauf dieses Kapitels für alle weitere Reglerentwürfe erforderlich sein.

Für die Stellgröße (Aktorkraft) folgt somit

$$u_F(t) = -r^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{z}(t). \quad (5.4.27)$$

Dabei handelt es sich um eine konstante Zustandsrückführung

$$u_F(t) = F_D(t) = -\mathbf{K} \mathbf{z}(t), \quad (5.4.28)$$

das heißt, daß nach erfolgtem Entwurf der Rückführungsmatrix keine weiteren Optimierungsschritte durchgeführt werden müssen.

Der erzeugte Regler ist optimal im Sinne des gewählten Gütefunktional. Die Belegung der Gütematrizen muß entsprechend den gestellten Anforderungen durchgeführt werden.

### 5.4.3 Gütefunktional mit Kreuztermen

Bei der Aufstellung des Gütefunktional wurde bislang davon ausgegangen, daß es die quadratische Form von Gl. (5.4.5) besitzt. In Kapitel 8 werden verschiedene Systeme in der Simulation untersucht, die dieser Form entsprechen. Wenn nun allerdings ein Problem betrachtet wird, bei dem ein variabler Dämpfer an einer Etage (Zustandsgröße  $z_i$ ) befestigt ist, deren Beschleunigung gleichzeitig optimiert werden soll, dann ergibt sich im Gütefunktional ein weiterer gemischter Term aus den Zustandsgrößen  $\mathbf{z}(t)$  und der Stellgröße (Dämpferkraft)  $u_F(t)$ .

Ausgehend von einem Gütefunktional mit Bewertung der Beschleunigungen und der Stellgrößen

$$J = \int_0^{\infty} \dot{\mathbf{z}}(t)^T \mathbf{Q}_0 \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{u}_F(t)^T \mathbf{R}_0 \mathbf{u}_F(t) dt \quad (5.4.29)$$

ergibt sich unter der Benutzung einer linearen Systembeschreibung

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{z}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}_F(t) \quad (5.4.30)$$

ein Gütefunktional

$$J = \int_0^{\infty} \dot{\mathbf{z}}(t)^T \mathbf{Q} \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{u}_F(t)^T \mathbf{M} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}_F(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}_F(t) dt \quad (5.4.31)$$

mit einer Kreuzbewertung  $\mathbf{u}_F(t)^T \mathbf{M} \mathbf{z}(t)$  von Stellgrößen und Zustandsgrößen.

Zur Lösung des Strukturproblems schlägt [Unbeh93b] eine quadratische Ergänzung vor. In diesem Fall bietet sich der Term  $\frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z}$  für diese Ergänzung an. Die Herleitung dieser Transformation wird wegen ihrer Länge im Anhang B.2 vollständig durchgeführt. Das transformierte Gütefunktional ergibt sich schließlich zu

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} \mathbf{z}(t)^T \left[ \mathbf{Q} - \frac{1}{4} \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \right] \mathbf{z} + \left[ \mathbf{u}(t) + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z}(t) \right]^T \mathbf{R} \left[ \mathbf{u}(t) + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z}(t) \right] dt \\ &= \int_0^{\infty} \mathbf{z}(t)^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{u}}(t)^T \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{u}}(t) dt \end{aligned} \quad (5.4.32)$$

Das Entwurfsverfahren des optimalen (quadratischen) Zustandsreglers kann dann mit der transformierten Gütematrix  $\tilde{\mathbf{Q}}$  und den transformierten Stellgrößen  $\tilde{\mathbf{u}}(t)$  genau wie im vorangegangenen Unterkapitel 5.4.2. durchgeführt werden. Die Lösung des Optimierungsproblems lautet nach der Rücktransformation, siehe Gl. (B.2.19),

$$\mathbf{u}_F(t) = -\mathbf{R}^{-1} \left( \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \frac{1}{2} \mathbf{M} \right) \mathbf{z}(t). \quad (5.4.33)$$

Es ergibt sich also auch hier eine konstante Zustandsrückführung

$$u_F(t) = F_D(t) = -\mathbf{K} \mathbf{z}(t). \quad (5.4.34)$$

#### 5.4.4 Clipped-optimaler Entwurf

Eine erste Annäherung an Systeme mit variabler Dämpfungscharakteristik wird unter dem Begriff *clipped-optimaler* Entwurf zusammengefaßt, siehe [DykeS97], [ElBeK96] und [EIKEA96]. Der im Unterkapitel 5.4.2 angegebene Reglerentwurf gilt für *beliebige unbeschränkte* Stellgrößen  $u_F(t)$ , siehe Gl. (5.4.10), tatsächlich ist die Stellgröße aber beschränkt, da Systeme mit variabler Dämpfungscharakteristik Energie nur in Wärme umwandeln (Dissipation), jedoch keine Energie in ein System einbringen können. Die maximale Dämpferkraft ist dabei abhängig von der maximalen Dämpfung  $d_{\max}$  und der Geschwindigkeitsdifferenz über dem Dämpfer  $\partial \dot{z}(t)$ . Das *optimale* Reglergesetz muß durch die Beschränkung der Stellgrößen, Gl. (5.4.27), in ein *sub-optimales* Reglergesetz umgewandelt werden [Kimbr84a]. Da dabei die zu großen Stellgrößen einfach begrenzt (abgeschnitten) werden, spricht man auch von einem *clipped-optimalen* Regler.

Die Stellgröße (Dämpferkraft) kann bei positiver Geschwindigkeitsdifferenz über dem Dämpfer  $\partial \dot{z}(t)$  maximal

$$0 \leq u_{F,\max}(t) = d_{\max} \partial \dot{z}(t) \quad (5.4.35)$$

betragen. Ist die Geschwindigkeitsdifferenz über dem Dämpfer dagegen negativ, so muß

$$d_{\min} \dot{\delta z}(t) = u_{F,\min}(t) \leq 0 \quad (5.4.36)$$

gelten.

Mit der bekannten Lösung des aktiven Problems

$$u_0(t) = -r^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{z}(t) \quad (5.4.37)$$

ergibt sich so für den clipped-optimalen Entwurf

$$u_F(t) = F_D(t) = \begin{cases} u_{F,\min} & \text{wenn } u_0(t) < u_{F,\min} \text{ und } u_0(t) < 0 \\ u_0(t) & \text{sonst} \\ u_{F,\max} & \text{wenn } u_0(t) > u_{F,\max} \text{ und } u_0(t) > 0 \end{cases} \quad (5.4.38)$$

Die Dämpferkraft kann also nur aufgebracht werden, wenn sie kleiner ist, als die bei maximaler Dämpfung  $d_{\max}$  erzeugbare Kraft  $u_{F,\max} = F_{D,\max}$ , siehe Abbildung 5.4.2.

Der clipped-optimale Reglerentwurf ist nicht optimal im Sinne der Optimierung des zugrundeliegenden Gütefunktional, da die Begrenzung während der Optimierung nicht berücksichtigt wurde. In der Literatur wird hier von einer *sub-optimalen* Lösung gesprochen [Butsu89].

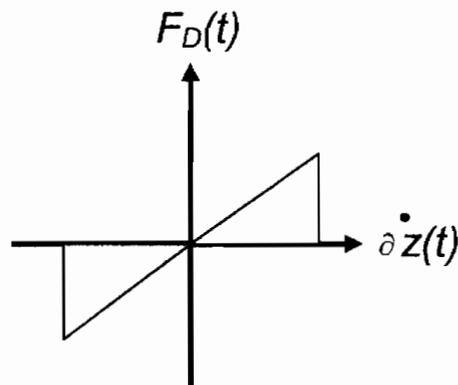


Abbildung 5.4.2: Mögliches Kraftintervall eines semi-aktiven Dämpfers

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden die Zeitabhängigkeiten der Zustands-  $\mathbf{z}(t)$ , adjungierten Zustands-  $\mathbf{p}(t)$  und Steuergrößen  $u(t)$  aus Gründen der Übersichtlichkeit und Platzeinsparung weggelassen und statt dessen durch  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{p}$  und  $u$  ersetzt. Nur in besonderen Fällen wird die Zeitabhängigkeit explizit angegeben, es ist jedoch immer davon auszugehen, daß diese Größen zeitabhängig sind.

## 5.5 Optimaler bilinearer Zustandsregler

Ein erstes Literaturstudium zu Beginn dieser Arbeit zeigte, daß eine Reihe von Artikeln zu bilinearen Systemen veröffentlicht wurden. Die dort diskutierten Reglerentwürfe gehen allerdings von einer ganz speziellen Systembeschreibung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{N}\mathbf{z}u + (\mathbf{b}u) \quad (5.5.1)$$

aus. Dabei ist ein zusätzlicher Term  $\mathbf{b}u$  in der Differentialgleichung enthalten. Diese Systeme sind unter anderem von [BruDK74], [BurTW95], [CebuC84], [Chana97], [DafeX96], [DereN81], [DereN82], [EdwWC96], [Gutma81], [Kimbr84a], [Kimbr86a], [KlePH86], u.a. untersucht worden. Bei den durch Gl. (5.5.1) beschriebenen Systemen kann durch eine Stellgröße  $u \neq 0$  die Energie im System erhöht werden, dies ist bei Systemen mit variabler Dämpfungscharakteristik nicht möglich. Wie bereits in Kapitel 4 dargelegt, unterscheiden sich Systeme mit variabler Dämpfungscharakteristik durch das Fehlen des Eingangsvektors  $\mathbf{b}$  deutlich von diesen Systemen, daher sind Ähnlichkeiten im Systemverhalten sehr gering und können für einen Reglerentwurf nicht hinzugezogen werden, siehe auch [Venho93].

Die Bildung der partiellen Ableitungen der Variationsrechnung des Hamilton-Verfahrens für bilineare Systeme, die homogen bezüglich der Zustände sind, gestaltet sich als äußerst komplex. Eine allgemeine und geschlossene Darstellung für  $n$ -Massen-Schwinger konnte nicht gefunden werden, aus diesem Grund erfolgt die Herleitung der Regler in diesem Kapitel ausschließlich für 2-Massen-Schwinger. Zur Erzeugung der Regler für weitere Mehr-Massen-Schwinger muß die Variation der Hamilton-Funktion jeweils einzeln durchgeführt werden.

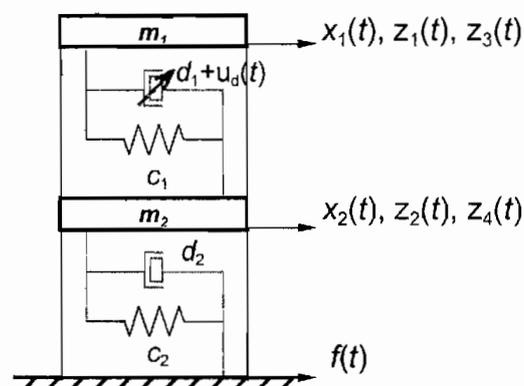


Abbildung 5.5.1: 2-Massen-Schwinger mit semi-aktivem Dämpfer

Nachdem im vorangegangenen Kapitel mit einer *linearen Systembeschreibung* die Stellgröße  $u_F(t)$  identisch mit der Dämpferkraft  $F_D(t)$  gewählt worden ist, wird in den

nachfolgenden Kapiteln eine *bilineare Systemdarstellung* benutzt. Dabei wird als Stellgröße  $u_d(t)$  die charakteristische Dämpfung  $d(t)$  der einzelnen Dämpfer angenommen.

### 5.5.1 Unbeschränkte Stellgrößen (aktives System)

Die Herleitung des Zustandsreglers mit quadratischem Gütefunktional für bilineare Systeme erfolgt zunächst anhand eines Zwei-Massen-Schwingers [HacYo92]. Die Differentialgleichung des Systems wird im Anhang A.2 angegeben.

Die *Stellgröße* ist zunächst *unbeschränkt*

$$u_d(t) = (d(t)) \in \mathfrak{R}. \quad (5.5.2)$$

Bei unbeschränkter Stellgröße kann nicht mehr von Dämpfung gesprochen werden, denn negative Dämpfungswerte entsprechen, wie bereits erwähnt, der physikalischen Realisierung eines aktiven Elements und nicht der eines rein dissipativen Elements. Im Rahmen einer regelungstechnisch geschlossenen Darstellung des Reglerentwurfs erfolgt daher nun der Zustandsreglerentwurf für ein bilineares System mit aktiven Aktoren.

Entsprechend der bilinearen Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{N}z_u + \mathbf{e}f + \mathbf{f}\dot{f} \quad (5.5.3)$$

folgt für den speziellen Fall

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & -\frac{d_1}{m_1} & \frac{d_1}{m_1} \\ \frac{c_1}{m_2} & \frac{-c_1 - c_2}{m_2} & \frac{d_1}{m_2} & \frac{-d_1 - d_2}{m_2} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [0 \ 0 \ 1 \ -1] z_u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{d_2}{m_2} \end{bmatrix} \dot{f} \quad (5.5.4)$$

Dabei hat sich die Aufteilung in

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^T \\ \mathbf{a}_2^T \\ \mathbf{a}_3^T \\ \mathbf{a}_4^T \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \mathbf{n}^T z_u + \mathbf{e}f + \mathbf{f}\dot{f} \quad (5.5.5)$$

bzw.

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + (\mathbf{b}\mathbf{n}^T) z_u + \mathbf{e}f + \mathbf{f}\dot{f} \quad (5.5.6)$$

als sehr zweckmäßig erwiesen. Ziel des Entwurfs soll die Minimierung der Beschleunigung der oberen Masse und der Verschiebung zwischen den beiden Massen sein, dies entspricht der Stockwerksverschiebung. Äußere Störgrößen werden zunächst vernachlässigt  $\mathbf{e} = \mathbf{f} = \mathbf{0}$ .

Für das dazugehörige Gütefunktional gilt

$$J = \int \ddot{x}_1^2 + \rho_1 (x_1 - x_2)^2 dt. \quad (5.5.7)$$

mit  $\rho_1$  als Gütefaktor zur Bewertung der Beschleunigung in Bezug auf die Stockwerksverschiebung. In Vektorschreibweise ergibt sich

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{a}_3^T \mathbf{z} + b_3 \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}} u)^T (\mathbf{a}_3^T \mathbf{z} + b_3 \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}} u) + \rho_1 (\mathbf{m}^T \mathbf{z})^2 dt \quad (5.5.8)$$

mit  $\mathbf{m}^T = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0]$  folgt

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}^T (\mathbf{a}_3 \mathbf{a}_3^T + \rho_1 \mathbf{m} \mathbf{m}^T) \mathbf{z} + 2 \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}} u + \mathbf{z}^T \mathbf{n} b_3^2 \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}} u^2 dt \quad (5.5.9)$$

und schließlich

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + 2 \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}}) u + b_3^2 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}})^2 u^2 dt. \quad (5.5.10)$$

Die skalare Hamilton-Funktion lautet

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}}) u + \frac{1}{2} b_3^2 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}})^2 u^2 + \mathbf{p}^T (\mathbf{A} \mathbf{z} + (\mathbf{b} \mathbf{n}^T) \dot{\mathbf{z}} u). \quad (5.5.11)$$

Erneut werden die partiellen Ableitungen  $H_u$ ,  $H_z$  und  $H_p$  gebildet.

$$\frac{\partial H}{\partial u} = H_u = \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}}) + b_3^2 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}})^2 u + (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}}) \mathbf{b}^T \mathbf{p} = 0 \quad (5.5.12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \dot{\mathbf{z}}} = H_z = \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}}) u + \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 \mathbf{n}^T u + b_3^2 (\mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}}) \mathbf{n} u^2 + \mathbf{A}^T \mathbf{p} + \mathbf{p}^T \mathbf{b} \mathbf{n} u = -\dot{\mathbf{p}} \quad (5.5.13)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = H_p = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{N} \dot{\mathbf{z}} u = \mathbf{A} \mathbf{z} + (\mathbf{b} \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{z}}) u = \dot{\mathbf{z}} \quad (5.5.14)$$

Aus der Gl. (5.5.12) ergibt sich direkt als Lösung für die gesuchte Stellgröße

$$u = -b_3^{-2}(\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1}(\mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{p}), \quad (5.5.15)$$

wobei bis auf den adjungierten Zustandsvektor  $\mathbf{p}(t)$  die Lösung bestimmbar ist.

Zur Aufstellung der zum Problem gehörenden Matrix-Riccati-Gleichung ergibt sich ausgehend von Gl. (5.5.14)

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + (\mathbf{b}\mathbf{n}^T)\mathbf{z}u \quad (5.5.16)$$

zusammen mit Gleichung (5.5.15) ein Differentialgleichungssystem

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} - \mathbf{b}b_3^{-1}\mathbf{a}_3^T)\mathbf{z} + \mathbf{b}b_3^{-2}\mathbf{b}^T\mathbf{p} \quad (5.5.17)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_n\mathbf{z} + \mathbf{b}b_3^{-2}\mathbf{b}^T\mathbf{p} \quad (5.5.18)$$

in  $\mathbf{z}$  und  $\mathbf{p}$ . Ebenfalls folgt aus den Gln. (5.5.13) und (5.5.15) nach längerer Umformung ein Differentialgleichungssystem

$$\dot{\mathbf{p}} = -(\mathbf{Q} - \mathbf{a}_3\mathbf{a}_3^T)\mathbf{z} - (\mathbf{A}^T - \mathbf{a}_3b_3^{-1}\mathbf{b}^T)\mathbf{p} \quad (5.5.19)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{Q}_n\mathbf{z} - \mathbf{A}_n^T\mathbf{p} \quad (5.5.20)$$

mit  $\mathbf{Q}_n = \mathbf{Q} - \mathbf{a}_3\mathbf{a}_3^T$  und  $\mathbf{A}_n = \mathbf{A} - \mathbf{b}b_3^{-1}\mathbf{a}_3^T$ . Die Gleichungen (5.5.18) und (5.5.20) werden als kanonisches Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_n & \mathbf{b}b_3^{-2}\mathbf{b}^T \\ -\mathbf{Q}_n & -\mathbf{A}_n^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} \quad (5.5.21)$$

bezeichnet. Aus der linearen Struktur der Gl. (5.5.21) folgt als Lösung des Gleichungssystems strukturbedingt

$$\mathbf{p} = \mathbf{P}\mathbf{z}. \quad (5.5.22)$$

Mit der zeitlichen Ableitung

$$\dot{\mathbf{p}} = \dot{\mathbf{P}}\mathbf{z} + \mathbf{P}\dot{\mathbf{z}} \quad (5.5.23)$$

und den Gln. (5.5.18) und (5.5.20) ergibt sich daraufhin eine Matrix-Riccati-Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P}\mathbf{A}_n + \mathbf{A}_n^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{b}b_3^{-2}\mathbf{b}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q}_n = \mathbf{0}. \quad (5.5.24)$$

Die sich ergebene Matrix-Riccati-Differentialgleichung besitzt nur konstante Koeffizienten. Zur Lösung wird in dieser Arbeit die direkte Methode durch Diagonalisierung angewendet, siehe Anhang B.1.

Für die Zustandsrückführung ergibt sich schließlich mit Gleichung (5.5.22)

$$u = -b_3^{-2}(\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1}(\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P})\mathbf{z} \quad (5.5.25)$$

für  $(\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1} \neq 0$ , dabei handelt es sich also um eine zeitvariante Zustandsrückführung

$$u_d(t) = -\mathbf{K}(\mathbf{z}(t)) \mathbf{z}(t), \quad (5.5.26)$$

die gültig ist für  $\mathbf{z} \neq \mathbf{0}$ . Für  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$  ist die Stellgröße beliebig oder Null anzusetzen, da sich das System im Zustand der Ruhe befindet, also gilt

$$u_d = 0 \text{ für } \mathbf{z} = \mathbf{0}. \quad (5.5.27)$$

### 5.5.2 Beschränkte und positive Stellgrößen (semi-aktives System)

Ausgangspunkt für den Entwurf eines Zustandsreglers für die betrachteten bilinearen Systeme mit *beschränkter* und *positiver* Stellgröße

$$d_{\min} < u_d(t) < d_{\max} \quad (5.5.28)$$

ist ebenfalls die Systembeschreibung aus Gl. (5.5.6). Das Gütefunktional wird von Gl. (5.5.10) unverändert übernommen. Durch die Beschränkung der Stellgröße Gl. (5.5.28) gilt nun tatsächlich  $u_d(t) \equiv d(t)$ , also sind Stellgröße und variable Dämpfungscharakteristik identisch und die Systemdarstellung beschreibt ein semi-aktives System.

Die Beschänkung der Stellgröße kann als ein Paar von Ungleichungen

$$\begin{aligned} -u(t) + d_{\min} &\leq 0 \\ u(t) - d_{\max} &\leq 0 \end{aligned} \quad (5.5.29)$$

geschrieben werden.

Die Hamilton-Funktion wird daraufhin um diese beiden Terme zur Berücksichtigung der beschränkten und positiven Stellgröße

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) u_d + \frac{1}{2} b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^2 u_d^2 \\ & + \mathbf{p}^T (\mathbf{A} \mathbf{z} + (\mathbf{b} \mathbf{n}^T) \mathbf{z} u_d) \\ & + q_1 (-u_d + d_{\min}) + q_2 (u_d - d_{\max}) \end{aligned} \quad (5.5.30)$$

erweitert. Die Variablen  $q_1$  und  $q_2$  werden Lagrange Multiplikatoren genannt.

Es werden nun ebenfalls wie im vorangegangenen Unterkapitel die partiellen Ableitungen  $H_z$  und  $H_p$  gebildet, diese sind mit denen im Unterkapitel Gln. (5.5.13) und (5.5.14) identisch. Nur die partielle Ableitung nach  $u_d(t)$  ist verschieden von den bisherigen

$$\frac{\partial H}{\partial u_d} = H_u = \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_3 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) + b_3^2 (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^2 u_d + (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) \mathbf{b}^T \mathbf{p} - q_1 + q_2 = 0. \quad (5.5.31)$$

Somit ergibt sich direkt für die Stellgröße

$$u_d = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1} (\mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{p} + (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1} (q_1 - q_2)). \quad (5.5.32)$$

Zur Berechnung der fehlenden adjungierten Zustände  $\mathbf{p}(t)$  und Lagrange Multiplikatoren  $q_1$  und  $q_2$  muß eine Fallunterscheidung gemäß

$$\begin{aligned} \text{(a) } & q_1 > 0 \text{ und } q_2 = 0 \\ \text{(b) } & q_1 = 0 \text{ und } q_2 = 0 \\ \text{(c) } & q_1 = 0 \text{ und } q_2 > 0 \end{aligned} \quad (5.5.33)$$

durchgeführt werden.

**(a)  $q_1 > 0$  und  $q_2 = 0$ :**

Bei dieser Konstellation befindet sich die Stellgröße eigentlich außerhalb der unteren Schranke  $u_d(t) = d(t) < d_{\min}$ . Da dieser Zustand nicht eintreten kann, gilt

$$u_d(t) = d_{\min}. \quad (5.5.34)$$

Zusammen mit Gl. (5.5.32) folgt für den Lagrange Multiplikator

$$q_1 = -(\mathbf{n}^T \mathbf{z}) \left[ \mathbf{a}_3^T \mathbf{b}_3 \mathbf{z} + \mathbf{b}^T \mathbf{p} - b_3^2 \mathbf{n}^T \mathbf{z} d_{\min} \right]. \quad (5.5.35)$$

Da die Stellgröße für diesen Fall konstant bleibt, kann die dazugehörige, nun lineare, Systemdarstellung als

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{N} \mathbf{z} u = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{N} \mathbf{z} d_{\min} \quad \text{bzw.} \quad (5.5.36)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} + \mathbf{N} d_{\min}) \mathbf{z} \quad (5.5.37)$$

angegeben werden.

(b)  $q_1 = 0$  und  $q_2 = 0$  :

Bei dieser zweiten Fallunterscheidung liegt die Stellgröße inmitten des zulässigen Intervalls

$$d_{\min} < u_d(t) = d(t) < d_{\max}. \quad (5.5.38)$$

Gl. (5.5.32) vereinfacht sich somit zu

$$u_d(t) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1} (\mathbf{a}_3 b_3 \mathbf{z} + \mathbf{b}^T \mathbf{p}). \quad (5.5.39)$$

Zur Berechnung der noch unbekannt adjungierten Zustandsgrößen  $\mathbf{p}(t)$  erfolgt nun die Herleitung der dazugehörigen Matrix-Riccati-Gleichung. Ausgehend von Gl. (5.5.14) ergibt sich zusammen mit Gl. (5.3.39)

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} - \mathbf{b}b_3^{-1}\mathbf{a}_3^T) \mathbf{z} + \mathbf{b}b_3^{-2}\mathbf{b}^T \mathbf{p} \quad (5.5.40)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_n \mathbf{z} + \mathbf{b}b_3^{-2}\mathbf{b}^T \mathbf{p} \quad (5.5.41)$$

Entsprechend folgt aus Gl. (5.5.13) und Gl. (5.5.39) nach längerer Umformung

$$\dot{\mathbf{p}} = -(\mathbf{Q} - \mathbf{a}_3 \mathbf{a}_3^T) \mathbf{z} - (\mathbf{A}^T - \mathbf{a}_3 b_3^{-1} \mathbf{b}^T) \mathbf{p} \quad (5.5.42)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{Q}_n \mathbf{z} - \mathbf{A}_n^T \mathbf{p} \quad (5.5.43)$$

mit  $\mathbf{Q}_n = \mathbf{Q} - \mathbf{a}_3 \mathbf{a}_3^T$  und  $\mathbf{A}_n = \mathbf{A} - \mathbf{b}b_3^{-1}\mathbf{a}_3^T$ .

Aus der linearen Struktur der Glgn. (5.5.41) und (5.5.43) (kanonisches Differentialgleichungssystem) folgt als Lösung des Gleichungssystems strukturbedingt

$$\mathbf{p} = \mathbf{P} \mathbf{z}. \quad (5.5.44)$$

Mit den Glgn. (5.5.23), (5.5.41) und (5.5.43) ergibt sich erneut die Matrix-Riccati-Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P} \mathbf{A}_n + \mathbf{A}_n^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{b} b_3^{-2} \mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q}_n = \mathbf{0}. \quad (5.5.45)$$

Für die gesuchte Zustandsrückführung folgt schließlich

$$u_d(t) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1} (\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z}. \quad (5.5.46)$$

Dies entspricht der Lösung für den unbeschränkten aktiven Ansatz.

(c)  $q_1 = 0$  und  $q_2 > 0$  :

In diesem Fall befindet sich die Stellgröße eigentlich außerhalb der oberen Schranke  $d_{\max} < u_d(t)$ . Da dieser Zustand aufgrund der zugrundeliegenden semi-aktiven Systembeschreibung nicht eintreten darf, muß gelten

$$u_d(t) = d_{\max} . \quad (5.5.47)$$

Zusammen mit Gl. (5.5.32) folgt für den Lagrange Multiplikator

$$q_2 = (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) [\mathbf{a}_3^T \mathbf{b}_3 \mathbf{z} + \mathbf{b}^T \mathbf{p} - b_3^2 \mathbf{n}^T \mathbf{z} d_{\max}] \quad (5.5.48)$$

Da die Stellgröße für diese Unterscheidung konstant ist, kann die dazugehörige, nun lineare, Systemdarstellung als

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{N} \mathbf{z} u = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{N} \mathbf{z} d_{\max} \quad (5.5.49)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} + \mathbf{N} d_{\max}) \mathbf{z} \quad (5.5.50)$$

angegeben werden.

Nach den drei Fallunterscheidungen ergibt sich für die Stellgröße schließlich mit der Abkürzung

$$u_0(t) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^{-1} (\mathbf{a}_3^T \mathbf{b}_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z} \quad (5.5.51)$$

mit  $(\mathbf{n}^T \mathbf{z}) \neq 0$  für jeden der drei Bereiche

$$u_d(t) = d(t) = \begin{cases} d_{\min} & \text{wenn } u_0(t) \leq d_{\min} \\ u_0(t) & \text{sonst} \\ d_{\max} & \text{wenn } u_0(t) \geq d_{\max} \end{cases} . \quad (5.5.52)$$

Zusammenfassend ist somit festzustellen, daß die Lösung des Optimierungsproblems eines semi-aktiven und bilinearen Systems mit der des aktiven Systems große Ähnlichkeiten hat. Das semi-aktive Verfahren liefert darüberhinaus Bedingungen für die Begrenzung der Stellgröße bzw. der Dämpfung  $u_d(t) \equiv d(t)$ .

Die Lösung ist gültig für  $\mathbf{z} \neq \mathbf{0}$ . Für  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$  ist die Stellgröße beliebig oder Null anzusetzen, da sich das System im Zustand der Ruhe befindet, also gilt

$$u_d = 0 \text{ für } \mathbf{z} = \mathbf{0} . \quad (5.5.53)$$

## 5.6 Zustandsregler mit „Preview“

Die bisher in dieser Arbeit entworfenen Regler haben direkt und kontinuierlich aus dem Zustandsvektor die Stellgröße generiert. Messung, Verarbeitung und Sollwertausgabe wurden ohne eine Zeitdifferenz *sofort* berechnet. Als nichtkausal wurden nach der Definition in Kapitel 4 Systeme bezeichnet, die für die Regelung Informationen, z.B. Störgrößmessungen, benötigen, die in der Zukunft liegen. Die Realisierung dieser Zeitproblematik ist prinzipiell nicht möglich. Allerdings gibt es eine Ausnahme: nämlich dann, wenn ein Signal, daß mit einer bestimmten Signallaufzeit entlang eines Weges läuft, bereits durch Messung in einiger Entfernung zum System meßbar ist.

Auf die Regelung von Systemen mit variabler Dämpfungscharakteristik übertragen, bedeutet dies, daß eine einlaufende Erdbebenwelle bei genügend großem Abstand des Erdbebenherdes zum Tragwerk in einiger Entfernung bereits mit Beschleunigungsaufnehmern gemessen werden könnte. Die Laufzeit dieser Welle vom Beobachtungsort zum Tragwerk wäre somit zeitlich betrachtet ein Blick in die Zukunft, siehe dazu Abbildung (5.6.1).

Regler, die vorausseilende Informationen verarbeiten, werden in der regelungstechnischen Theorie, *preview* Regler, prädiktive Regler oder vorausschauende Regler genannt [MoraZ89]. Der Zeitraum der Vorausschau wird Preview-Zeit  $t_{prev}$  genannt.

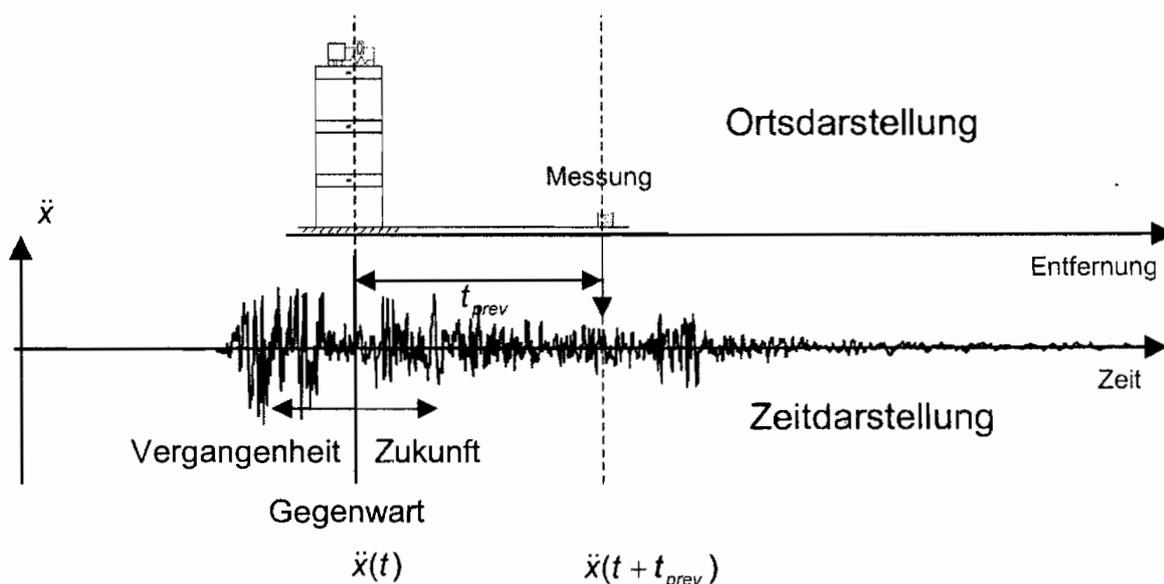


Abbildung 5.6.1: Preview Regelung: Vorgriff auf die einlaufende Erregung

Nach [Bachm95] betragen durchschnittliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Erdbebenwellen ca. 10km/s, d.h. der Ansatz des preview Reglers ist dann sinnvoll, wenn das Erdbebenzentrum nicht direkt unter einem Tragwerk, sondern in einer Mindestentfernung von einigen Kilometer liegt. Diese Annahme dürfte sehr häufig erfüllbar sein.

Ein ähnliches Vorgehen ist bei Kraftfahrzeugen denkbar. So könnten an der vorderen Stoßstange befestigte Wegaufnehmer Fahrwegsunebenheiten messen und zur Regelung von aktiven Fahrwerken mit in die Regelung aufnehmen. Genauso könnten die Weginformationen am Vorderrad zur Regelung an der Hinterachse benutzt werden [Foag89].

Der Reglerentwurf erfolgt wie im vorangegangenen Kapitel zunächst für ein aktives und daran anschließend für ein semi-aktives System. Die Zustandsraumdarstellung des zu regelnden System ist erneut in bilinearer Form für einen 2-Massen Schwinger gegeben. Die bilineare Zustandsraumdarstellung Gl. (5.5.6) und das Gütefunktional Gl. (5.5.10) werden identisch zum Kapitel 5.5 gewählt.

### 5.6.1 Unbeschränkte Stellgrößen (aktives System)

Für die unbeschränkte Stellgröße  $u_d(t)$  gelten zunächst wieder die gleichen Einschränkungen wie in Kapitel 5.5.1. Die Hamilton-Funktion aus Gl. (5.5.11) wurde zunächst um  $\mathbf{e}f + \mathbf{d}\dot{f}$ , den Störgrößenterm (Bodenerregung), der bereits in einiger Entfernung meßbar ist, erweitert

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) u_d + \frac{1}{2} b_3^2 (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^2 u_d^2 + \mathbf{p}^T (\mathbf{A} \mathbf{z} + (\mathbf{b} \mathbf{n}^T) \mathbf{z} u_d + \mathbf{e}f + \mathbf{f}\dot{f}), \quad (5.6.1)$$

siehe [Bende68] und [HacYo92]. Erneut werden die partiellen Ableitungen  $H_u$ ,  $H_z$  und  $H_p$  gebildet.

$$\frac{\partial H}{\partial u_d} = H_u = \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) + b_3^2 (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^2 u_d + (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) \mathbf{b}^T \mathbf{p} = 0 \quad (5.6.2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{z}} = H_z = \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) u_d + \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 \mathbf{n}^T u_d + b_3^2 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) \mathbf{n} u_d^2 + \mathbf{A}^T \mathbf{p} + \mathbf{p}^T \mathbf{b} \mathbf{n} u_d = -\dot{\mathbf{p}} \quad (5.6.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = H_p = \mathbf{A} \mathbf{z} + \mathbf{N} \mathbf{z} u_d + \mathbf{e}f + \mathbf{f}\dot{f} = \mathbf{A} \mathbf{z} + (\mathbf{b} \mathbf{n}^T \mathbf{z}) u_d + \mathbf{e}f + \mathbf{f}\dot{f} = \dot{\mathbf{z}} \quad (5.6.4)$$

Zur Herleitung des kanonischen Differentialgleichungssystems wird zunächst aus Gl. (5.6.4) und Gl. (5.6.2) die um die Störung (Bodenerregung) erweiterte Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_n \mathbf{z} + \mathbf{b} b_3^{-2} \mathbf{b}^T \mathbf{p} + \mathbf{e} f + \mathbf{f} \dot{f} \quad (5.6.5)$$

gebildet. Mit Gl. (5.6.3) und Gl. (5.6.2) ergibt sich nach mehreren Umformungen

$$\dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{Q}_n \mathbf{z} - \mathbf{A}_n^T \mathbf{p}. \quad (5.6.6)$$

Zur Generierung eines vorausschauenden Reglers wird nun erneut eine Annahme über die Lösung dieses Differentialgleichungssystems getroffen, siehe [Hac92a]. Soll ein preview Anteil in der Lösung enthalten sein, so muß Gl. (5.5.22) um einen zusätzlichen Term

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{P}(t) \mathbf{z}(t) + \mathbf{r}(t) \quad (5.6.7)$$

erweitert werden. Dabei ist  $\mathbf{r}(t)$  der vorausschauende, noch zu bestimmende, Anteil der Lösung. Mit der zeitlichen Ableitung von Gl. (5.6.7)

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = \dot{\mathbf{P}}(t) \mathbf{z}(t) + \mathbf{P}(t) \dot{\mathbf{z}}(t) + \dot{\mathbf{r}}(t) \quad (5.6.8)$$

und dem kanonischen Gleichungssystem Gln. (5.6.5) und (5.6.6) und Gl. (5.6.7) ergibt sich nach einigen Umformungen

$$\left( \dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P} \mathbf{A}_n + \mathbf{A}_n^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{b} b_3^{-2} \mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q}_n \right) \mathbf{z} = -\dot{\mathbf{r}} - \mathbf{P} \mathbf{b} b_3^{-2} \mathbf{b}^T \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{A}_n^T \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{P} (\mathbf{e} f + \mathbf{f} \dot{f}). \quad (5.6.9)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist zweigeteilt, zunächst gilt es, die enthaltene Matrix-Riccati-Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{A}_n + \mathbf{A}_n^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{b} b_3^{-2} \mathbf{b}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{Q}_n = 0 \quad (5.6.10)$$

zu lösen. Neu hinzugekommen ist die Preview Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{r}} - (\mathbf{P} \mathbf{b} r^{-1} \mathbf{b}^T - \mathbf{A}_n) \mathbf{r} = -\mathbf{P} (\mathbf{e} f + \mathbf{f} \dot{f}). \quad (5.6.11)$$

Die Lösung der Matrix-Riccati-Differentialgleichung kann, ohne vorherige Lösung der Preview-Differentialgleichung, direkt bestimmt werden. Das in dieser Arbeit benutzte Lösungsverfahren ist in Anhang B.1 angegeben. Da bis auf  $\mathbf{P}(t)$  alle weiteren Koeffizienten der Differentialgleichung konstant sind, konvergiert die Lösung gegen einen konstanten Wert  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}$  und muß nur einmal während der Auslegung des Reglers bestimmt werden.

