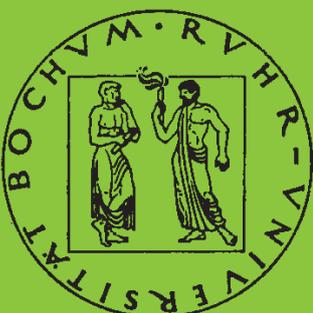


Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik

Henner Vogelsang

**Parameteridentifikation für ein
selbstkonsistentes Stoffmodell unter
Berücksichtigung von
Phasentransformationen**

Heft Nr. 129



RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

INSTITUT FÜR MECHANIK
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Henner Vogelsang

Parameteridentifikation für
ein selbstkonsistentes Stoffmodell
unter Berücksichtigung
von Phasentransformationen

MITTEILUNGEN AUS DEM INSTITUT FÜR MECHANIK NR. 129
DEZEMBER 2001

Herausgeber:
Institut für Mechanik
— Schriftenreihe —
Ruhr-Universität Bochum
D-44780 Bochum

ISBN 3-935892-04-7

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

©2001 Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum

Printed in Germany

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit liegt in der experimentellen und numerischen Bestimmung der Freiwerte einer kontinuumsmechanischen Modellierung, die das Verhalten von Materialien unter thermomechanischer Belastung und Umwandlung der Kristallstruktur beschreibt.

Hierzu werden die zugrunde liegenden Ergebnisse des Einschlussproblems von ESHELBY und der selbstkonsistenten Formulierung nach BUDIANSKI und WU bzw. KRÖNER aufbereitet und die Erweiterung von KAEMPF auf mehrphasige Systeme vorgestellt.

Die Ermittlung der Stoffgesetzparameter des modifizierten Gesamtmodells erfolgt aus geeigneten Versuchen an thermomechanisch belasteten Proben. Aus den Randbedingungen allgemeiner Prozessführungen werden die Anforderungen an das Prüfsystem abgeleitet und eine geeignete Versuchsanlage entwickelt.

Durch die Analyse der Stoffgesetzstruktur lassen sich grenzwertige Prozessführungen identifizieren, die eine versuchstechnische Entkopplung der in der Modellierung berücksichtigten maßgeblichen Phänomene gestatten. Die darauf aufbauenden Versuchsanläufe und die Ergebnisse der Messungen werden dargestellt.

Die Parameteridentifikation geschieht mit Hilfe eines evolutionären Algorithmus, der zur Steigerung der Effizienz um eine massive Parallelisierung erweitert wird. Ein Vergleich der Messungen mit den Simulationen bewertet die Qualität der Ergebnisse.

Summary

The aim of this work is the experimental and numerical identification of the parameters of a continuum-mechanical model which describes the behavior of materials under thermo-mechanical loading and phase transformations.

To this end, the underlying results of the inclusion problem of ESHELBY and the self-consistent formulations of BUDIANSKI & WU and KRÖNER respectively are recapitulated and the extension to KAEMPF's formulation for multi-phase materials is presented.

For the determination of the model parameters, experiments on thermo-mechanically loaded specimens are conducted. The requirements of the testing system for these experiments are obtained from the analysis of the boundary conditions of general processes. On the basis of these requirements, a suitable testing equipment is developed.

By analysing the structure of the constitutive equations, it is possible to design the experiments in such a way that the relevant phenomena are decoupled. The resulting test procedures and experimental results are presented.

From these results, the model parameters are subsequently determined by means of an evolutionary algorithm, which is expanded by massive parallel computing.

By comparing the tests with the simulations, the quality of the results is evaluated.

*So eine Arbeit wird eigentlich nie fertig,
man muß sie für fertig erklären,
wenn man nach Zeit und Umständen
das möglichste getan hat.*

J.W. Goethe, Italienische Reise, 16.3.1787

Il n'est pas de destin qui ne se surmonte par le mépris.

Albert Camus, Le Mythe de Sisyphe, 1943

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik der Ruhr-Universität Bochum und wurde von der dortigen Fakultät für Maschinenbau als Dissertation angenommen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. O.T. Bruhns für die Anregung zu dieser Arbeit sowie die Unterstützung bei ihrer Anfertigung. Herrn Prof. Dr.-Ing. F. Baumgart danke ich herzlich für die Übernahme des Koreferates.

Bei allen Mitarbeitern des Lehrstuhles für Technische Mechanik möchte ich mich für die freundliche Aufnahme, die gute Arbeitsatmosphäre und die Hilfsbereitschaft bedanken. Herrn Dr.-Ing. C. Oberste-Brandenburg und Herrn U. Böhme danke ich ganz besonders für die fachliche Diskussion.

Schließlich danke ich meiner Familie, die mir jederzeit den erforderlichen Freiraum gegeben hat. Ihr ist diese Arbeit gewidmet.

Bochum, im Dezember 2001

Henner Vogelsang

Referenten: Prof. Dr.-Ing. O. T. Bruhns
Prof. Dr.-Ing. F. Baumgart

Tag der Einreichung: 22. Oktober 2001

Tag der mündlichen Prüfung: 20. Dezember 2001

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Umwandlungen und Phasenkinetik	4
2.1	Diffusionsbestimmte Umwandlungen	6
2.2	Martensitische Umwandlung	8
3	Materialmodellierung	13
3.1	Kinematik und Kinetik	13
3.2	Das elastisch-plastische Basismodell	19
3.3	Das elastisch-viskoplastische INTERATOM-Modell	22
3.4	Das Einschlussproblem nach ESHELBY	26
3.5	Vielkristallplastizität nach BUDIANSKI und WU	31
3.6	Vielkristallplastizität nach KRÖNER	34
3.7	Das Stoffmodell von Kaempff	37
4	Versuchsaufbau	45
4.1	Erwärmung der Probe	45
4.2	Probenkühlung	49
4.3	Temperaturmessung	51
4.4	Temperaturregelung	56
4.5	Mechanische Belastung	59
4.6	Prüfkörper	61
4.7	Probenspannung	62
4.8	Messung der Dehnung	64
4.9	Gesamtsystem	68
5	Versuche	70
5.1	Austenit	71
5.1.1	Zugversuche bei 750 °C	72

5.1.2	Zugversuche bei 600 °C	73
5.1.3	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Austenit	77
5.2	Ferrit/Perlit	80
5.2.1	Zugversuche bei 650 °C	81
5.2.2	Zugversuche bei 300 °C	81
5.2.3	Zugversuche bei 25 °C	82
5.2.4	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Ferrit/Perlit	84
5.2.5	Transformatorische Volumendehnung Austenit→Ferrit/Perlit	85
5.2.6	Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Ferrit/Perlit	89
5.3	Bainit	92
5.3.1	Zugversuche bei 500 °C	93
5.3.2	Zugversuche bei 25 °C	93
5.3.3	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Bainit	94
5.3.4	Transformatorische Volumendehnung Austenit→Bainit	95
5.3.5	Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Bainit	96
5.4	Martensit	97
5.4.1	Zugversuche bei 300 °C	99
5.4.2	Zugversuche bei 25 °C	101
5.4.3	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Martensit	104
5.4.4	Transformatorische Volumendehnung Austenit→Martensit	105
5.4.5	Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Martensit	106
6	Parameteridentifikation	108
6.1	Direktes Problem	108
6.2	Inverses Problem	110
6.3	Optimierungsverfahren	110
6.4	Evolutionstrategie	112
6.5	Parallelisierung der Evolutionstrategie	115
6.6	Skalierung der Parameter	119
6.7	Ergebnisse der Parameteridentifikation	120
6.7.1	Austenit bei 750 °C	121
6.7.2	Austenit bei 600 °C	122
6.7.3	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Austenit	123

6.7.4	Ferrit/Perlit bei 650 °C	123
6.7.5	Ferrit/Perlit bei 300 °C	124
6.7.6	Ferrit/Perlit bei 25 °C	125
6.7.7	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Ferrit/Perlit	126
6.7.8	Bainit bei 500 °C	126
6.7.9	Bainit bei 25 °C	127
6.7.10	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Bainit	128
6.7.11	Martensit bei 300 °C	128
6.7.12	Martensit bei 25 °C	129
6.7.13	Martensit bei 25 °C (wärmebehandelt)	129
6.7.14	Wärmeausdehnungskoeffizienten von Martensit	130
6.8	Temperaturabhängigkeit der Parameter	131
6.9	Abschliessende Bemerkungen	133
7	Zusammenfassung und Ausblick	134
A	Linearisierung der Thermoelementenkennlinie	137
B	Differenzialgleichungssystem	138
C	Materialparameter	140
C.1	Austenit	141
C.2	Ferrit/Perlit	142
C.3	Bainit	143
C.4	Martensit	145
	Literaturverzeichnis	147

Abkürzungsverzeichnis

Allgemeine Bezeichnungen

\mathcal{K}	Körper
\mathcal{A}	Oberfläche
\mathcal{B}	Konfiguration
\mathcal{B}^0	Bezugskonfiguration
\mathcal{B}^*	spannungslose, inkompatible Zwischenkonfiguration
Γ	Menge der externen Zustandsgrößen
\mathcal{F}	(Geschichts-)Funktional
‘, ‘	Strategieparameter der Evolution
‘ + ‘	Strategieparameter der Evolution

Skalare

a	Parameter der diffusiven Umwandlung
a_i	Parameter der approximierenden Polynome für α
b	Parameter der diffusiven Umwandlung
b_i	Parameter der approximierenden Polynome für β
c	spezifische Wärmekapazität
c_1	Materialparameter (Viskoplastizität)
c_2	Materialparameter (Viskoplastizität)
c_3	Materialparameter (Viskoplastizität)
c_4	Materialparameter (Viskoplastizität)
c_5	Materialparameter (Viskoplastizität)
d_i	Polynomkoeffizient der Thermoelementenlinearisierung
da	infinitesimales, verformtes Flächenelement
dA	infinitesimales, unverformtes Flächenelement
f_{\max}	maximale Frequenz
f_{rel}	relativer Fehler
f_{rel}^{es}	relativer Fehler der Längsempfindlichkeit
Δl	Längenänderung
l_{PR}	Prüfraumhöhe
r	Wärmequelle
x_0, x_1	Konzentration
A	Konstante der Phasenkinetik (INOUE, TANAKA)
B	Konstante der Phasenkinetik (INOUE, TANAKA)
A_s	Austenitstarttemperatur
A_ξ	Konstante der Phasenkinetik (KAEMPF)
A_τ	Konstante der Phasenkinetik (KAEMPF)

$A_{(a \rightarrow x)}^{tp}$	Stoffgesetzparameter (TRIP) allgemein
$A_{(a \rightarrow x)}^{\epsilon}$	Stoffgesetzparameter (TRIP) für Dilatation beim Übergang $a \rightarrow x$
$A_{(a \rightarrow x)}^{\gamma}$	Stoffgesetzparameter (TRIP) für Scherung beim Übergang $a \rightarrow x$
$A_{(a \rightarrow x)}^{tr}$	Stoffgesetzparameter (übertragene Verfestigung)
$A_{(a \rightarrow x)}^{vtr}$	Stoffgesetzparameter (Volumendehnung)
E	Elastizitätsmodul
F_{\max}	maximale Kraft
G	Gleitmodul
G_{Aust}	Gibbs-Energie von Austenit
$\Delta G_{\text{Aust} \rightarrow \text{Mart}}$	Schwellwert der Gibbs-Energie für die Umwandlung
ΔG_{therm}	thermischer Anteil der Gibbs-Energie
ΔG_{mech}	mechanischer Anteil der Gibbs-Energie
I_1, I_{11}, I_{12}	Konstanten (ESHELBY)
I_1, I_2, I_3	erste, zweite und dritte Invariante des Spannungstensors
K	Anzahl der Rechenknoten
L_{α}	spezifische latente Wärme der Phase α
M_f	Martensitfinishtemperatur
M_{\max}	maximales Torsionsmoment
M_s	Martensitstarttemperatur
ΔM_s	spannungsinduzierte Abweichung von der Martensitstarttemperatur
N	Anzahl der Nachkommen
Q	Energieinhalt (Wärme)
T	Temperatur
\dot{T}_{shock}	Temperaturschockfestigkeit
T_{Adm}	Zeit für Administration und Kommunikation
T_K	Temperatur der Körperoberfläche
T_U	Umgebungstemperatur
T_Z	Zeit für den Zielfunktionsaufruf
U_{step}	Schrittspannung
U_{Th}	Thermospannung
U_{pp}^{\max}	maximale Peak-to-Peak-Spannung
α_{20}	mittlerer linearer Wärmeausdehnungskoeffizient (Bezugstemperatur 20 °C)
$\alpha_{A_{c3}}$	mittlerer linearer Wärmeausdehnungskoeffizient (Bezugstemperatur A_{c3})
β	differentieller linearer Wärmeausdehnungskoeffizient
γ	Viskositätsfaktor
$\gamma_{(a \rightarrow x)}$	spezifische Gleitung beim Übergang von $a \rightarrow x$
δ_N^g	Schrittweite
δ_{glob}^g	globale Schrittweite
$\epsilon_{(a \rightarrow x)}$	spezifische Volumenänderung beim Übergang von $a \rightarrow x$