Die Lösung der Preview-Differentialgleichung, Gl. (5.6.11), kann durch direkte Integration mit Hilfe der Fundamentalmatrix bestimmt werden, umgeschrieben ergibt sich zunächst

$$\dot{\mathbf{r}} = (-\mathbf{P} \mathbf{b} r^{-1} \mathbf{b}^T + \mathbf{A}_n) \mathbf{r} - \mathbf{P} (\mathbf{e} f + \mathbf{f} \dot{f}) \quad (5.6.12)$$

und weil  $\mathbf{b}$ ,  $r$ ,  $\mathbf{A}_n$ ,  $\mathbf{e}$ ,  $\mathbf{f}$  konstant sind und die Lösung der Matrix-Riccati-Differentialgleichung  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}$  auch einen konstanten Wert annimmt, kann mit Hilfe der Fundamentalmatrix [Walls89]

$$\Phi(\tau) = e^{(\mathbf{A}_n - \mathbf{P}\mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T)\tau} = e^{\mathbf{A}_c\tau} \quad (5.6.13)$$

mit  $\mathbf{A}_c = \mathbf{A}_n - \mathbf{P}\mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T$  die Lösung der Differentialgleichung bestimmt werden.

Da die im voraus gemessenen Meßwerte nur im Intervall  $t \leq \tau \leq t + t_{prev}$  bekannt sind, Abbildung 5.6.1, gilt für  $\tau > t + t_{prev}$  somit  $\mathbf{r}(\tau \geq t + t_{prev}) = 0$ .

Wenn nun die Preview-Differentialgleichung rückwärts integriert wird, dann liegt mit  $\mathbf{r}(t + t_{prev}) = \mathbf{0}$  der Anfangswert der Lösung bereits fest.

Die Lösung lautet also

$$\mathbf{r}(t) = \Phi(t)\mathbf{r}(t + t_{prev}) + \int_{t+t_{prev}}^t \Phi(t-\tau)\mathbf{P}(\mathbf{e}\mathbf{f}(\tau) + \mathbf{f}\dot{\mathbf{f}}(\tau))d\tau \quad (5.6.14)$$

und eingesetzt

$$\mathbf{r}(t) = - \int_{t+t_{prev}}^t e^{\mathbf{A}_c(t-\tau)}\mathbf{P}(\mathbf{e}\mathbf{f}(\tau) + \mathbf{f}\dot{\mathbf{f}}(\tau))d\tau. \quad (5.6.15)$$

Mit der Transformation  $\sigma = \tau - t$  und Vertauschung der Integrationsgrenzen ergibt sich praktischer

$$\mathbf{r}(t) = \int_0^{t_{prev}} e^{-\mathbf{A}_c\sigma}\mathbf{P}(\mathbf{e}\mathbf{f}(t+\sigma) + \mathbf{f}\dot{\mathbf{f}}(t+\sigma))d\sigma. \quad (5.6.16)$$

Dabei ist zu beachten, daß diese Integration für *jeden Zeitschritt* während der Regelung durchgeführt werden muß. Dieser Teil des Reglers erfordert deshalb große Rechenzeiten.

Aus Gl. (5.6.2) und Gl. (5.6.7) folgt für die Stellgröße (Dämpfung)

$$u_d(t) = -\mathbf{b}_3^{-2}(\mathbf{n}^T\mathbf{z}(t))^{-1}[(\mathbf{a}_3^T\mathbf{b}_3 + \mathbf{b}^T\mathbf{P})\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}^T\mathbf{r}(t)] \quad (5.6.17)$$

für  $(\mathbf{n}^T\mathbf{z}) \neq 0$ .

Zusammenfassend bleibt festzustellen, daß im Vergleich zum Reglerentwurf in Kapitel 5.5 zusätzlich zur Rückführungsgleichung ständig ein Integral Gl. (5.6.16) berechnet werden muß.

Die Lösung ist gültig für  $\mathbf{z} \neq \mathbf{0}$ . Für  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$  ist die Stellgröße beliebig, da sich das System im Zustand der Ruhe befindet, also gilt

$$u = 0 \text{ für } \mathbf{z} = \mathbf{0}. \quad (5.6.18)$$

### 5.6.2 Beschränkte und positive Stellgrößen (semi-aktives System)

Die Stellgröße  $u_d(t) \equiv d(t)$  ist nun wieder ausschließlich positiv und beschränkt. Sie ist somit identisch mit der variablen Dämpfungscharakteristik. Ausgangspunkt für den Entwurf eines preview Reglers für ein semi-aktives System ist der semi-aktive Zustandsregler aus Kapitel 5.5.2. Entsprechend den Gln. (5.5.28) und (5.5.29) ist die Stellgröße (Dämpfung) positiv und beschränkt.

Die Hamilton-Funktion wird um die zwei zusätzlichen Terme zur Berücksichtigung der beschränkten und positiven Stellgröße und zusätzlich um den Störgrößenterm (Bodenerregung)

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) u + \frac{1}{2} b_3^2 (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^2 u^2, \\ & + \mathbf{p}^T (\mathbf{A} \mathbf{z} + (\mathbf{b} \mathbf{n}^T) \mathbf{z} u + \mathbf{e} f + \mathbf{f} \dot{f}) \\ & + q_1 (-u + u_{\min}) + q_2 (u - u_{\max}) \end{aligned} \quad (5.6.19)$$

erweitert, siehe [HacYo92]. Wie auch im vorangegangenen Unterkapitel werden die partiellen Ableitungen der Hamilton-Funktion gebildet.  $\mathbf{H}_z$  und  $\mathbf{H}_p$  sind mit den Gln. (5.6.3) und (5.6.4) identisch. Für  $H_u$  ergibt sich mit den Lagrange Multiplikatoren und den Störgrößen

$$\frac{\partial H}{\partial u} = H_u = \mathbf{z}^T \mathbf{a}_3 b_3 (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) + b_3^2 (\mathbf{n}^T \mathbf{z})^2 u + (\mathbf{n}^T \mathbf{z}) \mathbf{b}^T \mathbf{p} - q_1 + q_2 = 0, \quad (5.6.20)$$

entsprechend der Ableitung des bilinearen aktiven Systems nach Gl. (5.5.31).

Zur Berechnung der optimalen Stellgröße wird abermals eine Fallunterscheidung entsprechend der Größe der Stellgröße, bzw. der Lagrange Multiplikatoren

$$\begin{aligned} & \text{(a) } q_1 > 0 \text{ und } q_2 = 0 \\ & \text{(b) } q_1 = 0 \text{ und } q_2 = 0 \\ & \text{(c) } q_1 = 0 \text{ und } q_2 > 0 \end{aligned} \quad (5.6.21)$$

durchgeführt.

**(a)  $q_1 > 0$  und  $q_2 = 0$  :**

Bei dieser Konstellation befindet sich die Stellgröße eigentlich außerhalb der unteren Schranke  $u(t) = d(t) < d_{\min}$ . Analog zu Kapitel 5.5.2 folgt damit für die Stellgröße

$$u(t) = d_{\min} \quad (5.6.22)$$

und das geschlossene System

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} + \mathbf{N}d_{\min})\mathbf{z}. \quad (5.6.23)$$

**(b)  $q_1 = 0$  und  $q_2 = 0$  :**

Bei dieser zweiten Fallunterscheidung liegt die Stellgröße inmitten des zulässigen Intervalls

$$d_{\min} < u_d(t) = d(t) < d_{\max}. \quad (5.6.24)$$

Gl. (5.6.20) vereinfacht sich somit zu

$$u_d(t) = -b_3^{-2}(\mathbf{n}^T \mathbf{z}(t))^{-1} \left[ (\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z}(t) + \mathbf{b}^T \mathbf{r}(t) \right] \quad (5.6.25)$$

für  $(\mathbf{n}^T \mathbf{z}) \neq 0$ .

Dies entspricht der Lösung für den unbeschränkten aktiven Ansatz.

Die Bestimmung des kanonischen Gleichungssystems, der Matrix-Riccati-Differentialgleichung und der Preview-Differentialgleichung entspricht der Lösung des aktiven Problems entsprechend den Glgn. (5.6.5)-(5.6.16).

**(c)  $q_1 = 0$  und  $q_2 > 0$  :**

Bei dieser Fallunterscheidung befindet sich die Stellgröße eigentlich außerhalb der oberen Schranke  $d_{\max} < u(t) = d(t)$ . Analog zu Kapitel 5.5.2 folgt damit für die Stellgröße

$$u(t) = d_{\max} \quad (5.6.26)$$

und das geschlossene System

$$\dot{\mathbf{z}} = (\mathbf{A} + \mathbf{N}d_{\max})\mathbf{z}. \quad (5.6.27)$$

Zusammenfassend ergibt sich als Algorithmus für den Regler mit Preview für ein semi-aktives System

1. Aufstellung des Gütefunktional
2. Berechnung der Matrix-Riccati-Differentialgleichung, siehe Gl. (5.6.10)
3. Kontinuierliche Auswertung des Preview-Integrals, siehe Gl. (5.6.16)
4. Ausgabe der Stellgröße  $u_d(t) = d(t)$  entsprechend der Fallunterscheidung mit

$$u_0(t) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z}(t))^{-1} \left[ (\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z}(t) + \mathbf{b}^T \mathbf{r}(t) \right] \quad (5.6.28)$$

und

$$u_d(t) = d(t) = \begin{cases} d_{\min} & \text{wenn } u_0(t) \leq d_{\min} \\ u_0(t) & \text{sonst} \\ d_{\max} & \text{wenn } u_0(t) \geq d_{\max} \end{cases} \quad (5.6.29)$$

Die beiden preview Regler für aktive und semi-aktive Systeme mit variabler Dämpfungscharakteristik (bilinear und homogen bezüglich ihrer Zustände) besitzen zum einen den klassischen *Rückführungs*anteil im Regler und zum anderen greift ein *preview* Teil auf die Meßwerte voraus [HacYo92]. Eine wichtige Annahme, die bis hierher noch nicht formuliert, im Vorhergehenden jedoch bereits implizit vorausgesetzt wurde ist, daß die in einer gewissen Entfernung vom Tragwerk gemessenen Beschleunigungswerte nur *zeitlich später* am Tragwerk einlaufen. Eine Filterung der Signale durch das Erdreich wurde ausgelassen. Um einen Vergleich der Reglerentwürfe möglich zu machen, erscheint diese Vereinfachung jedoch notwendig.

## 5.7 Zustandsbeobachter

Den bisherigen Untersuchungen liegt implizit die Annahme zugrunde, daß alle Zustandsgrößen  $\mathbf{z}(t)$  der betrachteten Systeme, wie Wege und Geschwindigkeiten, als Meßgrößen unmittelbar während der Regelung zur Verfügung stehen. Dies ist häufig aber nicht der Fall. Da die Messung absoluter Wege oft aufgrund des Fehlens eines wirklich ruhenden Bezugspunktes nicht möglich ist, erscheint es zweckmäßiger die Differenzverschiebung der einzelnen Stockwerke untereinander zu messen. Während eines Erdbebens ist der Bezugspunkt „Fundament“ in einem Tragwerk ebenfalls in Schwingungen, dagegen kann bei Fahrzeugen durch Radar- oder Ultraschallmessungen exakt der gefahrene Weg gemessen werden. Bei Tragwerken kann die Messung der Absolutgeschwindigkeiten durch eine Integration von Beschleunigungsmeßwerten ersetzt werden. Derartige Probleme sind in der Regelungstechnik erkannt worden. Zur Rekonstruktion der Zustandsgrößen aus vorhandenen Meßgrößen wurde daher das Beobachterkonzept entwickelt.

### 5.7.1 Linearer Zustandsbeobachter

Für lineare Systeme wurde in [Luenb63] der sogenannte Luenberger- oder Identitätsbeobachter entwickelt. Ausgehend von einer linearen Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}u \quad (5.7.1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z}, \quad (5.7.2)$$

wird allein durch die Messung der Ausgänge  $\mathbf{y}(t)$  und des Eingangs  $u(t)$  der Zustandsvektor  $\mathbf{z}(t)$  rekonstruiert. Bedingung zum Entwurf eines Beobachters ist die vollständige Beobachtbarkeit des zugrundeliegenden Systems, siehe dazu Kapitel 4.2.1.

Der Beobachter ist ebenfalls in einer linearen Zustandsraumdarstellung anzugeben

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{b}u + \mathbf{F}_B(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (5.7.3)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{z}}, \quad (5.7.4)$$

wobei die Systemmatrix  $\mathbf{A}$ , der Steuervektor  $\mathbf{b}$  und die Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  als identisch mit den jeweiligen Matrizen des realen Systems anzusetzen sind. Über eine Rückführungsmatrix  $\mathbf{F}_B$  wird die Differenz aus gemessenen  $\mathbf{y}(t)$  und geschätzten  $\hat{\mathbf{y}}(t)$  Ausgangsgrößen in einer Schleife zurückgeführt, Abbildung 5.7.1. Ziel des

Beobachters ist es, daß von einer Anfangsschätzung  $\hat{\mathbf{z}}(t_0) = \hat{\mathbf{z}}_0$  ausgehend, nach endlicher Einschwingzeit für die Zustandsgrößen von geschätztem und realem System

$$\hat{\mathbf{z}}(t) \approx \mathbf{z}(t) \quad (5.7.5)$$

gilt.

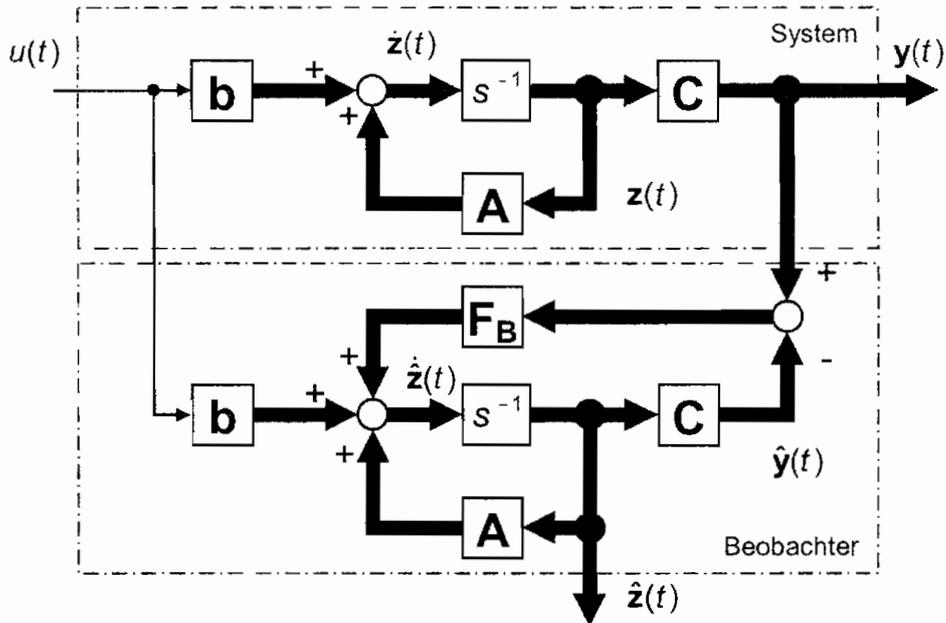


Abbildung 5.7.1: Linearer Identitätsbeobachter

Zum Beweis wird zunächst der Schätzfehler

$$\mathbf{e} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}. \quad (5.7.6)$$

gebildet. Nach Einsetzung der Ausgangsgleichungen in die Beobachtungsgleichung

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{b}u + \mathbf{F}_B\mathbf{C}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) \quad (5.7.7)$$

ergibt sich für die Zeitableitung des Schätzfehlers

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{z}} - \dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) - \mathbf{F}_B\mathbf{C}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) \quad (5.7.8)$$

und somit

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{F}_B\mathbf{C})\mathbf{e}. \quad (5.7.9)$$

Dies entspricht der Darstellung eines im regelungstechnischen Sinne autonomen Systems (ohne Eingangs- oder Störgrößen). Sind die Eigenwerte von  $\mathbf{A} - \mathbf{F}_B\mathbf{C}$  alle in

der linken komplexen  $s$ -Halbebene, so verschwindet die anfängliche Differenz zwischen realen und geschätzten Zustandsgrößen

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = \mathbf{0} \quad (5.7.10)$$

vollständig. Die Dynamik des Beobachters, gleichbedeutend mit der Geschwindigkeit des Einschwingvorgangs, wird durch die genannten Eigenwerte bestimmt, dabei ist jedoch die Geschwindigkeitserhöhung der Rauscherhöhung gegenüberzustellen.

### 5.7.2 Bilinearer Beobachter

Es erfolgt nun der Übergang vom linearen System zur bilinearen Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{N}\mathbf{z}u \quad (5.7.11)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z}. \quad (5.7.12)$$

Grundlegende Arbeiten dazu wurden von [DereN81], [Hac92c], [HsuKa81], [HsuMo85] und [IrmsH96] durchgeführt.

Der Beobachter, also das Referenzmodell, verbleibt zunächst linear, siehe Gl. (5.7.3). Für den Fehler zwischen Meß- und Schätzwert ergibt sich entsprechend Gl. (5.7.6)

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{z}} - \dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) + (\mathbf{N}\mathbf{z} - \mathbf{b})u - \mathbf{F}_B\mathbf{C}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) \quad (5.7.13)$$

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{F}_B\mathbf{C})\mathbf{e} + (\mathbf{N}\mathbf{z} - \mathbf{b})u \quad (5.7.14)$$

Für die im regelungstechnischen Sinne autonomen Systeme  $u(t) \equiv 0$  geht die Fehlerdifferentialgleichung, Gl. (5.7.14), in den linearen Fall

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{F}_B\mathbf{C})\mathbf{e}$$

über. Keine Aussage kann allerdings über das Einschwingverhalten für im regelungstechnischen Sinne nicht autonome Systeme  $u(t) \neq 0$  getroffen werden. Dieser Beobachter ist für bilineare und bezüglich ihres Zustandes homogene Systeme nicht geeignet.

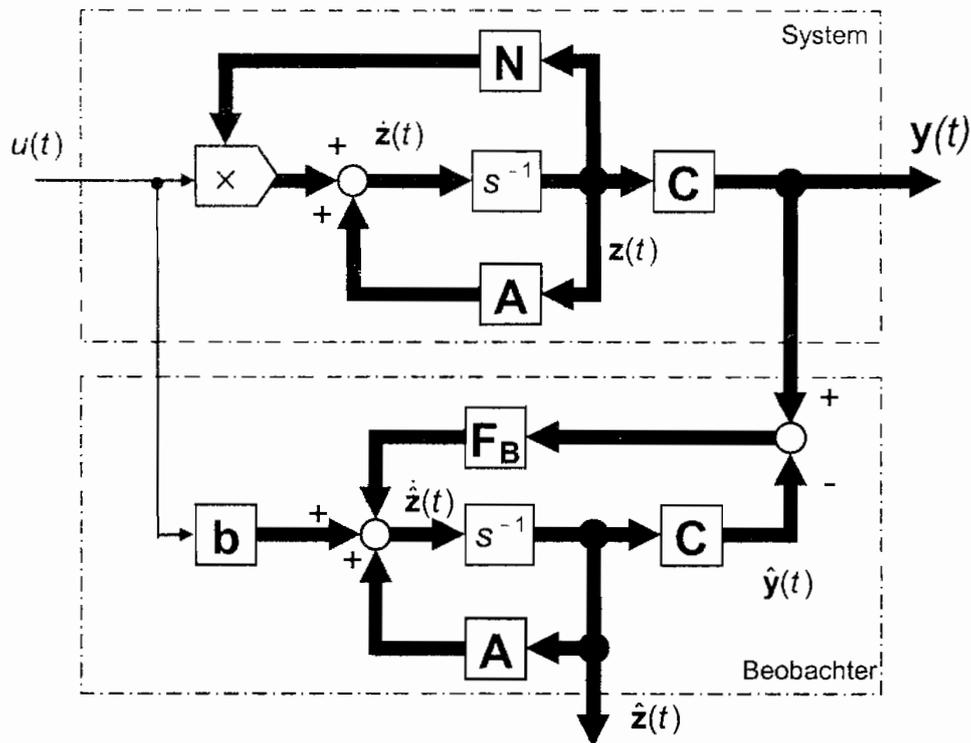


Abbildung 5.7.2: Bilinearer Zustandsbeobachter mit linearem Referenzmodell

Der vollständig bilineare Beobachter, Abbildung 5.7.2, benutzt schließlich auch für das Referenzmodell eine bilineare Systembeschreibung, die homogen bezüglich der Zustände ist

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{N}\hat{\mathbf{z}}u + \mathbf{F}_B(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (5.7.15)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{z}}. \quad (5.7.16)$$

Der Ableitung des Schätzfehlers ergibt sich somit zu

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{z}} - \dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) + \mathbf{N}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}})u - \mathbf{F}_B\mathbf{C}(\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) \quad (5.7.17)$$

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{F}_B\mathbf{C})\mathbf{e} + \mathbf{N}u. \quad (5.7.18)$$

Für dieses wieder bilineare dynamische Schätzsystem gelten die gleichen Stabilitätsüberlegungen wie für die betrachteten bilinearen Schwingungssysteme, die homogen in ihren Zuständen sind. Werden die Eigenwerte von  $\mathbf{A} - \mathbf{F}_B\mathbf{C}$  so gewählt, daß das dynamische Verhalten des Beobachters schneller ist als das Verhalten des zugrundeliegenden Systems, konvergieren die geschätzten Zustände  $\hat{\mathbf{z}}(t)$  gegen die Zustände des Ursprungssystems  $\mathbf{z}(t)$ .

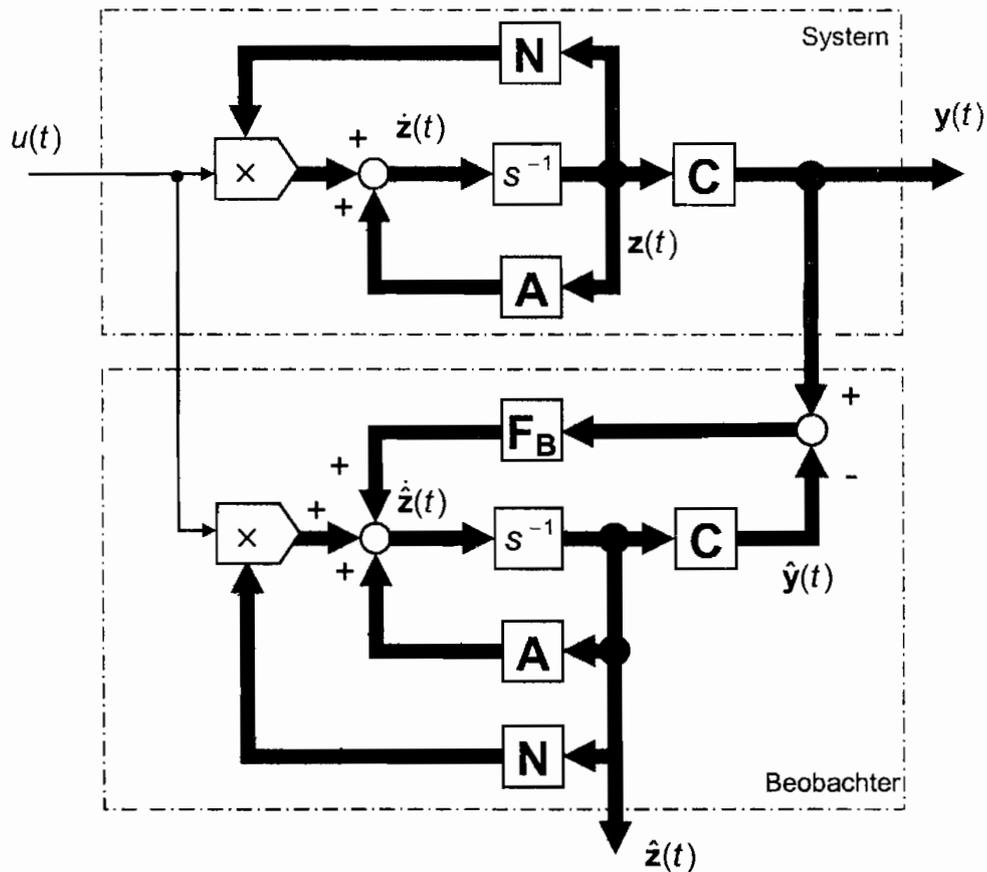


Abbildung 5.7.3: vollständig bilinearer Zustandsbeobachter

## 5.8 Stabilität der Regelungen

Wie bereits zu Beginn des Kapitels dargestellt, sind Systeme mit variabler Dämpfungscharakteristik im Zustand der Ruhe  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$  nicht steuerbar, da zur Erzeugung einer Dämpferkraft eine Differenzgeschwindigkeit  $d\mathbf{z} > 0$  über dem Dämpfer vorhanden sein muß.

Zur Betrachtung der Stabilität von dynamischen Systemen werden die Eigenwerte

$$\lambda_i = \text{eig}(\mathbf{A}) \quad (5.8.1)$$

mit  $i = 1 \dots n$  der Systemmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix} \quad (5.8.2)$$

betrachtet. Liegen die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises immer in der linken  $s$ -Halbebene

$$\operatorname{Re}(\lambda_i) < 0 \quad \forall \lambda_i, i = 1 \dots n \quad (5.8.3)$$

so ist das betrachtete System asymptotisch stabil. Die in dieser Arbeit betrachteten Systeme besitzen allerdings durch die multiplikative Verknüpfung von Zuständen und Stellgrößen (**Nzu**) diese Eigenschaft zunächst einmal nicht. Die Eigenwerte der betrachteten Systeme liegen aber für minimale, wie maximale Dämpfung, als auch für alle Zwischenschritte im negativen  $s$ -Halbraum. Auch durch schnelles Verändern der Stellgröße bleiben die Eigenwerte im stabilen Bereich. Abbildung 5.8.1 zeigt den Verlauf der Eigenwerte am Beispiel eines Zwei-Massen-Schwingers für die Variation einer Dämpfungskonstanten.

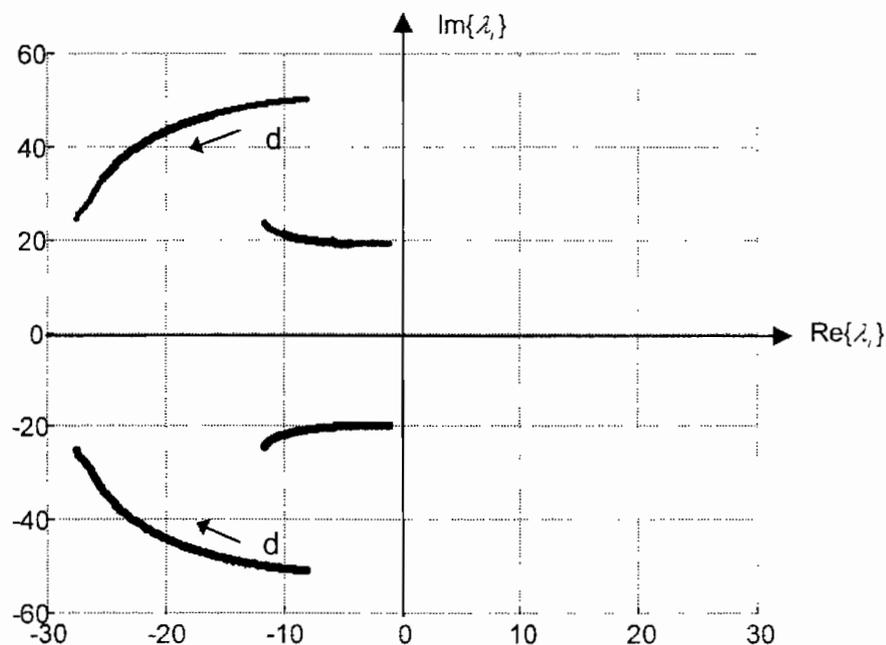


Abbildung 5.8.1: Polverlauf eines Zwei-Massen-Schwingers für  $d_{\min} < d(t) < d_{\max}$

Der Beweis für asymptotische Stabilität läßt sich nicht erbringen. Allerdings kann BIBO - (bounded input bounded output) Stabilität nachgewiesen werden. Dies bedeutet, daß wenn die Stellgrößen (Dämpfung)

$$0 < \mathbf{u}(t) < \mathbf{u}_{\max} < \infty \quad (5.8.4)$$

und die Störgrößen

$$0 < \mathbf{f}(t) < \mathbf{f}_{\max} < \infty \quad (5.8.5)$$

beschränkt sind, auch die Zustände des Systems aufgrund der negativen Realteile der Eigenwerte

$$0 < \mathbf{z}(t) < \mathbf{z}_{\max} < \infty \quad (5.8.6)$$

beschränkt sind. Dies ist für Systeme mit variabler Dämpfungscharakteristik auch anschaulich zu zeigen. Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik sind rein dissipative Elemente, die lediglich die Rate der Energiedissipation variieren können, das heißt, daß die Schwingungsenergie in einem Tragwerk mit semi-aktiven Aktoren ohne äußere Störungen immer abnimmt. Bei äußeren Störungen wird das System ebenfalls nicht instabil, da die semi-aktiven Dämpfer nur die Höhe der Schwingungsamplituden in engen Bereichen beeinflussen können.

## 5.9 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sind unterschiedliche Reglerentwürfe für Tragwerke mit semi-aktiven Dämpfern untersucht worden.

Zunächst wurden einige heuristische Überlegungen zum Leistungsfluß zwischen Dämpfern und Einzelmassen durchgeführt. Ausgehend von zunächst linearen Systemen mit unbeschränkter Stellgröße ist das aktive System durch den clipped-optimalen Regler in ein semi-aktives System mit dynamisch beschränkten Dämpferkräften überführt worden.

Durch den Übergang auf bilineare Systemdarstellungen kann die variable Dämpfungscharakteristik direkt als Stellgröße benutzt werden. Dabei sind sowohl mit und ohne Begrenzung der Dämpfungscharakteristik Reglerentwürfe durchgeführt worden. Die nachfolgende Tabelle 5.9.1 zeigt im einzelnen die entwickelten Reglerentwürfe. Trotz der unterschiedlichen Bedingungen für die Stellgrößen und die linearen und bilinearen Systemdarstellungen sind die Regler sehr ähnlich aufgebaut.

Nach dem Entwurf der Reglerstrategien für bi-/lineare Systeme für aktive und semi-aktive Aktoren erfolgt in Kapitel 8 die Evaluierung der Regler an ausgewählten Beispielen.

System und Stellgrößen	Regler
<b>lineares Syst.</b>	
aktiver Entwurf	$u_F(t) = (F_D(t)) = -r^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{z}(t)$
aktiver Entwurf mit Kreuztermen	$u_F(t) = (F_D(t)) = -r^{-1} (\mathbf{b}^T \mathbf{P} + \frac{1}{2} \mathbf{M}) \mathbf{z}(t)$
Entwurf clipped-optimal	$u_F(t) = F_D(t) = \begin{cases} u_{F,\min} & \text{wenn } u_{F,0}(t) < u_{F,\min} \text{ und } u_{F,0}(t) < 0 \\ u_{F,0}(t) & \text{sonst} \\ u_{F,\max} & \text{wenn } u_{F,0}(t) > u_{F,\max} \text{ und } u_{F,0}(t) > 0 \end{cases}$ <p style="text-align: right;">mit <math>u_{F,0}(t) = -r^{-1} \mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{z}(t)</math></p>
<b>bilineares Syst.</b>	
Entwurf ohne Beschränkung	$u_d(t) = (d(t)) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z}(t))^{-1} (\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z}(t)$
Entwurf mit Beschränkung	$u_d(t) = d(t) = \begin{cases} d_{\min} & \text{wenn } u_0(t) \leq d_{\min} \\ u_0(t) & \text{sonst} \\ d_{\max} & \text{wenn } u_0(t) \geq d_{\max} \end{cases}$ <p style="text-align: right;">mit <math>u_0(t) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z}(t))^{-1} (\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z}(t)</math></p>
aktiver Entwurf mit preview	$u_d(t) = (d(t)) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z}(t))^{-1} (\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z}(t) + \mathbf{b}^T \mathbf{r}(t) \quad \text{und}$ $\mathbf{r}(t) = \int_0^{t_{\text{prev}}} \mathbf{e}^{\mathbf{A}_c \sigma} \mathbf{P} (\mathbf{e} \mathbf{f}(t + \sigma) + \mathbf{f} \mathbf{f}(t + \sigma)) d\sigma$
Entwurf mit Beschränkung und preview	$\mathbf{r}(t) = \int_0^{t_{\text{prev}}} \mathbf{e}^{\mathbf{A}_c \sigma} \mathbf{P} (\mathbf{e} \mathbf{f}(t + \sigma) + \mathbf{f} \mathbf{f}(t + \sigma)) d\sigma$ $u_d(t) = d(t) = \begin{cases} d_{\min} & \text{wenn } u_0(t) \leq d_{\min} \\ u_0(t) & \text{sonst} \\ d_{\max} & \text{wenn } u_0(t) \geq d_{\max} \end{cases}$ <p style="text-align: right;">mit <math>u_0(t) = -b_3^{-2} (\mathbf{n}^T \mathbf{z}(t))^{-1} (\mathbf{a}_3^T b_3 + \mathbf{b}^T \mathbf{P}) \mathbf{z}(t) + \mathbf{b}^T \mathbf{r}(t)</math></p>

Tabelle 5.10.1: Vergleich der entwickelten Regler

## Kapitel 6

# Meßtechnik und Versuchsaufbau

In diesem Kapitel werden die einzelnen Komponenten des Versuchstandes, der Sensorik und Aktorik, sowie die Meßelektronik und die dazugehörigen Software Komponenten vorgestellt. Der Versuchsaufbau ist vollständig in eine Simulationsumgebung integriert. Von MATLAB / SIMULINK aus wird die Echtzeithardware (Sorbus MODULAR-4/486) in Form einer Toolbox direkt angesprochen. Die Integration eines WWW-Servers erlaubt schließlich die Anbindung von MATLAB und des Versuchstandes an das Internet.

### 6.1 Verstärker / Sensoren / Aktoren / Echtzeithardware

#### 6.1.1 Gesamtaufbau

Zur Untersuchung von magnetorheologischen Aktoren ist ein Versuchstand entwickelt worden, mit dem die dynamischen Eigenschaften von semi-aktiven Dämpfern untersucht werden können. Der Versuchstand besteht aus in einer Reihe angeordneten Elementen, Abbildung 6.1.1.

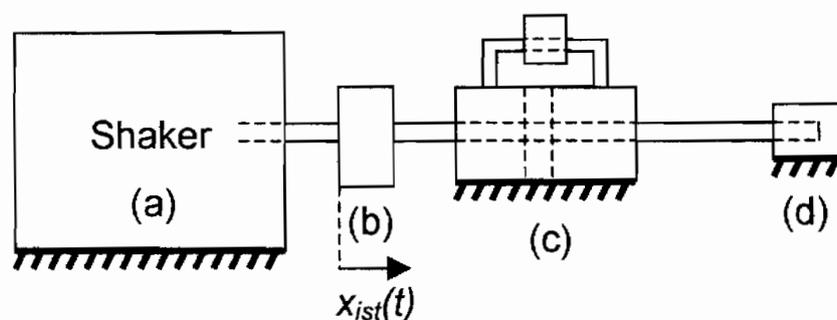


Abbildung 6.1.1: Versuchsaufbau: (a) Shaker, (b) Kraftmeßdose, (c) MRF-Dämpfer mit Bypass und Elektromagnet, (d) Wegsensor.

Ausgehend von einer Erregungsmaschine (elektrodynamischer Shaker) befindet sich in Reihe dazu eine Kraftmeßdose, die zwischen den Wellen der Erregungsmaschine und des MRF-Dämpfers fixiert ist. Der Bypass des MRF-Dämpfers ist von einem Elektromagneten umschlossen. Die Welle des Dämpfers ist wiederum mit einem induktiven Wegsensor verbunden. Die Gehäuse des Shakers, des Dämpfers und des Wegsensors sind mit dem Experimentiertisch verschraubt.