$\varepsilon_{\max}^{mech}$	maximale mechanische Dehnung
$\varepsilon_{\max}^{therm}$	maximale thermische Dehnung
ζ_N	Einflussparameter der Schrittweitensteuerung
κ	isotrope Verfestigungsvariable
$\kappa_{(b)}$	isotrope Gesamtverfestigung der Phase b
$\kappa_{(b)}^{cp}$	Verfestigungsanteil der Phase b aus primärer Plastizität
$\kappa_{(b)}^{tr}$	Erinnerungsvermögen der Phase b
λ^{th}	Wärmeleitfähigkeit
λ_p	plastischer Multiplikator
λ	Lamésche Konstante
$\hat{\lambda}$	Anzahl der Kinder (Evolution)
μ	Lamésche Konstante
$\hat{\mu}$	Anzahl der Eltern (Evolution)
ν	Querkontraktionszahl
ξ_i	Phasenanteil der Phase i
ξ_i^{\max}	maximaler Phasenanteil der Phase i
ρ	Dichte
ρ^0	Dichte in der Ausgangskonfiguration
ρ_E	spezifischer lokaler elektrischer Widerstand
$\hat{\rho}$	Anzahl der bei der Fortpflanzung beteiligten Eltern
σ_0	initiale Fließspannung
σ_m	mittlere Spannung (Phasenkinetik)
σ_{Aust}^{ave}	gemittelte Spannung im Austenit (Phasenkinetik)
τ_u	Umwandlungszeit
φ	skalarwertiger Eshelbyoperator
ψ	skalare Konstante (Kröner)
Θ	Temperatur

Skalarwertige Funktionen

g	Verfestigungsfunktion
$g_{(x)}$	Verfestigungsfunktion der Phase x
$w(\Delta)$	Strukturgedächtnisfunktion
F	Fließbedingung
P_{α}^x	approximierendes Polynom für α der Phase x
P_{β}^x	approximierendes Polynom für β der Phase x
Λ	Überspannung
$\Lambda_{(x)}$	Überspannung der Phase x
Φ	viskoplastische Materialfunktion
$\Phi_{(x)}$	viskoplastische Materialfunktion Phase x

Vektoren und Tensoren

$\mathbf{d}_{(a)}$	Gesamtdehnungsinkrement der Phase a
\mathbf{b}	linker Cauchy-Green-Tensor
$d\mathbf{x}$	infinitesimales Linienelement der aktuellen Konfiguration
$d\mathbf{X}$	infinitesimales Linienelement der Ausgangskonfiguration
\mathbf{e}	Euler-Almansi-Verzerrungstensor
\mathbf{h}	Hencky-Verzerrungstensor (Momentankonfiguration)
\mathbf{k}	Schnittkraft
\mathbf{n}	Normalenvektor
$\bar{\mathbf{n}}$	Normalenvektor der statischen Gleichgewichtsspannung
$\bar{\bar{\mathbf{n}}}$	Normalenvektor der Überspannung
q_n	innere Variable
\mathbf{r}, \mathbf{r}'	Ortskoordinaten
\mathbf{t}	Spannungsvektor
\mathbf{u}^C	Verschiebungsfeld aufgrund von $\boldsymbol{\varepsilon}^C$
\mathbf{x}	Linienelement der aktuellen Konfiguration
\mathbf{A}	beliebiger Tensor 4. Stufe
\mathbf{B}	Tensor der Wärmeausdehnungskoeffizienten
$\mathbf{B}_{(x)}$	Wärmedehnungstensor der Phase x
\mathbf{C}	rechter Cauchy-Green-Tensor
\mathbf{D}	Tensor der Verzerrungsgeschwindigkeiten
\mathbf{D}_r	reversibler Anteil von \mathbf{D}
\mathbf{D}_i	irreversibler Anteil von \mathbf{D}
\mathbf{E}	makroskopische Dehnung (BUDIANSKI/WU und KRÖNER)
\mathbf{E}	Green-Lagrangescher Verzerrungstensor
\mathbf{E}^{lin}	linearisierter Green-Lagrangescher Verzerrungstensor
\mathbf{F}	Deformationsgradient
\mathbf{F}_r	reversibler Anteil von \mathbf{F}
\mathbf{F}_i	irreversibler Anteil von \mathbf{F}
$\hat{\mathbf{F}}$	Punktlast
\mathbf{H}	Hencky-Verzerrungstensor (Ausgangskonfiguration)
\mathbf{I}	Einheitstensor 2. Ordnung
\mathbf{I}	Einheitstensor 4. Ordnung mit $\mathbf{I} = \delta_{ik} \delta_{jl} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l$
\mathbf{L}	Geschwindigkeitsgradiententensor
\mathbf{M}	elastischer Nachgiebigkeitstensor
$\mathbf{M}_{(a)}$	elastischer Nachgiebigkeitstensor der Phase a
\mathbf{P}_1	1. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor
\mathbf{P}_2	2. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor

\mathbf{R}	orthogonaler Drehtensor
$\underline{\mathbf{T}}$	Skalierungsmatrix
\mathbf{U}	Rechtsstrecktensor
U_j^E	Einheitsverschiebung
\mathbf{V}	Linksstrecktensor
\mathbf{W}	Spintensor
\mathbf{X}	Linienelement der Ausgangskonfiguration
$\vec{\delta}_{loc}^g$	lokale Schrittweite
$\omega_{(a)}^{cp}$	viskoplastische Verzerrungsgeschwindigkeit der Phase a
$\omega_{(a)}^{tp}$	Dehnungsinkrement der Phase a aus sekundärer Plastizität
ε	infinitesimaler Verzerrungstensor
σ	Cauchy-Spannungstensor
τ	Kirchhoffscher Spannungstensor
ε^T	Transformationsdehnung („stress-free misfit strain“)
ε^C	erzwungene Dehnung
σ^0	Spannungstensor aus externer Last
σ^{II}	Eigenspannungen zweiten Grades
σ^{Eig}	Abweichung der lokalen von der makroskopischen Spannung
ξ	kinematische Verfestigungsvariable
$\bar{\sigma}$	athermischer Anteil der Spannung
$\bar{\bar{\sigma}}$	thermisch aktivierter Anteil der Spannung
\vec{x}	Parametervektor
\vec{x}_E^g	Parametervektor
\vec{x}_N^g	neu generierter Parametervektor
$\tilde{\vec{x}}$	skalierter Parametervektor
$\vec{z}_N^g(0, \sqrt{S^2})$	Vektor gauss-verteilter Zufallszahlen
Ω^{cp}	viskoplastische Verzerrungsgeschwindigkeit Makro
Ω^{vtr}	Makro-Volumendehnrage infolge von Phasenumwandlungen

Bedingungen und Operatoren

$\langle \dots \rangle$	plastische Nebenbedingung
$\langle\langle \dots \rangle\rangle$	viskoplastische Nebenbedingung
$(\dots)'$	Deviator
$(\dots)^{-1}$	Inverse
$(\dots)^T$	Transponierte
$\ \dots\ $	Betrag
$(\dots) : (\dots)$	doppelte Überschiebung
$(\dots) \otimes (\dots)$	dyadisches Produkt

$\overset{\nabla}{(\dots)}$	objektive Zeitableitung
$\overset{\circ}{(\dots)}$	objektive Zeitableitung (Lograte)
$\text{tr}(\dots)$	Spur
$\text{sph}(\dots)$	sphärischer Anteil
$\text{dev}(\dots)$	Deviator
$\text{typ}(\dots)$	Abbildung einer Fließkommazahl auf ihre Mantisse
Grad	Gradient in der Ausgangskonfiguration
grad	Gradient in der Momentankonfiguration
\mathbf{L}	Hookescher Operator
∇	Nabla-Operator

1. Einleitung

Im Rahmen eines effizienten Materialeinsatzes steigen die Anforderungen an die Werkstoffe und die Berechnungsmethoden in zunehmendem Maße. Diesen Forderungen wird durch gezieltes Einstellen der Werkstoffeigenschaften, z.B. durch die Thermomechanische Behandlung bei Stählen, und verbesserte Materialmodellierungen Rechnung getragen. Die Auslegung der Werkstücke erfolgt dabei gängigerweise unter der Annahme vernachlässigbarer innerer Spannungszustände bei Lastfreiheit. Diese Voraussetzung kann jedoch in den seltensten Fällen erfüllt werden, da sich sowohl bei der Herstellung des Werkstoffes als auch bei der Bearbeitung des Werkstückes Eigenspannungszustände von teilweise erheblicher Größe ausbilden und den Spannungen aus äußeren Lasten überlagern. Eine realistische Prognose der Bauteilbelastung kann dementsprechend nur unter Berücksichtigung des vorherrschenden Eigenspannungszustandes erfolgen.

Die Klassifikation der Eigenspannungen geschieht in Anlehnung an die in Abb. 1.1 dargestellte Definition von MACHERAUCH, WOHLFAHRT und WOLFSTIEG [MWW73], nach der sich die lokale Spannung aus der Superposition von Eigenspannungen 1. Ordnung σ^I , die über einen hinreichend großen Bereich der Kristallite homogen sind, Eigenspannungen 2. Ordnung σ^{II} mit einer Konstanz über ein Kristall bzw. Korn und Spannungen dritter Ordnung σ^{III} auf atomarer Ebene ergibt.

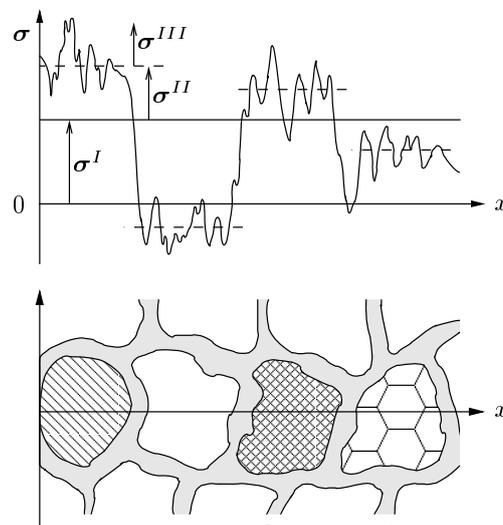


Abb. 1.1: Definition der Eigenspannungen nach Macherauch, Wohlfahrt und Wolfstiege, [MWW73]

Die Eigenspannungen setzen sich nach ihrer Herkunft zusammen aus Wärmespannungen infolge von Temperaturgradienten, Umwandlungsspannungen aufgrund der transformationsspezifischen Volumenänderungen, Gefügespannungen aus der Aufweitung und Verzerrung des Kristallgitters bei Phasentransformationen und Eigenspannungen durch unterschiedliche Ausdehnungskoeffizienten mehrphasiger Gemische [Eck76]. Ihre Entstehung ist demnach eng mit Wärmebehandlungen und Phasentransformationen verknüpft.

Durch die Vielzahl ihrer Ursachen sind Eigenspannungen bei einem Großteil der Herstellungsverfahren von Werkstoffen wie der Thermomechanischen Behandlung, dem Härten und der Wärmebehandlung und der technisch relevanten Verarbeitungsmethoden, z.B. thermischen Füge- und Trennverfahren oder Schleifen, zu erwarten.

Obwohl sich Eigenspannungen höherer Ordnung im Werkstück durch moderate Erwärmung weitgehend abbauen lassen, können durch die Herstellung bereits versagensrelevante Schäden, z.B. in Form von Mikrorissen, entstanden sein. Aus diesem Grund führt eine Modellierung des Materialverhaltens, die Eigenspannungen ab dem Zeitpunkt ihrer Entstehung berücksichtigt, zu einer deutlich verbesserten Vorhersage der Bauteilbelastung. Das Stoffmodell muss dabei zusätzlich die mit der Phasentransformation verbundenen mikrostrukturellen Effekte wie z.B. die Änderung der spezifischen Volumina und differierende Phaseigenschaften berücksichtigen.

Das Ziel dieser Arbeit liegt in der experimentellen und numerischen Identifikation von Stoffgesetzparametern eines derartigen Stoffgesetzes. Es beschreibt das Verhalten eines Werkstoffes unter Berücksichtigung von Phasentransformationen in Form einer selbstkonsistenten Mikro-Makro-Modellierung.

Alternative Ansätze, die unterschiedliche Teilaspekte dieser Problemstellung berücksichtigen, finden sich beispielsweise in [Bes93], [BSMM93], [BR69], [Gra87], [Sch85], [Wil86], [Yu77], [CJ98], [DS93], [Sjö87], [Sjö85]; Übersichten z.B. in [Hou93] sowie [BF97].

Nach einer Einführung in die Phasentransformationen von Stählen und in die mit den Umwandlungen verbundenen Phänomene erfolgt die Herleitung der konstitutiven Gleichungen. Hierzu werden die zugrunde liegenden Ergebnisse des Einschlussproblems von ESHELBY und der selbstkonsistenten Formulierung nach BUDIANSKI und WU bzw. KRÖNER aufbereitet und die Erweiterung auf mehrphasige Systeme im Sinne von KAEMPF vorgestellt.

Die Ermittlung der Stoffgesetzparameter des modifizierten Gesamtmodells erfolgt aus geeigneten Versuchen an thermomechanisch belasteten Proben. Aus den Randbedingungen der mechanischen und thermischen Lasten allgemeiner Prozessführungen werden die Anforderungen an das Prüfsystem abgeleitet und eine geeignete Versuchsanlage entwickelt. Hierbei stehen die kombiniert vorzuzugende thermomechanische Belastung und die erforderliche thermische Dynamik im Vordergrund.

Durch die Analyse der Stoffgesetzstruktur lassen sich grenzwertige Prozessführungen identifizieren, die eine versuchstechnische Entkoppelung der in der Modellierung berücksichtigten maßgeblichen Phänomene gestattet. Die darauf aufbauenden Versuchsabläufe und die Ergebnisse der Messungen sind dargestellt.

Im Anschluss werden die Freiwerte der Materialmodellierung an die Messdaten angepasst. Die Parameteridentifikation erfolgt nach einem evolutionären Algorithmus, der zur Steigerung der Effizienz im Rahmen einer dezentralen, clustergestützten Berechnung um eine massive Parallelisierung erweitert wird. Ein Vergleich der Messungen mit den Simulationsergebnissen bewertet die Qualität der Ergebnisse.