In der Abbildung 6.1.2 ist eine Fotografie der wesentlichen Teile des Versuchsaufbaus dargestellt.

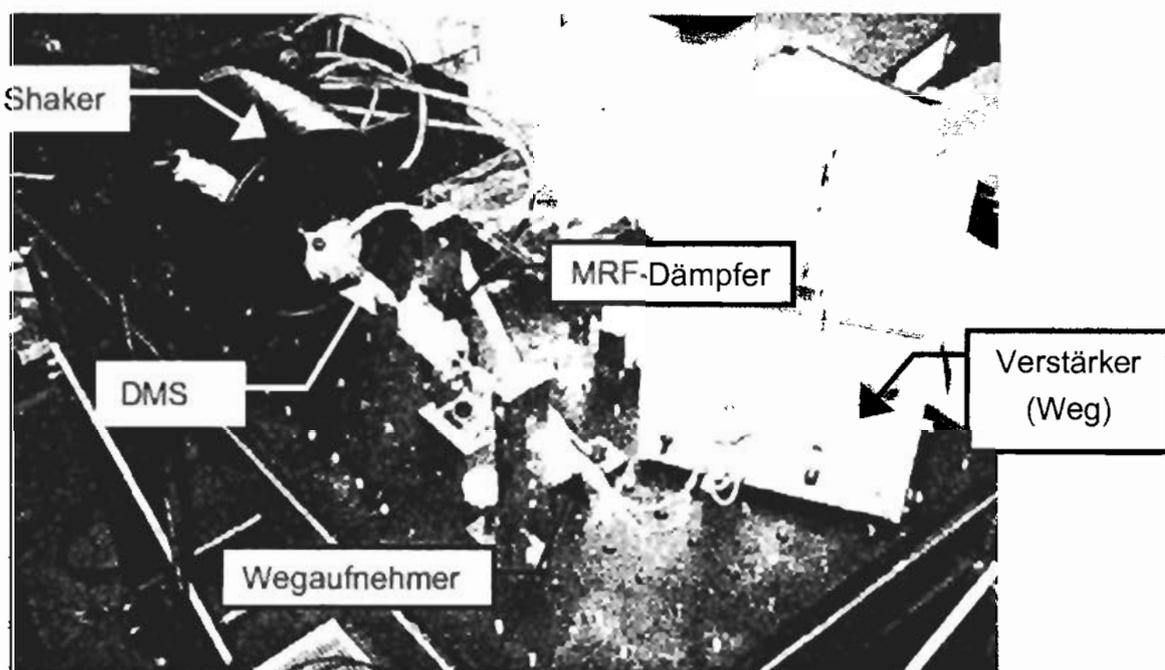


Abbildung 6.1.2: Shaker, Dämpfer, Sensoren

### 6.1.2 Sensoren / Aktoren / Verstärker

Zur Erregung (Wegvorgabe  $x_{ist}$ ) wird ein elektrodynamischer Shaker (PM Vibration Exciter – Type 4808) der Firma Brüel & Kjaer verwendet. Die maximale Kraft bei sinusförmiger Erregung ist mit  $F_{max}=112N$  bei einem maximalen Stellweg von 12.7mm angegeben. Durch eine überlagerte Wegregelung wird am Versuchsaufbau ein Frequenzbereich von  $f=0-100Hz$  erreicht. Die Ansteuerung des Shakers erfolgt durch einen Leistungsverstärker (Power Amplifier – Type 2712) derselben Firma. Über einen spannungsgesteuerten Stromausgang kann eine maximale Leistung von 180VA abgegeben werden.

Zur Wegmessung wird ein induktiver Wegsensor (PR 9314/20) der Firma Phillips mit einem maximalen Weg von  $dx_{max}=20mm$  eingesetzt. Der Meßverstärker (PR 9307)

desselben Herstellers liefert eine zur Auslenkung proportionale Spannung von maximal  $U_{pp} = 2V$ .

Die Kraftmessung wird mit einem Kraftaufnehmer (Typ U2B/500N) der Firma Hottinger Baldwin Meßtechnik durchgeführt. Die Nennlast des Zug- und Drucksensors beträgt  $F_N = 500N$ . Die Kraftmessung geschieht über Dehnungsmeßstreifen (DMS). Die temperatur- und querkraftkompensierte interne Verschaltung der DMS ist in einem Stahlgehäuse untergebracht.

Alle Meß- und Stellsignale werden durch die den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten und aufgebauten Verstärkergruppen von der Echtzeithardware entkoppelt. Alle Meßsignale können darüber hinaus vor der Digitalisierung mit Tiefpaßfiltern an den Frequenzbereich der Analog-Digital-Wandlung angepaßt werden.

Die Erzeugung des Stroms für den Elektromagneten des MRF-Dämpfers wird von einem integrierten Leistungsverstärker ( $I_{max} = 1A$ ) mit zusätzlicher Absicherung gegen hohe Spannungsspitzen bei Leitungsbrüchen durchgeführt.

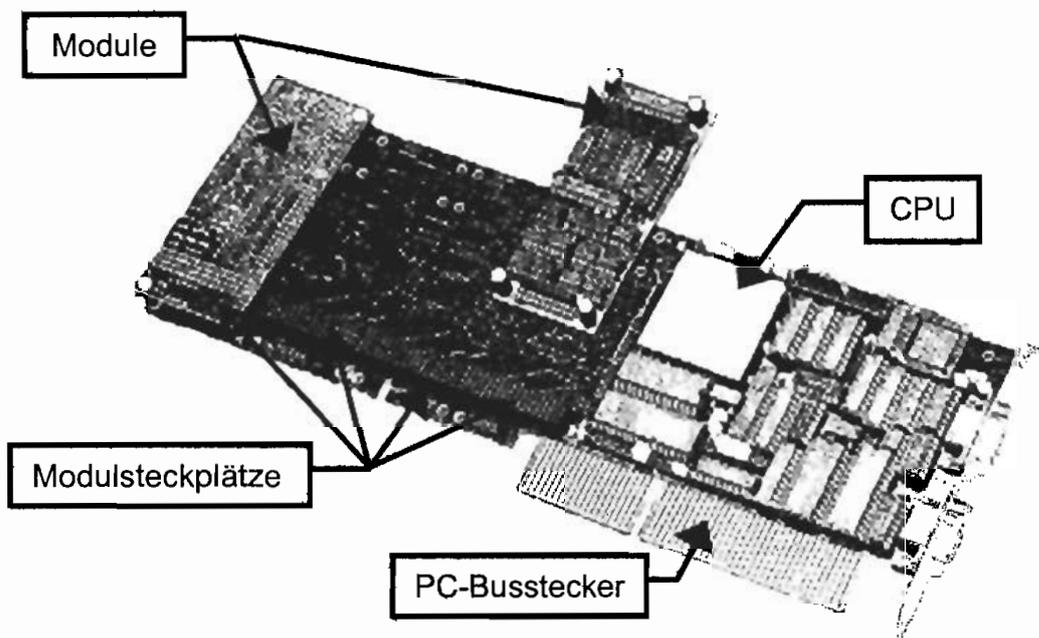


Abbildung 6.1.3: MODULAR-4®/486 Echtzeitkarte

### 6.1.3 Echtzeithardware

Zur Ansteuerung der Meßverstärker, Aktoren und Sensoren wird das Echtzeitsystem MODULAR-4 der Firma Sorcus eingesetzt. Das Basissystem besteht aus einer Trägerkarte, die sich zusammensetzt aus dem Prozessor mit Arbeitsspeicher, Schnittstellen zum Host-PC (ISA-Schnittstelle) und darüber hinaus 4 Steckplätze für

die Aufnahme von DA-, AD-Konvertern, digitalen Ein-Ausgabe Modulen, Zeitgebern und Schnittstellenwandlern besitzt. Die Funktionalität des Systems wird maßgeblich durch die Zusatzmodule beschrieben. Die softwareseitige Unterstützung der Hardware wird durch das speziell auf die Karte optimierte Echtzeitbetriebssystem OSx der Herstellerfirma gewährleistet.

## 6.2 Software

### 6.2.1 ML8-Toolbox

Die Software zur Messung und Regelung bestand bislang aus zwei separaten Teilen. Zum einen wurde eine Echtzeittask, die alle Eingangs- und Ausgangsdaten koordiniert und gleichzeitig alle Echtzeitberechnungen während einer Regelung vornimmt, benötigt. Den zweiten Teil bildete das Bedienprogramm, das bislang immer aus einer Applikation auf dem Host-PC bestand und alle notwendigen Aktionen zum Laden von Tasks, Task Steuerungen, Festplatten und Speicheroperationen, Parametereinstellungen und Interaktionen mit dem Benutzer durchführen mußte, Abbildung 6.2.1. Als Benutzerprogramm fungierte immer eine eigenständige Applikation, die nur durch einzeln programmierte Benutzeranweisungen bedient werden konnte. Es bestand keine Verbindung zu anderen Programmen zur weiteren Datenverarbeitung oder zur Simulation in MATLAB, [Matla97]. Der Datenaustausch mußte immer über Dateien erfolgen, die die jeweils benötigten Dateiformate einhalten mußten und die im Batch-Betrieb oder manuell abgearbeitet werden mußten.

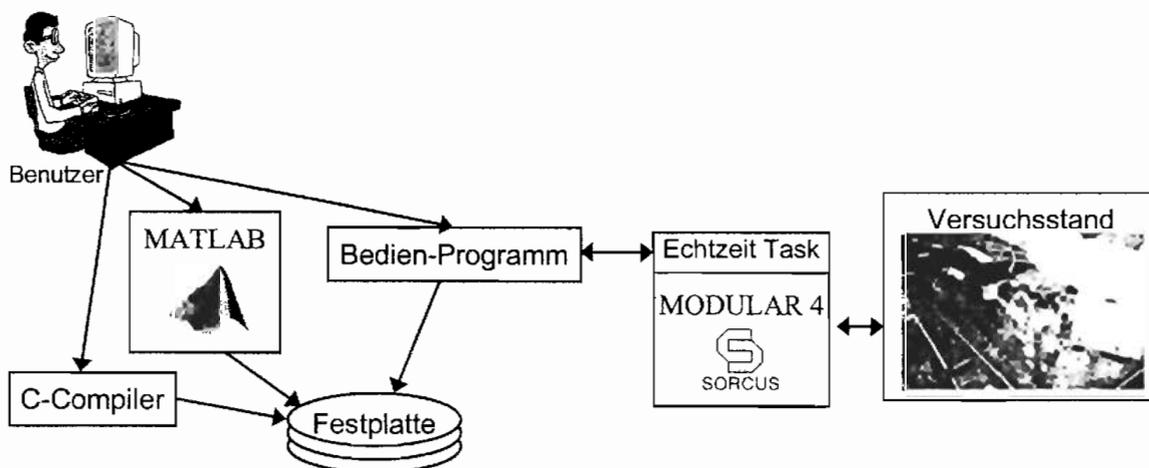


Abbildung 6.2.1: Daten- und Programmfluß zwischen Benutzer, PC, Compiler und der MODULAR 4/486 Karte

Bislang war es also auch nicht möglich, die leistungsfähige Simulationsumgebung und die Echtzeithardware der MODULAR-4 Karte so interaktiv und intuitiv zu benutzen, wie es sonst bei der Entwicklung von dynamischen Systemen zur Simulation und Identifikation unter MATLAB / SIMULINK üblich ist.

Zur Lösung dieser Problemstellung wurden insgesamt 126 MEX-Dateien entwickelt, die alle über den Virtual Device Driver der MODULAR-4 Karte mit der Echtzeithardware kommunizieren. MEX-Dateien erweitern den Funktionsumfang von MATLAB, sie werden in den Programmiersprachen C oder Fortran programmiert und können beliebige Funktionen und Funktionalitäten abdecken.

Alle Funktionen des Gerätetreibers und damit die Funktionen der sonst üblichen Bedienprogramme für die MODULAR-4 Karte können mit Hilfe der ML8-Toolbox direkt an der Eingabeaufforderung von MATLAB, in beliebigen M-Dateien, M-Funktionen oder von grafischen Benutzeroberflächen benutzt werden, siehe Abbildung 6.2.2 und [Mülle99b]. Die oben erwähnten Bedienprogramme werden vollständig durch die Funktionalität in MATLAB mit der ML8-Toolbox ersetzt. In [Kamar99] wird die Toolbox bereits erfolgreich zur Messung von Schädigungen in Tragwerken eingesetzt.

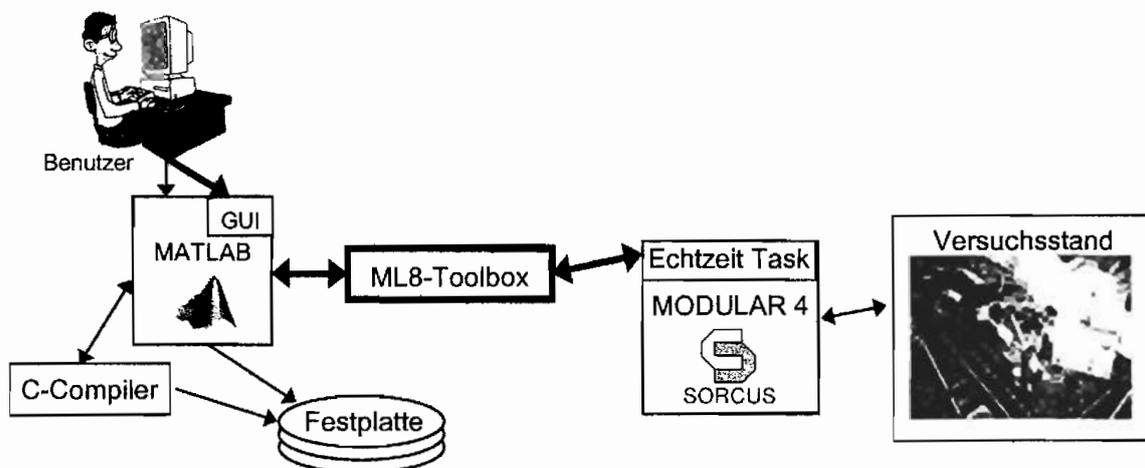


Abbildung 6.2.2: Die ML8-Toolbox verbindet MATLAB und die Echtzeithardware

### 6.2.2 Web-Interface

In vielen technischen Applikationen befindet sich die zu steuernde technische Anlage an einem weit entfernten Ort. Darüber hinaus können lärmende oder gefährvolle Versuchsstände ebenfalls zu solchen räumlichen Trennungen führen.

Zur Lösung dieser Problemstellung ist die Simulationsumgebung MATLAB, die bereits durch die ML8-Toolbox mit dem Versuchsstand verbunden ist, an den Apache Web Server [Apach99] angebunden worden.

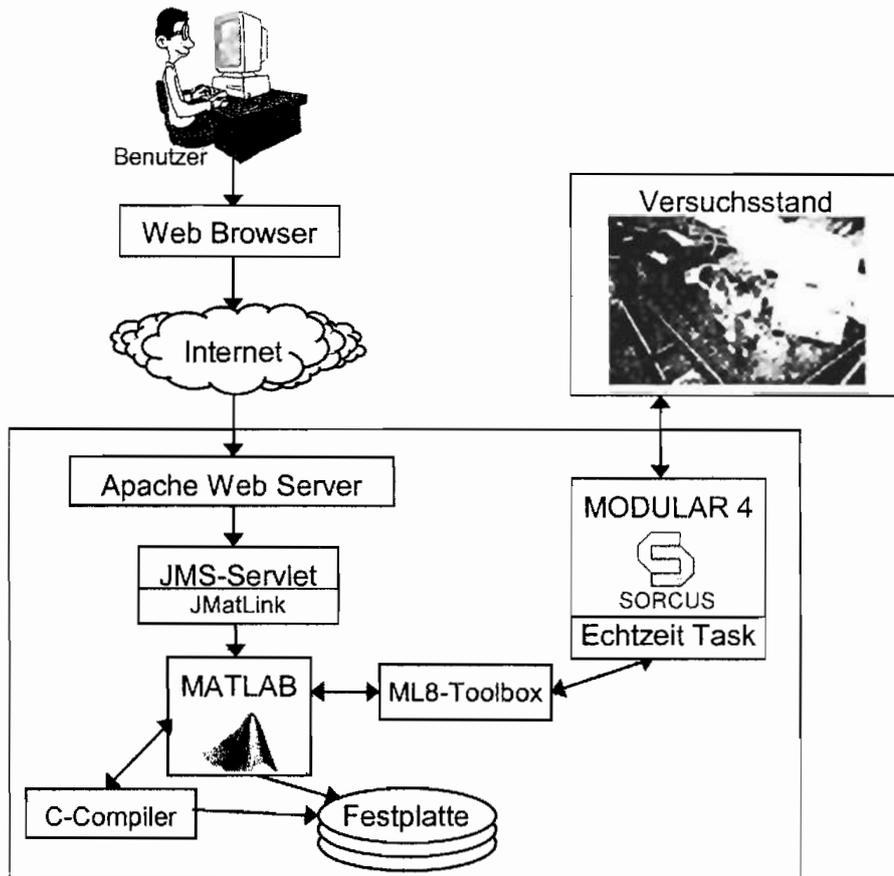


Abbildung 6.2.3: Internetanbindung von MATLAB und der Echtzeithardware

Der Apache Web Server wird von einer sehr großen Anzahl von Web-Sites im Internet benutzt und ist für viele Hardwarearchitekturen und Betriebssysteme verfügbar. Der Server kann wiederum mit dem Apache-JServ [ApacJ99] zur Integration von Java Servlets erweitert werden. Servlets sind in Java entwickelte und kompilierte dynamische Ergänzungen des Web Servers, die zur Anbindung an andere Applikationen und Datenbanken und zur Generierung von dynamischen Internetinhalten genutzt werden. Die Verwendung einer auf Java basierenden Lösung wurde gewählt, um die Vorteile der bereits in der Sprache enthaltenen Netzwerkintegration auszunutzen.

Entsprechend Abbildung 6.2.3 ist zur Lösung die Client-Server Topologie des World Wide Webs (WWW) benutzt worden. Der Client, also der Benutzer oder Bediener, benötigt zur Steuerung lediglich einen gängigen Internet Browser. Diese einfache Voraussetzung ermöglicht es, ohne notwendige Installationen von Zusatzprogrammen jeden beliebigen Arbeitsplatz mit einem Internetzugang zur Bedienung zu benutzen. Die Begriffe Client und Browser werden im Folgenden gleichwertig benutzt.

Der Verlauf des Datenflusses zwischen Client, Server und MATLAB ist in Abbildung 6.2.4 schematisch dargestellt. Der Client ruft zunächst, wie auch sonst im World

Wie Web üblich, eine Einstiegsseite auf dem Server auf (1). Der Server liefert die gewünschte HTML-kodierte Seite von seinen Festplatten an den Client zurück (2). Dies ist die im WWW übliche Vorgehensweise zur Übertragung von Informationen, die auf Texten und Grafiken basieren.

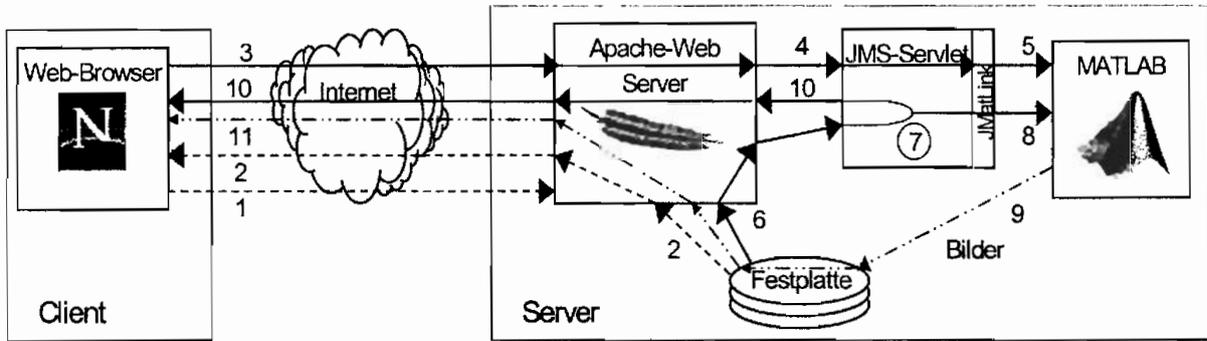


Abbildung 6.2.4: Datenfluß zwischen Client und Server

Die so übertragene Webseite enthält Formulare und grafische Abbildungen. Abbildung 6.2.5 zeigt im Ausschnitt die HTML-Kodierung eines Formulars für ein Textfeld und eine aktive Schaltfläche. Die anschließende Darstellung des Formulars im Fenster des Browsers ist Abbildung 6.2.6 zu entnehmen.

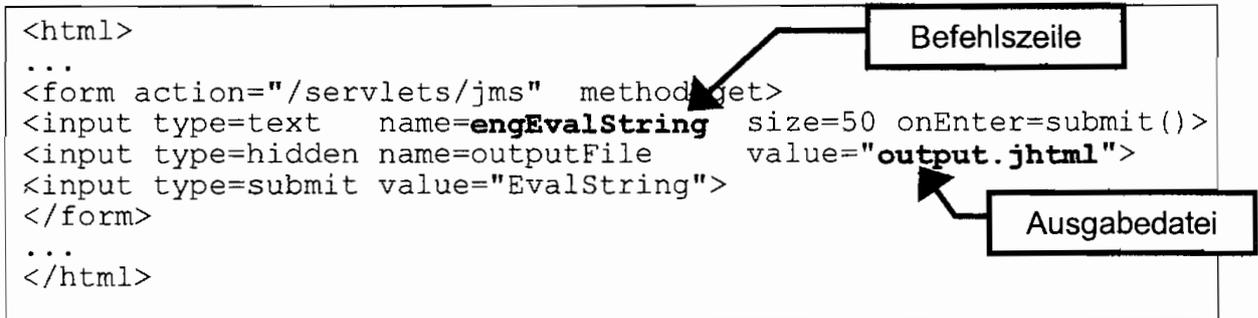


Abbildung 6.2.5: Ausschnitt des in HTML kodierten Formulars

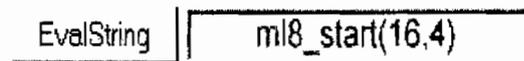


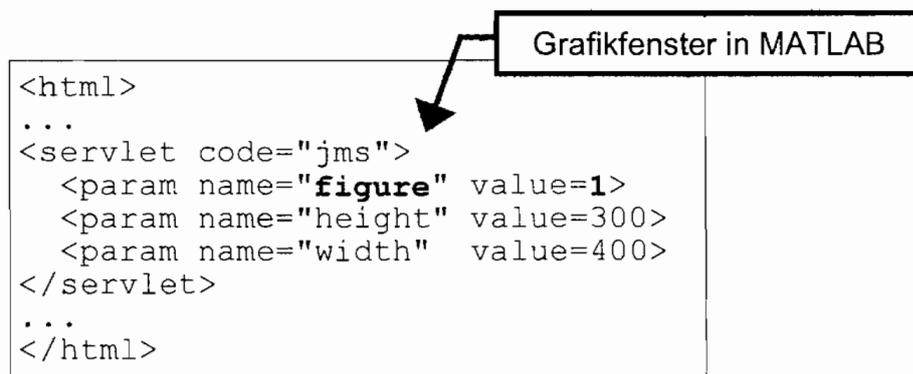
Abbildung 6.2.6: Ausschnitt des im Browser dargestellten Eingabefeldes

Die Daten des Formulars werden durch Anklicken des Knopfes „EvalString“ an den Server (3) zur Auswertung geschickt. Der Server wertet dann die angegebene Zieladresse der Formulardaten aus und schickt diese zum sogenannten JMS-Servlet zur weiteren Bearbeitung. Das JMS-Servlet ist für die gesamte Kommunikation mit MATLAB zuständig. Beim ersten Aufruf des Servlets wird MATLAB gestartet und die

JMatLink-Bibliothek zur Anbindung an das Interface von MATLAB wird aktiviert, siehe [Mülle99a-c]. Diese Verbindung bleibt während der gesamten Arbeit mit dem Benutzer bestehen. Die erhaltenen Formulardaten werden nun untersucht und die in ihnen enthaltenen Aktionen und Befehle werden entweder ausgeführt oder an MATLAB zur weiteren Bearbeitung übergeben (5). Das entwickelte Verfahren unterstützt außerdem die Integration von Grafiken.

Nach der Auswertung der Aktionen bestehen zwei Reaktionsmöglichkeiten des Servlets. So kann entweder unmittelbar das Ergebnis in Form von Text zurückgegeben werden oder das Servlet fordert als komplexere Lösung eine sogenannte .jhtml-Datei beim Server an (6). Diese spezielle Dateiendung bedeutet, daß im Code der Datei weitere Befehle integriert sind (sogenannte Server Side Includes), die an den `<ervlet>` Tags zu erkennen sind. Die bei der Analyse auftretenden Befehle, als Beispiel siehe Abbildung 6.2.7, werden wiederum vom JMS-Servlet ausgewertet (7). Sind erneut MATLAB Anweisungen enthalten, so werden diese zunächst ausgewertet (8) und das Ergebnis wird über den Server und das Internet an den Client als Antwort (10) auf die ursprüngliche Formularanfrage geschickt.

Auch Grafiken können an den Client geschickt werden, dazu werden die in einem MATLAB Fenster (*figure*) dargestellten Grafiken zunächst als JPEG-Grafiken auf der Festplatte des Servers in einem Datenbereich gespeichert, auf den der Client später mit einer Anfrage zugreifen kann (9). Jede einzelne Grafik wird dabei mit einem zufälligen, jeweils unterschiedlichen Dateinamen gespeichert. Abbildung 6.2.7 zeigt den zur Anforderung einer Grafikausgabe nötigen HTML-Code, der sich in einer der bereits erwähnten Ausgabedateien befindet.



The diagram consists of a rectangular box containing HTML code. An arrow points from a separate box labeled 'Grafikfenster in MATLAB' to the code. The code is as follows:

```
<html>
...
<ervlet code="jms">
  <param name="figure" value=1>
  <param name="height" value=300>
  <param name="width" value=400>
</ervlet>
...
</html>
```

Abbildung 6.2.7: Ausschnitt aus der .jhtml-Datei zur Erzeugung einer Grafik

Das `<ervlet>` Tag wird vom Servlet entsprechend bearbeitet und durch ein `<img>` Tag zur Darstellung von Bildern ersetzt, Abbildung 6.2.8. Wenn diese Datei dann schließlich beim Client angelangt, fordert dieser das darin enthaltene Bild vom Server an und bekommt die entsprechende Bilddatei dazu geliefert (11).

```

<html>
...
<image src=5x40369.jpeg
        height=300 width=400>
...
</html>

```

Abbildung 6.2.8: Ausschnitt aus der zum Client übertragenen HTML-Datei

Der obere Teil von Abbildung 6.2.9 könnte so ein Bild sein. Der zufällige aber eindeutige Dateiname wird gewählt, um sicherzustellen, daß der Client bei der Anforderung der Bilddaten von einem Cache oder Proxy-Server auf dem Weg zum Server nicht eine bereits veraltete Informationen geliefert bekommt.

Mit all den beschriebenen neuen Funktionen ist es sogar möglich, grafische Benutzeroberflächen in Verbindung mit der ML8-Toolbox und MATLAB vollständig mit Hilfe von speziellen HTML-Techniken nachzubilden und über den Browser zu bedienen. Abbildung 6.2.9 zeigt die speziell zur Steuerung des Dämpferversuchstandes entwickelte Oberfläche.

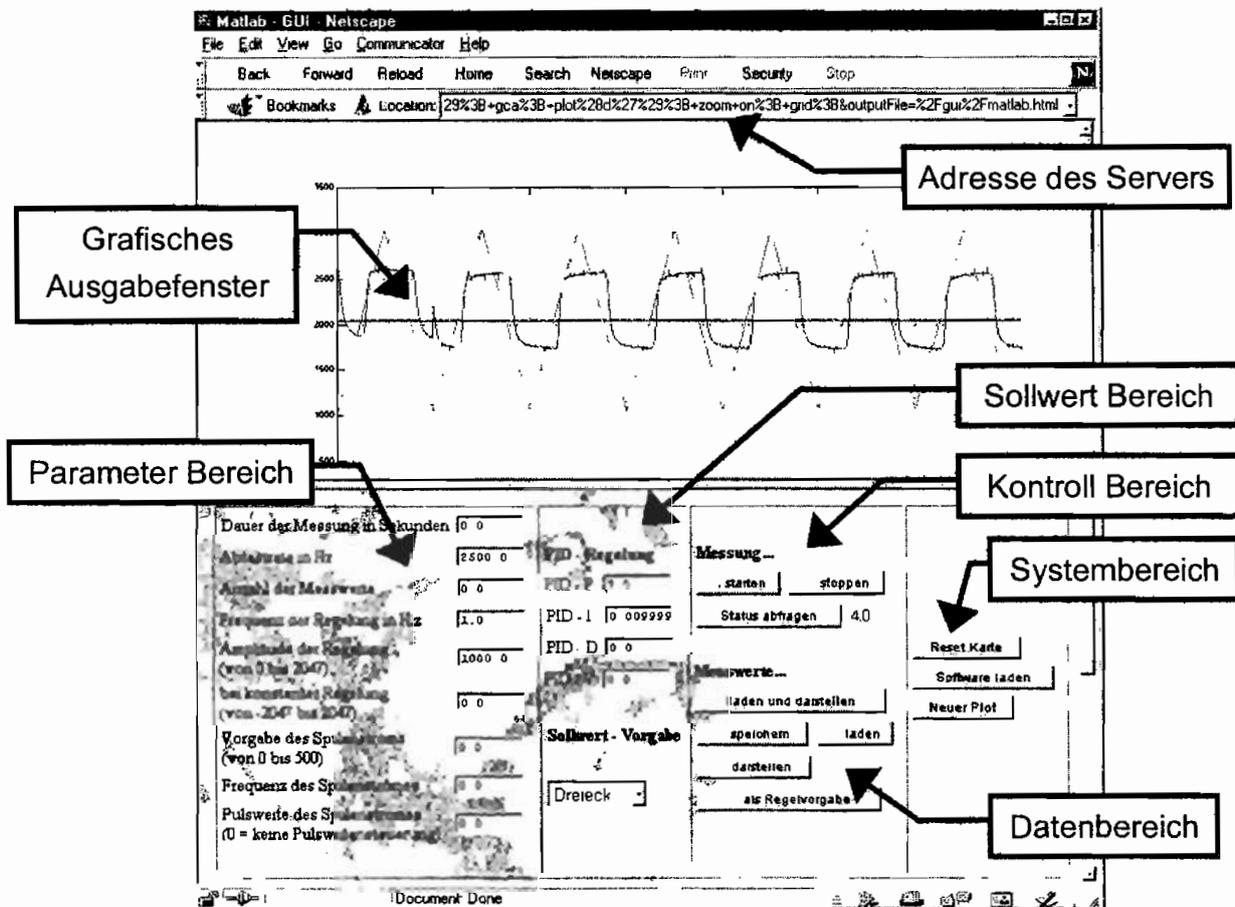


Abbildung 6.2.9: Web-Interface zur ML8-Toolbox

## Kapitel 7

# Experimentelle Untersuchung eines MRF-Dämpfers

Zur experimentellen Arbeit wurde zunächst ein MRF aus Silikonöl und Eisenpulver hergestellt, das sich allerdings als wenig stabil erwies. Innerhalb weniger Stunden sedimentierte das Eisenpulver nahezu vollständig.

Durch die freundliche Unterstützung der DEA Mineralöl AG aus Hamburg standen 2l eines kommerziellen MRFs für experimentelle Zwecke zur Verfügung. Neben der homogenen Verteilung der Eisenpartikel in der Flüssigkeit ist insbesondere die Sedimentationsdauer auf einige Tage verzögert worden.

Mit dem im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Versuchsstand werden einige Kurven zum Verhalten des Dämpfers meßtechnisch erfaßt.

### 7.1 Aufbau des Dämpfers

Zu Testzwecken ist ein MRF-Dämpfer aufgebaut worden. Dabei handelt es sich um einen Bypass-Dämpfer, Kap. 3.3.1.

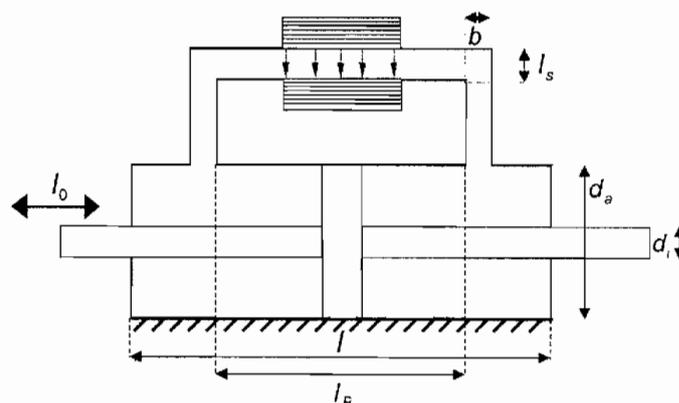


Abbildung 7.1.1: Prinzipskizze des untersuchten MRF-Dämpfers mit Bypass

Zur Anfertigung des Dämpfers wurde ein Standardzylinder (Typ DMM-16-25-PA-S2) mit durchgehender Kolbenstange der Firma Festo modifiziert und mit einem kurzen Bypass versehen. Dieser Bypass ist vom Eisenkern eines Elektromagneten umschlossen, Abbildung 7.1.1.

Der Zylinder besitzt einen maximalen Hub von  $l_0=25\text{mm}$ , der durch die Anbringung eines Bypasses auf  $l_1=22\text{mm}$  verkleinert werden mußte. Die Gesamtlänge des Zylinders beträgt  $l=76\text{mm}$ . Der Kolben hat einen Durchmesser von  $d_a=16\text{mm}$  und die Kolbenstange mißt  $d_i=6\text{mm}$ . Der Bypass hat eine Breite von  $b=2\text{mm}$ , eine Höhe von  $h=11\text{mm}$  und eine Länge von  $l_b=38\text{mm}$ . Bedingt durch die Wandstärke des in Aluminium ausgeführten Bypasses ist der effektive Spalt, den das magnetische Feld durchdringt,  $l_s=5\text{mm}$  breit. Die Querschnittsfläche des erzeugten Feldes ist  $A_F=25\text{mm}^2$  groß. Der Elektromagnet zur Erzeugung des Feldes besitzt ca.  $n=600$  Windungen und wird von einem maximalen Strom von  $I_{\max}=700\text{mA}$  durchflossen. Von dem eingesetzten magnetorheologischen Fluid (MRF) werden ca. 12ml für eine Füllung des Dämpfers benötigt. In der fotografischen Abbildung 7.1.2 ist der Dämpfer mit dem dazugehörigen Elektromagneten und den feldführenden Eisenpaketen dargestellt.

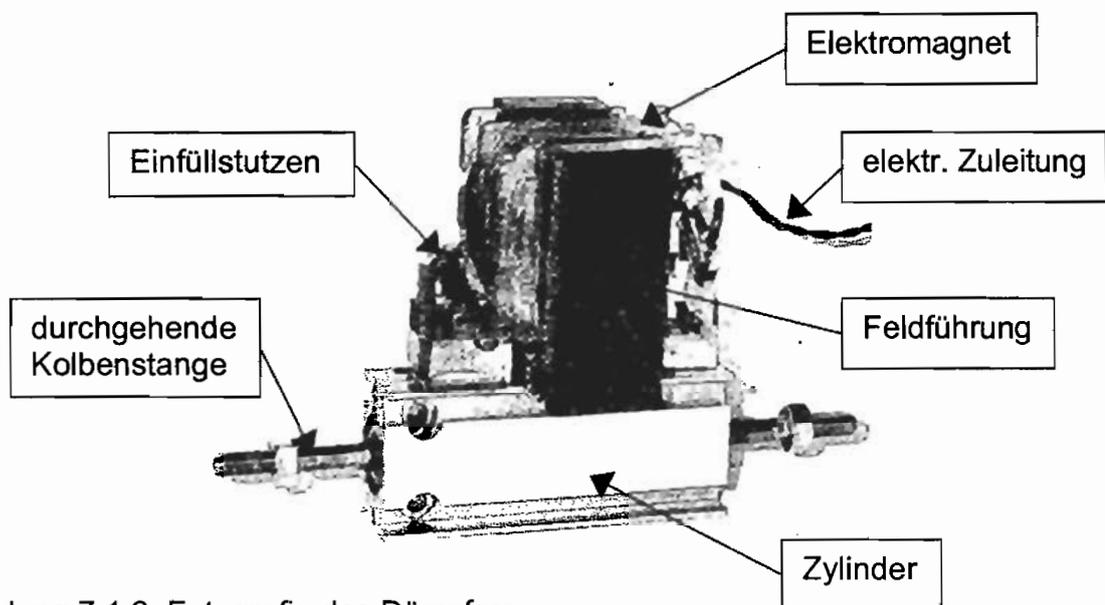


Abbildung 7.1.2: Fotografie des Dämpfers

## 7.2 Zeitverlaufsmessungen

Zunächst wurden Sollwertsprünge der Wegerregung  $x_{\text{soll}}$  auf den elektrodynamischen Shaker des Versuchsstandes gegeben, um das Zeitverhalten

des Versuchsstandes zu ermitteln, Abbildung 7.2.1. Aus dem Zeitverlauf, Abbildung 7.2.1, ergibt sich für den Versuchsstand mit Regelung eine Zeitkonstante von  $T_z = 80\text{ms}$ .