Nach einer kurzen Zusammenfassung werden Möglichkeiten einer erweiterten Versuchsführung aufgezeigt und Vorschläge für eine Modifikation der Materialmodellierung diskutiert.

2. Umwandlungen und Phasenkinetik

Die Eigenschaften eines Stahles sind abhängig von seiner chemischen Zusammensetzung und der kristallinen Struktur, in der er sich befindet. Die Bereiche gleicher kristalliner Struktur nennt man Phase. Je nach den physikalischen Randbedingungen befindet sich ein Stoff bezüglich seiner Phasenstruktur in einem stabilen, metastabilen oder instabilen Zustand. Während sich die Umwandlungsprodukte und -temperaturen für Stahl im thermodynamischen Gleichgewicht aus dem Fe_3C -Diagramm, d.h. bei unendlich langsamer thermischer Prozessführung ermitteln lassen, ist dies bei Temperaturänderungen außerhalb der Gleichgewichtszustände nicht mehr möglich.

So können sich ausgehend von einer homogenen Austenitphase im thermodynamischen Gleichgewicht in Abhängigkeit von Temperatur, Temperaturgeschwindigkeit und Zeit unterschiedliche Phasen bzw. Phasengemische, auch gleichgewichtsferne, ausbilden, deren zeitlich veränderliche Zusammensetzung experimentell ermittelten Zeit-Temperatur-Umwandlungsschaubildern (ZTU-Diagrammen) zu entnehmen ist.

Hierbei ist zwischen isothermen Umwandlungen (isotherme ZTU-Diagramme, Abb. 2.1) und Umwandlungen mit kontinuierlicher Abkühlung (kontinuierliche ZTU-Diagramme, Abb. 2.2) zu unterscheiden.

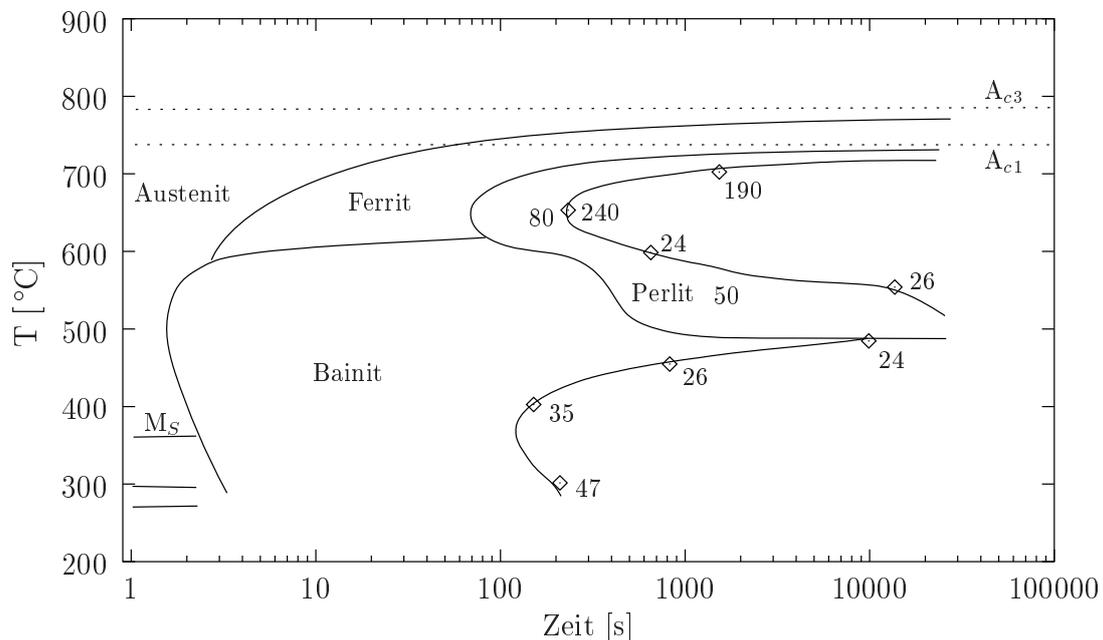


Abb. 2.1: Isothermes ZTU-Diagramm für den Stahl 42CrMo4, Austenitisierungstemperatur 860 °C, Haltedauer 300 s, aufgeheizt in 60 s, Härtewerte (+) in HRc bzw. HV (nach [RH72])

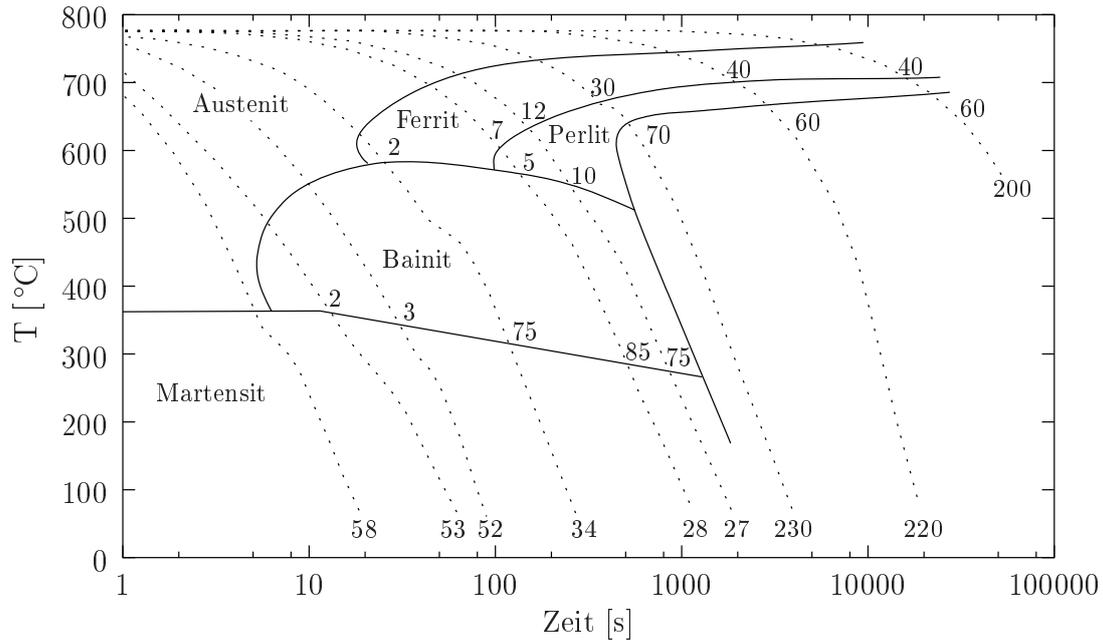


Abb. 2.2: ZTU-Diagramm für kontinuierliche Abkühlung des Stahles 42CrMo4, Austenitierungstemperatur 850 °C, Haltedauer 600 s, aufgeheizt in 120 s, Härtewerte am Ende der Abkühlkurven in HRC bzw. HV (nach [RH72])

Isotherme ZTU-Diagramme sind nur entlang der Isothermen zu lesen. Als Voraussetzung hierfür muss das austenitische Ausgangsgefüge in beliebig kurzer Zeit auf die Umwandlungstemperatur abgeschreckt und dort gehalten werden. Die eingetragenen Grenzkurven kennzeichnen jeweils Beginn und Ende der Umwandlung bzw. wegen der Nachweisgrenze kleinster Phasenanteile die Grenzkurven für 1% und 99% umgewandelter Menge. Desweiteren findet man den maximalen Phasenanteil der Phase, die Härte des entstandenen Gefüges und die Temperaturen für das Gleichgewicht zwischen Perlit und Austenit A_{c1} und das Ende der Ferritauflösung bei Erwärmung A_{c3} .

Die ZTU-Schaubilder für kontinuierliche Umwandlung enthalten Informationen über Zusammensetzung und Härte des Gefüges bei vorgegebener Temperaturfunktion. Die Auswertung darf nur entlang der gegebenen Abkühlkurven erfolgen.

In beiden Schaubildtypen ist die Phasenkinetik nur implizit enthalten. Zur analytischen Bestimmung des Phasenanteiles bedarf es deshalb einer Annahme bezüglich der Kinetik der Umwandlung, die in Kap 2.1 und 2.2 spezifiziert werden soll. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die zugrundeliegenden Umwandlungsdiagramme nur den Sonderfall der last- und verformungsfreien Umwandlungen abbilden. Da eventuell vorhandene Spannungen und (plastische) Dehnungen jedoch den energetischen Zustand und die Morphologie des Materials beeinflussen, ist eine Abhängigkeit von diesen Größen gegebenenfalls zu berücksichtigen.

Den ZTU-Diagrammen ist zu entnehmen, dass der dort dargestellte Stahl in Abhängigkeit

von der Temperaturgeschichte neben der thermodynamisch stabilen Hochtemperaturphase Austenit in den Ungleichgewichtsphasen oder Phasenkombinationen Austenit, Ferrit, Perlit, Bainit und Martensit vorliegen kann.

Hierbei unterscheiden sich die Umwandlungen nach Ferrit, Perlit und Bainit jedoch grundlegend von der nach Martensit. Die erstgenannten Umwandlungen sind Funktionen der Zeit und der Temperatur – auf atomistischer Ebene deutet dies auf Diffusionsvorgänge hin – wohingegen die martensitische Umwandlung athermisch vonstatten geht.

Aus diesem Grund erfolgt die Unterscheidung der Umwandlungstypen in die Klassen der diffusionsbestimmten und der diffusionslosen Umwandlungen.

2.1 Diffusionsbestimmte Umwandlungen

Die Bildung der Phasen Ferrit, Perlit und Bainit beruht auf der allotropen Umwandlung des kubisch flächenzentrierten (kfz) Fe-C- γ -Mischkristalls Austenit in ein kubisch raumzentriertes (krz) α -Mischkristall in Kombination mit der temperaturabhängigen verminderten Löslichkeit von Kohlenstoff bei der Abkühlung.

Geringe Unterkühlung unter die Temperatur des stabilen Austenits führt zu der Bildung von Ferrit. Nimmt die Unterkühlung und die daraus folgende Übersättigung des Mischkristalls an Kohlenstoff zu, findet ein eutektoider Zerfall in Ferrit und die intermetallische Phase Zementit (Fe_3C) statt. Das entstehende Gefüge wird als Perlit bezeichnet und besteht aus einer lamellaren Schichtung von Ferrit und Zementit [Sch91]. Bei beiden Umwandlungen erfolgt sowohl die polymorphe Umwandlung als auch die Umlagerung des Kohlenstoffs durch Diffusion.

Für noch größere Unterkühlung läßt sich die sogenannte Bainitische Umwandlung beobachten, bei der sich das ferritische Kristallgitter überwiegend durch eine nicht-diffusive kooperative Scherbewegung¹ der Eisen- und Substitutionsatome bildet. Durch die diffusiven Atombewegungen des Kohlenstoffes sind jedoch Carbidausscheidungen und Konzentrationsänderungen möglich [War76]. Hierdurch stellt Bainit den Übergang von den rein diffusiven Umwandlungen des Ferrits und Perlits zu der im folgenden Kapitel dargestellten martensitischen Umwandlung dar.

Allgemein ist die Änderung von der kfz Kristallstruktur des γ -Eisens mit der größeren Gitterkonstanten in die krz Struktur des α -Eisens mit der kleineren Gitterkonstanten mit einer Änderung des spezifischen Volumens verbunden.

Bei allen Umwandlungstypen sind zwei zeitlich aufeinander folgende Stadien zu unterscheiden. Um die Grundlage für die Bildung einer neuen Phase aus der Ausgangsphase zu schaffen, muss zuerst die Keimbildung erfolgen, an welche sich dann das Stadium des Keimwachstums anschließt. Eine Übersicht findet sich z.B. in [Sau76].

¹Eine nähere Beschreibung dieses Vorgangs erfolgt bei der Beschreibung der Martensitischen Umwandlung in Kap. 2.2.

Die mathematische Beschreibung der isothermen Umwandelungskinetik erfolgt nach Einführung der Volumenfraktion ξ der vorhandenen Phasen i

$$\xi_i = \frac{V_i}{V_{ges}} = \frac{V_i}{\sum_i V_i} \quad . \quad (2.1)$$

Hierbei geht man von dem empirischen Ansatz aus, dass die Umwandelungsgeschwindigkeit

$$\frac{d\xi}{d\tau_u} = (1 - \xi)^\alpha f(\tau_u) \quad (2.2)$$

bei isothermen Randbedingungen proportional zur verbliebenen Menge des Ausgangsmaterials ist [Jän84]. Die Funktion $f(\tau_u)$ soll von der Umwandlungsdauer τ_u abhängen und wird gängigerweise zu

$$f(\tau_u) = b a \tau_u^{b-1} \quad (2.3)$$

gewählt.

Für den Exponenten $\alpha = 1$ in Gl. 2.2 erhält man nach Integration

$$\xi = 1 - \exp(-a \tau_u^b) \quad . \quad (2.4)$$

Diese Beschreibung führt auf einen Ansatz nach JOHNSON-MEHL bzw. AVRAMI ([JM39], [Avr39], [Avr40], [Avr41]).

Die Wahl des Exponenten α in Gl. 2.2 zu $\alpha = 2$ führt auf den in [AR39] beschriebenen Ansatz für den entstandenen Gefügeanteil ξ von AUSTIN und RICKETT

$$\xi(\tau_u, T) = 1 - \frac{1}{a \tau_u^b} \quad . \quad (2.5)$$

In weiteren Rechnungen soll der gebräuchlichere Ansatz nach JOHNSON-MEHL und AVRAMI (Gl. 2.4) verwendet werden.