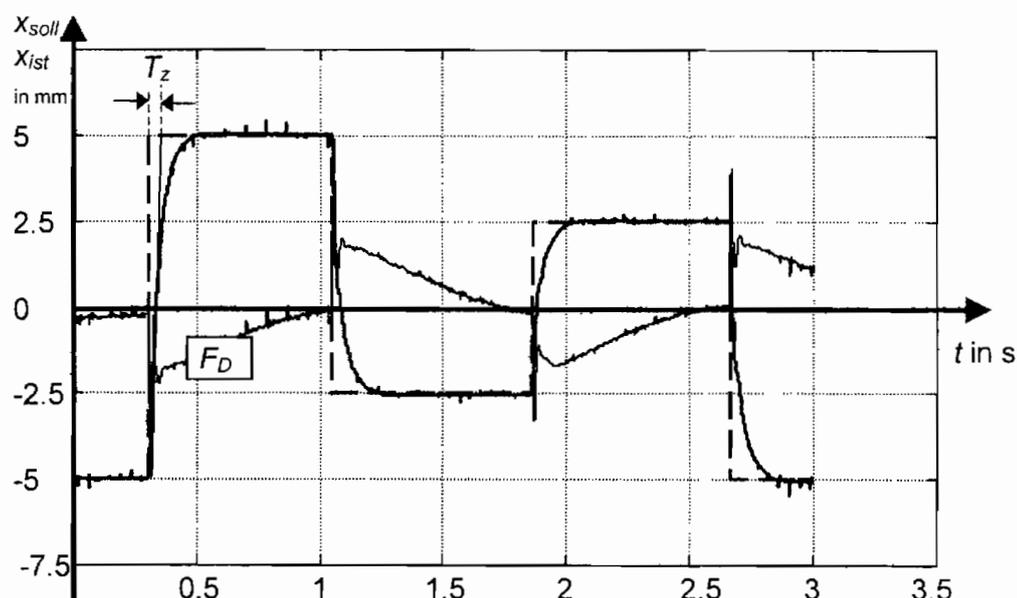


Abbildung 7.2.1: Sprungantworten des Versuchsstandes: Sollwert  $x_{soll}$ , Istwert  $x_{ist}$  und  $F_D$  Dämpferkraft

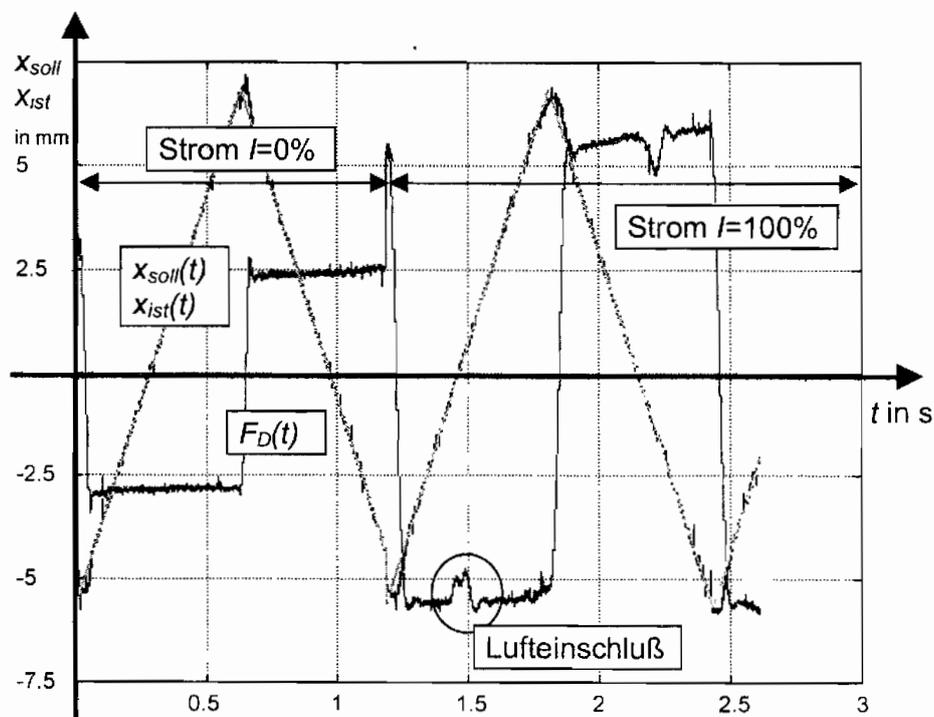


Abbildung 7.2.2: Zeitverlauf: Weggröße  $x_{soll}(t)$ ,  $x_{ist}(t)$  und die Dämpferkraft  $F_D(t)$ . Spulenstrom eingeschaltet bei  $t = 1.3\text{s}$

Wird der Kolben der Erregungsmaschine mit konstanter Geschwindigkeit  $\frac{dx_{\text{Soll}}}{dt} = \text{const.}$  verfahren, so ergeben sich die in Abbildung 7.2.2 dargestellten Meßkurven. Der Spulenstrom wurde bei  $t=1.3\text{s}$  eingeschaltet. Nach einer kurzen Irritation der Wegregelung stellt sich, wie erwartet, eine höhere Dämpferkraft  $F_D$  ein.

Bei vollem Spulenstrom  $I = 100\%$  ergeben sich kleine Einbrüche im Verlauf der Dämpfungskraft. Diese Einbrüche entstehen durch Lufteinschlüsse im Dämpfer. Beim Passieren der magnetisch aktiven Region zwischen den Polschuhen des Elektromagneten vermindern diese Luftblasen die hohe Viskosität des Fluids.

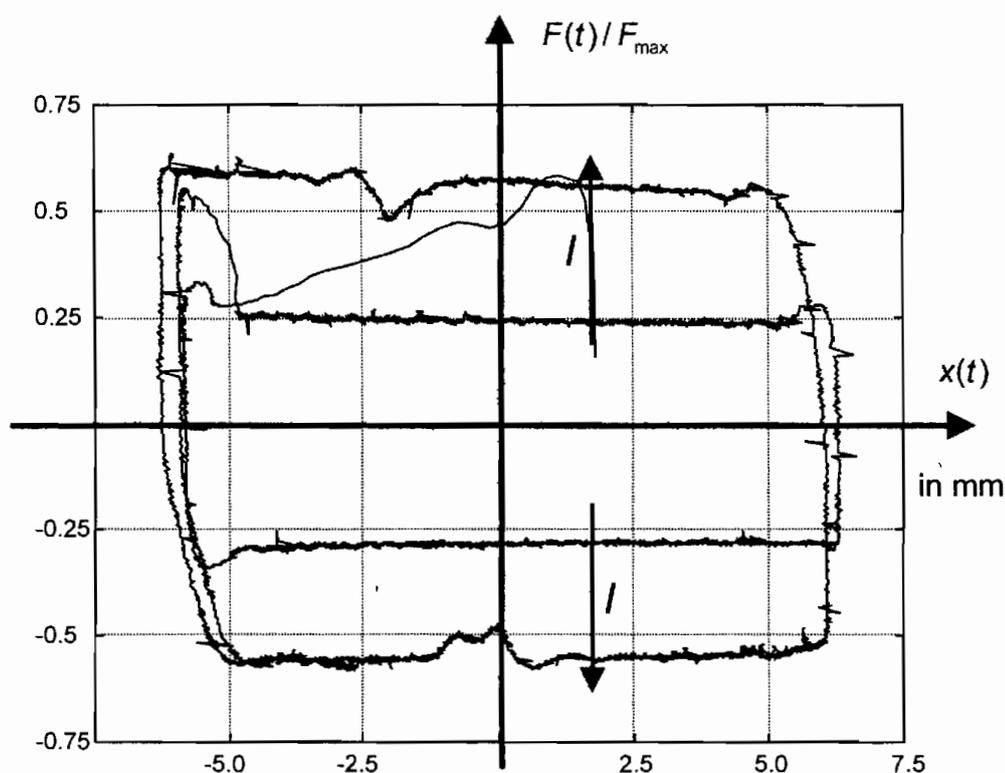


Abbildung 7.2.3: Kraft-Weg Diagramm bei jeweils konstanter Geschwindigkeit.

In Abbildung 7.2.3 wurden Kraft-Weg Diagramme mit jeweils konstanter Geschwindigkeit gefahren. Durch eine Erhöhung des Magnetfeldes (Erhöhung des Spulenstroms) ergibt sich bei konstant gehaltener Geschwindigkeit ungefähr eine Verdopplung der Dämpferkraft  $F_D$ . An den Richtungswechseln der Erregung, äußere vertikale Bereiche, bricht der Kraftverlauf aufgrund der geringen Kraftreserven des Shakers leicht ein.

### 7.3 Dämpfungscharakteristik

Zur Berechnung von Dämpferkräften aus

$$F_D(t) = d(t) * \dot{x}(t) \quad (7.3.1)$$

unter der Annahme von viskoser Dämpfung ist die Vorgabe einer Erregungsgeschwindigkeit notwendig. Der Versuchsstand ist aufgrund der Weggrößenmessung  $x_{ist}(t)$  mit dem Wegaufnehmer und der beschränkten Leistungsreserve des Erregungsverstärkers nicht in der Lage, komplexe Geschwindigkeitsprofile nachzufahren.

Zur Lösung dieses Problems werden Rampenfunktionen mit der Wegerregung gefahren. Die zeitliche Ableitung dieser Rampen entspricht dann einer konstanten Geschwindigkeit während eines Rampendurchlaufs, siehe Abbildung 7.2.2. Bei gegebenem Hub  $x_{Hub}$  des Shakers und gegebener Rampenfrequenz  $f_R = \frac{1}{T_R}$  ergibt sich für jede Rampe eine konstante Geschwindigkeit

$$v_0 = \frac{2x_{Hub}}{T_R} \quad (7.3.2)$$

Durch unterschiedliche Erregungsfrequenzen der rampenförmigen Wegerregung werden so rechteckförmige Geschwindigkeitsprofile erzeugt.

In Abbildung 7.3.1 ist der gemessene Kraft-Geschwindigkeitsverlauf für verschiedene Spulenströme  $I=0, 40, 100\%$  dargestellt.

Der Dämpfer besitzt bereits ohne Spulenstrom  $I = 0\%$  eine hohe Haftreibung, die durch die Reibung in den beiden Lagern der Kolbenstange und durch diejenige zwischen dem Kolben und der Zylinderwand verursacht wird. Durch ein magnetisches Feld kann die Dämpferkraft etwa um den Faktor 3 vergrößert werden. Für kleine Geschwindigkeiten fällt die Kraft deutlich ab.

Von den in Kapitel 3 angegebenen dynamischen Modellen für MRF-Dämpfer ist das Bingham-Modell, Abbildung 3.3.6 bzw. Gl. 3.3.3, gut geeignet, das Verhalten der Dämpfers zu beschreiben, da neben der Abhängigkeit der viskosen Dämpfung von der Stärke des magnetischen Feldes auch die Haftreibung eine Funktion des Feldes ist.

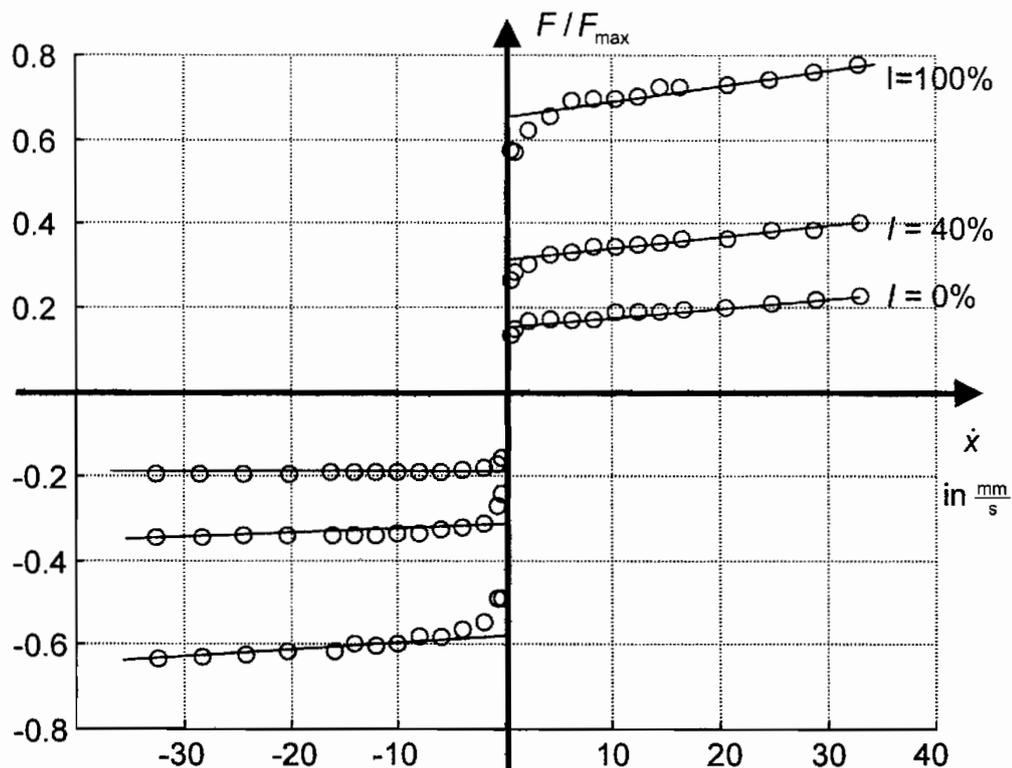


Abbildung 7.3.1: Kraft-Geschwindigkeitsdiagramme für verschiedene Spulenströme ( $I = 0, 40$  und  $100\%$ )

## 7.4 Ergänzende und abschließende Betrachtungen

Die Haftreibung in den Lagern ist zu Beginn bereits ziemlich hoch. Durch die zusätzliche Beschränkung der maximalen Kraft des elektrodynamischen Shakers auf ca.  $F_{\max} = 100\text{N}$  konnte der Dämpfer bei sehr hohen Spulenströmen und damit sehr hohen Viskositäten in der aktiven Region kaum noch bewegt werden. Die Kraft-Geschwindigkeitskurven konnten daher nur für einen kleinen Geschwindigkeitsbereich aufgenommen werden.

Die Abrasivität des Fluids ist deutlich an der Kolbenstange zu erkennen. Schon nach kurzer Benutzung entstehen dort Riefen. Die Dichtungen der Kolbenstange zeigen ebenfalls Abnutzungserscheinungen.

Auch die Sedimentation der Eisenpartikel ist problematisch. Nachdem der Versuchsstand einige Tage nicht benutzt wurde, mußte die Kolbenstange kräftig bewegt werden, damit das Fluid auch in den Randbereichen wieder homogenisiert werden konnte.

Während der Reinigungs- und Befüllungsvorgänge des Dämpfers zeigen sich deutliche Ablagerung der Eisenpartikel in Bereichen des Dämpfers, in denen keine Strömung stattfindet.

Zusammenfassend ist festzustellen, daß magnetorheologische Fluide sehr gut geeignet sind, um Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik zu entwerfen. Der zusätzliche mechanische Aufwand durch den Bypass und den Elektromagneten erscheint im Vergleich zu einem elektro-mechanischen Stellventil sehr gering. Abrasivität und Sedimentation des Fluids müssen weiterhin reduziert bzw. verbessert werden. Durch eine starke Vergrößerung des vom magnetischen Feld durchflossenen Volumens und der damit einhergehenden Erhöhung der Haftreibung erscheint es sogar möglich, mechanische Schalter zur festen Ankopplung von Substrukturen zu erzeugen.

## Kapitel 8

### Simulationsergebnisse

Im Kapitel 5 sind die Grundlagen und die Herleitungen für verschiedene Regler, Strukturen und Systeme abgeleitet worden. In diesem Kapitel erfolgt nun die Darstellung der Simulationsergebnisse, die an ausgewählten Beispielstrukturen durchgeführt werden.

Nach der Betrachtung eines Ein-Massen-Schwingers wird anschließend ein Zwei-Massen-Schwinger detailliert untersucht. Dabei werden Regler nach dem Leistungsansatz, optimale aktive Zustandsregler, clipped-optimale Zustandsregler, semi-aktive bilineare Zustandsregler und semi-aktive bilineare Zustandsregler mit Preview untersucht. Alle Regler werden jeweils mit konstant weich und konstant hart gedämpften Systemantworten verglichen, um die Vorteile einer Regelung zu verdeutlichen.

Den Abschluß des Kapitels bildet die Simulation der Systemantwort auf die Nord-Süd Beschleunigungskomponente des ElCentro Erdbebens.

#### 8.1 Simulation eines Ein-Massen-Schwingers

##### 8.1.1 Amplitudengänge

Ausgangspunkt zur Regelung von Tragwerken ist der Ein-Massen-Schwinger, der mit einer Feder und einem steuerbaren Dämpfer auf dem Boden abgestützt ist. In diesem ersten Unterkapitel wird der Vergleich zwischen der Leistungsbetrachtung und dem clipped optimalen Regler untersucht.

Die Zustandsraumdarstellung eines Ein-Massen-Schwingers lautet bei Boden-erregung

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} F_D(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ c_1 \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \end{bmatrix} \dot{f}. \quad (8.1.1)$$

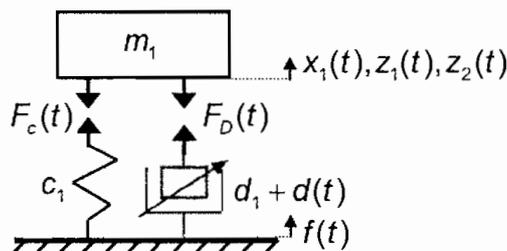


Abbildung 8.1.1: Ein-Massen-Schwinger mit variablem Dämpfer und Bodenerregung

Für die Dämpferkraft  $F_D(t)$  muß dabei

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_D(t) \leq (z_2 - \dot{f})d_{\max} && \text{wenn } (z_2 - \dot{f}) > 0 \\ (z_2 - \dot{f})d_{\max} &\leq F_D(t) \leq 0 && \text{wenn } (z_2 - \dot{f}) < 0 \end{aligned} \tag{8.1.2}$$

gelten, da die Dämpfungskraft dynamisch beschränkt ist und es gilt  $d_{\min} < d(t) < d_{\max}$ .

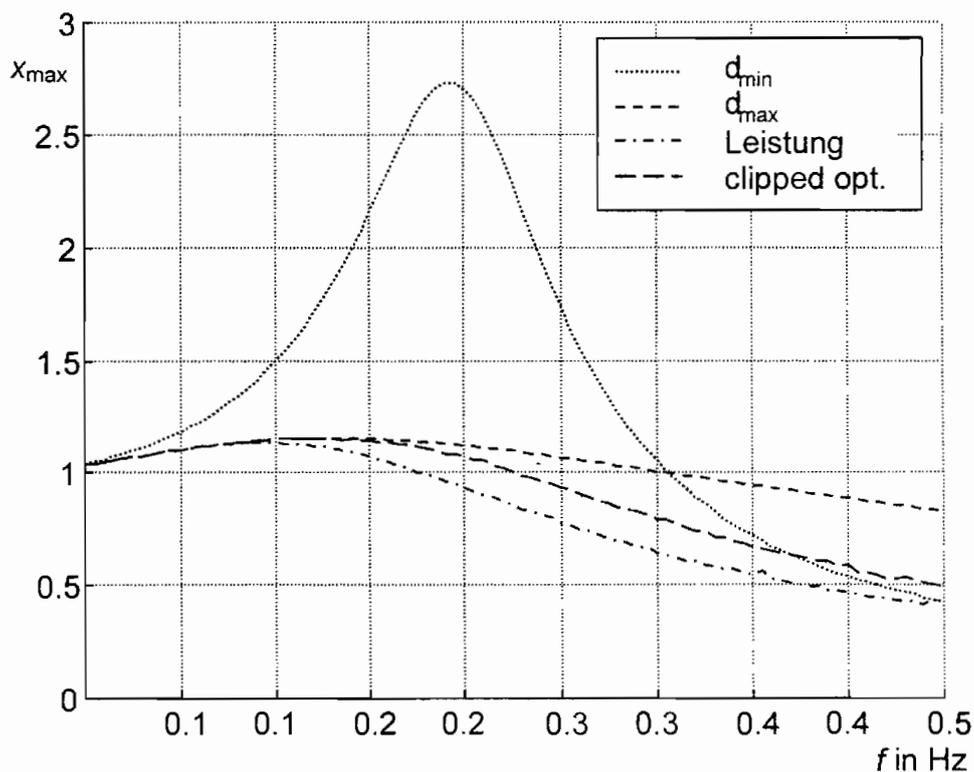


Abbildung 8.1.2: Amplitudengang eines bodenerregten Ein-Massen-Schwingers: Auslenkung  $x_{\max}$  (normiert) und Erregungsfrequenz  $f$ . Kurven: konstant minimale Dämpfung, konstant maximale Dämpfung, Regelung der Leistung, clipped-optimaler Zustandsregler.

In der Simulation werden zunächst die Amplitudengänge für konstant minimale Dämpfung  $d(t) = d_{\min}$  und konstant maximale Dämpfung  $d(t) = d_{\max}$  berechnet, um den Erfolg der anschließenden Regelungen im Vergleich zu einem weich oder hart gedämpften Tragwerk zu bewerten.

Als erster Regler wird die Leistungsbetrachtung, Kapitel 5.2, untersucht, dabei werden die Schaltgeraden aus Abbildung 5.2.2 zur Steuerung der Dämpfung benutzt. Die Dämpfung wird dabei aus dem Verhältnis von Bodengeschwindigkeit  $\dot{f}(t)$  und der Geschwindigkeit der Einzelmasse  $z_2(t)$  entsprechend maximal oder minimal gewählt (Bang-Bang Regelung).

Zum Vergleich mit einem optimalen Regler wird der Amplitudengang des clipped optimalen Zustandsreglers ebenfalls dargestellt. Zur Bewertung der Zustandsgrößen wurde dabei für die Gütematrix

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (8.1.3)$$

gewählt. Aufgrund des clipped optimalen Entwurfs des Reglers, muß die Stellgröße (Dämpferkraft)  $F_D(t)$  entsprechend Gl. (8.1.2) dynamisch in Abhängigkeit der Geschwindigkeitsdifferenz über dem Dämpfer beschränkt werden.

Der Vergleich von konstant minimaler und konstant maximaler Dämpfung mit der durch die Leistungsbetrachtung gesteuerten Dämpfung und dem clipped-optimalen Entwurf zeigt, daß die Kurven mit geregelter Dämpfung sowohl *unterhalb* der Kurven mit minimaler als auch unterhalb derjenigen mit maximaler Dämpfung liegen.

Der Erfolg einer Schwingungsreduktion durch Regelung der variablen Dämpfungscharakteristik ist damit bewiesen. Ein mögliches Einsatzgebiet dieses Regelungssystems wäre z.B. die Regelung der Vertikalbewegung eines Fahrersitzes in Kraftfahrzeugen. Die Regelung ermöglicht dabei eine Schwingungsreduktion, die durch konventionelle passive Dämpfung nicht erreicht werden kann.

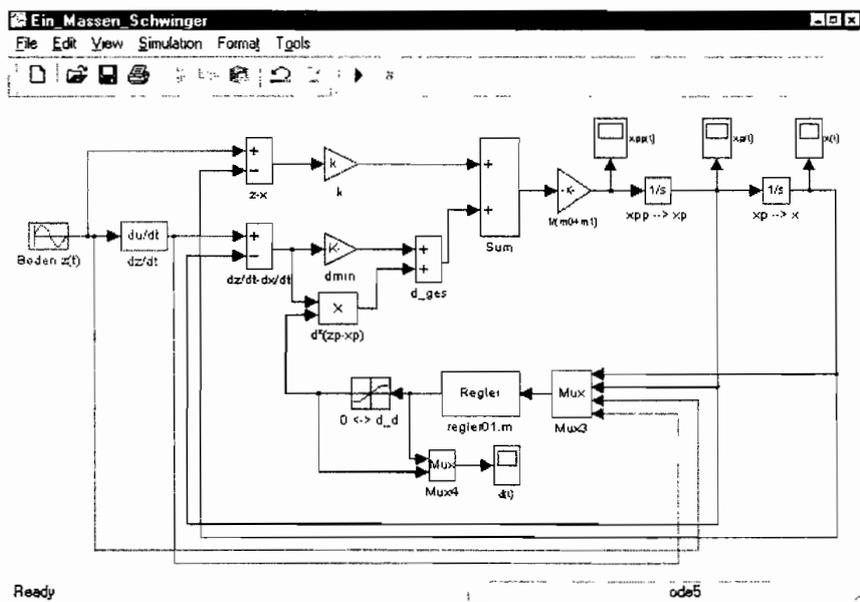


Abbildung 8.1.3: Simulink Diagramm des bodenerregten Ein-Massen-Schwingers.

Zur Simulation des Ein-Massen-Schwingers und aller anderen Systeme werden das Simulationspaket MATLAB und der graphische Aufsatz Simulink verwendet. Beispielhaft dafür ist das Diagramm des betrachteten bodenerregten Ein-Massen-Schwingers in Abbildung 8.1.3.

### 8.1.2 Vergleich der Regler

Wie sehen nun die betrachteten Regler-Kennfelder im Vergleich zueinander aus?

Abbildung 8.1.4 zeigt alle untersuchten Kombinationen. Die Fälle Ein-Massen-Schwinger und Zwei-Massen-Schwinger (Dämpfer oben) zeigen identische Schaltgeraden, da es sich um ein identisches Problem handelt. Ein Dämpfer ist unterhalb einer Masse angebracht und minimiert die in diese Masse einfließende Leistung.

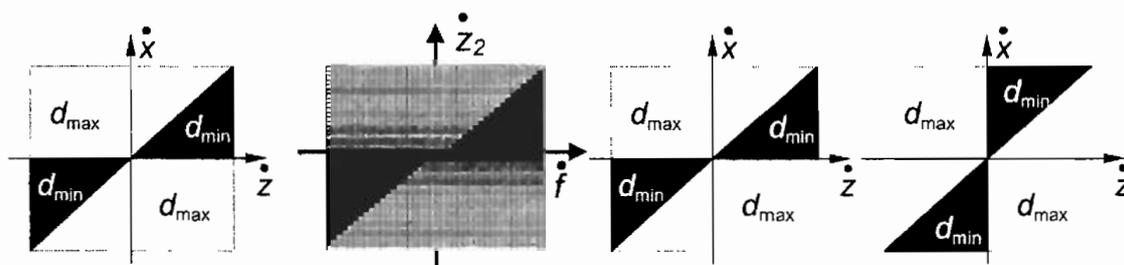


Abbildung 8.1.4: Vergleich der Schaltgeraden: (a) Ein-Massen-Schwinger, (b) Ein-Massen-Schwinger clipped-optimaler Regler, (c) Zwei-Massen-Schwinger (Dämpfer oben), (d) Zwei-Massen-Schwinger (Dämpfer unten).

Der Fall Zwei-Massen-Schwinger (Dämpfer unten) liefert eine verschobene Schaltgerade. Ziel ist es bei dieser Betrachtung, die vom Boden in das Gesamtsystem einfließende Leistung zu minimieren.

Abbildung 8.1.4(b), Zwei-Massen-Schwinger mit clipped-optimalem Regler, zeigt einen stetigen Verlauf der auf die Dämpfungscharakteristik umgerechneten Stellgröße, wie er auch für einen Zustandsregler zu erwarten ist. Da die Rückführungsmatrix  $\mathbf{K}$  mit den Zustandsgrößen  $\mathbf{z}(t)$  multipliziert wird  $\mathbf{Kz}(t)$ , zeigt die Grafik hier nur einen Ausschnitt des kompletten Reglers. Deutlich sind dennoch die Parallelen zum Leistungsregler zu erkennen. Im Vergleich zu den Bang-Bang Umschaltungen des Leistungsreglers werden beim clipped optimalen Regler lineare Verläufe der Reglerfläche mit einer entsprechenden Begrenzung dargestellt.

## 8.2 Simulation eines Zwei-Massen-Schwingers

### 8.2.1 Untersuchte Regler

Nach der Betrachtung des Ein-Massen-Schwingers und dem Nachweis, daß die Regelung der Dämpfungscharakteristik zur Schwingungsreduktion führt, erfolgt in diesem Kapitel die Untersuchung eines Zwei-Massen-Schwingers.

Das System, Abbildung 8.2.1, ist ebenfalls bodenerregt. Beide Einzelmassen sind gleich schwer, die Steifigkeiten und Dämpfungsparameter sind ebenfalls für beide Stockwerke identisch.

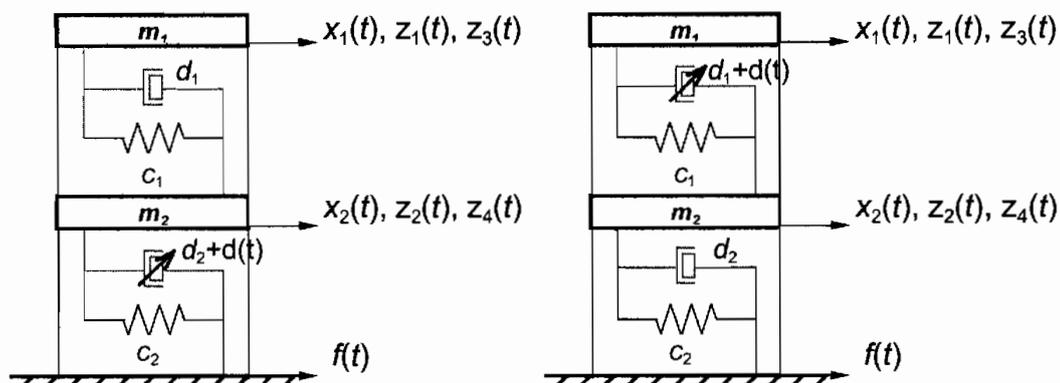


Abbildung 8.2.1: Zwei-Massen-Schwinger: (a) Dämpfer unten, (b) Dämpfer oben.

Die Systemdarstellungen in linearer und bilinearer Form sind im Anhang A.2 hergeleitet.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden im einzelnen die folgenden Regler untersucht:

- Passive Dämpfungseinstellung ( $d(t) = d_{\min}$ )
- Passive Dämpfungseinstellung ( $d(t) = d_{\max}$ )
- Aktiver linearer optimaler Zustandsregler (Stellgröße  $F_D(t) \in \mathfrak{R}$  beliebig)
- Clipped-optimaler Zustandsregler (Stellgröße  $F_D(t)$  dynamisch beschränkt)
- Regelung durch Leistungsbetrachtung (Bang-Bang  $d(t) = d_{\min}$  oder  $d_{\max}$ )
- Semi-aktiver bilinearer Zustandsregler (Stellgröße  $d_{\min} \leq d(t) \leq d_{\max}$ )
- Semi-aktiver bilinear Zustandsregler mit Preview (Stellgröße  $d_{\min} \leq d(t) \leq d_{\max}$  und Vorausschau  $t_{prev}$ )

Dabei werden jeweils zwei unterschiedliche Systemkonfigurationen betrachtet. Der Dämpfer mit der variablen Dämpfungscharakteristik befindet sich entweder zwischen Boden und erster Masse, Abbildung 8.2.1(a), oder zwischen den beiden Einzelmassen, Abbildung 8.2.1(b). Die linearen und bilinearen Zustandsraumdarstellungen der beiden Systeme sind im Anhang A.2.1 und A.2.2 angegeben.

Als Gütefunktional wird für alle Untersuchungen an Zwei-Massen-Schwingern

$$J = \int \ddot{x}_1 + \rho_1(x_1 - x_2)^2 dt \quad (8.2.1)$$

gewählt, um die Beschleunigung der oberen Masse  $\ddot{x}_1(t)$  und die Verschiebung zwischen den beiden Massen ( $x_1 - x_2$ ) zu minimieren. Die Parameter der Zwei-Massen-Schwinger sind im Anhang A.2.3 angegeben. Zur Bewertung der Verschiebung hat sich  $\rho_1 = 1000$  als günstig erwiesen.

### 8.2.2 Zeitverläufe der Stellgröße

Die Kraftverläufe an einem Dämpfer können Abbildung 8.2.2 entnommen werden. Abgebildet sind die maximal mögliche Kraft des Dämpfers. Zum Vergleich ist dazu die Dämpferkraft angegeben, die bei der Regelung nach dem Leistungsansatz erzeugt wird, bzw. erzeugt werden kann.

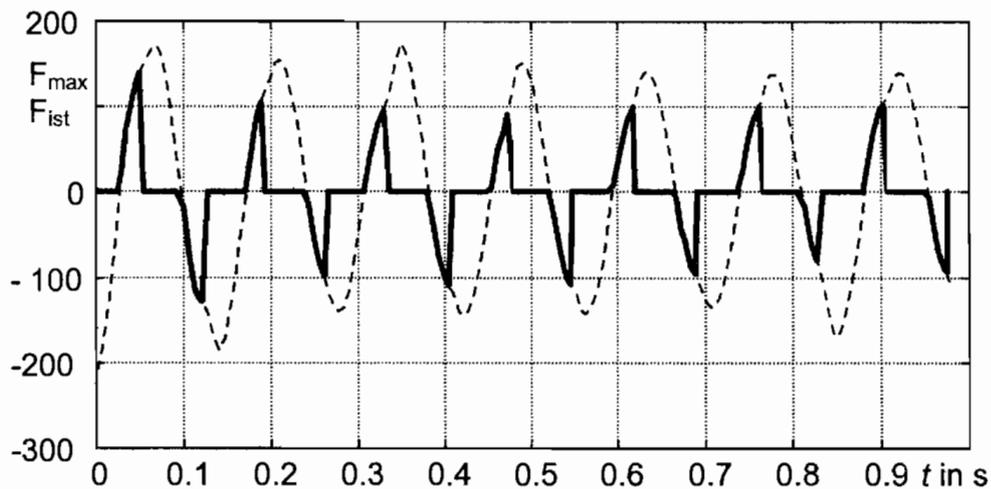


Abbildung 8.2.2: Kräfte am Dämpfer bei der Leistungsregelung:  $F_{\max}$  und  $F_{\text{ist}}$ : bei einer Erregungsfrequenz von  $f=7\text{Hz}$

### 8.2.3 Amplitudengänge: Dämpfer zwischen den beiden Massen

In allen nachfolgenden Simulationen sind die Systemgrößen ( $\ddot{x}_1(t)$ ,  $\dot{x}_1(t)$ ,  $x_1(t)$ ,  $\ddot{x}_2(t)$ ,  $\dot{x}_2(t)$  und  $x_2(t)$ ) jeweils auf den Spitzenwert der harmonischen Bodenerregung  $f(t)$  normiert.

Zur besseren grafischen Übersicht werden die Amplitudengänge des Zwei-Massen-Schwingers hintereinander auf je einer Seite dargestellt. Die Diskussion der Kurven erfolgt daran anschließend. Zum Vergleich mit einem passiv gedämpften Schwinger sind in jeder Abbildung zusätzlich die Amplitudengänge für konstant minimale und konstant maximale Dämpfung dargestellt.

### Aktiver Entwurf: Dämpfer zwischen den beiden Massen

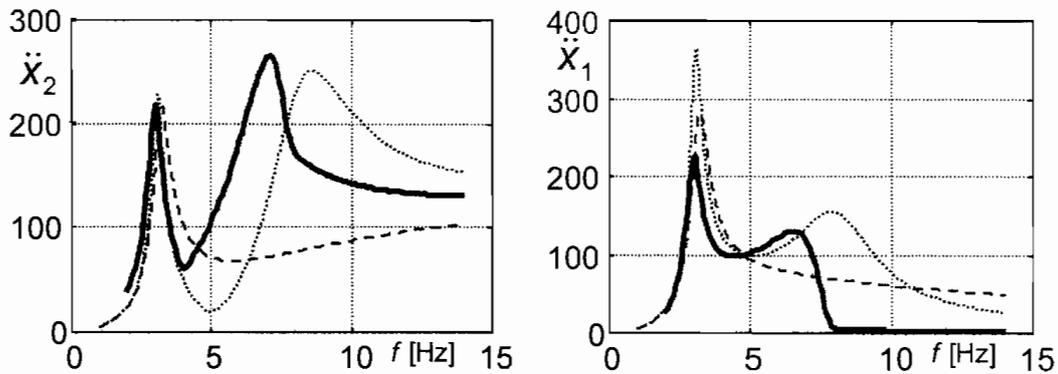


Abbildung 8.2.3: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

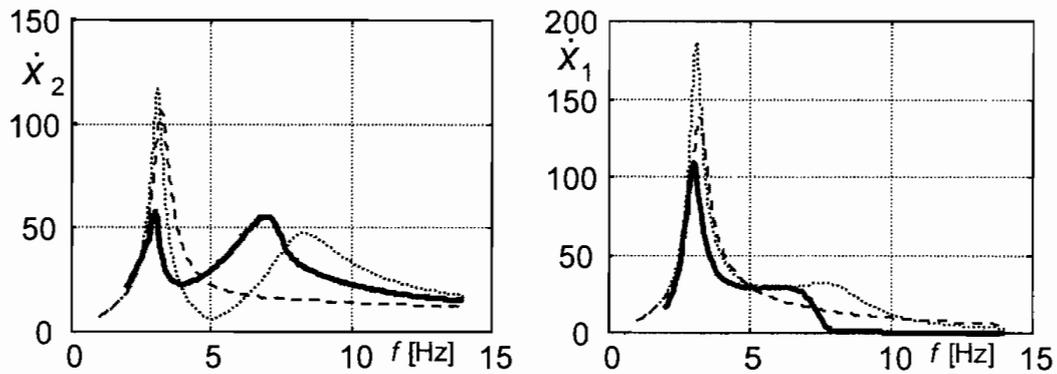


Abbildung 8.2.4: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

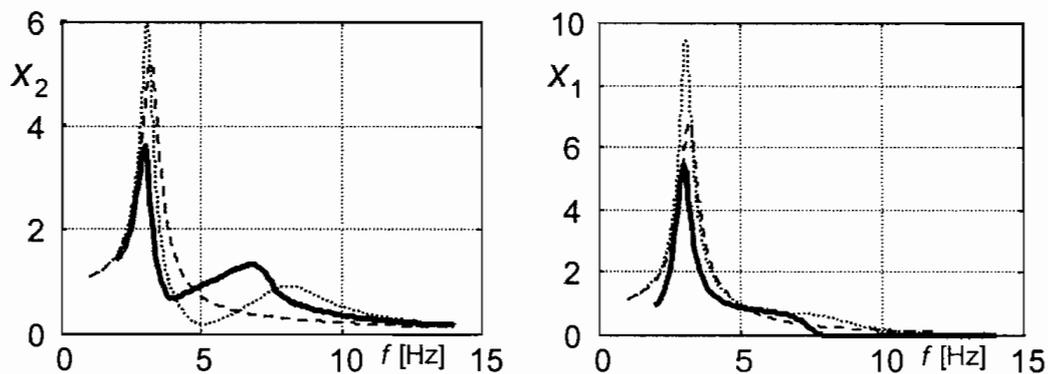


Abbildung 8.2.5: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

Die maximale Dämpferkraft wurde auf  $|F_{\text{Dämpfer}}| \leq 1000$  N beschränkt.

### Clipped-optimaler Regler: Dämpfer zwischen den beiden Massen

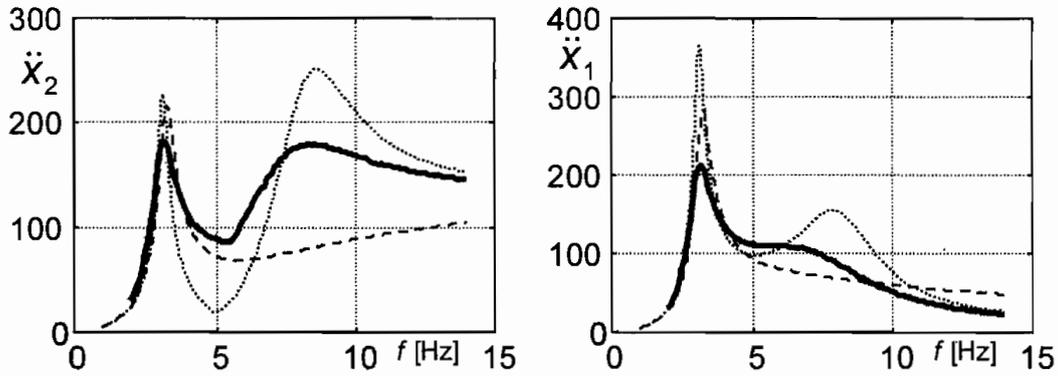


Abbildung 8.2.6: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

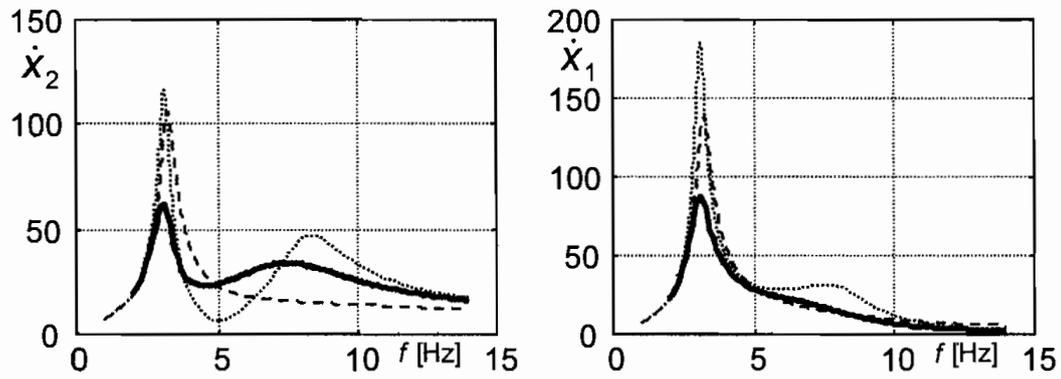


Abbildung 8.2.7: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

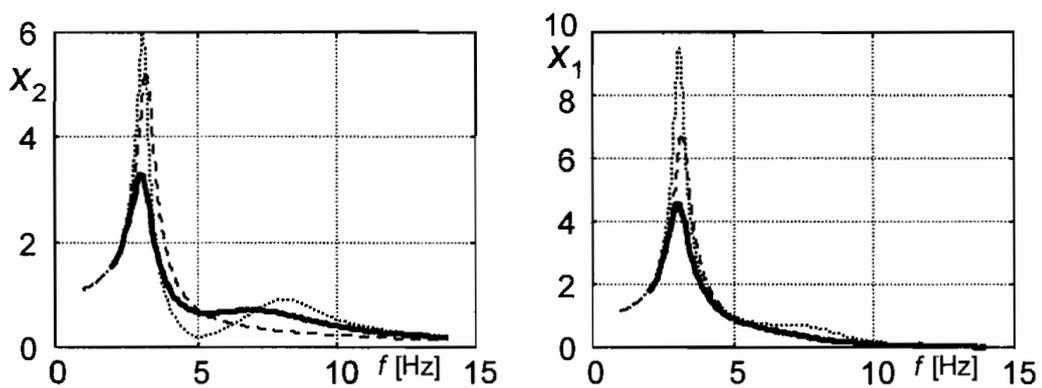


Abbildung 8.2.8: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

### Leistungsregelung: Dämpfer zwischen den beiden Massen

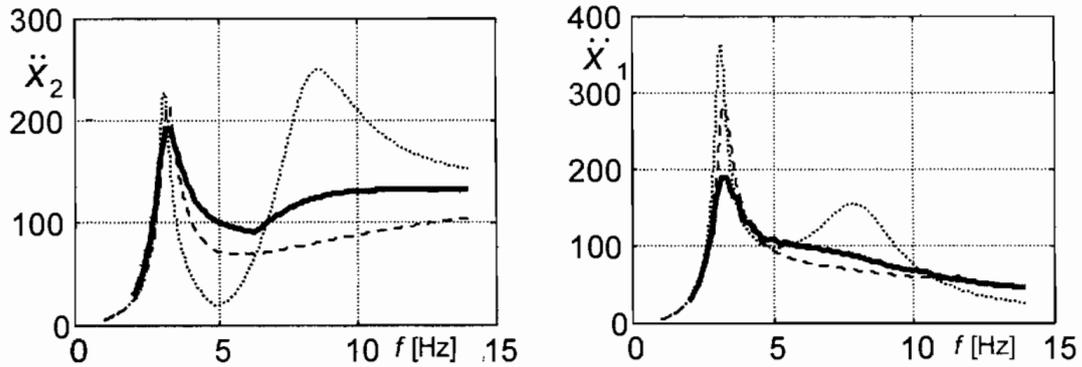


Abbildung 8.2.9: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

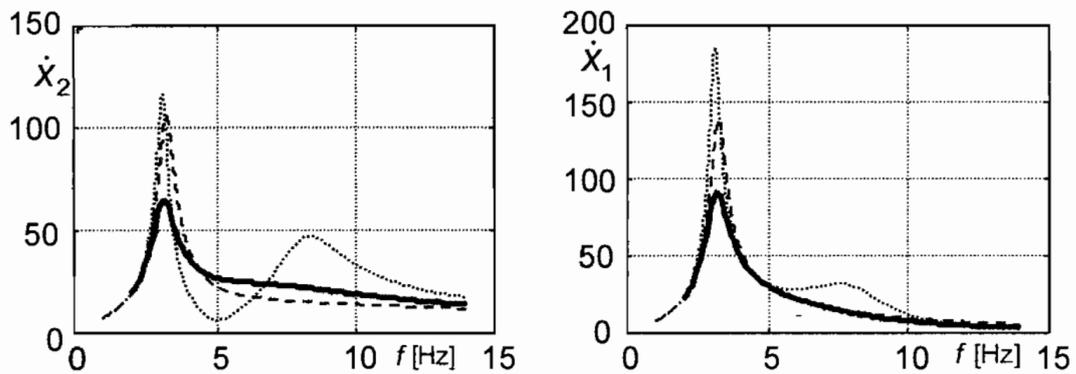


Abbildung 8.2.10: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

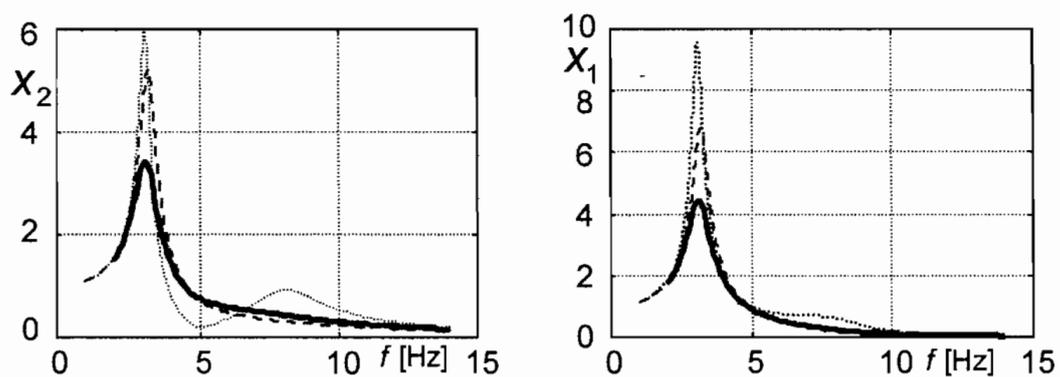


Abbildung 8.2.11: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

### Semi-aktiver bilinearer Zustandsregler: Dämpfer zwischen beiden Massen

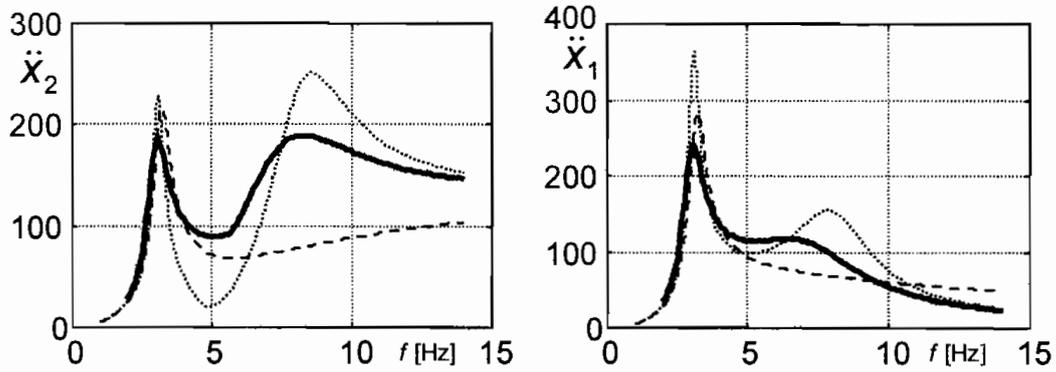


Abbildung 8.2.12: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

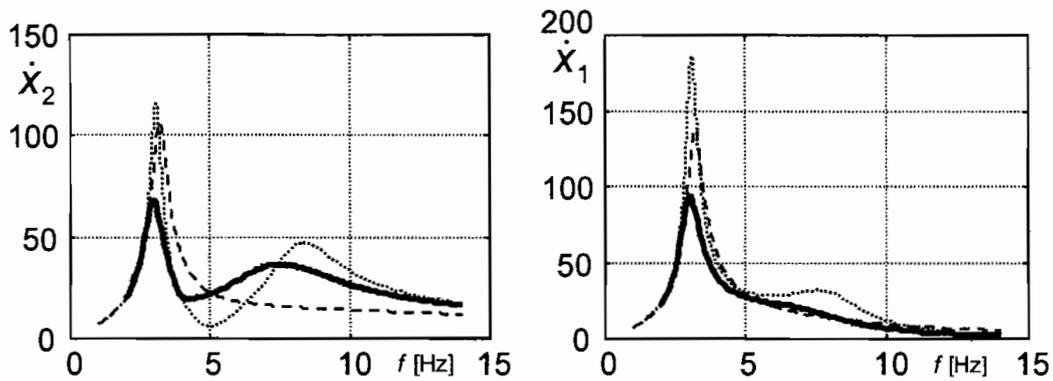


Abbildung 8.2.13: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

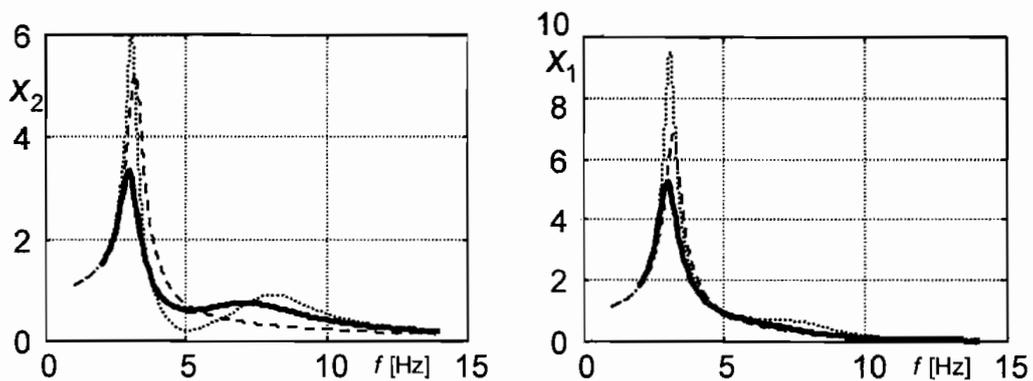


Abbildung 8.2.14: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

**Semi-aktiver bilinearer Zustandsregler mit Preview:  
Dämpfer zwischen beiden Massen**

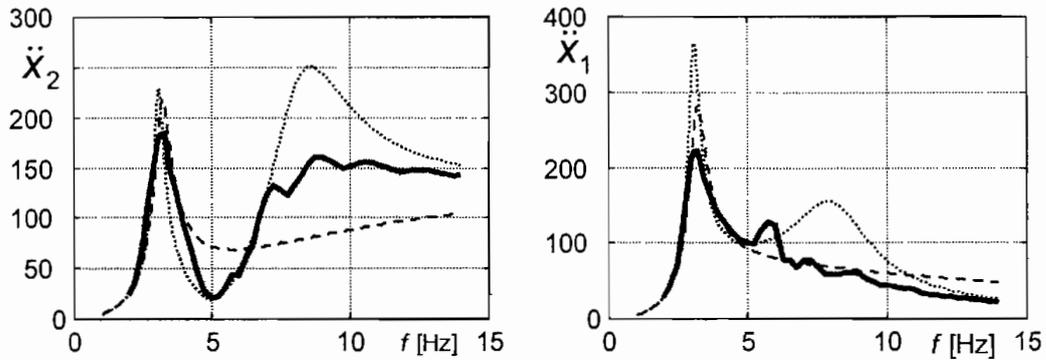


Abbildung 8.2.15: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

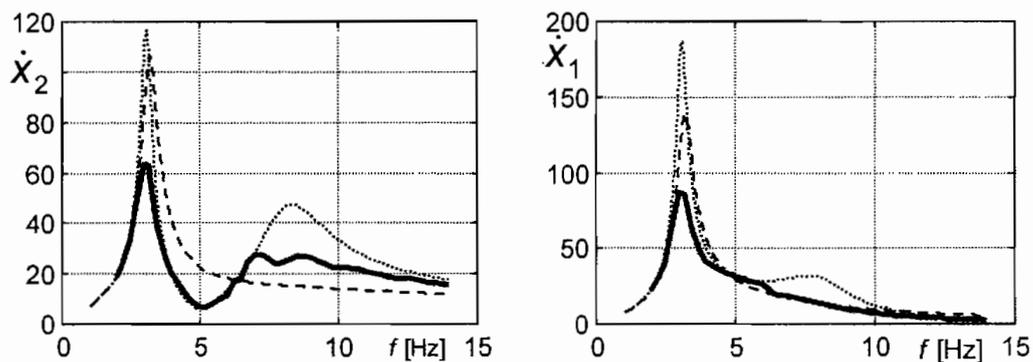


Abbildung 8.2.16: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

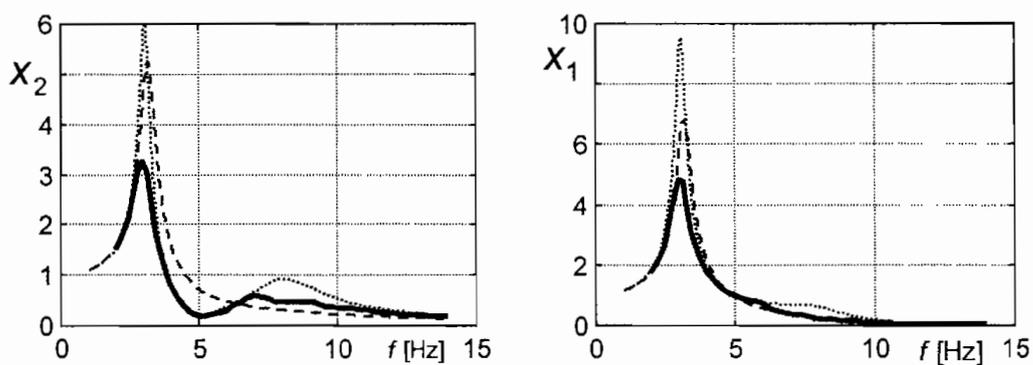


Abbildung 8.2.17: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

Als Vorausschau (Preview) wurde  $t_{prev} = 0.5\text{s}$  gewählt.

**Auswertung:**

Ziel der Regelungen in den vorangegangenen Abbildungen ist die Reduktion der Auslenkungen ( $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ) und der Beschleunigung der oberen Masse ( $\ddot{x}_1(t)$ ) entsprechend den Herleitungen der Regler aus Kapitel 5.

- **Aktiver Entwurf:**

Der aktive Zustandsregler ist zum Vergleich mit den anderen Regelungen simuliert worden. Die erzielte Schwingungsreduktion ist in Teilbereichen, durch die Möglichkeit der zusätzlichen Energiezuführung in das System, besonders hoch. Die Schwingungsamplituden der Beschleunigung  $\ddot{x}_1(t)$ , der Geschwindigkeit  $\dot{x}_1(t)$  und der Auslenkung  $x_1(t)$  der oberen Masse sind ab ca. 7Hz nahezu völlig ausgelöscht. Die Amplitudengänge der unteren Masse zeigen im unteren Frequenzbereich eine zusätzliche Überhöhung, die dadurch entsteht, daß der zwischen den beiden Massen angeordnete aktive Aktor versucht, sich gegen die untere Masse abzustützen, dies aber aufgrund der Bodenerregung nicht gelingt. Die Schwingungsüberhöhung der ersten Eigenfrequenz des Zwei-Massen-Schwingers wird für alle Größen vermindert.

- **Clipped-optimaler Regler:**

Bei dem clipped-optimalen Regler wird ausgehend von dem aktiven optimalen Entwurf die Aktorkraft immer dann begrenzt (clipped), wenn diese von einem passiven Aktor (Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik) nicht erzeugt werden kann. Die Amplituden sind im Vergleich zum aktiven Entwurf deutlich größer, dennoch sind vor allem für die obere Masse deutliche Reduktionen der Amplitude im Bereich der ersten Eigenfrequenz festzustellen. Die zusätzliche Überhöhung des aktiven Zustandsreglers fällt hier weg, da dem System keine zusätzliche Energie zugeführt werden kann.

- **Leistungsregelung:**

Während die Reduktion der Beschleunigung  $\ddot{x}_1(t)$ , der Geschwindigkeit  $\dot{x}_1(t)$  und der Auslenkung  $x_1(t)$  der oberen Masse sowie die Geschwindigkeit und Auslenkung der unteren Masse dem Amplitudenverlauf mit konstant maximaler Dämpfung sehr nahe kommen und dabei zusätzlich in der ersten Eigenfrequenz deutlich unterhalb der konstant maximalen Kurve liegen, ist die Beschleunigung der unteren Masse  $\ddot{x}_2(t)$  im Bereich um ca. 5Hz leicht erhöht.

- **Semi-aktiver bilinearer Zustandsregler:**

Die Verläufe des semi-aktiven bilinearen Zustandsreglers sind denen des clipped-optimalen Reglers sehr ähnlich, denn wenn bei letzterem die Dämpferkraft außerhalb des semi-aktiven Bereichs begrenzt wird, so wird beim bilinearen Zustandsregler die Dämpfung entsprechend begrenzt. Die Reduktion der Amplituden der oberen Masse ( $\ddot{x}_1(t)$ ,  $\dot{x}_1(t)$ ,  $x_1(t)$ ) ist im Bereich der ersten Eigenfrequenz sehr deutlich, im Bereich der zweiten Eigenfrequenz sind Geschwindigkeit und Auslenkung dem konstant maximal gedämpften System sehr nahe.

- **Semi-aktiver bilinearer Zustandsregler mit Preview:**

Im Vergleich mit dem vorherigen Regler wurde bei diesem Entwurf die Messung der Störgrößen mit einem Vorlauf von  $t_{prev} = 0.5s$  mit in den Reglerentwurf aufgenommen, siehe Kap. 5.7. Neben der bei allen anderen Reglern verzeichneten Reduktion der Schwingungsamplituden im Bereich der ersten Eigenfrequenz ergeben sich weitere interessante Resultate. Im Bereich von 5Hz der Erregung folgt der Regler den Amplitudenverläufen ( $\ddot{x}_2(t)$ ,  $\dot{x}_2(t)$ ,  $x_2(t)$ ) der unteren Masse, die durch eine konstant minimale Dämpfung erzeugt wurden. Die Beschleunigung der oberen Masse  $\ddot{x}_1(t)$  wird im Bereich von 10Hz sogar unterhalb der beiden Kurven mit konstanter Dämpfung gebracht.

Die Wahl der Preview-Zeit  $t_{prev}$  hat keinen großen Einfluß auf das Resultat der Schwingungsreduktion. Solange sie größer als die Zeitkonstante der ersten Eigenfrequenz gewählt wird, ergeben sich keine weiteren Verbesserungen des Reduktionsverhaltens.

Die Einbeziehung der in einiger Entfernung gemessenen Störungen hat einen sehr großen Einfluß auf das Schwingungsverhalten des Systems, obwohl die Reduktion nicht durch zusätzliche Energiezuführung erreicht wird, sondern nur durch optimale Energiedissipation mit Hilfe der variablen Dämpfungscharakteristik.

### 8.2.4 Amplitudengänge: Dämpfer zwischen Boden und unterer Masse

#### Aktiver Entwurf:

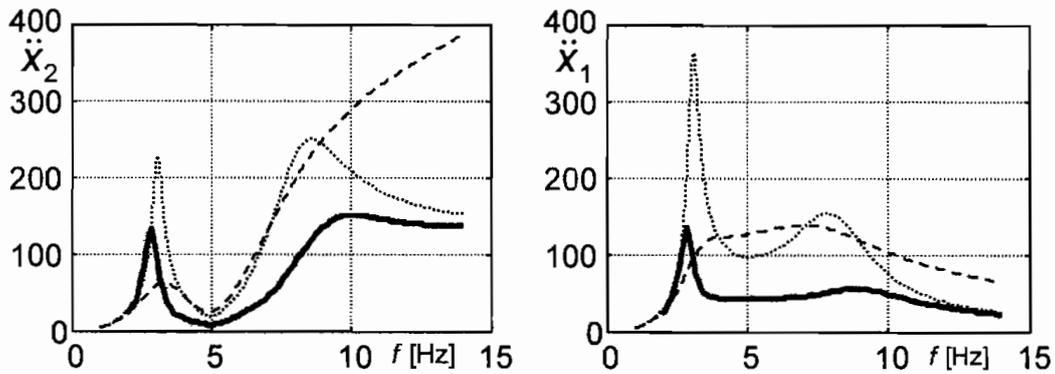


Abbildung 8.2.18: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

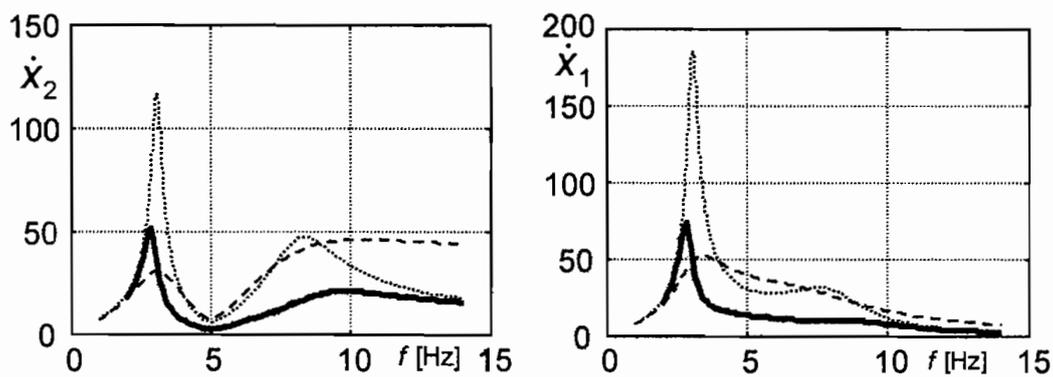


Abbildung 8.2.19: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

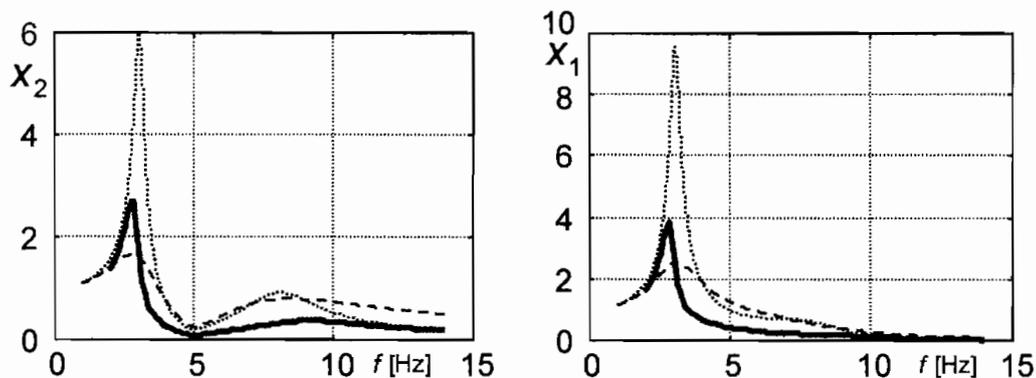


Abbildung 8.2.20: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

Die maximale Dämpferkraft wurde auf  $|F_{\text{Dämpfer}}| \leq 1000 \text{ N}$  beschränkt.

## Clipped optimal: Dämpfer zwischen Boden und unterer Masse

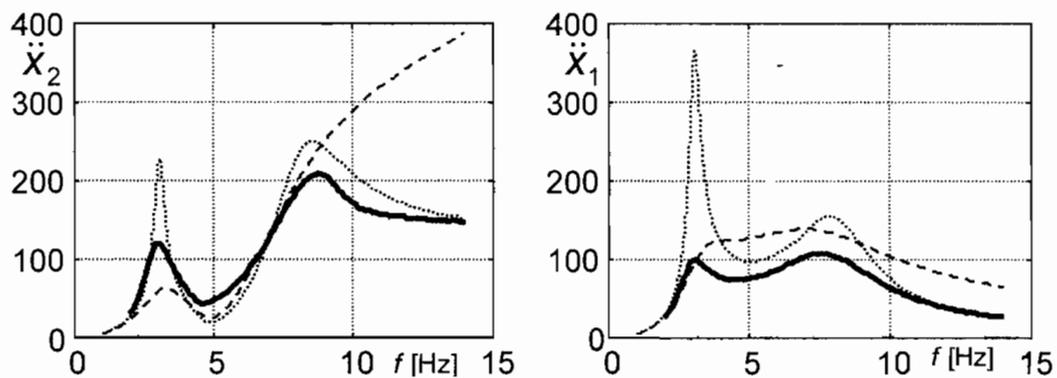


Abbildung 8.2.21: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

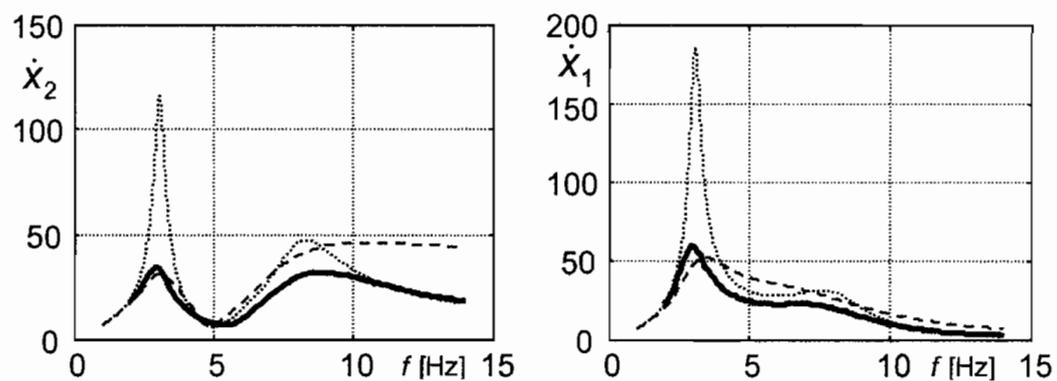


Abbildung 8.2.22: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

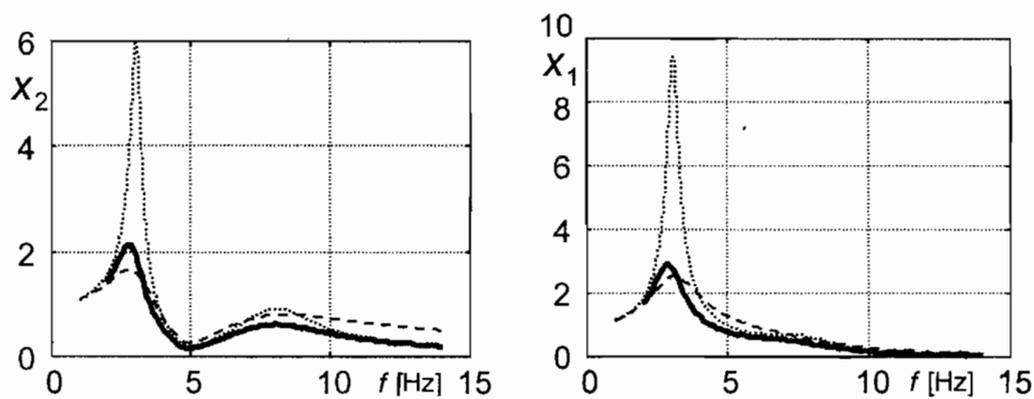


Abbildung 8.2.23: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

### Leistungsregelung: Dämpfer zwischen Boden und unterer Masse

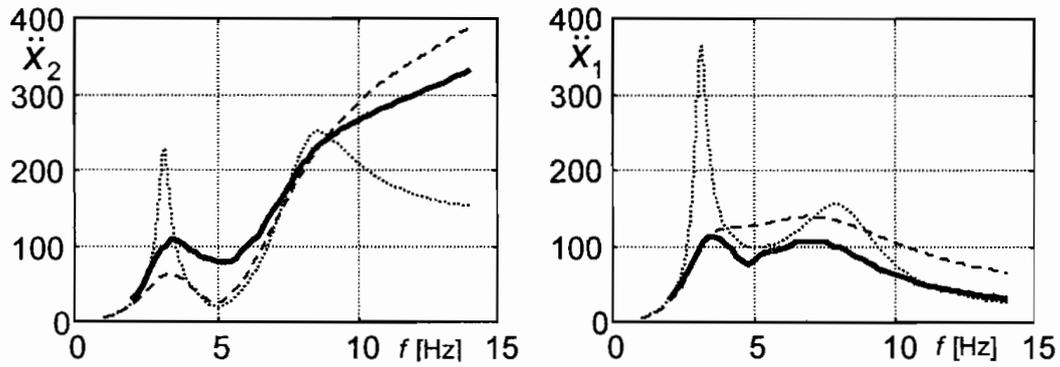


Abbildung 8.2.24: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

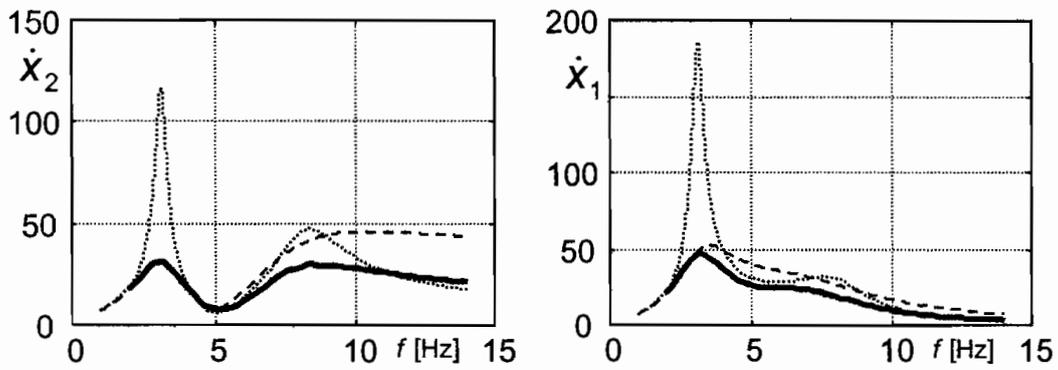


Abbildung 8.2.25: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

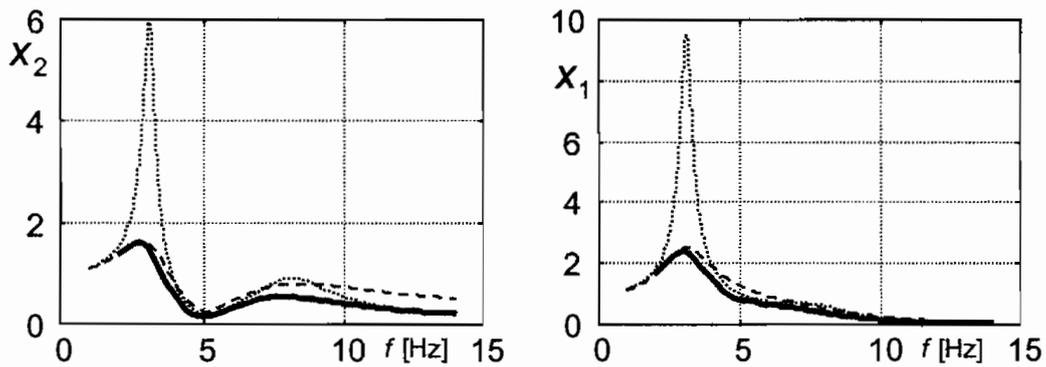


Abbildung 8.2.26: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

**Semi-aktiver bilinearer Zustandsregler:  
Dämpfer zwischen Boden und unterer Masse**

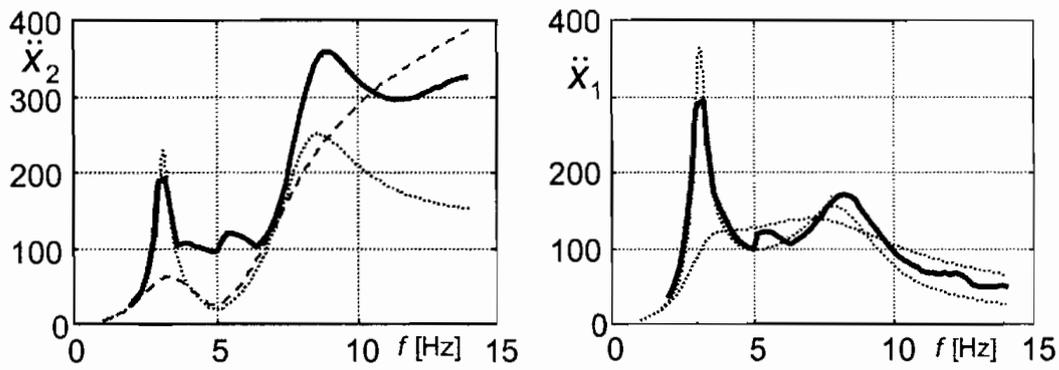


Abbildung 8.2.27: (a) Beschl. der unteren Masse, (b) Beschl. der oberen Masse

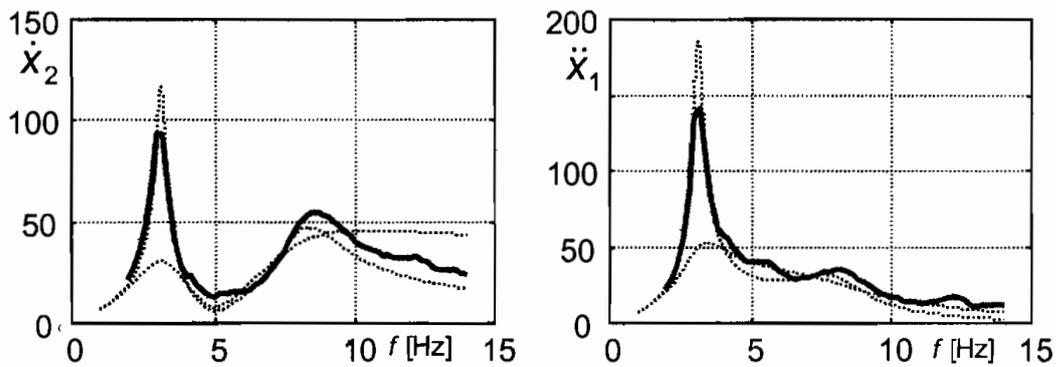


Abbildung 8.2.28: (a) Geschw. der unteren Masse, (b) Geschw. der oberen Masse

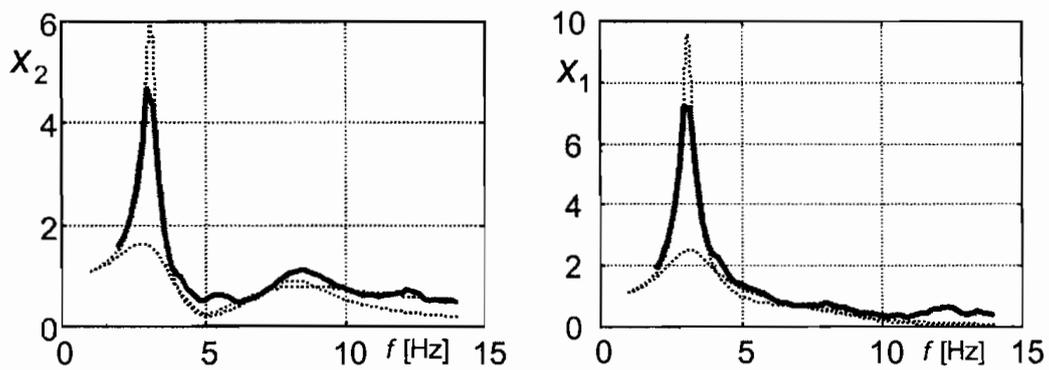


Abbildung 8.2.29: (a) Ausl. der unteren Masse, (b) Ausl. der oberen Masse

**Auswertung:**

Ziel der Regelung ist erneut die Reduktion der Auslenkungen ( $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ) und der Beschleunigung der oberen Masse ( $\ddot{x}_1(t)$ ) entsprechend den Herleitungen der Regler aus Kapitel 5. Die Aktoren (aktiv, semi-aktiv) befinden für diese Amplitudengänge zwischen der unteren Masse und dem Boden.