Die Verallgemeinerung dieses physikalisch motivierten Ansatzes für das 2-Phasen-System [JM39] führt auf den in Zusammenhang mit diffusiven Vorgängen gebrauchten allgemeinen empirischen Ansatz bei Mehrphasensystemen

$$\xi_i = \xi_i^{\max}(T) [1 - \exp(-a_i(T) \tau_u^{b_i(T)})] \quad . \quad (2.6)$$

Hierbei bezeichnen ξ_i den Volumenanteil der Phase i am Gesamtvolumen, $\xi_i^{\max}(T)$ den maximalen Phasenanteil der Phase i , τ_u die Reaktionszeit und $a_i(T)$ sowie $b_i(T)$ temperaturabhängige Umwandelungskoeffizienten. Die Parameter ξ_i^{\max} , $a_i(T)$ und $b_i(T)$ lassen sich aus den experimentellen isothermen ZTU-Diagrammen bestimmen.

Der Zusammenhang nach Gl. 2.6 beschreibt eine *isotherme Transformationskinetik* für unterschiedliche Umwandlungstemperaturen. Die bestehenden Spannungs- und Deformationszustände bleiben unberücksichtigt.

Weiterführende Untersuchungen zu Umwandlungen unter Einbeziehung äußerer Lasten zeigen bei hydrostatischen Spannungszuständen eine Vergrößerung der Anlaufzeit und eine Verminderung der Transformationsrate ([RSK63], [SBS61]), wohingegen einaxiale Belastung die Umwandlung beschleunigt ([KB56], [BK56]). Außerdem ist die Transformationskinetik durch die Erhöhung der Versetzungsdichte bei plastischer Deformation und der damit verbundenen Bildung von Umwandlungs- und Ausscheidungskeimen von der Verformungsgeschichte anhängig [Ave53].

Eine mögliche Erweiterung der Modellierung unter Berücksichtigung des deviatorischen Spannungsanteils einer äußeren Last wird z.B. von DENIS, GAUTIER, SJÖSTRÖM und SIMON [DGSS87] beschrieben.

2.2 Martensitische Umwandlung

Bei starker Unterkühlung des Austenits und der damit verbundenen Hemmung der Diffusion lässt sich eine andere Art der Festkörper-Phasentransformation, die sogenannte Martensitische² Umwandlung, beobachten.

Da die physikalischen Vorgänge auf der Mikroebene während der Umwandlung ausschlaggebend für die Eigenschaften der Martensitphase sind und gleichzeitig die Grundlage einer Modellierung in Bezug auf die zu berücksichtigenden Phänomene bilden, sollen sie kurz erläutert werden.

Die unterschiedlichen Mechanismen der diffusionsbestimmten und der martensitischen Umwandlung zeigen sich in Abb. 2.3, in der die charakteristischen Verläufe der freien Enthalpie G für Austenit und Martensit (γ - und α -Eisen) als Funktion der Temperatur und der Zusammensetzung gezeigt werden.

Bei moderater Unterkühlung unter die aktuelle Gleichgewichtstemperatur und aktivierter Diffusion wird eine Verschiebung des Gleichgewichtszustands durch die energetisch günstige diffusive Konzentrationsänderung von x_0 nach x_1 ausgeglichen (Abb. 2.3a). Hohe Unterkühlung unterdrückt jedoch die hierbei notwendige Diffusion, so dass die Differenz der freien Enthalpie von Austenit im Gleichgewicht und dem unterkühlten Austenit zunimmt.

Überschreitet sie den Schwellwert der Keimbildung ΔG_{nuc} (Abb. 2.3b), d.h. die für die Umwandlung notwendigen Energien zur Bildung einer neuen Phasenoberfläche und für die eventuell erforderliche Deformation der Matrix sind vorhanden, erfolgt eine kooperative Scherbewegung ganzer Atomgruppen zur energetisch günstigeren Gitterstruktur α . Die Umwandlungsfront bewegt sich dabei mit Schallgeschwindigkeit ([JN56], [For61]).

Im Gegensatz zu den weitreichenden Platzwechselmechanismen einzelner Atome über die Phasengrenze bei diffusiven Umwandlungen bleibt die Lage der Atome zueinander erhalten und die relative Bewegung der Atome liegt unterhalb des Gitterabstandes.

²Der Name Martensit wurde 1895 von F. OSMOND (*1849, †1912.) zu Ehren von ADOLPH MARTENS (*6.5.1850, †24.7.1914) eingeführt.

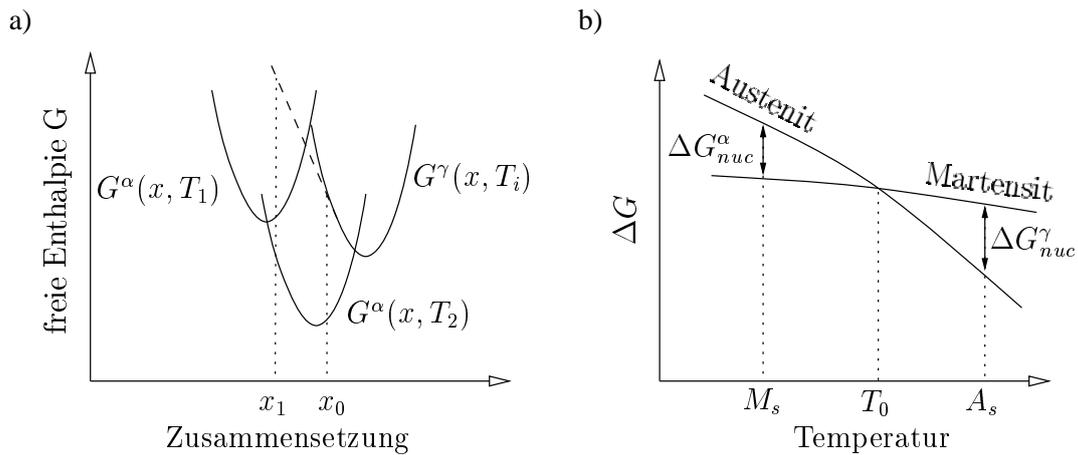


Abb. 2.3: a) Gibbs-Energien für α - und γ -Eisen bei unterschiedlichen Temperaturen (schematisch [Pit76]); b) Differenzen der Gibbschen Energie für α - und γ -Eisen bei unterdrückter Diffusion; mit der Martensitstarttemperatur M_s , der Austenitstarttemperatur A_s und der Gleichgewichtstemperatur T_0 (aus [Pat]).

Da die hohe Löslichkeit des Austenits für Kohlenstoff bei sinkender Temperatur abnimmt, die Kohlenstoffatome gleichzeitig aber nicht mehr diffundieren können, bildet sich in Eisenwerkstoffen aus dem kubisch-flächenzentrierten Gitter des Austenits (γ) bei Umwandlung ein tetragonal-raumzentriertes, verzerrtes Gitter mit interstitiell eingeschlossenem Kohlenstoff.

Hierbei finden die Mechanismen der

- gitterverändernden oder Bain-Deformation³ (Abb. 2.4b) und der
- gittererhaltenden Deformation zur Akkomodation an die Ausgangsphase (Abb. 2.4c)

kombiniert statt.

Die Akkomodation der Matrix an den gebildeten Martensit (Abb. 2.4d) hat eine starke Gitterverspannung mit teilweise plastischer Deformation der Matrix zur Folge, die durch unterschiedlichen Packungsdichten der Kristallstrukturen – bei Stahl etwa 3 % – noch zunimmt. Eine Ausnahme bilden die Form-Gedächtnis-Legierungen, bei denen die Phasentransformation, aufgrund gleicher Packungsdichte in der austenitischen und der martensitischen Phase, ohne plastische Deformation stattfindet.

Die plastische Deformation der Matrix und die gittererhaltenden Deformationen (Abgleiten und Zwillingsbildung) des Martensits zur Akkomodation an die Matrix erzeugen eine hohe Dichte an Stapelfehlern, Versetzungen und Zwillingen, die für die Materialeigenschaften des Martensits verantwortlich sind.

³Nach E.C. Bain, der sie in [BD24] erstmalig beschrieb.

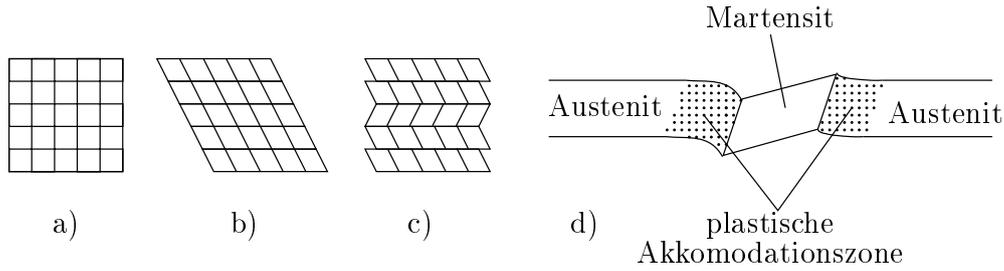


Abb. 2.4: Schemazeichnung der martensitischen Deformation: a) ursprüngliches Austenitgitter; b) Bain-Deformation; c) Akkomodation des verzerrten Gitters an die Ausgangsphase durch Gleitung und Zwillingsbildung; d) plastische Anpassung der Matrix (nach [Kra92]).

Die Temperatur, bei der sich erste Phasenanteile Martensit nachweisen lassen, wird Martensitstarttemperatur M_s genannt, die Temperatur, die das Ende der Umwandlung kennzeichnet, Martensitfinishtemperatur M_f .

Die Starttemperatur kann aus den Legierungsbestandteilen empirisch ermittelt werden. Vorschläge hierzu sind in [PS44], [RL46], [GS46], [Neh46], [SH56], [And65], [HE76] (aus [Kra80]) zu finden. Stellvertretend sei hier die Berechnung von M_s durch PAYSON und SAVAGE ([PS44]) von 1944

$$M_s [^\circ\text{C}] = 499 + 317C + 11\text{Si} + 33\text{Mn} + 28\text{Cr} + 11\text{Mo} + 17\text{Ni} + 11\text{Wo} \quad (2.7)$$

mit den Legierungsanteilen C, Si, Mn, Cr, Mo, Ni und Wo in Massen-% aufgeführt.

Die Menge des umgewandelten Phasenanteils lässt sich durch empirische Ansätze, maßgeblich als Funktion der Unterkühlung unter die Martensitstarttemperatur ($M_s - T$), angeben.

Der gängigste Ansatz

$$\xi_{\text{Martensit}} = 1 - \exp(-k(M_s - T)) \quad (2.8)$$

stammt von KOISTEN und MARBURGER mit dem in ([KM59]) angegebenen Wert von $k = 1.1 \cdot 10^{-2} \text{K}^{-1}$.

Erweitert man den Ansatz von [KM59] um den Exponenten n über der treibenden Temperaturdifferenz $M_s - T$ und führt die Konstanten k und n als Funktion der Martensitstarttemperatur M_s ein, erhält man die in [Wil86] benutzte Beziehung

$$\xi_{\text{Martensit}} = 1 - \exp(-k(M_s)(M_s - T)^{n(M_s)}) \quad (2.9)$$

Ein weiterer Vorschlag ist die auf den Umwandlungstemperaturbereich $M_s - M_f$ normierte parabolische Funktion

$$\xi_{\text{Martensit}} = 1 - \left(\frac{T - M_f}{M_s - M_f} \right)^2, \quad (2.10)$$

die z.B. in [Sch85], [Yu77] und [Gra87] verwendet wird.

Wie bei der Beschreibung der Transformation auf Kristallebene gezeigt, ist die Martensitische Umwandlung mit hohen Oberflächen- bzw. Volumenenergien und zum Teil mit plastischer Deformation verbunden. Aus diesem Grund ist von einer Beeinflussung der Martensitkinetik durch den vorherrschenden Spannungszustand auszugehen. So lässt sich auch experimentell nachweisen, dass ein hydrostatischer Spannungszustand die Transformationskinetik hemmt ([RS62], [PC53]), wohingegen sie durch eindimensionalen Zug bzw. Druck gefördert wird ([PC53], [Hor72], [FT53]).

Bei Anlegen einer äußeren Spannung an die Matrix kann die damit verbundene Erhöhung des Energieinhalts als zusätzliche Triebkraft aufgefasst werden. Die Folge ist ein zunehmender Martensitanteil bzw. eine steigende Martensitstarttemperatur, die auf den zusätzlichen spannungsabhängigen Anteil in der Gibbs-Energie zurückzuführen ist. Dieser reduziert den Anteil der Unterkühlung in der für den Phasensprung notwendigen Differenz der Gibbschen Energie $\Delta G_{\text{Aust} \rightarrow \text{Mart}}$ (Abb. 2.3)

$$\Delta G_{\text{Aust} \rightarrow \text{Mart}} = \Delta G_{\text{therm}} + \Delta G_{\text{mech}} \quad . \quad (2.11)$$

Allgemein ist hierbei eine Unterscheidung in einen spannungsinduzierten und einen verformungsinduzierten Anteil der Umwandlung zu treffen. Bleibt die anliegende Spannung unter der Fließspannung der Matrix, liegt der reversible, so genannte thermoelastische Martensit vor, der sich bei Temperaturerhöhung zurückbildet. Wird die Fließgrenze überschritten, spricht man von verformungsinduziertem Martensit.