**• Aktiver Entwurf**

Der aktive Reglerentwurf erzielt eine sehr große Schwingungsreduktion, die deutlich unterhalb der Kurve mit maximaler Dämpfung liegt. Nur in einem kleinen Bereich der ersten Eigenfrequenz ergibt sich eine geringfügige Überhöhung. Das Verhalten des Reglers läßt sich leicht erklären. Aufgrund der Möglichkeit Energie in das Gesamtsystem einzuführen, kann die über die Bodenerregung eingeleitete Schwingungsenergie teilweise kompensiert werden. Die Störungen gelangen so gar nicht erst zu den beiden Einzelmassen.

**• Clipped-optimaler Regler**

Durch die Beschränkung der Stellgröße erreicht der clipped-optimale Regler nur noch eine, im Vergleich zum aktiven Entwurf, bescheidene Reduktion der Amplituden. Auch hier ergibt sich für die obere Masse sowohl für die Beschleunigung und die Geschwindigkeit, als auch für die Auslenkung eine Schwingungsreduktion unterhalb der konstant maximal gedämpften Kurve.

**• Leistungsregelung**

Die Leistungsregelung erzielt ähnliche Reduktionen, wie der clipped-optimale Regler, jedoch steigt der Amplitudenverlauf der Beschleunigung der unteren Masse für höhere Frequenzen deutlich an.

**• Semi-aktiver bilinearer Zustandsregler (mit Preview)**

Die Amplitudengänge, die mit dem semi-aktiven bilinearen Zustandsregler erzeugt wurden, weisen eine Anfachung der Beschleunigung der unteren Masse im Bereich der zweiten Eigenfrequenz auf. Die Verläufe der Amplitudengänge der oberen Masse sind hingegen deutlich flacher, wenn auch die Gesamtreduktion im Vergleich zu den anderen Reglern gering ist. Die mit dem semi-aktiven bilinearen Zustandsregler mit zusätzlichem Preview erzeugten Amplitudenverläufe sind denen ohne Vorausschau sehr ähnlich.

### 8.3 Vergleich der Regler: Zwei-Massen-Schwinger

Nachdem in vorangegangenen Kapitel die einzelnen Regler bezüglich der Schwingungsreduktion der Beschleunigungen ( $\ddot{x}_1$  und  $\ddot{x}_2$ ), der Geschwindigkeiten ( $\dot{x}_1$  und  $\dot{x}_2$ ) und der Auslenkungen ( $x_1$  und  $x_2$ ) in ihrer gesamten Performance bewertet wurden, wird in diesem Unterkapitel ein Vergleich der einzelnen Regler untereinander für jede der untersuchten Systemgrößen durchgeführt. Der Aktor befindet sich dazu zwischen den beiden Massen.

Die Darstellung aller Regler in einem Diagramm pro Systemgröße veranschaulicht direkt, wie effizient die Verfahren im Vergleich miteinander sind.

Die Amplitudengänge der Beschleunigung der oberen Masse, Abbildung 8.3.1, zeigen, daß die Reduktion im Bereich der ersten Eigenfrequenz bei allen Verfahren annähernd gleich gut ist. Im Bereich der zweiten Eigenfrequenz sind bis auf den aktiven Regler und den Regler mit Preview alle Regler schlechter als bei konstant maximaler Dämpfung. Da aber die absoluten Schwingungsüberhöhungen bereits für die erste Eigenfrequenz unterhalb der Kurven mit konstant minimaler und konstant maximaler Dämpfung liegen, wirkt sich dies in der gesamten Betrachtung nicht negativ aus.

Die Beschleunigung der unteren Masse, Abbildung 8.3.2, ist im Bereich zwischen den beiden Eigenfrequenzen höher als bei konstanter Dämpfung. Dies ist, wie bereits erwähnt, dadurch zu erklären, daß durch die Berücksichtigung der Beschleunigung der oberen Masse im Gütefunktional, die untere Masse von dem variablen Dämpfer zur Abstützung verwendet wird.

- Beschleunigungen der beiden Massen

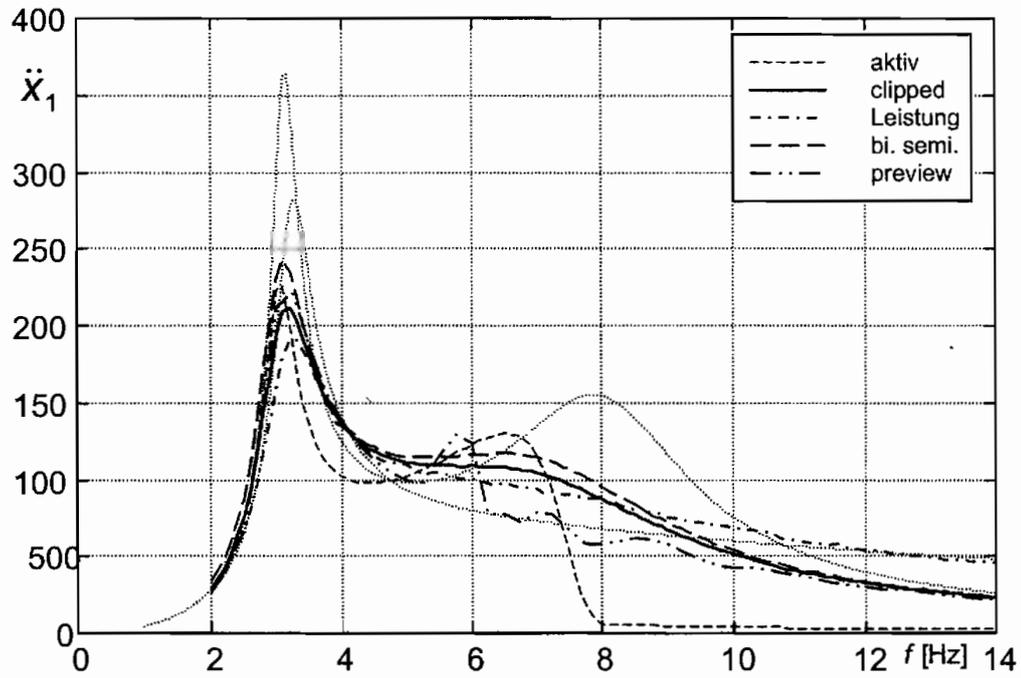


Abbildung 8.3.1: Beschleunigung der oberen Masse

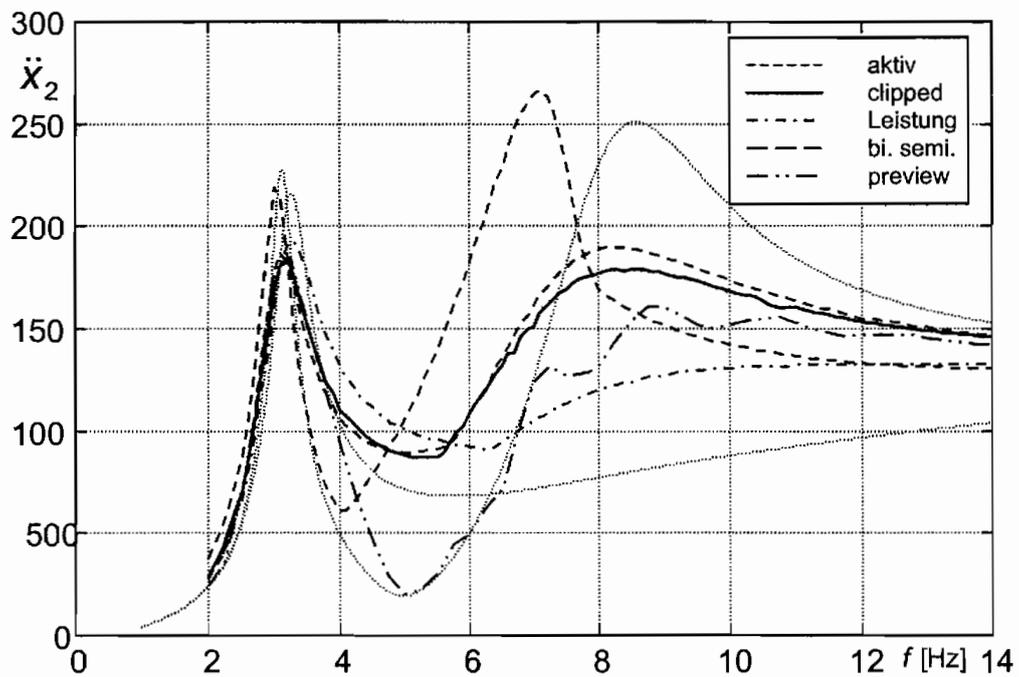


Abbildung 8.3.2: Beschleunigung der unteren Masse

- **Geschwindigkeiten der beiden Massen**

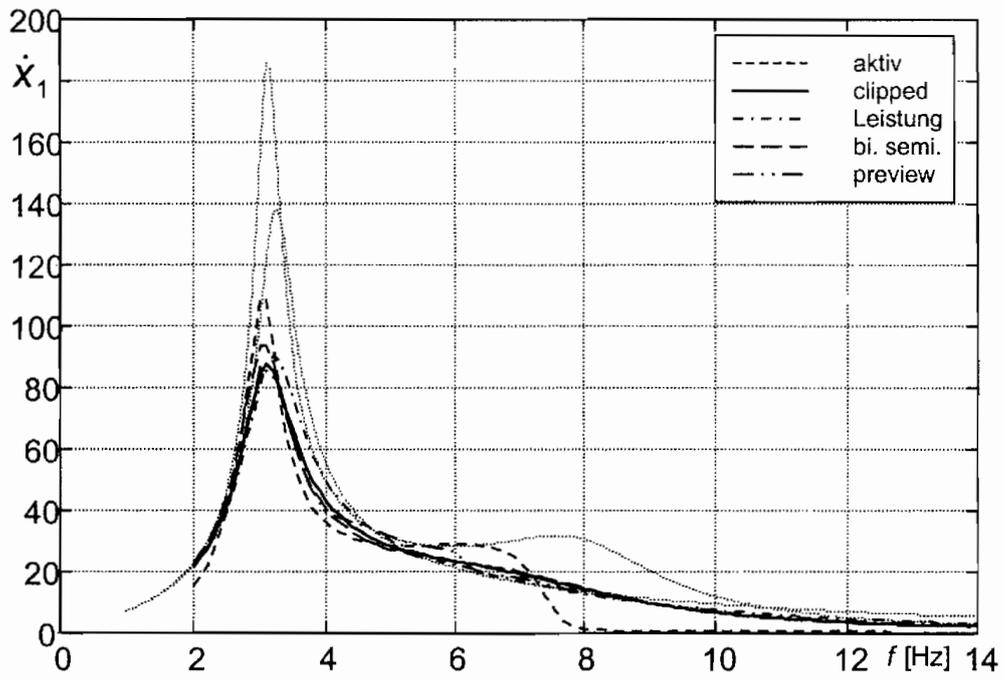


Abbildung 8.3.3: Geschwindigkeit der oberen Masse

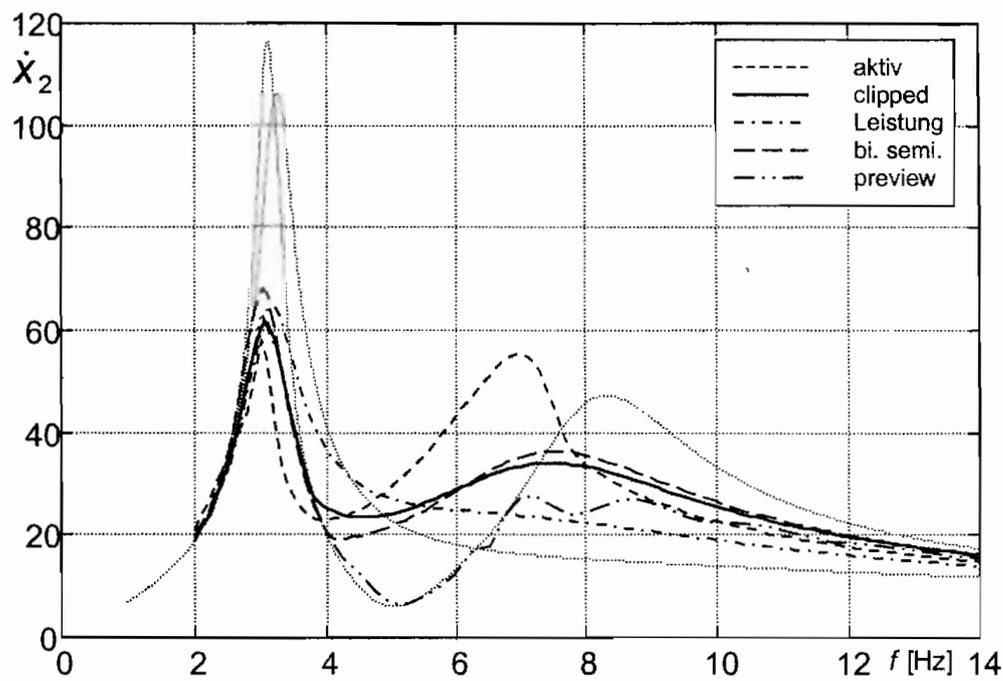


Abbildung 8.3.4: Geschwindigkeit der unteren Masse

- Auslenkungen der beiden Massen

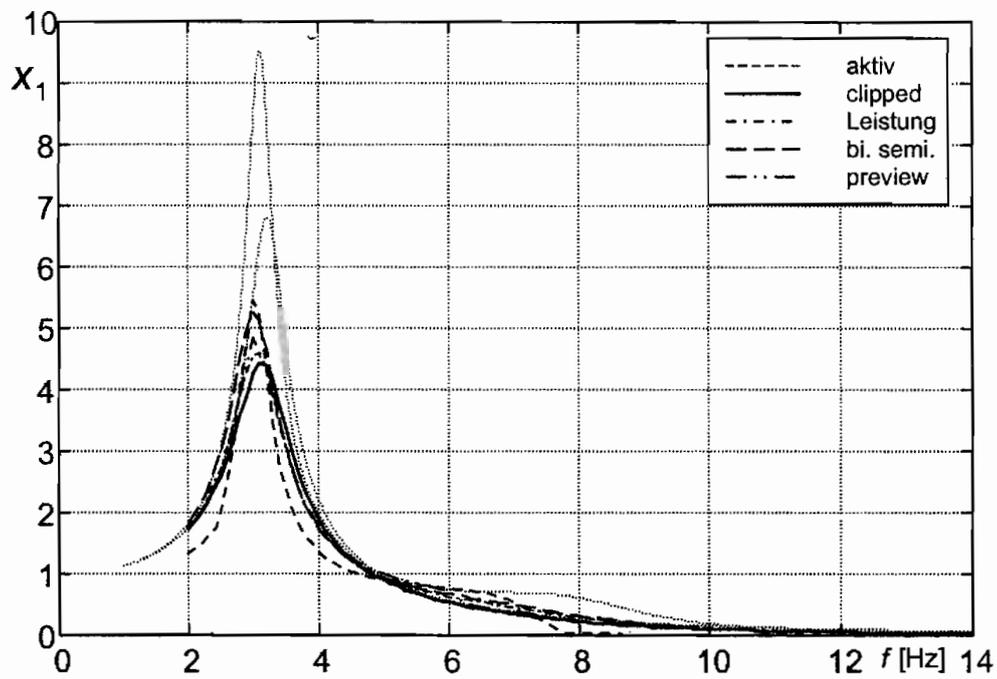


Abbildung 8.3.5: Auslenkung der oberen Masse

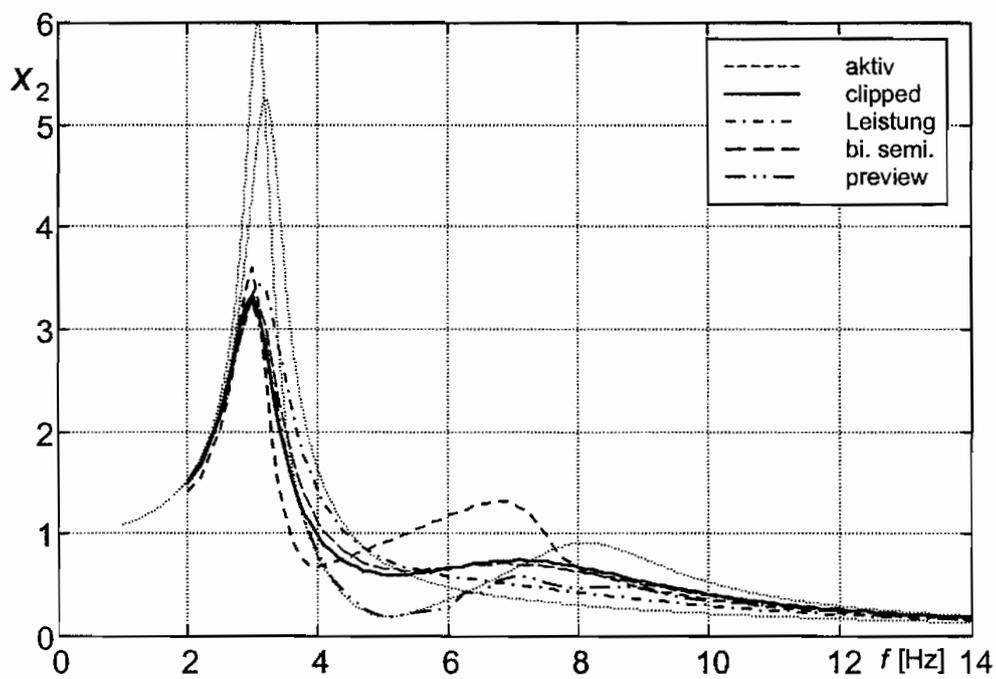


Abbildung 8.3.6: Auslenkung der unteren Masse

In Abbildung 8.3.3 ist der Verlauf der Amplitudengänge der Geschwindigkeit der oberen Masse abgebildet. Auch hier ergibt sich im Bereich der ersten Eigenfrequenz eine sehr deutliche Amplitudenreduktion der Struktur. Im weiteren Verlauf des Diagramms verlaufen die Kurven annähernd gleich mit dem konstant maximal gedämpften System.

Die Geschwindigkeiten der unteren Masse, Abbildung 8.3.4, enthalten neben der Reduktion im Bereich der ersten Eigenfrequenz erneut die Ausprägung einer zweiten Überhöhung im Bereich der zweiten Eigenfrequenz. Es zeigt sich darüber hinaus, daß der Regler mit Vorausschau die höchste Schwingungsreduktion zwischen den beiden Eigenfrequenzen erzielt.

Die Amplitudenverläufe für die Auslenkung der oberen Masse, Abbildung 8.3.5, zeigen neben der Reduktion im Bereich der ersten Eigenfrequenz einen weiterhin gut gedämpften Verlauf.

Im letzten Diagramm, Abbildung 8.3.6, werden die Auslenkungen der unteren Masse abgebildet. Neben der Reduktion um die erste Eigenfrequenz und die Überhöhung des aktiven Reglerentwurfs erweist sich der semi-aktive bilineare Zustandsregler mit Vorausschau auch hier Bereich zwischen den Eigenfrequenzen als sehr effektiv.

## **8.4 Systemverhalten bei Erdbebenerregung (ElCentro Erdbeben)**

Die Reglerentwürfe des Kapitels 5 sind mit der ursprünglichen Absicht entwickelt worden, durch Erdbeben induzierte Schwingungen in Tragwerken abzubauen. Nachdem in den vorangegangenen Unterkapiteln Amplitudengänge zum direkten Vergleich der entwickelten Reglerstrategien simuliert wurden, werden nun anhand der Nord-Süd Komponente der Beschleunigung des ElCentro Erdbebens vom 15. Oktober 1979, die Resultate der Reduktion an dem Zwei-Massen-Schwinger validiert. Der Beschleunigungsverlauf wurde zur Anpassung an die Eigenfrequenzen des zugrundeliegenden Modells im Zeitverlauf entsprechend skaliert.

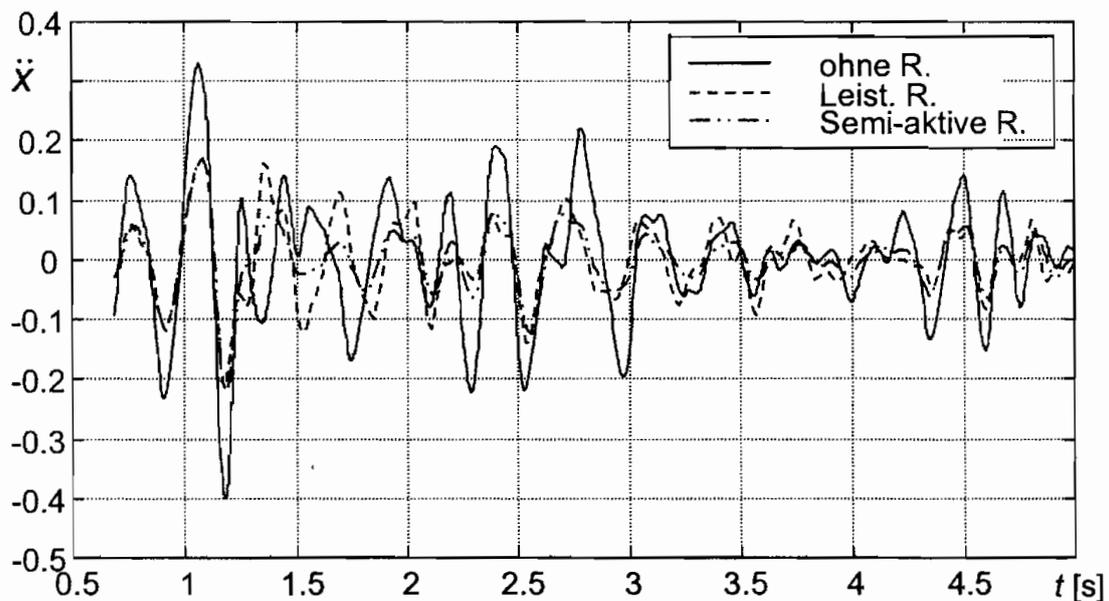


Abbildung 8.4.1: Ausschnitt der Systemantwort des Zwei-Massen-Schwingers auf die Nord-Süd Beschleunigungskomponente des ElCentro Erdbebens

## 8.5 Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

Die intensive Untersuchung des vorliegenden Zwei-Massen-Schwingers zeigt, daß durch eine Regelung der Dämpfungscharakteristik eine Reduktion der Schwingungsamplituden für Beschleunigungen ( $\ddot{x}_1(t)$  und  $\ddot{x}_2(t)$ ), Geschwindigkeiten ( $\dot{x}_1(t)$  und  $\dot{x}_2(t)$ ) und Auslenkungen ( $x_1(t)$  und  $x_2(t)$ ) erreicht werden kann. Insbesondere konnten alle Regler im Bereich der ersten Eigenfrequenz deutliche Amplitudenreduktionen erreichen. Es ist weiterhin bewiesen worden, daß auch die Einbeziehung der Vorausschau auf eine Störung (Erregung) im Reglerentwurf sinnvoll für die Schwingungsreduktion genutzt werden kann.

Wie erwartet, ist die Performance der aktiven Reglerentwürfe deutlich besser als die der anderen Regler, da dieser Regler dem Gesamtsystem aktiv Energie zuführen kann. Die Performance der semi-aktiven Regler reicht in einigen Konfigurationen aus Regler und Dämpferposition an die aktiven Vorgaben heran. Der Energieaufwand beschränkt sich dabei, siehe Kapitel 2, ausschließlich auf die Versorgung der Aktoren zur Änderung des Systemparameters „Dämpfung“, da nur die Rate der Energiedissipation des Tragwerks variiert wird.

## Kapitel 9

### Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Tragwerke, bzw. Mehr-Massen-Schwinger, mit semi-aktiver Dämpfungscharakteristik untersucht. Mit Hilfe einer geschlossenen regelungstechnischen Beschreibung werden analytische Reglerentwürfe durchgeführt. In Simulationen werden die gegenüber einer konventionellen passiven Dämpfungserhöhung erzielten Schwingungsreduktionen dargestellt.

Zunächst werden aus der Literatur bekannte Verfahren zur passiven, aktiven und semi-aktiven Schwingungsreduktion in Tragwerken vorgestellt. Weltweit sind bereits ca. 30 Gebäude mit einer Regelung zur Reduktion der Schwingungsamplituden ausgestattet. Passive Verfahren verwenden zusätzliche Dämpfer, Steifigkeiten oder Tilger. Die auf diese Weise erzielbaren Schwingungsreduktionen sind gering. Bei aktiven Verfahren wird mit hohem Aufwand zusätzliche Energie in Tragwerke eingebracht, pro Aktor ist etwa eine Leistung von  $\approx 10\text{kW}$  erforderlich. Semi-aktive Verfahren, die nur über die Variation der Dämpfungscharakteristik mit den Strukturen wechselwirken, sind Gegenstand dieser Arbeit. Die benötigte Leistung, ca.  $\approx 50\text{W}$ , pro Aktor wird nur zur Änderung der Rate der Energiedissipation benötigt.

Nach einer Einführung zum Wirkungsprinzip der magneto- (MRF) und elektro-rheologischen (ERF) Fluide werden die Möglichkeiten dieser Flüssigkeiten zur Konstruktion von Dämpfern mit variabler Dämpfungscharakteristik diskutiert, die bis auf eine Kolbenstange und den dazugehörigen Kolben keine weiteren beweglichen Teile besitzen.

Im experimentellen Teil der Arbeit wurde ein magnetorheologischer (MRF) Dämpfer aufgebaut. Dieser besteht aus einem Standardzylinder mit zusätzlichem Bypass. Ein Elektromagnet mit geschlossener Feldführung erzeugt ein magnetisches Feld, das die Viskosität des Fluids im Bypass und damit die Dämpfung der Anordnung erhöht. Die durchgeführten Messungen zeigen, daß Dämpferkraftänderungen um den Faktor 3 bereits durch ein sehr geringes magnetisches Feld erreicht werden können. Die Simulationsumgebung Matlab / Simulink wurde mittels einer Toolbox an ein vorhan-

denes Echtzeitmeßsystem angekoppelt, um Messungen und Reglerentwürfe in einer einzigen Systemumgebung durchführen zu können.

Nach einer Einführung in die lineare Systemtheorie erfolgt der Übergang zu den untereinander zwar eng verwandten, aber im einzelnen sehr unterschiedlichen bilinearen Systemen. Diese unterscheiden sich durch eine zusätzliche multiplikative Verknüpfung von Zustandsgrößen und Stellgrößen von den linearen Systemen. Schwingende Tragwerksstrukturen mit variabler Dämpfungscharakteristik gehören zu den bilinearen Systemen, die bezüglich ihrer Zustände homogen sind. Durch die Ausnutzung dieser Darstellung kann der Systemparameter „Dämpfung“ direkt als Stellgröße für den Reglerentwurf benutzt werden. Durch die physikalische Beschränkung der Dämpfung auf positive Werte, ergeben sich semi-aktive Systeme, die den Grad der Energiedissipation variieren können, aber selbst keine Energie in das System einbringen.

Ausgangspunkt für die Entwicklung von Regelungsstrategien ist eine heuristische Betrachtung des Leistungsflusses zwischen den Dämpfungselementen und den Einzelmassen. Daran anschließend wird ein optimaler linearer Zustandsreglerentwurf für ein aktives System durchgeführt, bei dem die regelnde Aktorkraft unbeschränkt ist. Dieser Regler wird durch eine Beschränkung der Stellgröße zu einem clipped-optimalen Entwurf und beschreibt damit einen semi-aktiven Dämpfer, dessen Dämpfungscharakteristik gesteuert werden kann.

Durch den Übergang zu bilinearen Systemen wird die Systemdarstellung so angepaßt, daß der Systemparameter „Dämpfung“ zur Stellgröße des dynamischen Systems wird. Nach einer Betrachtung der zunächst unbeschränkten Stellgröße werden die immer positiven und beschränkten Dämpfungswerte in den Entwurf einbezogen. Dies führt schließlich auf die geschlossene Darstellung eines optimalen bilinearen Reglers für semi-aktive Systeme.

Abgeschlossen werden die Reglerentwürfe durch einen Regler, der vorausschauende, bereits in einiger Entfernung gemessene, Meßwerte zur Generierung der Zustandsrückführung verwendet.

Die Validierung der entworfenen Regler erfolgt anhand von Ein- und Zwei-Massen-Schwingern. Dabei zeigt sich, daß alle Regler im Bereich der ersten Eigenfrequenz der untersuchten Systeme besser sind als eine konstant weiche oder konstant harte Dämpfung. Die semi-aktiven Regler erreichen bei sehr geringem Energieaufwand annähernd die Resultate einer aktiven Regelung. Der semi-aktive Regler mit Vorausschau kann in bestimmten Konfigurationen einen aktiven Entwurf sogar übertreffen.

Zum Abschluß der Simulationen wird die Systemantwort des Zwei-Massen-Schwingers bei Erregung durch ein Erdbeben (ElCentro) untersucht. Auch hier

ermöglicht die Regelung im Vergleich zu einem unregulierten Tragwerk eine deutliche Reduktion der Schwingungsamplituden.

Der Zwang, Kosten und Gewicht bei der Konstruktion von Tragwerken einzusparen, hat dazu geführt, daß die Regelung von Strukturschwingungen sich zu einem interessanten Bereich im Ingenieurwesen entwickelt hat. Semi-aktive Ansätze und Aktoren mit variabler Dämpfungscharakteristik, die mit magnetorheologischen (MRF) Dämpfern realisiert werden können, bieten sehr interessante Lösungsansätze.

Es wurde gezeigt, daß mit semi-aktiven Dämpfungssystemen im Vergleich zu aktiven Tragwerksregelungen annähernd gleich große Schwingungsreduktionen erzielt werden können. Der Energiebedarf zur Ansteuerung der semi-aktiven Aktoren ist dabei um einige Größenordnungen kleiner als bei einer aktiver Regelung.

Nachdem bereits einige Hochhäuser mit passiven und aktiven Systemen zur Schwingungsreduktion ausgestattet worden sind, muß die Praxistauglichkeit der semi-aktiven Dämpfungsregelung durch den Bau eines entsprechenden Gebäudes noch validiert werden. Ziel muß dabei vor allem sein, Bewohner, Architekten und Ingenieure für die Verfahren zur Regelung von Tragwerksschwingungen zu sensibilisieren. Die regelungstechnischen Verfahren hierfür wurden in dieser Arbeit entwickelt.

## Literaturverzeichnis

In diesem Literaturverzeichnis sind neben den in der Arbeit zitierten Artikeln und Büchern weitere sehr interessante Artikel zur semi-aktiven Schwingungsreduktion verzeichnet.

- [AdelS97] Adeli, H.; Saleh, A.: Optimal Control of Adaptive/Smart Bridge Structures. In: Journal of Structural Engineering, February 1997, pp. 218-226.
- [AganG95] Aganovic, Zijad; Gajic, Zoran: Linear Optimal Control of Bilinear Systems (with Applications to Singular Perturbations and Weak Coupling. Lecture Notes in: Control and Information Sciences 206. Springer Verlag, Berlin, London, [u.a.], 1995.
- [Alano85] Alanoly, James: Vibration Isolation Characteristics of a Class of Semi-Active Suspensions. Dissertation Concordia University Montreal, 1985.
- [Apach99] Apache Web Server: Apache Web Consortium, <http://www.apache.org/>, 1999.
- [ApacJ99] Apache JServ: Apache Java Extension for Java Servlets, <http://java.apache.org/>, 1999.
- [ApplW95] Appleyard, M.; Wellstead, P.E.: Active Suspensions. Some Background. In: IEE Proceedings on Control Theory Applications. Vol. 142, No. 2, March 1995, pp. 123-127.
- [AshRK96] Ashour, O.; Roger, C.A.; Kordonsky, W.: Magnetorheological Fluids: Materials, Characterization and Devices. In: 6<sup>th</sup> International Conference on Adaptive Structures, 1996, Lancaster, USA, pp. 23- 34.
- [Bachm95] Bachmann, Hugo: Erdbebensicherung von Bauwerken. Berlin, 1995.
- [Baill95] Baillieul, J.: Energy Methods For Stability Of Bilinear Systems With Oscillatory Inputs. In: International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 5, 1995, pp. 285-301.
- [BaRMR95] Barbat, A.H.; Rodellar, J.; Molinares, N.; Ryan, E.P.: Seismic Performance of a New Nonlinear Active Base Isolation System. In: Proceedings of the 10th European Conf. on Earthquake Engineering, Rotterdam, Niederlande, 1995, pp. 2781-2786.
- [BattD99] Battaini, M.; Dyke, S.J.: Fault Tolerant Structural Control Systems for Civil Engineering Applications. In: <http://www.seas.wustl.edu/research/quake>, 1999.
- [BatYS98] Battaini, M.; Yang, G.; Spencer Jr., B.F.: Bench-Scale Experiment for Structural Control. In: [www.nd.edu/~quake/research/](http://www.nd.edu/~quake/research/), 1998.
- [Beate87] Beater, Peter: Zur Regelung nichtlinearer Systeme mit Hilfe bilinearer Modelle. Dissertation: Universität-Gesamthochschule Duisburg, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1987.
- [Bende68] Bender, E.K.: Optimum Linear Preview Control with Application to Vehicle Suspension. In: Transaction of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Basic Engineering. Vol. 90, No. 2, 1968, pp. 213-221.
- [BIJLR99] Banks, H.T.; Ito, K.; Ly, H.V: Dynamics Simulations and Effective Properties for Magnetorheological Fluids. In: SPIE's 6<sup>th</sup> Annual International Symposium on Smart Structures and Materials. 1-5 March, 1999, Newport Beach, California, USA.
- [BibaG99] Bibakov, Y.; Gluck J.: Active Control Of MDOF Structures With Supplemental Electrorheological Fluid Dampers. In: Earthquake Engineering And Structural Dynamics. Vol. 28, 1999, pp. 143-156.