Ein Beispiel für die Berücksichtigung des Spannungszustandes in der Phasenkinetik ist das Modell von INOUE und KOGUCHI [IW82], die das Gesetz von KOISTEN/MARBURGER (Gl. 2.8) auf eine spannungsabhängige Martensitstarttemperatur

$$M_s = M_s^0 + \Delta M_s \quad \text{und} \quad \Delta M_s = A \sigma_m + B \sqrt{J_2} \quad (2.12)$$

mit der mittleren Normalspannung σ_m , der 2. Invarianten J_2 des Spannungsdeviators und den Materialparametern A und B erweitern. Die Einflüsse der Normal- und der Schubkomponenten der Spannung auf die Umwandlungskinetik sind damit getrennt steuerbar.

Im Gegensatz hierzu postulieren DENIS, GAUTIER, SIMON und BECK in [DGSB85] eine Abhängigkeit von den Normalspannungen und der Vergleichsspannung nach von Mises

$$M_s = M_s^0 + \Delta M_s \quad \text{und} \quad \Delta M_s = A \sigma_m + B \sigma_V \quad . \quad (2.13)$$

KAEMPF gibt in [Kae96] den Martensitanteil zu

$$\xi_{\text{Martensit}} = 1 - \exp \{ -A_\xi [-\Delta G (T_{M_s} - T) + A_\tau \sigma_{\text{Aust}}^{\text{ave}}] \} \quad (2.14)$$

als Funktion der Unterkühlung und einer nicht näher spezifizierten effektiven Spannung in der Ausgangsphase $\sigma_{\text{Aust}}^{\text{ave}}$ an. Bei geeigneter Wahl von $\sigma_{\text{Aust}}^{\text{ave}}$ geht die Beschreibung in Gl. 2.13 über.

Eine Übersicht über energetische Konzepte der Transformationskinetik findet sich beispielsweise bei FISCHER, BERVEILLER, TANAKA und OBERAIGNER [FBTO94] bzw. bei FISCHER, SUN und TANAKA [FST96] im Rahmen einer Übersicht über die Transformationsinduzierte Plastizität.

Weitere Ansätze existieren z.B. von OBERSTE-BRANDENBURG [Obe99], OBERAIGNER, FISCHER und TANAKA [OFT93], SUN und HWANG [Sun93a], [Sun93b] sowie PATOOR, EBERHARDT und BERVEILLER [PEB88].

Bei allen Formulierungen ist zu beachten, dass die Umwandlungen mit einer Änderung des energetischen Zustands in Form von resorbierter oder produzierter Wärme einhergehen. Da diese so genannte latente Wärme die Transformationskinetik beeinflusst und vice versa, liegt ein gekoppeltes Feldproblem vor.

3. Materialmodellierung

Eine kontinuumsmechanische Theorie zur Beschreibung des Materialverhaltens unter Phasentransformationen muss den umwandlungsspezifischen Effekten auf der mikrostrukturellen Ebene Rechnung tragen und, unter Betrachtung der technisch relevanten Umwandlungen, in einem großen Temperaturbereich Gültigkeit besitzen.

Maßgebliche Einflussfaktoren sind dabei die mit der Umwandlung verbundenen Änderungen der phasenspezifischen Volumina und des bestehenden Verfestigungszustandes, die Gefügezusammensetzungen nebst ihrer Phasenkinetik, die latente Wärme bei der Transformation und die instationären Temperaturfelder. Zudem ist das Materialverhalten von Stählen in Teilen des betrachteten Temperaturbereiches als zeitabhängig anzunehmen.

Im Weiteren wird ein Materialmodell vorgestellt, das diese Effekte bei der Vorhersage der lokalen Spannungen in Mehrphasensystemen in geeigneter Weise berücksichtigt.

Nach einer Einführung der für die Materialbeschreibung benötigten Größen erfolgt die Vorstellung des elasto-viskoplastischen Basismodells.

Im Anschluss werden die Ergebnisse ESHELBY'S zum Einschlussproblem und die Erweiterungen auf die selbstkonsistente Formulierung von BUDIANSKY und WU bzw. KRÖNER aufbereitet und die konstitutiven Gleichungen einer selbstkonsistenten Mikro-Makro-Koppelung mehrphasiger Gemische im Sinne von KAEMPF hergeleitet.

3.1 Kinematik und Kinetik

Ein Körper \mathcal{K} ist eine zusammenhängende Menge materieller Punkte, die durch eine Oberfläche \mathcal{A} begrenzt werden. Durch die Abbildung der Körperpunkte in den Euklidischen Punktraum \mathcal{O} und die damit verbundene Einführung eines Koordinatensystems kann das Punkt-Kontinuum eindeutig beschrieben werden (siehe Abb. 3.1). Hierbei bezeichnet man die Position aller Körperpunkte zu einer definierten Zeit als Konfiguration \mathcal{B} . Ist der Körper in Bewegung, ändert sich seine Konfiguration von einer beliebig, aber eindeutig gewählten Bezugskonfiguration \mathcal{B}^0 zur aktuellen Konfiguration \mathcal{B} .

Die Kinematik der Deformationen ist durch die Einführung des Deformationsgradienten \mathbf{F} beschrieben, der das Linienelement $d\mathbf{X}$ der Ausgangskonfiguration mit dem der aktuellen Konfiguration $d\mathbf{x}$ verknüpft

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X} \quad , \quad (3.1)$$

wobei sich \mathbf{F} zu

$$\mathbf{F} = \text{Grad } \mathbf{x} \quad \text{mit} \quad \text{Grad} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.2)$$

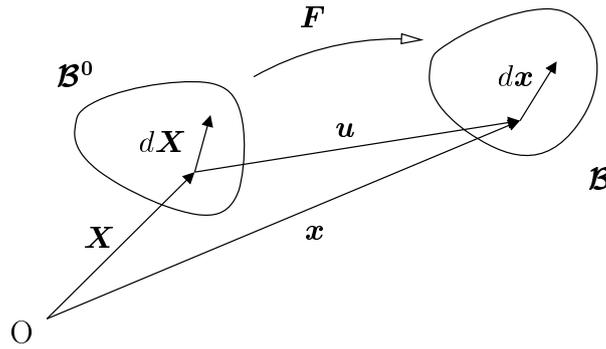


Abb. 3.1: Körper \mathcal{K} in Bezugskonfiguration \mathcal{B}^0 und aktueller Konfiguration \mathcal{B} im Euklidischen Punktraum.

bzw.

$$\mathbf{F}^{-1} = \text{grad } \mathbf{X} \quad \text{mit} \quad \text{grad} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.3)$$

ergibt.

Unter der Voraussetzung einer bijektiven Abbildung zwischen $d\mathbf{X}$ und $d\mathbf{x}$ lässt sich der Tensor \mathbf{F} eindeutig polar in

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} = \mathbf{V}\mathbf{R} \quad (3.4)$$

zerlegen. Hierbei bezeichnen \mathbf{U} bzw. \mathbf{V} die symmetrischen, positiv definiten Rechts- bzw. Linkstrecktensoren und \mathbf{R} den orthogonalen Drehtensor.

Mit der Einführung des rechten Cauchy-Green-Tensors \mathbf{C}

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{U} \mathbf{U} \quad (3.5)$$

und des linken Cauchy-Green-Tensors \mathbf{b}

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T = \mathbf{V} \mathbf{V} \quad (3.6)$$

als abgeleitete Deformationstensoren lassen sich nach OGDEN [Ogd84] allgemeine Verzerrungsmaße in der Ausgangs- bzw. Lagrangeschen und in der Momentan- bzw. Eulerschen Konfiguration definieren:

	Lagrange	Euler	
$m \neq 0$	$\frac{1}{m}(\mathbf{U}^m - \mathbf{I})$	$\frac{1}{m}(\mathbf{V}^m - \mathbf{I})$	
$m = 0$	$\ln \mathbf{U}$	$\ln \mathbf{V}$	

(3.7)

Dies führt z.B. mit $m = 2$ auf den Green-Lagrangeschen Verzerrungstensor

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad , \quad (3.8)$$

mit $m = -2$ auf den Euler-Almansi-Verzerrungstensor

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{b}^{-1}) \quad (3.9)$$

oder für $m = 0$ auf den Henckyschen Verzerrungstensor

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \ln(\mathbf{C}) \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{h} = \frac{1}{2} \ln(\mathbf{b}) \quad . \quad (3.10)$$

Die materielle Zeitableitung von $d\mathbf{x}$ liefert

$$d\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1}d\mathbf{x} = \mathbf{L}d\mathbf{x} \quad (3.11)$$

mit dem Geschwindigkeitsgradiententensor \mathbf{L} . Die Zerlegung von \mathbf{L} in einen symmetrischen Anteil \mathbf{D} und einen antisymmetrischen Anteil \mathbf{W} ergibt

$$\mathbf{L} = \text{sym}(\mathbf{L}) + \text{ant}(\mathbf{L}) = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad (3.12)$$

mit

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad \text{und} \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad . \quad (3.13)$$

\mathbf{D} wird als Tensor der Verzerrungsgeschwindigkeiten und \mathbf{W} als Spintensor bezeichnet.

Durch Einführung einer spannungsfreien Zwischenkonfiguration \mathcal{B}^* lässt sich der Deformationsgradient \mathbf{F} multiplikativ in einen reversiblen Anteil \mathbf{F}_r und einen irreversiblen Anteil \mathbf{F}_i zerlegen (Abb. 3.2).

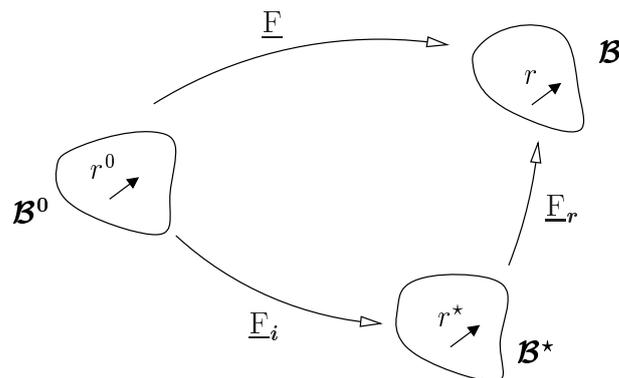


Abb. 3.2: Einführung einer spannungsfreien Zwischenkonfiguration \mathcal{B}^*

Aus

$$dr^* = \mathbf{F}_i dr^0 \quad \text{und} \quad dr = \mathbf{F}_r dr^* \quad (3.14)$$

folgt

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_r \mathbf{F}_i \quad . \quad (3.15)$$

Damit ergibt sich für den Tensor der Verzerrungsgeschwindigkeiten \mathbf{D}

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \frac{1}{2} \left(\dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} + \mathbf{F}^{-T} \dot{\mathbf{F}}^T \right) \\ &= \underbrace{\frac{1}{2} \left[\dot{\mathbf{F}}_r \mathbf{F}_r^{-1} + \mathbf{F}_r^{-T} \dot{\mathbf{F}}_r^T \right]}_{\mathbf{D}_r} + \underbrace{\frac{1}{2} \left[\mathbf{F}_r \dot{\mathbf{F}}_i \mathbf{F}_i^{-1} \mathbf{F}_r^{-1} + \mathbf{F}_r^{-T} \mathbf{F}_i^{-T} \dot{\mathbf{F}}_i^T \mathbf{F}_r^T \right]}_{\mathbf{D}_i} \quad . \quad (3.16) \end{aligned}$$

Spaltet man nun \mathbf{D} formal additiv in einen reversiblen und einen irreversiblen Teil

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_r + \mathbf{D}_i \quad (3.17)$$

mit

$$\mathbf{D}_r = \frac{1}{2} \left[\dot{\mathbf{F}}_r \mathbf{F}_r^{-1} + \mathbf{F}_r^{-T} \dot{\mathbf{F}}_r^T \right] \quad (3.18)$$

und

$$\mathbf{D}_i = \frac{1}{2} \left[\mathbf{F}_r \dot{\mathbf{F}}_i \mathbf{F}_i^{-1} \mathbf{F}_r^{-1} + \mathbf{F}_r^{-T} \mathbf{F}_i^{-T} \dot{\mathbf{F}}_i^T \mathbf{F}_r^T \right] \quad (3.19)$$

auf, so ist der erste Term nur von reversiblen Deformationen abhängig, der zweite jedoch von reversiblen und irreversiblen, so dass er nach XIAO, BRUHNS und MEYERS [XBM00] auch als elastisch-inelastischer Anteil der Verzerrungsgeschwindigkeiten bezeichnet wird.

Der Zusammenhang zwischen den Verzerrungsmaßen und dem Tensor der Deformationsgeschwindigkeiten besteht in der Anwendung einer objektiven Zeitableitung. Gängige Zeitableitungen, welche die Forderung der Beobachterinvarianz erfüllen, sind z.B. die Ableitungen nach LEE, GREEN-NAGHDI, ZAREMBA-JAUMANN oder XIAO-BRUHNS-MEYERS. Letztere liefert auf der Basis des logarithmischen Verzerrungsmaßes bei der Anwendung exakt den Tensor der Dehnungsgeschwindigkeiten

$$\overset{\circ}{\mathbf{h}}^{log} = \mathbf{D} \quad . \quad (3.20)$$

Spezialisiert man die allgemeine Kinematik auf den Sonderfall kleiner Formänderungen, so unterscheiden sich die Verzerrungstensoren nicht.

Mit der Definition des Verschiebungsfeldes nach Abb. 3.1

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X} \quad (3.21)$$

erhält man z.B. den Green-Lagrangeschen Verzerrungstensor zu

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla + \mathbf{u} \nabla \cdot \nabla \mathbf{u}) \quad . \quad (3.22)$$

Für kleine Formänderungen bzw. für eine geometrisch lineare Theorie lassen sich die Terme höherer Ordnung vernachlässigen. Dies führt auf den in der linearen Elastizitätstheorie bekannten infinitesimalen Verzerrungstensor $\boldsymbol{\varepsilon}$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E}^{\text{lin}} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla) \quad . \quad (3.23)$$

In diesem Fall gehen die Verzerrungsgeschwindigkeiten in die Raten der infinitesimalen Dehnungen

$$\mathbf{D}_i = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i \quad \text{und} \quad \mathbf{D}_r = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_r \quad (3.24)$$

über.