- [BöIJH96] Bölter, R., Janocha, H., Hellbrück, St.: Design of Magnetorheological Fluid Actuators. ACTUATOR 96', 5th Int. Conf. on New Actuators, Bremen, 26-28 June, 1996, pp. 329-332.
- [BöltJ97] Bölter, R.; Janocha, H.: Design Rules for MR Fluid Actuators in Different Working Modes. In: Smart Structures and Materials 1997: Passive Damping and Isolation, SPIE Vol. 3045, 3-4 May, San Diego, 1997, pp. 148-159.
- [Breue96] Breuer, Werner: Active Suspension Concept for a Large Multi-Axled Off-Road Vehicle. In: AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 163-178.
- [Brook97] Brooks, Douglas A.: High Performance Electro-Rheological Dampers. Produkt und Erfindungsinformation, unveröffentlicht.
- [BruDK74] Bruni, C.; DiPillo, G.; Koch, G.: Bilinear Systems: An Appealing Class of "Nearly Linear" Systems in Theory and Applications. In: IEEE Transactions On Automatic Control, Vol. 19, No. 4, August, 1974, pp. 334-348.
- [BrysH75] Bryson, Arthur E.; Ho Jr., Yu-Chi: Applied Optimal Control. Optimization, Estimation and Control. New York, London, u.a.. 1975.
- [BurTW95] Burton, A.W.; Turcott, A.J.; Wellstead, P.E.: Analysis, Modelling and Control of an Advanced Automotive Self-Levelling Suspension System. In: IEE Proceedings of Control Theory Applications, Vol. 142, No. 2, 1995, pp. 129-139.
- [Bussh95] Bußhardt, J.: Selbsteinstellende Feder-Dämpfer-Systeme für Kraftfahrzeuge. VDI: Düsseldorf, VDI-Fortschrittsberichte Nr. 240 Reihe 12, 1995.
- [ButsH89] Butsuen, T.; Hedrick, J.K.: Optimal Semi-Active Suspensions for Automotive Vehicles: The ¼ Car Model. In: Advanced Automotive Technologies 1989, ASME Winter Annual Meeting, DSC-Vol. 13, pp. 305-319.
- [Butsu89] Butsuen, Tetsuro: The Design of Semi-Active Suspensions for Automotive Vehicles. Dissertation: Massachusetts Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering, Cambridge, USA, 1989.
- [CarCC95] Carlson, J.D.; Catanzarite, D.M.; Clair, K.A.St.: Commercial Magneto-Rheological Fluid Devices. In: Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Electro-Rheological, Magneto-Rheological Suspensions and Associated Technology, Sheffield, 10-14 July, 1995, 9 Seiten.
- [CarlS96] Carlson, J.D.; Spencer Jr., B.F.: Magneto-Rheological Fluid Dampers for Semi-Active Seismic Control. In: Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Motion and Vibration Control, September 1-6, Chiba, Japan, 1996, Vol. III, pp. 35-40.
- [Carls98] Carlson, J.D.: Low-Cost MR Fluid Devices. In: Actuator 98, Bremen, Germany, June 17-19, 1998, pp. 417-421.
- [CehuC84] Cebuhar, W.A.; Costanza, V.: Approximation Procedures for the Optimal Control of Bilinear and Nonlinear Systems. In: Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 43, No. 4, August, 1984, pp. 615-627.
- [ChaHS98] Chang, C.C.; Hsu, C.T.; Swei, S.M.: Control of Buildings Using Single and Multiple Tuned Liquid Column Dampers. In: Structural Engineering and Mechanics, Vol. 6, No. 1., 1998, pp. 77-93.
- [Chana97] Chanane, B.: Bilinear Quadratic Optimal Control: A Recursive Approach. In: Optimal Control Applications And Methods, Vol. 18, No. 4, 1997, pp. 273-282.
- [CheNM85] Cheok, Ka. C.; Loh, N.-K.; McGee, H. D.: Optimal Model-Following Suspension with Microcomputerized Damping. In: IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 32, No. 4, November 1985, pp. 364-371.
- [CherJ95] Cherry A.S.; Jones, R.P.: Fuzzy Logic Control of an Automotive Suspension System. In: IEE Proceedings of Control Theory Applications, Vol. 142, No. 2, 1995, pp. 149-160.
- [ChLSR89] Chung, L.L.; Lin, R.C.; Soong, T T.; Reinhorn, A.M.: Experimental Study of Active Control for MDOF Seismic Structures: In: Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, No. 8, 1989, pp. 1609-1627.

- [ChuRS88] Chung, L.L., Reinhorn, A.M.; Soong, T.T.: Experiments on Active Control of Seismic Structures. In: *Journal of Engineering mechanics*, Vol. 114, No. 2, February 1988, pp 241-256.
- [ColoK93] Colonius F.; Kliemann W.: Minimal and Maximal Lyapunov Exponents of Bilinear Control Systems. In: *Journal of Differential Equations*, Vol. 101, No. 2, Feb. 1993, pp. 232-275.
- [Colon88] Colonius, Fritz: *Optimal Periodic Control*. Springer-Verlag: Berlin [u.a.], 1988.
- [DafeX96] Dafeng, Jin; Xinghui, Huang: Active Actuator for Vehicle Suspension. In: *AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control*, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 207-213.
- [DereN81] Derese, I.; Noldus, E.: Application of Lyapunov's Method to the Design of Bilinear Control Loops with Observers. In: *Regelungstechnik*, Vol. 29, No. 3, March 1981, pp. 96-102.
- [DereN82] Derese, I.; Noldus, E.: Optimization of Bilinear Control Systems. In: *International Journal of Systems Science*. Vol. 13, No. 3, March 1982, UK, pp. 237-246.
- [DSQKS96] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.; Quast, P.; Kaspari Jr.; Sain, M.K.: Implementation of an Active Mass Driver Using Acceleration Feedback Control. In: *Microcomputers in Civil Engineering: Special Issue on Active and Hybrid Structural Control*, 1996, Vol. 11, Cambridge, Mass. (u.a.), pp. 305-323.
- [DSQSK96] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.; Quast, P.; Sain, M.K.; Kaspari Jr., D.C.; Soong, T.T.: Acceleration Feedback Control of MDOF Structures. In: *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 122, No. 9, 1996, pp. 907-917.
- [DupKS97] Dupont, P.; Kasturi, P.; Stokes, A.: Semi-Active Control of Friction Dampers. In: *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 202, No. 2, May, 1997, pp. 203-218.
- [Dyke98] Dyke, S.J.: Design and Development of the Washington University Seismic Simulator Facility. In: *Proceedings of the 1998 Engineering Mechanics Conference*, ASCE, LaJolla, California, May 17-20, 1998.
- [DykeS97] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.: A Comparison of Semi-Active Control Strategies for the MR Damper. In: *IEEE Conf.*, 1999, pp. 580-584.
- [DySQS95] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.; Quast, P.; Sain, M.: The Role of Control-Structure Interaction in Protective System Design. In: *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 121, No. 2, 1995, pp. 322-328.
- [DySSC96] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.; Carlson, J.D.: Seismic Response Reduction Using Magnetorheological Dampers. In: *Proceedings of the IFAC, 13<sup>th</sup> Triennial World Congress*, San Francisco, USA, 1996, pp. 145-150.
- [DySSC96a] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.; Carlson, J.D.: Modeling and Control of Magnetorheological Dampers for Seismic Response Reduction. In: *Smart Structures and Materials*, Vol.5, pp.565-575, 1996.
- [DySSC96b] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.; Carlson, J.D.: Experimental Verification of Semi-Active Structural Control Strategies Using Acceleration Feedback. In: *Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Motion and Vib. Control*, Chiba, Japan, Vol. III, 1996, pp. 291-296.
- [DySSC97] Dyke, S.J.; Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.; Carlson, J.D.: An Experimental Study of Magnetorheological Dampers for Seismic Hazard Mitigation. In: *Building to Last: Proceedings of Structures Congress XV*, Portland, Oregon, April 13-16, 1997, pp. 1358-1362.
- [DySSC98] Dyke, S.J.; Spencer, B.F. Jr.; Sain, M.K.; Carlson, J.D.: An Experimental Study of MR Dampers for Seismic Protection. In: *Smart Materials & Structures*, Vol. 7, No. 5, Oct. 1998, pp. 693-703.
- [EdwWC96] Edward, S.A.; Wilson, D.A.; Crolla, D.A.: Ride and Handling Control of Road Vehicle Employing an Active Suspension System. In: *AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control*, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 179-192.
- [EIBeh98] ElBeheiry, E.M.: A Method for Preview Vibration Control of Systems Having Forcing Inputs and Rapidly-Switched Dampers. In: *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 214, No. 2, 1998, pp. 269-283.

- [EIBeK96] ElBeheiry, E.M.; Karnopp, D.C.: Optimal Control of Vehicle Random Vibration with Constrained Suspension Deflection. In: Journal of Sound and Vibration. Vol. 189, No. 5, 1996, pp. 547-564.
- [EIKEA96] ElBeheiry, E.M.; Karnopp, D.C.; ElAraby, E.M.; AbedelRaouf, A.M.: Suboptimal Control Design of Active and Passive Suspensions Based on a Full Car Model. In: Vehicle System Dynamics, Vol. 26, No. 3, 1996, pp. 197-222.
- [Engel95] Engell, S. (Ed.): Entwurf nichtlinearer Regelungen. Oldenburg: München [u.a.], 1995.
- [FilSS96] Filipovic, D.; Schröder, D.; Straub, S.: Absorption mechanischer Schwingungen mittels Linearem Aktivem Resonator - Einmassen-Mehrfrequenz-Absorber. VDI Berichte, Nr 1285, 1996, pp. 507-520.
- [Foag89] Foag, Werner: Regelungstechnische Konzeption einer aktiven PKW-Federung mit "preview". Bochum, Univ., Diss., 1989.
- [Föll91a] Föllinger, Otto: Nichtlineare Regelungen I (Grundlagen und Harmonische Balance). Oldenburg, München und Wien, 1991.
- [Föll91b] Föllinger, Otto: Nichtlineare Regelungen II (Anwendung der Zustandsebene, Ljapunow-Theorie, Popow- und Kreiskriterium). Oldenburg: München und Wien, 1991.
- [Föll88] Föllinger, Otto: Optimierung dynamischer Systeme. Oldenburg, München [u.a.], 1988.
- [Franc88] Franco, Sergio: Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits. McGraw-Hill, Singapore, 1988.
- [FujSS96] Fujino, Y.; Soong, T.T.; Spencer Jr., B.F.: Structural Control: Basic Concepts and Applications. In: Proceedings of the 1996 ASCE Structures Congress, Illinois, April 15-18, 1996.
- [FullT96] Fujii, H.; Ishikawa, K.; Isoda, K.; Tikada, M.: Vehicle Mobility Enhancement for Various Driving Situations: Application of Variable Vehicle Height Control. In: AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 13-23.
- [Gawro96] Gawronski, Wodek: Balanced Control of Flexible Structures. London (u.a.): Springer, 1996. - (Lecture Notes in: Control and Information Sciences; Vol. 211).
- [GindS96] Ginder, J.M.; Sproston, J.L.: The Performance of Field-Controllable Fluids and Devices. In: ACTUATOR 96', 5<sup>th</sup> Int. Conf. on New Actuators, 26-28 June 1996, Bremen, 1996.
- [GordS98] Gordon, T.J.; Sharp, R.S.: On Improving the Performance of Automotive Semi-Active Suspension Systems through Road Preview. In: Journal of Sound and Vibration. Vol. 217, No. 1, 1998, pp. 163-182.
- [Grüne96] Grüne, Lars: Numerical Stabilization of Bilinear Control Systems. In: SIAM Journal on Control and Optimization. Vol. 34, No. 6, November 1996, pp. 2024-2050.
- [Guo91] Guo, Limin: Zur Regelung bilinearer Systeme am Beispiel hydraulischer Antriebe. Dissertation: Universität-Gesamthochschule-Duisburg, Fortschrittsberichte VDI. Reihe 8 Nr. 245, Düsseldorf, 1991.
- [GuoGT95] Guozhi, Y.; Guang, M.; Tong, F.: Electro-Rheological Fluid and Its Application in Vibration Control. In: Machine Vibration. Vol. 4, 1995, pp. 232-240.
- [Gutma81] Gutman, Per-Olof: Stabilizing Controllers for Bilinear Systems. In: IEEE Transactions on Automatic Control, 1981, August, Vol. 26, No. 4, pp. 917-922.
- [Gutma82] Gutman, Per Olof: Dissertation: Controllers for Bilinear and Constrained Linear Systems. University of Lund, 1982.
- [Hac92a] Hac, A.: Optimal Linear Preview Control of Active Vehicle Suspension. In: Vehicle System Dynamics. Vol. 21, No. 3, 1992, pp. 167-195.
- [Hac92b] Hac, A.: Optimal Repetitive Control with Preview for Active Vibration Control. In: Proceedings of the 1992 American Control Conference (ACC), Evanston, Vol. 3, 1992, pp. 2407-2411.
- [Hac92c] Hac, A.: Design of Disturbance Decoupled Observer for Bilinear Systems. In: Journal of Dynamics Systems Measurement & Control. Vol. 114, No. 4, Dec. 1992, pp. 556-562.

- [Hac95b] Hac, A.: Dezentralized Control of Active Vehicle Suspensions with Preview. In: Journal of Dynamic Systems Measurement & Control. Vol. 117, No. 4, Dec. 1995, pp. 478-483.
- [HacYC96a] Hac, A.; Youn, I.; Chen, H.H.: Control of Suspensions for Vehicles with Flexible Bodies. I. Active Suspensions. In: Journal of Dynamic Systems Measurement & Control. Vol. 118, No. 3, Sept. 1996, pp. 508-517.
- [HacYC96b] Hac, A.; Youn, I.; Chen, H.H.: Control of Suspensions for Vehicles with Flexible Bodies. II. Semi-Active Suspensions. In: Journal of Dynamic Systems Measurement & Control. Vol. 118, No. 3, Sept. 1996, pp. 518-525.
- [HacYo92] Hac, A.; Youn, I.: Optimal Semi-Active Suspension with Preview Based on a Quarter Car Model. In: Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration and Acoustics. Vol. 14, 1992, pp. 84-92.
- [HacYo93] Hac, A.; Youn, I.: Optimal Design of Active and Semi-Active Suspensions Including Time Delays and Preview. In: Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration and Acoustics. Vol. 115, 1993, pp. 498-508.
- [HataS97] Hatada, T.; Smith, H.A.: Development and Application of Nonlinear Controller Using Variable Damping Devices. In: Proceedings of the American Control Conference (ACC), June, 1997.
- [HedrB88] Hedrick, J.K.; Butsuen, T.: Invariant Properties of Automotive Suspensions. In: Proceedings of the Conference of the Institute of Mechanical Engineers on Advanced Suspension, London, 25-26 October, 1988, pp. 35-42.
- [HouMS92] Housner, G.W.; Masri, S.F.; Soong, T.T.: Recent Developments in Active Structural Control Research in the USA. In: 1<sup>st</sup> European Conference on Smart Structures and Materials, Glasgow 1992, pp. 201-206.
- [HousM96] Housner, G.W.; Masri, S.F.: Structural Control Research Issues Arising out of the Northridge and Kobe Earthquakes. In: Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico, June 23-28, 1996.
- [Hrova82] Hrovat, D.: A Class of Active LQG Optimal Actuators. In: Automatica. Vol. 18, No. 1, pp. 117-119.
- [HroMH88] Hrovat, D.; Margolis, D.L.; Hubbard, M.: An Approach Toward the Optimal Semi-Active Suspension. In: Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control. Vol. 110, 1988, pp. 288-296.
- [HsuKa81] Hsu, C.S.; Karanam V.R.: Observer Design of Bilinear Systems. In: 24<sup>th</sup> Midwest Symposium on Circuits and Systems. Western Periodicals. 1981, North Hollywood, CA, USA, pp. 761-764.
- [HsuMo85] Hsu, C.S.; Mohler R.R.: Design of Bilinear Observers and Estimators. In: Applied Digital Control, North-Holland, 1985, pp. 189-204.
- [Hunte98] Hunter, J.: Java Servlet Programming. O'Reilly & Associates, Sebastopol, CA, 1999.
- [HuVHK93] Huisman, R.G.M.; Veldpaus, F.E.; von Heck, J.G.A.M.; Kok, J.J.: Preview Estimation and Control for (Semi-) Active Suspensions. In: Vehicle System Dynamics, Vol. 22, No.5-6, 1993, pp. 335-346.
- [HwaHP98] Hwang, S.H.; Heo, S.H.; Park, K.: Design and Evaluation of Semi-Active Suspension Control Algorithms Using Hardware-In-The-Loop Simulations. In: International Journal of Vehicle Design, Vol. 19, Nr. 4, 1998, pp. 540-551.
- [IrmsH96] Irmischer, S.; Hees, E.: Experiences in Semi-Active Damping with State Estimators. In: AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 193-205.
- [Isido95] Isidori, Alberto: Nonlinear Control Systems. Springer: Berlin [u.a.], 1995.
- [IsoKW96] Isobe, O.; Kawabe, T.; Watanabe, Y.: Sliding Mode Controller for Semi-Active Suspension System for Commercial Vehicles. In: AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 37-46.
- [JansD99a] Jansen, L.M.; Dyke, S.J.: Semi-Active Control Strategies for the MR Damper: A Comparative Study. In: <http://www.seas.wustl.edu/research/quake>, 1999.

- [JansD99b] Jansen, L.M.; Dyke, S.J.: Investigation of Nonlinear Control Strategies for the Implementation of Multiple Magnetorheological Dampers. In: Proceedings of the 1999 ASCE Engineering Mechanics Conference, Baltimore, Maryland, June 16, 1999.
- [JansD99c] Jansen, L.M.; Dyke, S.J.: Semi-Active Control Strategies for the MR Damper: A Comparative Study. In: Journal of Engineering Mechanics, 1999, im Druck, pp. 1-23.
- [JenBW96] Jendritza, D.J., Bölter, R., Wendt, E.: Research and Development Activities of the Producer-User Initiative for Electrorheological and Magnetorheological Fluids. Actuator 96', 5<sup>th</sup> Int. Conf. on New Actuators, 1996, pp. 351-354.
- [JohSF99] Johnson, E.A.; Spencer Jr., B.F.; Fujino, Y.: Semiactive Damping of Stay Cables: A Preliminary Study. In: 17<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Kissimmee, Florida, February 8-11, 1999.
- [JoiBC98] Jolly, M. R.; Bender J.W.; Carlson, J.D.: Properties and Applications of Commercial Magnetorheological Fluids. In: SPIE 5<sup>th</sup> Annual International Symposium on Smart Structures and Materials. San Diego, Kalifornien, 15 March, 1998.
- [JoiIC96] Jolly, M.R.; Carlson, J.D.: Controllable Squeeze Film Damping Using Magnetorheological Fluid. Actuator 96', 5<sup>th</sup> Int. Conf. on New Actuators, Bremen, 26-28 June, 1996, pp. 333-336.
- [JoiIN98] Jolly, M.R.; Nakano, M.: Properties and Applications of Commercial Controllable Fluids. In: Actuator 98, Bremen, Germany, June 17-19, 1998, pp. 411-416.
- [JoRSS98] Johnson, Erik A.; Ramallo, Juan C.; Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.: Intelligent Base Isolation Systems. In: Proceedings of the Second World Conference on Structural Control. Kyoto, Japan, June 28- July 1, 1998.
- [Kamar99] Kamarys, D.: Detektion von Systemveränderungen durch neue Identifikationsverfahren in der experimentellen Modalanalyse. Bochum, Dissertation, 1999.
- [KarCH74] Karnopp, D.; Crosby, M.J.; Harwood, R.A.: Vibration Control Using Semi-Active Force Generators. In: Journal of Engineering for Industry, May, 1994, Vol. 97, pp. 619-626.
- [Karno83] Karnopp, D.: Active Damping in Road Vehicle Suspension Systems. In: Vehicle System Dynamics, Vol. 12, No. 83, 1983, pp. 291-316.
- [Karno90] Karnopp, D.C.: Design Principles for Vibration Control Using Semi-Active Dampers. In: Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control. Vol. 112, September 1990, pp. 448-445.
- [KastD97] Kasturi, P.S.; Dupont, P.E.: Periodic Optimal Control of Dampers. In: Proceedings of DETC'97, 1997 ASME Design Engineering Technical Conferences, September 14-17, 1997, Vol. DETC97/VIB-3910.
- [KHHMV97] Kok, J.J.; von Heck, J.G.A.M.; Huisman, R.G.M.; Muijdermann, J.D.E.A.; Veldpauw, F.E.: Active and Semi-Active Control of Suspension Systems for Commercial Vehicles Based on Preview. Proceedings of the 1997 American Control Conference, Part Vol. 5, 4-6 June 1997, pp. 2992-2996.
- [Kimbr84] Kimbrough, Scott Stephen: Regulators for Bilinear Systems. Dissertation Los Angeles, Univ. of California, Ph.D.Thesis 1984.
- [Kimbr84a] Kimbrough, S.: Sub-Optimal Bilinear Regulation with Applications to the Stability Enhancement of Variable Structure Systems. In: American Control Conference 1984, Piscataway, NJ, 1984, pp. 1641-1645.
- [Kimbr86a] Kimbrough, S.: Bilinear Modeling and Regulation of Variable Component Suspensions. In: Symposium on Simulation and Control of Ground Vehicles and Transportation systems ASME-AMD. Vol. 80, No. 2, 1986, pp. 253-255.
- [Kimbr86b] Kimbrough, S.: Bilinear Modeling and Regulator of Variable Component Suspensions. In: AMD, American Society of Mechanical Engineers (ASME), Applied Mechanics Division, New York, Vol. 80, 1986, pp. 235-255.
- [KimYo95] Kim, H.; Yoon, Y.-S.: Semi-Active Suspension with Preview Using a Frequency-Shaped Performance Index. In: Vehicle System Dynamics. Vol. 24, 1995, pp. 759-780.

- [KlePH86] Klefouris, D.N.; Petrou, L.P.; Hassapis, G.D.: Computer Aided Analysis and Design of MIMO Bilinear Control Systems. In: Transactions of the Institute of Measurement & Control. Vol. 8, No. 1, Jan.-March, 1986, UK, pp. 51-56.
- [KodiN83] Koditschek, D.E.; Narendra, K.S.: Stabilizability of Second-Order Bilinear Systems. In: IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 28, No. 10, October, 1983, pp. 987-989.
- [Kwake72] Kwakernaak, Huibert: Linear Optimal Control Systems. Wiley-Interscience, New York [u.a.], 1972.
- [Lampe99] Lampe, D.: Anwendung von magnetorheologischen Fluiden in Kupplungen. In: Antriebstechnik, Vol. 38, No. 7, 1999, pp. 59-62.
- [Leiph80] Leipholz, H.H.E. (Ed.): Structural Control: Proceedings of the International IUTAM Symposium on Structural Control 1979, 1980.
- [Leitm94] Leitmann, G.: Semiactive Control for Vibration Attenuation: In: Journal of Intelligent Material Systems and Structures. Vol. 5, September, 1994, pp. 841-846.
- [LohCh96] Loh, C.-H.; Chao, C.-H.: Effectiveness of Active Tuned Mass Damper and Seismic Isolation on Vibration Control of Multi-Storey Building. In: Journal of Sound and Vibration. Vol 193, No. 11, 1996, pp. 773-792.
- [Luenb63] Luenberger, D.G.: Determining the State of Linear Systems with Observers of Low Dynamic Order. Ph.D. Thesis, Stanford University, 1963.
- [MalsS98] Malsch, B.; Ströhla, Tom: Damping of Piezo Actuators with Magnetorheological Fluids. In: Actuator 98, Bremen, Germany, June 17-19, 1998, pp. 445-448.
- [Margo82] Margolis, D.: The Response of Active and Semi-Active Suspensions to Realistic Feedback Signals. In: Vehicle System Dynamics. Vol. 11, No. 6, Dec. 1982, pp. 267-282.
- [Margo83] Margolis, Donald L.: Semi-Active Control of Wheel Hop in Ground Vehicles. In: Vehicle System Dynamics, Vol. 12, 1983, pp. 317-330.
- [Matla97] MATLAB Users's Guide. The MathWorks, Inc.. Natick, Massachusetts, USA, 1997.
- [MeadR97] Meadows, E.S.; Ravlings, J.B.: Model Predictive Control. In: Nonlinear Process Control. Eds.: Henson, M.A. and Seborg, D.E., Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1997, pp. 233-310.
- [Mesch95] Meschke, Jens: Verbesserung des dynamischen Verhaltens von Werkzeugmaschinen durch Erhöhung der Systemdämpfung. 1995. Braunschweig, Techn. Univ., Diss., 1994.
- [Mohle73] Mohler, Ronald R.: Bilinear Control Processes: With Applications to Engineering, Ecology, and Medicine. (Mathematics in Science and Engineering; 106) New York [u.a.], Academic Press, 1973.
- [Mohle91a] Mohler, Ronald R.: Nonlinear Systems: Dynamics and Control. Prentice Hall: Englewood Cliffs, New Jersey, Vol. 1, 1991.
- [Mohle91b] Mohler, Ronald R.: Nonlinear Systems: Applications to Bilinear Control. 1991, Prentice Hall: Englewood Cliffs, New Jersey, Vol. 2.
- [Moosh97] Moosheimer, J.: Gesteuerte Schwingungsdämpfung mit Elektrorheologischen Fluiden. Dissertation, Univ. Bochum. 1997
- [MoraZ89] Morari, M.; Zafiriou, E.: Robust Process Control. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- [Mülle99a] Müller, Stefan: ML8-Toolbox. Handbuch zur Sorcus MODULAR-4® Toolbox. Eine Erweiterung von MATLAB zur Kommunikation mit Sorcus MODULAR-4® Karten. 1999.
- [Mülle99b] Müller, Stefan: JMatLink. Eine Java Bibliothek für MATLAB zur Benutzung der MATLAB Engine. <http://homepage.ruhr-uni-bochum.de/Stefan.Mueller/JMatLink/>, 1999.
- [Mülle99c] Müller, Stefan: JMS. Ein Java Servlet zur Verbindung des Apache Web Servers und MATLAB. <http://homepage.ruhr-uni-bochum.de/Stefan.Mueller/JMatLink/JMatServlet/>, 1999.
- [Mülle99d] Müller, S.: Anwendung magnetorheologischer Dämpfer in der Schwingungsreduktion. In: Konferenzband zum Abschlußkolloquium des Graduiertenkollegs Computational Structural Dynamics, 7.-8.10.1999, Bochum, pp. 23-33.

- [MüllW99a] Müller, S.; Waller, H.: Efficient Integration Of Real-Time Hardware And Web Based Services Into MATLAB. In: Proceedings of the 11<sup>th</sup> European Simulation Symposium And Exhibition, October 26-28, Erlangen-Nürnberg, 1999, pp. 44-45.
- [MüllW99b] Müller, S.; Waller, H.: Optimale Schwingungsreduktion in Tragwerken mit semi-aktiven Aktoren. In: Proceedings der D-A-CH Tagung, 25.-26.11.1999, Berlin, 1999, im Druck.
- [MuVKH96] Muijderman, J.H.E.A.; Veldpauw, F.E.; Kok, J.J.; van Heck, J.G.A.M.: A General Criterion Controller with Preview for a Semi-Active Truck Suspension. In: AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 63-77.
- [NovaV96] A New Concept of Semi-Active Control of Truck's Suspension. In: AVEC'96. International Symposium on Advanced Vehicle Control, Aachen University, 24.-28. June 1996, pp. 141-152.
- [OrLNS98] Ortega, R.; Loria, A.; Nicklasson, P.J., Sira-Ramirez, H.: Passivity-Based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications, Communications and Control Engineering Series, Springer Verlag, London, Ltd., 1998.
- [Papag91] Papageorgiou, Markos: Optimierung. Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung. Oldenbourg, München, 1991.
- [ProkS95] Prokop, G.; Sharp, R.S.: Performance Enhancement of Limited-Bandwidth Active Automotive Suspensions by Road Preview. In: IEE Proceedings of Control Theory Applications, Vol. 142, No. 2, 1995, pp. 140-148.
- [RaJSS99] Ramallo, J.C.; Johnson, E.A.; Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.: Semi-Active Building Base Isolation. In: Proceedings of the American Control Conference. San Diego, California, June, 1999, pp. 515-519.
- [Rech96] Rech, Bernd: Aktoren mit elektrorheologischen Flüssigkeiten. Dissertation, Universität Saarbrücken, 1996.
- [RodeM87] Rodellar, J.; Martin-Sanchez, J.: Predictive Structural Control. Structural Control: In: Proceedings of the Second International Symposium on Structural Control, University of Waterloo, Ontario, Canada, July, 15-17, 1987, pp. 580-593.
- [Ryan83] Ryan, E.P.: Global Asymptotic Stabilization of a Class of Bilinear Control Systems. In: International Journal of Control. Vol. 38, No. 2, August 1983, pp. 359-367.
- [Ryan84] Ryan, E.P.: Optimal Feedback Control of Bilinear Systems. In: Journal Of Optimization Theory and Applications, Vol. 44, No. 4, October, 1984, pp. 332-362.
- [RyanB83] Ryan, E.P.; Buckingham, N.J.: On Asymptotically Stabilizing Feedback Control of Bilinear Systems. In: IEEE Transactions on Automatic Control, August, 1983, Vol. 28, No. 8, pp. 863-864.
- [SadeM98] Sadek, F.; Mohraz, B.: Semi-Active Control Algorithms for Structures with Variable Dampers. In: Journal of Engineering Mechanics. Vol. 124, No. 9, 1998, pp. 981-990.
- [Schwa91] Schwarz, Helmut: Nichtlineare Regelungssysteme. Oldenbourg: München, 1991
- [Simul97] Simulink, User's Guide: The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, USA, 1997.
- [Slemro78] Slemrod, M.: Stabilization of Bilinear Control Systems with Applications to Nonconservative Problems in Elasticity. In: SIAM Journal on Control & Optimization, Vol. 16, No. 1, Jan. 1978, pp. 131-141.
- [Sloti91] Slotine, J.-J.E.; Li, W.: Applied Nonlinear Control. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [Snowd68] Snowdon, J.C.: Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems. John Wiley & Sons, New York, u.a., 1968.
- [Somme93] Sommer, Stefan: Prädiktive und adaptive Regelung nichtlinearer sowie bilinearer Systeme anhand parametrischer Prozeßmodelle. Dissertation: Lehrstuhl für Regelungssysteme und Steuerungstechnik, Ruhr-Universität Bochum, 1993.
- [Soong88] Soong, T.T.: State-Of-The-Art Review: Active Structural Control in Civil Engineering. In: Journal of Engineering Structures, Vol. 10, April, 1988, pp. 74-84.

- [Soong90] Soong, T.T.: Active Structural Control: Theory and Practice. Longman Scientific & Technical: Essex, England, 1990.
- [Sorcu97] Sorcus GmbH: MODULAR-4®/486. Handbuch zur Programmierung der MODULAR-4®/486 Karte. 6. Auflage, Heidelberg, Mai 1997.
- [SpCSY97] Spencer, B.F. Jr.; Carlson, J.D.; Sain, M.K.; Yang, G.: On the Current Status of Magnetorheological Dampers: Seismic Protection of Full-Scale Structures. Proceedings of the American Control Conference (ACC), June , 1997.
- [SpDSC96] Spencer Jr., B.F.; Dyke, S.J.; Sain, M.K.; Carlson, J.D.: Phenomenological Model of a Magnetorheological Damper. In: ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 123, 1996, pp. 230-238.
- [SpeDD97] Spencer Jr., B.F.; Dyke, S.J.; Deoskar, H.S.: Benchmark Problems in Structural Control Part I: Active Mass Driver System. In: Building to Last: Proceedings of Structures Congress XV, Portland, Oregon, April 13-16, 1997. Ed. By Leon Kempner, Jr. and Colin B. Brown, New York, 1997, pp.1265-1269.
- [SpeDD97a] Spencer Jr., B.F.; Dyke, S.J.; Deoskar, H.S.: Benchmark Problems in Structural Control. Part II: Active Tendon System. 1997.
- [Spenc96] Spencer Jr., B.F.: Recent Trends in Vibration Control in the U.S.A.. In: Proceedings of the 3rd International Conference on Motion and Vibration Control, Chiba, Japan, September 1-6, 1996, Vol II, pp. K1-K6.
- [Spend96] Spencer Jr., B.F.; Dyke, S.J.: Semi-Active Structural Control: System Identification for Synthesis and Analysis. To appear. In: Proceedings of the First European Conference on Structural Control, Barcelona, Spain, May 29-31,1996.
- [Spens97] Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.: Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback. In: IEEE Control Systems, December 1997, Vol. 17, No. 6, pp.19-35.
- [Spens99] Spencer Jr., B.F.; Soong, T.T.: New Applications and Development of Active, Semi-Active and Hybrid Control Techniques for Seismic and Non-Seismic Vibration in the USA. In: Proceedings of International Post-SMiRT Conference Seminar on Seismic Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control of Vibration of Structures, Cheju, Korea, August 23-24, 1999.
- [SpeSS94] Spencer, Jr. B.F.; Suhardja, J.; Sain, M.K.: Frequency Domain Optimal Control Strategies for Aseismic Protection. In: Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, No. 1, 1994, pp. 135-159.
- [Strei96] Streiter, Ralph H.: Entwicklung und Realisierung eines analytischen Regelkonzeptes für eine aktive Federung. Berlin, Techn. Univ., Diss., 1996.
- [StruC97] Building to last: Proceedings of Structures Congress XV, Portland, Oregon, April 13-16, 1997. Ed. By Leon Kempner, Jr. and Colin B. Brown, New York, 1997.
- [SuhSS90] Suhardjo, J.; Spencer Jr., B.F.; Sain, M.K.: Feedback-Feedforward Control of Structures under Seismic Excitation. In: Structural Safety. No. 8, 1990, pp. 69-89.
- [SymaC99] Symans, M.D.; Constantinou, M.C.: Semi-Active Control Systems for Seismic Protection of Structures: a State-Of-The-Art Review. In: Engineering Structures. Vol 21, 1999, pp. 469-487.
- [Thomp76] Thompson, A.G.: An Active Suspension with Optimal Linear State Feedback. In: Vehicle System Dynamics, Vol. 5, 1976, pp. 187-203.
- [Tomiz76] Tomizuka: Optimal Linear Preview Control with Application to Vehicle Suspension. In: Transactions ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control. Vol. 98, No. 3, 1976, pp. 309-315.
- [TsenH94] Tseng, H.E.; Hedrick, J.K.: Semi-Active Control Laws - Optimal and Sub-Optimal. In: Vehicle System Dynamics, Vol. 23, 1994, pp. 545-569.
- [Unbeh82a] Unbehauen, Heinz: Regelungstechnik I (Lineare Kontinuierliche Regelsysteme), 7. Auflage, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1982.
- [Unbeh93a] Unbehauen, Heinz: Regelungstechnik II (Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme), 6. Auflage, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1993.

- [Unbeh93b] Unbehauen, Heinz: Regelungstechnik III (Identifikation, Adaption, Optimierung), 4. Auflage, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1983.
- [Vanhe69] Vanherck, P.: Dimensioning of Fluid Film Dampers. In: Annals of the C.I.R.P. Vol. XVII, 1969, pp. 65-72.
- [Venho93] Venhovens, Paulus J.: Optimal Control of Vehicle Suspensions. Ph.D. Thesis, Delft University, 1993.
- [WallK75] Waller, Heinz; Krings, W.: Matrizenmethoden in der Maschinen- und Bauwerksdynamik. Wissenschaftsverlag, Zürich, 1975.
- [WallS89] Waller, H.; Schmidt, R.: Schwingungslehre für Ingenieure: Theorie, Simulation, Anwendungen. Mannheim/Wien/Zürich, BI-Wissenschaftsverlag, 1989.
- [Wang98] Wang, H.: Feedback Stabilization of Bilinear Control Systems. In: SIAM Journal on Control and Optimization. Vol. 36, Nr. 5, 1998, pp. 1669-1684.
- [Winsl49] Winslow, W.M.: Induced Fibration of Suspensions. In: Journal of Applied Physics, Vol. 20, 1949, pp. 1137-1140.
- [WuSoo96] Wu, Z.; Soong, T.T.: Modified Bang-Bang Control Law for Structural Control Implementation. In: Journal of Engineering Mechanics, Vol. 8, No. 122, August, 1996, pp. 771-777.
- [WuSoo96a] Wu, Z.; Soong, T.T.: Modified Bang-Bang Control Law for Structural Control Implementation. In: Eleventh World Conference on Earthquake Engineering. Acapulco, Mexico, June 23-28, 1996.
- [YanAG87] Yang, J.N.; Akbarpour, A.; Ghaemmaghami, P.: New Optimal Control Algorithms for Structural Control. In: Journal of Engineering Mechanics. Vol. 113, No. 9, September, 1987, pp. 1369-1386.
- [YiDCC99a] Yi, F.; Dyke, S.J.; Caicedo, J.M.; Carlson, J.D.: Seismic Response Control Using Smart Dampers. In: Proceedings of the American Control Conference. San Diego, California, June 1999, pp. 1022-1026.
- [YiDCC99b] Yi, F.; Dyke, S.J.; Caicedo, J.M.; Carlson, J.D.: Experimental Verification of Multi-Input Seismic Control Strategies for Smart Dampers. In: Journal of Engineering Mechanics, 1999, eingereicht, pp. 1-20.
- [YiDFC98] Yi, F.; Dyke, S.J.; Frech, S.; Carlson, J.D.: Investigation of Magnetorheological Dampers for Earthquake Hazard Mitigation. In: Proceedings of the Second World Conference on Structural Control, Kyoto, Japan, June 29 - July 2, 1998.
- [YueBH89] Yue, C.; Butsuen, T.; Hedrick, J.K.: Alternative Control Laws for Automotive Active Suspensions. In: Journal of Dynamic Systems Measurement & Control-Transactions of the ASME, Vol. 111, No. 2, June 1989, pp. 286-291.

# Anhang

## A Simulationsmodelle

Für die Simulationen in Kapitel 8 wurden verschiedene Systeme: Ein- und Zwei-Massen-Schwinger untersucht. Die Differentialgleichungen und die dazugehörigen Zustandsraumdarstellungen werden im folgenden angegeben. Dabei werden grundsätzlich immer *lineare*

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}F_D(t) + \mathbf{E}f(t) + \mathbf{F}\dot{f}(t) \quad (\text{A.1})$$

und *bilineare* Modelle

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{N}\mathbf{z}(t)d(t) + \mathbf{E}f(t) + \mathbf{F}\dot{f}(t) \quad (\text{A.2})$$

für jeden  $n$ -Massen-Schwinger angegeben.

Für das Intervall der möglichen Dämpfungswerte der semi-aktiven bilinearen Systeme gilt immer

$$d_{\min} \leq d(t) \leq d_{\max} . \quad (\text{A.3})$$

### A.1 Ein-Massen-Schwinger

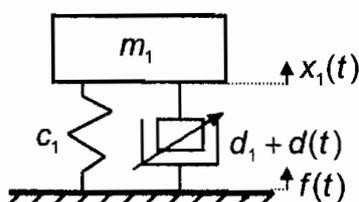


Abbildung A.1.1: Ein-Massen-Schwinger

Die Differentialgleichung eines Ein-Massen-Schwingers mit einem Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik zwischen der Masse und dem Boden lautet

$$m_1 \ddot{x}_1 + (d_1 + d(t)) \dot{x}_1 + c_1 x_1 = (d_1 + d(t)) \dot{f} + c_1 f . \quad (\text{A.1.1})$$

Im Zustandsraum ergibt sich bei einer *linearen* Betrachtung

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{c_1}{m_1} & \frac{d_1}{m_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \frac{1}{m_1} F_D(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_1}{m_1} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{d_1}{m_1} \end{bmatrix} \dot{f} \quad (\text{A.1.2})$$

Für die Dämpferkraft  $F_D(t)$  muß

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_D(t) \leq (z_2 - \dot{f})d_{\max} && \text{wenn } (z_2 - \dot{f}) > 0 \\ (z_2 - \dot{f})d_{\max} &\leq F_D(t) \leq 0 && \text{wenn } (z_2 - \dot{f}) < 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1.3})$$

gelten, da die Dämpfungskraft, wie bereits mehrfach erwähnt, dynamisch beschränkt ist.

Bei *bilinear*er Betrachtung ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{c_1}{m_1} & \frac{d_1}{m_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{1}{m_1} \dot{f} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_1}{m_1} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{d_1}{m_1} \end{bmatrix} \dot{f}. \quad (\text{A.1.4})$$

## A.2 Zwei-Massen-Schwinger

### A.2.1 Dämpfer unten

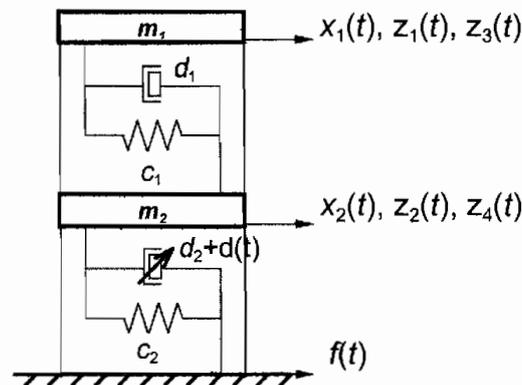


Abbildung A.2.1: Zwei-Massenschwinger mit variablem Dämpfer (unten)

Die Differentialgleichungen eines Zwei-Massen-Schwingers mit einem Dämpfer mit variabler Dämpfungscharakteristik zwischen der unteren Masse und dem Boden lauten

$$m_1 \ddot{x}_1 + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_1(x_1 - x_2) = 0 \quad (\text{A.2.1})$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + (d_2 + d(t))\dot{x}_2 + c_2 x_2 - d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c_1(x_1 - x_2) = (d_2 + d(t))\dot{f} + c_2 f. \quad (\text{A.2.2})$$

Im Zustandsraum ergibt sich bei einer *linearen* Betrachtung

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & -\frac{d_1}{m_1} & \frac{d_1}{m_1} \\ \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1 - c_2}{m_2} & \frac{d_1}{m_2} & -\frac{d_1 - d_2}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} F_D(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{d_2}{m_2} \end{bmatrix} \dot{f} \quad (\text{A.2.3})$$

Für die Dämpferkraft  $F_D(t)$  muß

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_D(t) \leq (z_4 - \dot{f})d_{\max} && \text{wenn } (z_4 - \dot{f}) > 0 \\ (z_4 - \dot{f})d_{\max} &\leq F_D(t) \leq 0 && \text{wenn } (z_4 - \dot{f}) < 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2.4})$$

gelten, da die Dämpfungskraft, wie bereits mehrfach erwähnt, dynamisch beschränkt ist.

Bei *bilinear*er Betrachtung ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & -\frac{d_1}{m_1} & \frac{d_1}{m_1} \\ \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1 - c_2}{m_2} & \frac{d_1}{m_2} & -\frac{d_1 - d_2}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ & & & \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \dot{f} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{d_2}{m_2} \end{bmatrix} \dot{f} \quad (\text{A.2.5})$$

und mit  $u_d(t) = d(t)$  folgt

$$\dot{z}(t) = \mathbf{A}z(t) + \mathbf{N}z(t)u_d(t) + \mathbf{g}\dot{f}(t)u_d(t) + \mathbf{e}f(t) + \mathbf{f}\dot{f}(t). \quad (\text{A.2.6})$$

## A.2.2 Dämpfer oben

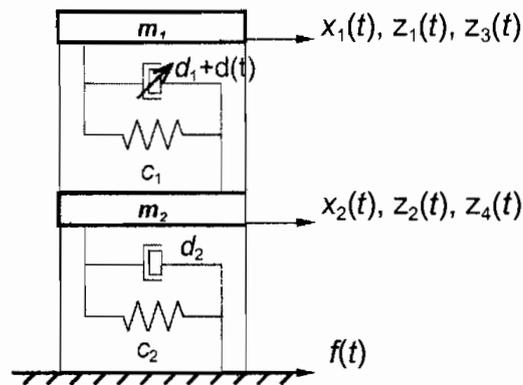


Abbildung A.2.2: Zwei-Massen-Schwinger mit variablem Dämpfer (oben)

Im Zustandsraum ergibt sich bei einer *linearen* Betrachtung

$$m_1 \ddot{x}_1 + (d_1 + d(t))(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_1(x_1 - x_2) = 0 \quad (\text{A.2.7})$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + d_2 \dot{x}_2 + c_2 x_2 - (d_1 + d(t))(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c_1(x_1 - x_2) = d_2 \dot{f} + c_2 f \quad (\text{A.2.8})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & -\frac{d_1}{m_1} & \frac{d_1}{m_1} \\ \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1 - c_2}{m_2} & \frac{d_1}{m_2} & -\frac{d_1 - d_2}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{F_D(t)}{m_1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{d_2}{m_2} \end{bmatrix} \dot{f} \quad (\text{A.2.9})$$

Für die Dämpferkraft  $F_D(t)$  muß

$$\begin{aligned} 0 &\leq F_D(t) \leq (z_2 - z_4) d_{\max} && \text{wenn } (z_2 - z_4) > 0 \\ (z_2 - z_4) d_{\max} &\leq F_D(t) \leq 0 && \text{wenn } (z_2 - z_4) < 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2.10})$$

gelten, da die Dämpfungskraft, wie bereits mehrfach erwähnt, dynamisch beschränkt ist.

Bei *bilinear*er Betrachtung ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_1}{m_1} & \frac{c_1}{m_1} & -\frac{d_1}{m_1} & \frac{d_1}{m_1} \\ \frac{c_1}{m_2} & -\frac{c_1 - c_2}{m_2} & \frac{d_1}{m_2} & -\frac{d_1 - d_2}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{d_2}{m_2} \end{bmatrix} \dot{f} \quad (\text{A.2.11})$$

und mit  $u_d(t) = d(t)$  folgt

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{Az}(t) + \mathbf{Nz}(t)u_d(t) + \mathbf{ef}(t) + \mathbf{f}\dot{f}(t). \quad (\text{A.2.12})$$

### A.2.3 Simulationsparameter

Zur Simulation der Zwei-Massen-Schwinger werden die nachfolgenden Parameter benutzt:

Einzelmassen	$m_1 = m_2 = 1,5 \text{ kg}$
Steifigkeiten	$c_1 = c_2 = 1500 \text{ N/m}$
Dämpfungswerte	$d_1 = d_2 = 9.4868 \text{ Ns/m}$
max. Dämpfungsänderung	$\Delta d_1 = \Delta d_2 = 47.4342 \text{ Ns/m}$
Bewertung der Beschl.	$Q = 1$
Bewertung der Verschiebung	$\rho_1 = 1000$

## B Algorithmen

### B.1 Direkte Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung durch Diagonalisieren

Zur Lösung der Matrix-Riccati Gleichung bieten sich eine ganze Reihe von Verfahren an. In [Unbeh93b] findet sich eine Übersicht über die gängigsten Verfahren: direkte Integration, Verfahren von Kalman-Englar, Newton-Raphson Methode, Verfahren von Kleinman, sukzessive Verfahren für diskrete Systeme, Eigenwert-Eigenvektor Verfahren und die Methode der direkten Lösung der Matrix-Riccati Gleichung durch Diagonalisierung.

Von diesen Verfahren wurde die direkte Lösung der Matrix-Riccati Gleichung durch Diagonalisieren in dieser Arbeit verwendet, siehe [Unbeh93b]:

Das Verfahren kann sowohl für algebraische Matrix-Riccati-Gleichungen, als auch für Matrix-Riccati-Differentialgleichungen gleichermaßen angewendet werden. Die einzige Voraussetzung ist, daß die Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  konstante Koeffizienten besitzt.

Ausgehend vom kanonischen Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) \\ \dot{\mathbf{p}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T \\ \mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.1})$$

wird die Matrix

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{E} \\ \mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.2})$$

mit

$$\mathbf{E} = \mathbf{b}r^{-1}\mathbf{b}^T \quad (\text{B.1.3})$$

gebildet und es ergibt sich

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) \\ \dot{\mathbf{p}}(t) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{z}}. \quad (\text{B.1.4})$$

Da die Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$  die Dimension  $2n \times 2n$  besitzt, liefert die Determinante ein Polynom in  $s^2$ . Daraus folgt, daß wenn  $\lambda_i$  ein Eigenwert ist, dann ist auch  $-\lambda_i$  ein Eigenwert.

Sind alle Eigenwerte verschieden, so kann  $\tilde{\mathbf{A}}$  mit der Transformation

$$\mathbf{Tz}' = \tilde{\mathbf{z}} \quad (\text{B.1.5})$$

auf Diagonalform gebracht werden.  $\mathbf{T}$  ist die Matrix der Eigenvektoren von  $\tilde{\mathbf{A}}$  und es gilt

$$\mathbf{z}'(t) = \mathbf{T}^{-1} \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{T} \mathbf{z}'(t) = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}'_1(t) \\ \mathbf{z}'_2(t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.6})$$

mit der Diagonalmatrix

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_n \end{bmatrix} \text{ und } \text{Re}(\lambda_i) > 0. \quad (\text{B.1.7})$$

Dabei ist  $\mathbf{T}$  eine  $2n \times 2n$  Matrix der Form

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & -\mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1.8})$$

Aus Gl. (B.1.5) folgt mit Gl. (B.1.4)

$$\mathbf{z}'(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}'_1(t) \\ \mathbf{z}'_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & -\mathbf{V}_{12} \\ -\mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{p}(t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1.9})$$

Damit folgt für  $\mathbf{z}'_1(t)$  mit dem Ansatz  $\mathbf{p}(t) = -\mathbf{Pz}(t)$  als Lösung

$$\mathbf{z}'_1(t) = \mathbf{V}_{11} \mathbf{z}(t) - \mathbf{V}_{12} \mathbf{p}(t) = (\mathbf{V}_{11} + \mathbf{V}_{12} \mathbf{P}) \mathbf{z}(t). \quad (\text{B.1.10})$$

Außerdem gilt für die Lösung

$$\mathbf{z}'_1(t) = \mathbf{e}^{\Lambda t} \mathbf{z}'_1(0). \quad (\text{B.1.11})$$

Da  $\text{Re}(\lambda_i) > 0$  geht  $\mathbf{z}'_1(t \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$ , es sei denn, daß  $\mathbf{z}'_1(0) = \mathbf{0}$ . Nach Gl. (B.1.10) ist dies für  $\mathbf{z}(0) \neq \mathbf{0}$  nur möglich, wenn

$$\mathbf{V}_{11} + \mathbf{V}_{12} \mathbf{P} = \mathbf{0}. \quad (\text{B.1.12})$$

Also folgt als Lösung zur Bestimmung von

$$\mathbf{P} = -\mathbf{V}_{12}^{-1} \mathbf{V}_{11} \quad (\text{B.1.13})$$

oder äquivalent wegen Gl. (B.1.8)

$$\mathbf{P} = -\mathbf{T}_{22} \mathbf{T}_{12}^{-1}. \quad (\text{B.1.14})$$

Die Lösung der Matrix-Riccati Gleichung beschränkt sich so auf die Bestimmung der positiven Eigenwerte  $\lambda_i > 0$  von  $\tilde{\mathbf{A}}$  und den dazugehörigen Eigenwerten zur Aufstellung von  $\mathbf{T}_{22}$  und  $\mathbf{T}_{12}$ .

## B.2 Herleitung des Gütefunktional mit Kreuztermen

Quadratische Gütefunktionale mit Kreuztermen, die die Zustandsgrößen  $\mathbf{z}(t)$  und die Stellgrößen  $\mathbf{u}(t)$  gleichzeitig bewerten

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{M} \mathbf{z}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t) dt, \quad (\text{B.2.1})$$

sind für den Entwurf eines optimalen Zustandsreglers nur schwer faßbar. Sie lassen sich jedoch durch eine Transformation auf Gütefunktionale ohne Kreuzterme

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}(t)^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{u}}(t)^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(t) dt \quad (\text{B.2.2})$$

zurückführen.

Zur Lösung dieses Problems schlägt [Unbeh93c] eine quadratische Ergänzung vor, die hier mit  $\frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z}$  gebildet wird.

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} - \left( \frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{M} \mathbf{z} + \left( \frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) dt \quad (\text{B.2.3})$$

Die quadratische Ergänzung wird mit den letzten drei Termen des Integranden durchgeführt.

$$J = \int_0^{\infty} \left( \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} - \frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{M} \mathbf{z} + \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{u} + \left( \frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) dt \quad (\text{B.2.4})$$

Nach der Aufspaltung des gemischten Glieds entsteht durch Ausklammern zunächst

$$J = \int_0^{\infty} \left( \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} - \frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \left( \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) + \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \left( \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) dt. \quad (\text{B.2.5})$$

Weiteres Ausklammern liefert wiederum einen Produktterm

$$J = \int_0^{\infty} \left( \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} - \frac{1}{4} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) + \left( \mathbf{u}^T + \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \right) \mathbf{R} \left( \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right) dt, \quad (\text{B.2.6})$$

der durch Transponierung erneut in eine quadratische Form

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}^T \left[ \mathbf{Q} - \frac{1}{4} \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \right] \mathbf{z} + \left[ \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right]^T \mathbf{R} \left[ \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \right] dt \quad (\text{B.2.7})$$

übertragen werden kann.

Zur Berechnung des optimalen Zustandsreglers werden zunächst die Abkürzungen

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} - \frac{1}{4} \mathbf{M}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \quad (\text{B.2.8})$$

und

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{z} \quad (\text{B.2.9})$$

eingeführt und es ergibt sich das Gütefunktional aus Gl. (B.2.2). Notwendige Bedingung für den weiteren Entwurf ist, daß  $\tilde{\mathbf{Q}}$  semi-definit gewählt werden kann.

Mit Gl. (B.2.9) folgt als transformierte Zustandsraumdarstellung und damit als Nebenbedingung der Optimierung

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{z} + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}} \quad (\text{B.2.10})$$

mit

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} - \frac{1}{2} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{M}. \quad (\text{B.2.11})$$

Nach dieser Transformation in ein quadratisches Gütefunktional kann wie gewohnt die Hamilton-Funktion

$$H = - \left[ \mathbf{z}(t)^T \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{u}}(t)^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(t) \right] + \mathbf{p}^T \left[ \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{z} + \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}} \right] \quad (\text{B.2.12})$$

aufgestellt werden. Die kanonischen Gleichungssysteme ergeben sich durch Ableitung derselben zu

$$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = H_{\tilde{\mathbf{u}}} = -\mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{B}^T \mathbf{p} = \mathbf{0}, \quad (\text{B.2.13})$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{H}_z = \dot{\mathbf{p}} = -\tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{p} \quad (\text{B.2.14})$$

und

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{H}_p = \dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (\text{B.2.15})$$

Mit der Ansatzfunktion

$$\mathbf{p} = -\mathbf{P}\mathbf{z} \quad (\text{B.2.16})$$

folgt für die transformierten Eingangsgrößen

$$\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \mathbf{P}\mathbf{z}. \quad (\text{B.2.17})$$

Die Lösung  $\mathbf{P}$  der algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung

$$\tilde{\mathbf{Q}} + \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (\text{B.2.18})$$

für das transformierte System liefert zusammen mit Gl. (B.2.9) schließlich den Zustandsregler des Ursprungssystems

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{B}^T \mathbf{P} + \frac{1}{2}\mathbf{M}\right)\mathbf{z}(t). \quad (\text{B.2.19})$$

### Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

- Nr. 1      Theodor Lehmann:  
Große elasto-plastische Formänderungen (Dezember 1976)
- Nr. 2      Bogdan Raniecki/Klaus Thermann:  
Infinitesimal Thermoplasticity and Kinematics of Finite Elastic-Plastic Deformations. Basic Concepts (Juni 1978)
- Nr. 3      Wolfgang Krings:  
Beitrag zur Finiten Element Methode bei linearem, viskoelastischem Stoffverhalten  
Stoffverhalten (Januar 1976)
- Nr. 4      Burkhard Lücke:  
Theoretische und experimentelle Untersuchungen der zyklischen elastoplastischen  
Blechbiegung bei endlichen Verzerrungen (Januar 1976)
- Nr. 5      Knut Schwarze:  
Einfluß von Querschnittsverformungen bei dünnwandigen Stäben mit stetig gekrümmter  
Profilmittellinie (Februar 1976)
- Nr. 6      Hubert Sommer:  
Ein Beitrag zur Theorie des ebenen elastischen Verzerrungszustandes bei endlichen  
Formänderungen (Januar 1977)
- Nr. 7      H. Stumpf/F. J. Biehl:  
Die Methode der orthogonalen Projektionen und ihre Anwendungen zur Berechnung  
orthotroper Platten (März 1977)
- Nr. 8      Albert Meyers:  
Ein Beitrag zum optimalen Entwurf von schnelllaufenden Zentrifugenschalen (April 1977)
- Nr. 9      Berend Fischer:  
Zur zyklischen, elastoplastischen Beanspruchungen eines dickwandigen Zylinders bei  
endlichen Verzerrungen (April 1977)
- Nr. 10     Wojciech Pietraszkiewicz:  
Introduction to the Non-Linear Theory of Shells (Mai 1977)
- Nr. 11     Wilfried Ullenboom:  
Optimierung von Stäben unter nichtperiodischer dynamischer Belastung (Juni 1977)
- Nr. 12     Jürgen Güldenpfennig:  
Anwendung eines Modells der Vielkristallplastizität auf ein Problem gekoppelter  
elastoplastischer Wellen (Juli 1977)
- Nr. 13     Pawel Rafalski:  
Minimum Principles in Plasticity (März 1978)
- Nr. 14     Peter Hilgers:  
Der Einsatz eines Mikrorechners zur hybriden Optimierung und Schwingungsanalyse (Juli  
1978)
- Nr. 15     Hans-Albert Lauert:  
Optimierung von Stäben unter dynamischer periodischer Beanspruchung bei Beachtung  
von Spannungsrestriktionen (August 1979)
- Nr. 16     Martin Fritz:  
Berechnung der Auflagerkräfte und der Muskelkräfte des Menschen bei ebenen  
Bewegungen aufgrund von kinematographischen Aufnahmen (Juli 1979)

- Nr. 17 H. Stumpf/F. J. Biehl:  
Approximations and Error Estimates in Eigenvalue Problems of Elastic Systems with Application to Eigenvibrations of Orthotropic Plates (Dezember 1979)
- Nr. 18 Uwe Kohlberg:  
Variational Principles and their Numerical Application to Geometrically Nonlinear v. Karman Plates (Juli 1979)
- Nr. 19 Heinz Antes:  
Über Fehler und Möglichkeiten ihrer Abschätzung bei numerischen Berechnungen von Schalenträgwerken (Januar 1980)
- Nr. 20 Czeslaw Wozniak:  
Large Deformations of Elastic and Non-Elastic Plates, Shells and Rods (März 1980)
- Nr. 21 Maria K. Duszek:  
Problems of Geometrically Non-Linear Theory of Plasticity (Juni 1980)
- Nr. 22 Burkhard von Bredow:  
Optimierung von Stäben unter stochastischer Erregung (Dezember 1980)
- Nr. 23 Jürgen Preuss:  
Optimaler Entwurf von Tragwerken mit Hilfe der Mehrzielmethode (Februar 1981)
- Nr. 24 Ekkehard Großmann:  
Kovarianzanalyse mechanischer Zufallsschwingungen bei Darstellung der mehrfachkorrelierten Erregungen durch stochastische Differentialgleichungen (Februar 1981)
- Nr. 25 Dieter Weichert:  
Variational Formulation and Solution of Boundary-Value Problems in the Theory of Plasticity and Application to Plate Problems (März 1981)
- Nr. 26 Wojciech Pietraszkiewicz:  
On Consistent Approximations in the Geometrically Non-Linear Theory of Shells (Juni 1981)
- Nr. 27 Georg Zander:  
Zur Bestimmung von Verzweigungslasten dünnwandiger Kreiszyylinder unter kombinierter Längs- und Torsionslast (September 1981)
- Nr. 28 Pawel Rafalski:  
An Alternative Approach to the Elastic-Viscoplastic Initial-Boundary Value Problem (September 1981)
- Nr. 29 Heinrich Oeynhausen:  
Verzweigungslasten elastoplastisch deformierter, dickwandiger Kreiszyylinder unter Innendruck und Axialkraft (November 1981)
- Nr. 30 F.-J. Biehl:  
Zweiseitige Eingrenzung von Feldgrößen beim einseitigen Kontaktproblem (Dezember 1981)
- Nr. 31 Maria K. Duszek:  
Foundations of the Non-Linear Plastic Shell Theory (Juni 1982)
- Nr. 32 Reinhard Piltner:  
Spezielle finite Elemente mit Löchern, Ecken und Rissen unter Verwendung von analytischen Teillösungen (Juli 1982)

- Nr. 33 Petrisor Mazilu:  
Variationsprinzipie der Thermoplastizität  
I. Wärmeausbreitung und Plastizität (Dezember 1982)
- Nr. 34 Helmut Stumpf:  
Unified Operator Description, Nonlinear Buckling and Post-Buckling Analysis of Thin Elastic Shells (Dezember 1982)
- Nr. 35 Bernd Kaempf:  
Ein Exremal-Variationsprinzip für die instationäre Wärmeleitung mit einer Anwendung auf thermoelastische Probleme unter Verwendung der finiten Elemente (März 1983)
- Nr. 36 Alfred Kraft:  
Zum methodischen Entwurf mechanischer Systeme im Hinblick auf optimales Schwingungsverhalten (Juli 1983)
- Nr. 37 Petrisor Mazilu:  
Variationsprinzipie der Thermoplastizität  
II. Gekoppelte thermomechanische Prozesse (August 1983)
- Nr. 38 Klaus-Detlef Micklej:  
Punktweise Eingrenzung von Feldgrößen in der Elastomechanik und ihre numerische Realisierung mit Fundamental-Splinefunktionen (November 1983)
- Nr. 39 Lutz-Peter Nolte:  
Beitrag zur Herleitung und vergleichende Untersuchung geometrisch nichtlinearer Schalentheorien unter Berücksichtigung großer Rotationen (Dezember 1983)
- Nr. 40 Ulrich Blix:  
Zur Berechnung der Einschnürung von Zugstäben unter Berücksichtigung thermischer Einflüsse mit Hilfe der Finite-Element-Methode (Dezember 1983)
- Nr. 41 Peter Becker:  
Zur Berechnung von Schallfeldern mit Elementmethoden (Februar 1984)
- Nr. 42 Diemar Bouchard:  
Entwicklung und Anwendung eines an die Diskrete-Fourier-Transformation angepaßten direkten Algorithmus zur Bestimmung der modalen Parameter linearer Schwingungssysteme (Februar 1984)
- Nr. 43 Uwe Zdebel:  
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu einem thermo-plastischen Stoffgesetz (Dezember 1984)
- Nr. 44 Jan Kubik:  
Thermodiffusion Flows in a Solid with a Dominant Constituent (April 1985)
- Nr.45 Horst J. Klepp:  
Über die Gleichgewichtslagen und Gleichgewichtsbereiche nichtlinearer autonomer Systeme (Juni 1985)
- Nr. 46 J. Makowsky/L.-P. Nolte/H. Stumpf:  
Finite In-Plane Deformations of Flexible Rods - Insight into Nonlinear Shell Problems (Juli 1985)
- Nr. 47 Franz Karl Labisch:  
Grundlagen einer Analyse mehrdeutiger Lösungen nichtlinearer Randwertprobleme der Elastostatik mit Hilfe von Variationsverfahren (August 1985)
- Nr. 48 J. Chroscielewski/L.-P. Nolte:  
Strategien zur Lösung nichtlinearer Probleme der Strukturmechanik und ihre modulare Aufbereitung im Konzept MESY (Oktober 1985)

- Nr. 49 Karl-Heinz Bürger:  
Gewichtsoptimierung rotationssymmetrischer Platten unter instationärer Erregung  
(Dezember 1985)
- Nr. 50 Ulrich Schmid:  
Zur Berechnung des plastischen Setzens von Schraubenfedern (Februar 1987)
- Nr. 51 Jörg Frischbier:  
Theorie der Stoßbelastung ortotroper Platten und ihr experimentelle Überprüfung am  
Beispiel einer unidirektional verstärkten CFK-Verbundplatte (März 1987)
- Nr. 52 W. Tampczynski:  
Strain history effect in cyclic plasticity (Juli 1987)
- Nr. 53 Dieter Weichert:  
Zum Problem geometrischer Nichtlinearitäten in der Plastizitätstheorie (Dezember 1987)
- Nr. 54 Heinz Antes/Thomas Meise/Thomas Wiebe:  
Wellenausbreitung in akustischen Medien  
Randelement-Prozeduren im 2-D Frequenzraum und im 3-D Zeitbereich (Januar 1988)
- Nr. 55 Wojciech Pietraszkiewicz:  
Geometrically non-linear theories of thin elastic shells (März 1988)
- Nr. 56 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:  
Finite strain theory of rods (April 1988)
- Nr. 57 Andreas Pape:  
Zur Beschreibung des transienten und stationären Verfestigungsverhaltens von Stahl mit  
Hilfe eines nichtlinearen Grenzflächenmodells (Mai 1988)
- Nr. 58 Johannes Groß-Weege:  
Zum Einspielverhalten von Flächentragwerken (Juni 1988)
- Nr. 59 Peihua LIU:  
Optimierung von Kreisplatten unter dynamischer nicht rotationssymmetrischer Last (Juli  
1988)
- Nr. 60 Reinhard Schmidt:  
Die Anwendung von Zustandsbeobachtern zur Schwingungsüberwachung und  
Schadensfrüherkennung auf mechanische Konstruktionen (August 1988)
- Nr. 61 Martin Pitzer:  
Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes (Juli  
1988)
- Nr. 62 Jerzy Makowski/Helmut Stumpf:  
Geometric structure of fully nonlinear and linearized Cosserat type shell theory (Dezember  
1988)
- Nr. 63 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1988 (Januar 1989)
- Nr. 64 Khanh Chau Le/Helmut Stumpf/Dieter Weichert:  
Variational principles of fracture mechanics (Juli 1989)
- Nr. 65 Guido Obermüller:  
Ein Beitrag zur Strukturoptimierung unter stochastischen Lasten (Juni 1989)

- Nr. 66 Herbert Diehl:  
Ein Materialmodell zur Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe unter besonderer Berücksichtigung der Schädigung durch Scherbänder (Juni 1989)
- Nr. 67 Michael Geis:  
Zur Berechnung ebener, elastodynamischer Rißprobleme mit der Randelementmethode (November 1989)
- Nr. 68 Günter Renker:  
Zur Identifikation nichtlinearer strukturmechanischer Systeme (November 1989)
- Nr. 69 Berthold Schieck:  
Große elastische Dehnungen in Schalen aus hyperelastischen inkompressiblen Materialien (November 1989)
- Nr. 70 Frank Szepan:  
Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung (Dezember 1989)
- Nr. 71 Christian Scholz:  
Ein Beitrag zur Gestaltoptimierung druckbelasteter Rotationsschalen (Dezember 1989)
- Nr. 72 J. Badur/H. Stumpf:  
On the influence of E. and F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory (Dezember 1989)
- Nr. 73 Werner Fornefeld:  
Zur Parameteridentifikation und Berechnung von Hochgeschwindigkeitsdeformationen metallischer Werkstoffe anhand eines Kontinuums-Damage-Modells (Januar 1990)
- Nr. 74 J. Sączuk/H. Stumpf:  
On statical shakedown theorems for non-linear problems (April 1990)
- Nr. 75 Andreas Feldmüller:  
Ein thermoplastisches Stoffgesetz isotrop geschädigter Kontinua (April 1991)
- Nr. 76 Ulfert Rott:  
Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen (April 1991)
- Nr. 77 Thomas Heinrich Pingel:  
Beitrag zur Herleitung und numerischen Realisierung eines mathematischen Modells der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1991)
- Nr. 78 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1991 (Dezember 1991)
- Nr. 79 J. Makowski/J. Chrosielewski/H. Stumpf:  
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation  
Part I: Theoretical Foundations
- Nr. 80 J. Chrosielewski/J. Makowski/H. Stumpf:  
Computational Analysis of Shells Undergoing Large Elastic Deformation  
Part II: Finite Element Implementation
- Nr. 81 R. H. Frania/H. Waller:  
Entwicklung und Anwendung spezieller finiter Elemente für Kerbspannungsprobleme im Maschinenebau (Mai 1992)
- Nr. 82 B. Bischoff-Beiermann:  
Zur selbstkonsistenten Berechnung von Eigenspannungen in polykristallinem Eis unter Berücksichtigung der Monokristallanisotropie (Juli 1992)

- Nr. 83 J. Pohé:  
Ein Beitrag zur Stoffgesetzentwicklung für polykristallines Eis (Februar 1993)
- Nr. 84 U. Kikillus:  
Ein Beitrag zum zyklischen Kriechverhalten von Ck 15 (Mai 1993)
- Nr. 85 T. Guo:  
Untersuchung des singulären Rißspitzenfeldes bei stationärem Rißwachstum in verfestigendem Material (Juni 1993)
- Nr. 86 Achim Menne:  
Identifikation der dynamischen Eigenschaften von hydrodynamischen Wandlern (Januar 1994)
- Nr. 87 Uwe Folchert:  
Identifikation der dynamischen Eigenschaften Hydrodynamischer Kopplungen (Januar 1994)
- Nr. 88 Jörg Körber:  
Ein verallgemeinertes Finite-Element-Verfahren mit asymptotischer Stabilisierung angewendet auf viskoplastische Materialmodelle (April 1994)
- Nr. 89 Peer Schieße:  
ein Beitrag zur Berechnung des Deformationsverhaltens anisotrop geschädigter Kontinua unter Berücksichtigung der thermoplastischen Kopplung (April 1994)
- Nr. 90 Egbert Schopphoff:  
Dreidimensionale mechanische Analyse der menschlichen Wirbelsäule (Juli 1994)
- Nr. 91 Christoph Beerens:  
Zur Modellierung nichtlinearer Dämpfungsphänomene in der Strukturmechanik (Juli 1994)
- Nr. 92 K. C. Le/H. Stumpf:  
Finite elastoplasticity with microstructure (November 1994)
- Nr. 93 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen - Bad Honnef 1994 (Dezember 1994)
- Nr. 94 Armin Lenzen:  
Untersuchung von dynamischen Systemen mit der Singulärwertzerlegung - Erfassung von Strukturveränderungen (Dezember 1994)
- Nr. 95 J. Makowski/H. Stumpf:  
Mechanics of Irregular Shell Structures (Dezember 1994)
- Nr. 96 J. Chroscielewski/J. Makowski/H. Stumpf:  
Finite Elements for Irregular Nonlinear Shells (Dezember 1994)
- Nr. 97 W. Krings/A. Lenzen/u. a.:  
Festschrift zum 60. Geburtstag von Heinz Waller (Februar 1995)
- Nr. 98 Ralf Podleschny:  
Untersuchung zum Instabilitätsverhalten scherbeanspruchter Risse (April 1995)
- Nr. 99 Bernd Westerhoff:  
Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl (Juli 1995)
- Nr. 100 Marc Mittelbach:  
Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell (Dezember 1995)

- Nr. 101 Ulrich Hoppe:  
Über grundlegende Konzepte der nichtlinearen Kontinuumsmechanik und Schalentheorie  
(Mai 1996)
- Nr. 102 Marcus Otto:  
Erweiterung des Kaustikenverfahrens zur Analyse räumlicher Spannungskonzentrationen  
(Juni 1996)
- Nr. 103 Horst Lanzerath:  
Zur Modalanalyse unter Verwendung der Randelementemethode  
(Juli 1996)
- Nr. 104 Andreas Wichtmann  
Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der  
Reckalterung (August 1996)
- Nr. 105 Bjarne Fosså  
Ein Beitrag zur Fließflächenmessung bei vorgedehnten Stoffen (Oktober 1996)
- Nr. 106 Khanh Cha Le:  
Kontinuumsmechanisches Modellieren von Medien mit veränderlicher Mikrostruktur  
(Dezember 1996)
- Nr. 107 Holger Behrens:  
Nichtlineare Modellierung und Identifikation hydrodynamischer Kupplungen mit allge-  
meinen diskreten Modellansätzen (Januar 1997)
- Nr. 108 Johannes Moosheimer:  
Gesteuerte Schwingungsdämpfung mit Elektrorheologischen Fluiden (Juli 1997)
- Nr. 109 Dirk Klaus Anding:  
Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze  
(Oktober 1997)
- Nr. 110 Stephan Weng:  
Ein Evolutionsmodell zur mechanischen Analyse biologischer Strukturen  
(Dezember 1997)
- Nr. 111 Michael Straßberger:  
Aktive Schallreduktion durch digitale Zustandsregelung der Strukturschwingungen mit  
Hilfe piezo-keramischer Aktoren (Dezember 1997)
- Nr. 112 Hans-Jörg Becker:  
Simulation des Deformationsverhaltens polykristallinen Eises auf der Basis eines  
monokristallinen Stoffgesetzes (Dezember 1997)
- Nr. 113 Thomas Nerzak:  
Modellierung und Simulation der Ausbreitung adiabatischer Scherbänder in metallischen  
Werkstoffen bei Hochgeschwindigkeitsdeformationen (Dezember 1997)
- Nr. 114 O. T. Bruhns:  
Große plastische Formänderungen (März 1998)
- Nr. 115 Jan Steinhausen:  
Die Beschreibung der Dynamik von Antriebssträngen durch Black-Box-Modelle  
hydrodynamischer Kupplungen (August 1998)
- Nr. 116 Thomas Pandorf:  
Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Kerbspitzenbeanspruchung bei  
schlagbelasteten Biegeproben (August 1998)

- Nr. 117 Claus Oberste-Brandenburg:  
Ein Materialmodell zur Beschreibung der Austenit-Martensit Phasentransformation unter Berücksichtigung der transformationsinduzierten Plastizität (Juni 1999)
- Nr. 118 Michael Märtens:  
Regelung mechanischer Strukturen mit Hilfe piezokeramischer Stapelaktoren (Dezember 1999)
- Nr. 119 Dirk Kamarys:  
Detektion von Systemveränderungen durch neue Identifikationsverfahren in der experimentellen Modalanalyse (Dezember 1999)
- Nr. 120 Wolfgang Hiese  
Gültigkeitskriterien zur Bestimmung von Scherbruchzähigkeiten (Januar 2000)
- Nr. 121 Peter Jaschke  
Mathematische Modellierung des Betriebsverhaltens hydrodynamischer Kupplungen mit hybriden Modellansätzen (Februar 2000)
- Nr. 122 Stefan Müller  
Zum Einsatz von semi-aktiven Aktoren zur optimalen Schwingungsreduktion in Tragwerken (Februar 2000)





**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik  
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM  
Nr. 122**