Nach der Beschreibung der Kinematik soll nun die Kinetik für zunächst große Formänderungen eingeführt werden.

Schneidet man aus einem verformten Körper einen infinitesimalen Teilkörper heraus, so wirkt auf jeder Schnittfläche die gleichgewichtserhaltende Schnittkraft

$$d\mathbf{k} = \mathbf{t} da \quad (3.25)$$

mit dem Spannungsvektor \mathbf{t} und dem infinitesimalen Flächenelement da . Mit Hilfe der Flächennormalen \mathbf{n} auf da kann der Spannungsvektor \mathbf{t} durch

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \quad (3.26)$$

und die Schnittkraft $d\mathbf{k}$ durch

$$d\mathbf{k} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} da = \boldsymbol{\sigma} da \quad (3.27)$$

ausgedrückt werden.

Durch seine Definition in der verformten Konfiguration kennzeichnet der Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$, der als Cauchy-Spannungstensor bezeichnet wird, ein Eulersches Spannungsmaß. Wie bei den Verzerrungsmaßen sind auch bei den Spannungsmaßen unterschiedliche Definitionen der Spannungen möglich. So erhält man z.B. den Kirchhoffschen Spannungstensor $\boldsymbol{\tau}$, indem man den Cauchy-Tensor $\boldsymbol{\sigma}$ mit der bei der Deformation eingehenden Dichteänderung wichtet

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{\rho_0}{\rho} \boldsymbol{\sigma} \quad . \quad (3.28)$$

Der Quotient ρ_0/ρ entspricht dabei der Volumenänderung beim Übergang von der Ausgangs- in die Momentankonfiguration und kann durch die Determinante des Deformationsgradienten, die so genannte Jakobideterminante \mathbf{J} , ausgedrückt werden.

Bezieht man die Schnittkraft auf das unverformte Flächenelement dA , so führt dies auf den 1. Piola-Kirchhoffschen Spannungstensor \mathbf{P}_1

$$d\mathbf{k} = \mathbf{P}_1 d\mathbf{A} \quad , \quad (3.29)$$

der als Zweifeldtensor Ausgangs- und Momentankonfiguration miteinander verbindet. Mit Hilfe des Deformationsgradienten und der daraus resultierenden Beziehung zwischen dem infinitesimalen Flächenelement in der Ausgangs- und der Momentankonfiguration

$$d\mathbf{a} = \det(\mathbf{F}) \mathbf{F}^{-T} d\mathbf{A} \quad (3.30)$$

lässt sich eine Beziehung zwischen dem 1. Piola-Kirchhoffschen Spannungstensor und dem Cauchy-Spannungstensor in der Form

$$\mathbf{P}_1 = \det(\mathbf{F}) \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T} \quad (3.31)$$

herstellen. Bezieht man sowohl das infinitesimale Flächenelement als auch die (fiktive) Schnittkraft auf die Ausgangskonfiguration, so erhält man als Lagrangesches Spannungsmaß den 2. Piola-Kirchhoffschen Spannungstensor

$$d\mathbf{K} = \mathbf{P}_2 d\mathbf{A} \quad , \quad (3.32)$$

der sich wiederum über den Deformationsgradienten z.B. mit der Cauchy-Spannung verbinden lässt

$$\mathbf{P}_2 = \det(\mathbf{F}) \mathbf{F}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T} \quad . \quad (3.33)$$

Im Falle kleiner Deformationen gehen diese Spannungstensoren jeweils ineinander über.

In der Anwendung (Thermodynamik, Finitie Elemente) verwendet man Spannungen und Verzerrungen, die zueinander arbeitskonjugiert sind, so dass ihr Produkt auf die mechanische Elementararbeit führt. Dieses sind z.B. die Kombinationen $\mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{P}_1$, $\mathbf{E} \Leftrightarrow \mathbf{P}_2$ und für isotropes Verhalten $\mathbf{h} \Leftrightarrow \boldsymbol{\tau}$. Für kleine Formänderungen gehen diese Paare ineinander über.

3.2 Das elastisch-plastische Basismodell

Im Allgemeinen lässt sich der Verzerrungszustand ε eines Körpers nur als Funktional

$$\varepsilon(t) = \mathcal{F}_{0 \leq s \leq t}(\Gamma(s)) \quad \Gamma := \{\boldsymbol{\sigma}, \Theta\} \quad (3.34)$$

der gesamten Geschichte der externen Zustandsgrößen Γ darstellen [Bru93]. \mathcal{F} wird dabei Geschichtsfunktional [Alb95] genannt, das von den externen Zustandsgrößen Spannung $\boldsymbol{\sigma}$ und Temperatur Θ abhängt.

Ist das Verhalten des Materials nicht von der Vorgeschichte abhängig, d.h.

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathcal{F}(\Gamma(t)) \quad , \quad (3.35)$$

bezeichnet man es als reversibel elastisch, ansonsten als inelastisch.

Da sich bei vielen Materialien, speziell Metallen, beobachten lässt, dass ein elastischer Bereich durch die sogenannte Fließgrenze definiert von einem plastischen getrennt wird, erhält man für die in Gl. 3.17 formal durchgeführte Aufspaltung der Verzerrungsgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{D}_r + \mathbf{D}_i \\ &= \hat{\mathcal{F}}_r(\Gamma(t)) + \hat{\mathcal{F}}_i(\Gamma(s))_{0 \leq s \leq t} \end{aligned} \quad (3.36)$$

eine physikalische Motivation.

Für Isotropie lässt sich das reversible, und somit von der Vorgeschichte unabhängige lineare Verhalten durch das hypoelastische Stoffgesetz

$$\mathbf{D}_r = \frac{1}{2G} \left(\dot{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{\nu}{\nu+1} \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{I} \right) + \mathbf{B} \dot{\Theta} \quad (3.37)$$

beschreiben. Hierbei bezeichnen G und ν die elastischen Materialkennwerte Schubmodul und Querkontraktionszahl, die über die Beziehung

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.38)$$

mit dem Elastizitätsmodul E verknüpft sind, und \mathbf{B} den Tensor der Wärmeausdehnungskoeffizienten. Bei Isotropie kann \mathbf{B} durch $\mathbf{B} = \alpha \mathbf{I}$ mit dem Wärmeausdehnungskoeffizienten α ersetzt werden. Der Operator $\text{tr}()$ bildet die Spur bzw. die erste Invariante des Arguments.

Die inelastische Verzerrungsrate \mathbf{D}_i lässt sich entweder explizit durch Integrale über die Prozessgeschichte berechnen oder implizit durch die Verwendung physikalisch motivierter innerer Variablen \mathbf{q}_n [Bru93]

$$\hat{\mathcal{F}}_i(\Gamma(s)) \approx \hat{\mathcal{F}}_i(\Gamma(t), \dot{\Gamma}(t), \mathbf{q}_n(t)) \quad (3.39)$$

annähern. Die prozessbedingten Änderungen der inneren Variablen sollen hierbei durch Evolutionsgleichungen in Form von Differentialgleichungen

$$\dot{\mathbf{q}}_n = \dot{\mathbf{q}}_n(\Gamma, \dot{\Gamma}, \mathbf{q}_n) \quad (3.40)$$

beschreibbar sein.

Der elastische Bereich wird vom plastischen durch die Fließgrenze, beschrieben durch die Fließbedingung

$$F = F(\boldsymbol{\sigma}, \Theta, \mathbf{q}_n) = 0, \quad (3.41)$$

getrennt. Verwendung findet hier die verallgemeinerte Fließbedingung nach MELAN-PRAGER-ZIEGLER-SHIELD

$$F = f(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\xi}) - g(\kappa, \Theta) \quad , \quad (3.42)$$

bei der die internen Variablen κ und $\boldsymbol{\xi}$ die Fließbedingung modifizieren.

$\boldsymbol{\xi}$ ist hierbei für ein Verschieben der Fließellipse, die sogenannte kinematische Verfestigung, und κ für ihre Aufweitung, die isotrope Verfestigung, verantwortlich (siehe Abb. 3.3). Die mikromechanische Motivation dieser Variablenwahl liegt in der Deutung der isotropen Verfestigung als Maß für die Dichte der im repräsentativen Volumenelement vorliegenden Versetzungen und der Interpretation der kinematischen Verfestigung als richtungsabhängiges Aufstauen dieser Versetzungen [Sze89].

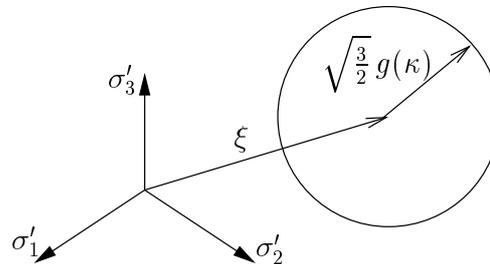


Abb. 3.3: Darstellung der Fließbedingung in der π -Ebene

Unter Verwendung der Normalenregel erhält man die inelastische Deformation zu

$$\mathbf{D}_i = \lambda_p \left\langle \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\rangle . \quad (3.43)$$

Hierin fordern die McCauley-Klammern $\langle \dots \rangle$, dass plastische Deformation nur auftreten kann, wenn die Fließbedingung $F = 0$ erfüllt und die Lastbedingung $LC = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} > 0$ übererfüllt wird. Die Übererfüllung der Lastbedingung erzwingt, dass das Lastinkrement auf

der Fließellipse nach außen gerichtet ist und nur positive inelastische Arbeit verrichtet werden kann.

Für die McCauley Klammern ergibt sich somit die Definition

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{für } F = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \quad (3.44)$$

Der plastische Multiplikator λ_p ergibt sich aus der Konsistenzbedingung

$$\dot{F} = 0 = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\xi}} : \overset{\nabla}{\boldsymbol{\xi}} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \dot{\kappa} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\xi}} : \overset{\nabla}{\boldsymbol{\xi}} - \frac{\partial g}{\partial \kappa} \dot{\kappa} . \quad (3.45)$$

An dieser Stelle müssen die Evolutionsgleichungen für die internen Variablen spezifiziert werden. Da sie die inelastische Prozessgeschichte beschreiben sollen, werden sie gemäß den Ansätzen

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = c(\kappa, \Theta, w(\Delta)) \mathbf{D}_i \quad (3.46)$$

und

$$\dot{\kappa} = \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{D}_i \quad (3.47)$$

an die plastischen Deformationen geknüpft [BBLs].

Hierbei berücksichtigt die Funktion $c(\kappa, \Theta, w(\Delta))$ nichtlineare Verfestigungseffekte durch eine Strukturgedächtnisfunktion $w(\Delta)$. Die interne Variable κ kann nach diesem Ansatz als plastische Arbeit der reduzierten Spannungen interpretiert werden.

Mit den Evolutionsgleichungen für die internen Variablen ergibt sich der plastische Multiplikator zu

$$\lambda_p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}}}{\left(-\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\xi}} c + \frac{\partial g}{\partial \kappa} \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) : \left\langle \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\rangle} . \quad (3.48)$$

Unter der Voraussetzung plastischer Inkompressibilität, d.h.

$$\text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = 0 \quad , \quad (3.49)$$

kann das Argument der Funktion f nur deviatorische Gestalt haben, so dass sich f als Funktion der zweiten und dritten Invarianten T_2 und T_3 des Deviators der reduzierten Spannung $\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\xi}$ darstellen lässt. Zur Vereinfachung sei $\boldsymbol{\xi}$ ebenfalls deviatorisch.

Vernachlässigt man wegen des nicht vorhandenen Einflusses in der Metallplastizität und der Forderung nach Konvexität zusätzlich die dritte Invariante T_3 , erhält man die Fließbedingung

$$F = (\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\xi}) : (\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\xi}) - g(\kappa, \Theta) = 0 \quad . \quad (3.50)$$

3.3 Das elastisch-viskoplastische InterAtom-Modell

Beobachtungen von LUDWIK [Lud09] zeigten schon 1909, dass das Verhalten vieler Stähle unterhalb einer definierten Grenze der Belastung reversibel elastisch, darüber aber abhängig von der Deformationsgeschwindigkeit [Lud10] und somit zeitabhängig ist. Dieses Materialverhalten wird elastisch-viskoplastisch bezeichnet [Per66].

Die Materialmodelle zur Beschreibung dieser Phänomene unterteilen sich in die Klasse der *superposed models*, bei denen sich die inelastische Dehnung additiv aus plastischen Effekten und Kriecheffekten zusammensetzt, und den *unified models*, die aufgrund gleicher mikromechanischer Ursachen nicht zwischen Fließen und Kriechen unterscheiden (Tab. 3.1 [Bra92]).

unified models $\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \dot{\epsilon}^{in}$		superposed models $\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \dot{\epsilon}^{pl} + \dot{\epsilon}^{kr}$	
allgemeine Modelle		Überspannungsmodelle	
z.B. Miller Hart	z.B. Bruhns Chaboche		

Tab. 3.1: Einordnung einiger viskoplastischer Materialmodelle

Im Folgenden soll die Erweiterung des elasto-plastischen Interatom-Modells [BBLs] auf viskose Effekte im Rahmen eines vereinheitlichten Konzeptes [BH88] betrachtet werden.

Für den elastischen Anteil wird das hypoelastische Stoffgesetz des plastischen Modells

$$\mathbf{D}_r = \frac{1}{2G} \left(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{\nu}{\nu+1} \text{tr}(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{I} \right) + \alpha \dot{\Theta} \mathbf{I} \quad (3.51)$$

übernommen.

Die Abbildung des viskoplastischen Materialverhaltens fußt auf Überlegungen von HOHENEMSER und PRAGER [HP32] und dem darauf aufbauenden Konzept der Überspannung von Perzyna [Per63][Per66], bei dem Fließgrenze und Normalenregel aus der Plastizitätslehre übernommen werden.

Hierbei wird die aktuelle Spannung in einen athermischen Anteil $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ und einen thermisch aktivierten Anteil $\bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} = \boldsymbol{\sigma} - \bar{\boldsymbol{\sigma}}$ (siehe Abb. 3.4a) zerlegt

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} \quad (3.52)$$

Die statische Gleichgewichtsspannung $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ genügt der Fließbedingung

$$\bar{F} = f(\bar{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\xi}) - g(\kappa) = (\bar{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{\xi}) : (\bar{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{\xi}) - g(\kappa) = 0 \quad (3.53)$$

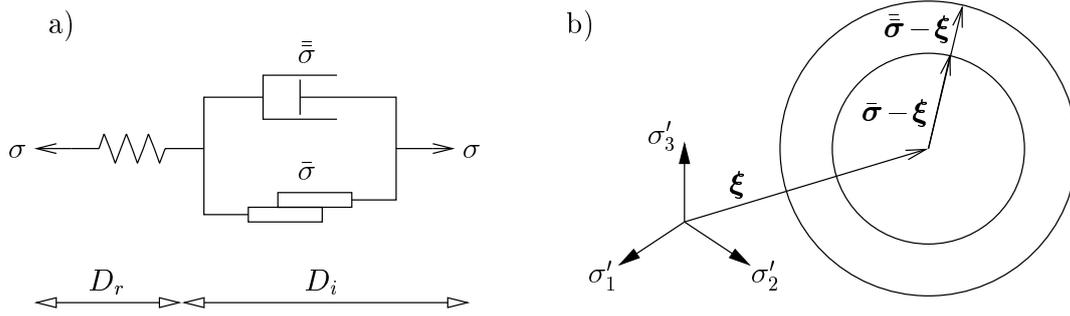


Abb. 3.4: a) Viskoplastisches rheologisches Modell (Bingham-Körper); b) Darstellung in der Ebene der Deviator-Hauptspannungen

und der Normalenregel des plastischen Basismodells

$$\mathbf{D}_i = \langle \lambda_p \bar{\mathbf{n}} \rangle = \left\langle \lambda_p \frac{\frac{\partial f_{\bar{\sigma}}}{\partial \bar{\sigma}}}{\left\| \frac{\partial f_{\bar{\sigma}}}{\partial \bar{\sigma}} \right\|} \right\rangle . \quad (3.54)$$

Die verbleibende Komponente $\bar{\sigma}$ bestimmt den Abstand zur tatsächlich anliegenden Spannung σ und wird als Überspannung bezeichnet ([Per63], [Per66]). In Abb. 3.4b sind beide Spannungsanteile in der π -Ebene dargestellt.

Da σ außerhalb der Fließfläche liegt, wird die Fließbedingung

$$F = f(\sigma - \xi) - g(\kappa) = (\sigma' - \xi) : (\sigma' - \xi) - g(\kappa) \geq 0 \quad (3.55)$$

übererfüllt.

Die Übernahme der Normalenregel aus der Plastizitätslehre liefert

$$\mathbf{D}_i = \langle \langle \gamma \Phi \mathbf{n} \rangle \rangle = \left\langle \left\langle \gamma \Phi \frac{\frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \sigma}}{\left\| \frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \sigma} \right\|} \right\rangle \right\rangle , \quad (3.56)$$

wobei γ eine die Viskosität beschreibende Materialkonstante und Φ eine dem plastischen Multiplikationsfaktor λ_p entsprechende Materialfunktion darstellen.

Das Auftreten viskoplastischer Deformationen ist an die doppelten McCauley-Klammern

$$\langle \langle x \rangle \rangle = \begin{cases} x, & \text{wenn } \Lambda \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.57)$$

geknüpft. Hierin bezeichnet Λ die mit dem Normalenvektor multiplizierte Überspannung und ist unter Verwendung der Fließfläche als

$$\Lambda = \sqrt{f} - \sqrt{g} \quad (3.58)$$

definiert.

Vereinfachend sei hier die Annahme getroffen, dass für die Normalen \mathbf{n} und $\bar{\mathbf{n}}$ Gleichheit gelte, d.h.

$$\frac{\frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\left\| \frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\|} = \frac{\frac{\partial f_{\bar{\sigma}}}{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}}}{\left\| \frac{\partial f_{\bar{\sigma}}}{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}} \right\|} . \quad (3.59)$$

Da der Faktor Φ wegen der Übererfüllung der Fließregel nicht mehr aus der Konsistenzbedingung $\dot{F} = 0$ bestimmt werden kann, wird eine weitere Materialgleichung eingeführt, die die viskoplastische Materialfunktion Φ in geeigneter Weise mit der Überspannung Λ verknüpft

$$\Phi = \Phi(\Lambda, \dot{\Lambda}, \dots) . \quad (3.60)$$

Funktionelle Ansätze hierfür sind z.B. bei PERZYNA [Per71], BRUHNS [Bru84], BRUHNS und LEHMANN [BL78], ROTT [Rot91], WESTERHOFF [Wes95] oder WICHTMANN [Wic96] gegeben.

Im Weiteren soll der Exponentialansatz

$$\Phi = \Phi(\Lambda) = 1 - \exp(-c_4 \Lambda^{c_5}) \quad (3.61)$$

verwendet werden, mit dem sich in [Wic96] bei der Anpassung an das Verhalten des unlegierten Stahles Ck35 über einen großen Temperaturbereich gute Ergebnisse erzielen ließen.

Als Funktion der isotropen Verfestigung soll

$$g(\kappa) = \frac{2}{3} \sigma_0^2 [1 + (c_2 - 1)(1 - \exp(-c_1 \kappa))] \quad (3.62)$$

Verwendung finden. Weitere Ansätze finden sich z.B. bei BRUHNS [BBLs],[Bru84].

Die fehlenden Materialgleichungen, die inneren Variablen und ihre Evolutionsgleichungen werden vom plastischen Stoffmodell übernommen, so dass man das vollständige System der Stoffgesetzgleichungen zu

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{D}_r + \mathbf{D}_i \\ &= \frac{1}{2G} \left(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}} - \frac{\nu}{\nu + 1} \text{tr}(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\sigma}}) \mathbf{I} \right) + \alpha \dot{\Theta} \mathbf{I} + \left\langle \left\langle \gamma \Phi \frac{\frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\left\| \frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\|} \right\rangle \right\rangle \end{aligned} \quad (3.63)$$

mit der Funktion der isotropen Verfestigung $g(\kappa)$

$$g(\kappa) = \frac{2}{3} \sigma_0^2 [1 + (c_2 - 1)(1 - \exp(-c_1 \kappa))] , \quad (3.64)$$

der viskoplastischen Materialfunktion $\Phi(\Lambda)$

$$\Phi = 1 - \exp(-c_4 \Lambda^{c_5}) \quad (3.65)$$

sowie den Evolutionsgleichungen der internen Variablen

$$\dot{\kappa} = \left\langle \frac{1}{2} \frac{\partial f(\bar{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{\xi})}{\partial \bar{\boldsymbol{\sigma}}} : \mathbf{D}_i \right\rangle = 2 \gamma \Phi \sqrt{g(\kappa)} \quad (3.66)$$

und

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = c(\kappa, \Theta, \Delta w) \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.67)$$

erhält.

Passende Ansätze für $c(\kappa, \Theta, \Delta w)$ finden sich z.B. in [Bru84].

3.4 Das Einschlussproblem nach Eshelby

ESHELBY untersucht in [Esh57], [Esh61] die Auswirkungen, die ein geometrisch definierter, eingeschlossener Bereich in Bezug auf die Verschiebungen, Dehnungen und Spannungen verursacht, wenn er sich in einer Matrix eingebettet befindet. Hierbei unterscheidet er zwischen der Problemstellung des Einschlusses, bei der sich ein Einschluss mit den gleichen elastischen Eigenschaften wie die Matrix in Form und Größe ändert, und der der Inhomogenität, bei der die elastischen Eigenschaften des eingeschlossenen Bereiches und der Matrix variieren. Da sich die Inhomogenität durch eine Äquivalenzbetrachtung, die Methode des äquivalenten Einschlusses, auf den Einschluss zurückführen lässt, bildet die Lösung der Einschlussproblematik die Basis für die Lösung beider Problemklassen.

Als Grundlage sollen die Beziehungen zwischen dem elastischen Verschiebungsfeld u und der daraus ableitbaren Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}$ im Rahmen einer geometrisch linearen Theorie kleiner Formänderungen nach Gl. 3.23 und das elastische Materialverhalten

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} + \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} \quad \text{bzw.} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2G} \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\nu}{1+\nu} \operatorname{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I} \right) \quad (3.68)$$

im Sinne von Hooke gelten.

Das Vorgehen zur Lösung der Einschlussproblematik baut auf den im Folgenden aufgelisteten, gedanklich durchgeführten Vorgängen auf:

1. Ausschneiden des unbelasteten Einschlusses.
2. Veränderungen in Form und Größe des Einschlusses finden statt. Sie werden durch eine Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ (Transformation) repräsentiert, die ihre Ursache z.B. in thermischen Lasten, plastischen Deformationen oder Phasenumwandlungen haben kann. Da sich der Spannungszustand durch diese Formänderung nicht ändern soll, bezeichnet ESHELBY die verursachende Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ als „*stress-free misfit strain*“.
3. Der Einschluss wird durch das Aufbringen von Oberflächenkräften $-\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{n}$ in seine ursprüngliche Form überführt und in die vorher entstandene Fehlstelle eingefügt, wobei die Kompatibilität zwischen Einschluss und Matrix (c_0 -Stetigkeit der Verschiebungen) als erfüllt betrachtet werden soll.
4. Die vorher aufgebrauchten Oberflächenkräfte $-\boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{n}$ werden durch entgegengesetzte kompensiert, so dass der Gesamtkörper frei von externen Kräften ist, sich aber durch die veränderte Geometrie sowohl im Einschluss wie auch in der Matrix in einem Eigendehnungs- bzw Eigenspannungszustand befindet. Die erzwungene Dehnung, die sich einstellt, wird mit $\boldsymbol{\varepsilon}^C$ (Constrained) bezeichnet.

Im Weiteren wird das sich einstellende Verschiebungsfeld \mathbf{u}^C gesucht, aus dem sich Aussagen über den Verzerrungszustand $\boldsymbol{\varepsilon}^C$ und die daraus resultierenden Spannungen infolge von Transformationsdehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ machen lassen.

Laut LOVE [Lov27] ergibt sich die Verschiebung eines Punktes an einer Stelle \mathbf{r} aufgrund einer Punktlast $\hat{\mathbf{F}}$ an der Stelle \mathbf{r}' zu

$$U_j(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi\mu} \frac{\hat{F}_j}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)} \hat{F}_l \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_j} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \quad . \quad (3.69)$$

Normiert man diese Verschiebung auf eine Einheitslast, erhält man mit der Einheitsverschiebung U_j^E und der aufgetragenen Oberflächenlast $\boldsymbol{\sigma}^T$ die erzwungene Verschiebung \mathbf{u}^C als Integral über die Oberfläche \mathcal{A} des Einschlusses zu

$$\mathbf{u}^C = \int_{\mathcal{A}} \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{U}^E(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathcal{A} \quad . \quad (3.70)$$

Mit dem Satz von Gauss und geeigneter Integration über den im Weiteren als Ellipsoid angenommenen Einschluss erhält man für die Verschiebung \mathbf{u}^C

$$u_i^C = \frac{x_m \varepsilon_{jk}^T}{8\pi(1-\nu)} \int_{4\pi} \frac{\lambda_m g_{ijk}}{g} d\omega \quad (3.71)$$

beziehungsweise mit Gl. 3.23 die daraus ableitbare Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^C$

$$\varepsilon_{il}^C = \frac{\varepsilon_{jk}^T}{16\pi(1-\nu)} \int_{4\pi} \frac{\lambda_i g_{ljk} + \lambda_l g_{ijk}}{g} d\omega \quad . \quad (3.72)$$

Hierbei bedeuten die Abkürzungen

$$\lambda_1 = \frac{l}{a^2}, \quad \lambda_2 = \frac{m}{b^2}, \quad \lambda_3 = \frac{n}{c^2}, \quad g = \frac{l^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{c^2} \quad (3.73)$$

und

$$g_{ijk} = (1 - 2\nu)(\delta_{ij}l_k + \delta_{ik}l_j - \delta_{jk}l_i) + 3l_i l_j l_k \quad . \quad (3.74)$$

Der Einheitsvektor $\mathbf{l} = (l_1, l_2, l_3) = (l, m, n)$ beschreibt dabei die Rotationsachse eines Einheitskegels ω , dessen Spitze sich in \mathbf{x} befindet. Die Konstanten a , b und c kennzeichnen die Halbmesser des rotationsellipsoiden Einschlusses. Eine geometrische Interpretation des Integranden findet sich z.B. in [Mur98].

Aufgrund der Abhängigkeit von $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ (Gl. 3.72) lässt sich $\boldsymbol{\varepsilon}^C$ in der Form

$$\boldsymbol{\varepsilon}^C = \mathbf{S} : \boldsymbol{\varepsilon}^T \quad (3.75)$$

mit dem vierstufigen Eshelby-Tensor \mathbf{S} schreiben.

Durch Einführen von Konstanten I_i und I_{ij} mit $i, j \in \{1, 2, 3\}$, die in Anlehnung an die Integranden in Gl. 3.72 und unter Zuhilfenahme der Ergebnisse von ROUTH [Rou95] zu

$$I_1 = \int \frac{l^2}{a^2} \frac{d\omega}{g} = 2\pi abc \int_0^\infty \frac{du}{(a^2 + u)\sqrt{a^2 + u}\sqrt{b^2 + u}\sqrt{c^2 + u}} \quad (3.76a)$$

$$I_{11} = \int \frac{l^4}{a^4} \frac{d\omega}{g} = 2\pi abc \int_0^\infty \frac{du}{(a^2 + u)^2\sqrt{a^2 + u}\sqrt{b^2 + u}\sqrt{c^2 + u}} \quad (3.76b)$$

$$I_{12} = \int \frac{l^2}{a^2} \frac{m^2}{b^2} \frac{d\omega}{g} = \frac{2}{3}\pi abc \int_0^\infty \frac{du}{(a^2 + u)(b^2 + u)\sqrt{a^2 + u}\sqrt{b^2 + u}\sqrt{c^2 + u}} \quad (3.76c)$$

definiert werden, lassen sich die Komponenten des Eshelby-Tensors \mathbf{S} laut MURA [Mur98] in der Form

$$S_{1111} = \frac{3}{8\pi(1-\nu)} a^2 I_{11} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1 \quad (3.77a)$$

$$S_{1122} = \frac{3}{8\pi(1-\nu)} a^2 I_{12} - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1 \quad (3.77b)$$

$$S_{1212} = \frac{3}{8\pi(1-\nu)} \frac{a^2 + b^2}{2} I_{12} - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} \frac{I_1 + I_2}{2} \quad (3.77c)$$

angeben. Alle weiteren Komponenten ergeben sich durch zyklisches Vertauschen der Indizes $(1, 2, 3)$, (a, b, c) , (l, m, n) . Da die Gleichungen 3.76a-c und 3.77a-c unabhängig von den Ortskoordinaten innerhalb des Einschlusses sind, lässt sich die Konstanz der Dehnungen und Spannungen in einem ellipsoiden Einschluss als eines der wichtigsten Ergebnisse von ESHELBY formulieren.

Allgemein gilt, dass sich die Tensorkomponenten, die Schubdehnungen mit Normaldehnungen (z.B. S_{1112}) oder verschiedene Schubdehnungen untereinander (z.B. S_{1213}) koppeln, zu Null ergeben. Bei Isotropie finden sich desweiteren die Symmetrien

$$S_{ijkl} = S_{jikl} = S_{ijlk} \quad . \quad (3.78)$$

Der Eshelby-Tensor lässt sich für Sonderfälle, in denen die Integrale in Gl. 3.76a-c geschlossen lösbar sind, explizit angeben. Spezialisiert man den rotationsellipsoidalen Einschluss z.B. auf die Form einer Kugel, so ergibt sich mit den Halbmessern $a = b = c$ für die Konstanten I_i und I_{ij}

$$I_1 = 2\pi a^3 \int_0^\infty \frac{du}{(a^2 + u)^{\frac{5}{2}}} = \frac{4}{3}\pi = I_2 = I_3 \quad (3.79a)$$

$$I_{11} = 2\pi a^3 \int_0^\infty \frac{du}{(a^2 + u)^{\frac{7}{2}}} = \frac{4}{5a^2}\pi = I_{22} = I_{33} \quad (3.79b)$$

$$I_{12} = \frac{1}{3} = I_{23} = I_{31} \quad (3.79c)$$

und somit für die Komponenten des Eshelby-Tensors eines sphärischen Einschlusses

$$S_{1111} = \frac{7 - 5\nu}{15(1 - \nu)} = S_{2222} = S_{3333} \quad (3.80a)$$

$$S_{1122} = \frac{-1 + 5\nu}{15(1 - \nu)} = S_{2211} = S_{1133} = S_{3311} = S_{2233} = S_{3322} \quad (3.80b)$$

$$S_{1212} = \frac{4 - 5\nu}{15(1 - \nu)} = S_{1313} = S_{2323} = S_{2112} = S_{3113} = S_{3223} = \dots \quad (3.80c)$$

$$S_{1213} = 0 = S_{1211} = S_{2331} = S_{2333} = S_{3112} = \dots \quad (3.80d)$$

Spaltet man die Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ und $\boldsymbol{\varepsilon}^C$ eines sphärischen Einschlusses zusätzlich in Kugeltensoren und Deviatoren auf, ergibt sich der Eshelbysche Zusammenhang jeweils in Form eines Skalars zu

$$\text{sph}(\boldsymbol{\varepsilon}^C) = \alpha \text{sph}(\boldsymbol{\varepsilon}^T) \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{1}{3} \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \quad (3.81)$$

$$\text{und} \quad \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^C) = \beta \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^T) \quad \text{mit} \quad \beta = \frac{2}{15} \frac{4 - 5\nu}{1 - \nu} \quad (3.82)$$

Die Spannungen innerhalb eines Einschlusses unter Eigendehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ ergeben sich nach der Aufspaltung der Gesamtdehnung in einen elastischen Anteil und den Anteil der Eigendehnung

$$\boldsymbol{\varepsilon}^C = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \quad (3.83)$$

durch Anwenden des Hookeschen Gesetzes

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{L}^{-1} (\boldsymbol{\varepsilon}^C - \boldsymbol{\varepsilon}^T) \quad (3.84)$$

Mit dem linearelastischen Gesetz für isotrope Materialien kann Gl. 3.84 als

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu (\boldsymbol{\varepsilon}^C - \boldsymbol{\varepsilon}^T) + \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^C - \boldsymbol{\varepsilon}^T) \mathbf{I} \quad (3.85)$$

mit den Laméschen Konstanten λ und μ bzw. in der Form

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1 + \nu} \left[(\boldsymbol{\varepsilon}^C - \boldsymbol{\varepsilon}^T) + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^C - \boldsymbol{\varepsilon}^T) \mathbf{I} \right] \quad (3.86)$$

mit der Elastizitätskonstanten E und der Querkontraktionszahl ν geschrieben werden.

Mit Gl. 3.75 und den Gln. 3.77a-c erhält man aus Gl. 3.86 für die Komponenten von $\boldsymbol{\sigma}$

nach längerer Umformung

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} = & 2\mu \left[\frac{a^2}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} 3 I_{11} + \frac{\nu}{1-2\nu} (I_{21} + I_{31}) \right\} \right. \\
& \left. + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} I_1 + \frac{\nu}{1-2\nu} (I_2 + I_3) \right\} - \frac{1-\nu}{1-2\nu} \right] \epsilon_{11}^T \\
& + 2\mu \left[\frac{b^2}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} I_{12} + \frac{\nu}{1-2\nu} (3 I_{22} + I_{32}) \right\} \right. \\
& \left. - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} I_1 + \frac{\nu}{1-2\nu} (I_2 - I_3) \right\} - \frac{1-\nu}{1-2\nu} \right] \epsilon_{22}^T \\
& + 2\mu \left[\frac{c^2}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} I_{13} + \frac{\nu}{1-2\nu} (3 I_{33} + I_{23}) \right\} \right. \\
& \left. - \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} \left\{ \frac{1-\nu}{1-2\nu} I_1 + \frac{\nu}{1-2\nu} (I_3 - I_2) \right\} - \frac{1-\nu}{1-2\nu} \right] \epsilon_{33}^T \quad ,
\end{aligned} \tag{3.87a}$$

$$\sigma_{12} = 2\mu \left[\frac{a^2 + b^2}{8\pi(1-\nu)} I_{12} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} (I_1 + I_2) - 1 \right] \epsilon_{12}^T \quad . \tag{3.87b}$$

Die weiteren Komponenten berechnen sich wieder durch zyklisches Vertauschen der Indizes.

Die Spannungen innerhalb eines kugelförmigen Einschlusses berechnen sich mit den Konstanten I_i und I_{ij} nach Gl. 3.79a-c zu

$$\sigma_{11} = -\mu \frac{16}{15(1-\nu)} \epsilon_{11}^T - 2\mu \frac{1+5\nu}{15(1-\nu)} \epsilon_{22}^T - 2\mu \frac{1+5\nu}{15(1-\nu)} \epsilon_{33}^T \tag{3.88a}$$

$$\sigma_{12} = -2\mu \frac{7-5\nu}{15(1-\nu)} \epsilon_{12}^T \tag{3.88b}$$

usw. mit zyklischer Vertauschung der Indizes.

Setzt man zusätzlich eine rein deviatorische Dehnung ϵ^T und somit Gl. 3.82 voraus, ergibt sich aus Gl. 3.86

$$\sigma = 2G \left(\frac{2}{15} \frac{4-5\nu}{1-\nu} - 1 \right) \epsilon^T = \varphi \epsilon^T \quad \text{mit} \quad \varphi = -2G \frac{7-5\nu}{15(1-\nu)} \tag{3.89}$$

eine Abbildung mit skalarwertigem Operator φ .

3.5 Vielkristallplastizität nach Budianski und Wu

BUDIANSKY und WU erweitern in [BW62] das von ESHELBY gelöste Einschlussproblem auf die Beschreibung des makroskopischen Verhaltens von Vielkristallen.

Sie gehen von der Betrachtung eines zufällig aufgebauten Vielkristalls unter der externen Last $\boldsymbol{\sigma}^0$ aus. Die lokalen Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$, die als Spannungen auf Kornebene den Eigen-
spannungen ersten und zweiten Grades $\boldsymbol{\sigma}^I + \boldsymbol{\sigma}^{II}$ entsprechen (s. Abb. 1.1), sollen im Mittel auf die makroskopische Spannung $\boldsymbol{\sigma}^0$ führen

$$\overline{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}^0 \quad . \quad (3.90)$$

Ebenso kann die makroskopische Dehnung als gemittelte lokale Dehnung definiert werden

$$\mathbf{E} = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad . \quad (3.91)$$

Die Aufspaltung der makroskopischen Dehnung \mathbf{E} in einen elastischen und einen plastischen Anteil

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{el} + \mathbf{E}^{pl} \quad (3.92)$$

führt mit dem isotropen Hookeschen Operator \mathbf{L} auf die plastische makroskopische Dehnung \mathbf{E}^{pl}

$$\mathbf{E}^{pl} = \mathbf{E} - \mathbf{E}^{el} = \mathbf{E} - \mathbf{L}[\boldsymbol{\sigma}^0] \quad . \quad (3.93)$$

Für isotrop elastisches Verhalten der einzelnen Kristalle lässt sich $\mathbf{L}[\boldsymbol{\sigma}^0]$ als gemittelte elastische Dehnung $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}^{el}}$ identifizieren

$$\mathbf{L}[\boldsymbol{\sigma}^0] = \mathbf{L}[\overline{\boldsymbol{\sigma}}] = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}^{el}} \quad . \quad (3.94)$$

Gln. 3.91 und 3.94 in Gl. 3.93 eingesetzt ergibt

$$\mathbf{E}^{pl} = \mathbf{E} - \mathbf{L}[\boldsymbol{\sigma}^0] = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}} - \overline{\boldsymbol{\varepsilon}^{el}} = \overline{\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{el}} \quad . \quad (3.95)$$

Mit der Zerlegung der lokalen Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}$ in einen elastischen und einen plastischen Anteil

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \quad (3.96)$$

ergibt sich aus Gl. 3.95 die Gleichheit der makroskopischen plastischen Dehnung \mathbf{E}^{pl} und der gemittelten lokalen plastischen Dehnung $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}}$

$$\mathbf{E}^{pl} = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}} \quad , \quad (3.97)$$

so dass das makroskopische Verhalten des Körpers durch die Analyse der lokalen Verformungen bestimmbar ist.

Die lokale Dehnung erhält man aus der Betrachtung eines einzelnen Kristalls, welches im weiteren als kugelförmiges Korn, eingebettet in eine lastfreie, isotrope und elastische Matrix, angenommen werden soll. Unter der Annahme einer c_0 -Stetigkeit der Verschiebungen an der Korngrenze und gleicher elastischer Eigenschaften von Korn und Matrix kann eine aufgebrauchte deviatorische plastische Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ als „stress-free misfit strain“ im Sinne von Eshelby betrachtet werden.

Nach ESHELBY (Gl. 3.82) ergibt sich dann eine einheitliche Gesamtdehnung von

$$\boldsymbol{\varepsilon} = b \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \quad \text{mit} \quad b = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} . \quad (3.98)$$

Superpositionierung einer Spannung $\boldsymbol{\sigma}^0$ aus äußerer Last führt zu einer Dehnung von

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} [\boldsymbol{\sigma}^0] + b \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} , \quad (3.99)$$

deren elastischer Anteil

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{el} = \mathbf{L} [\boldsymbol{\sigma}^0] + b \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} = \mathbf{L} [\boldsymbol{\sigma}^0] - (1 - b) \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \quad (3.100)$$

beträgt. Nach der Linksmultiplikation mit dem inversen Hookschen Operator \mathbf{L}^{-1} erhält man die Spannung zu

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^0 - 2G(1 - b) \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} . \quad (3.101)$$

Unter den getroffenen Voraussetzungen beschreibt Gl. 3.101 das Verhalten einer Matrix mit einem kleinen Anteil plastisch deformierter Einschlüsse. Die Matrix um jedes Korn kann als elastisch angesehen werden.

Mit zunehmender Anzahl von Einschlüssen können Interaktionen der jeweils entstehenden Spannungsfelder nicht vernachlässigt werden. Diese Interaktionen der Spannungsfelder einzelner Körner lassen sich durch die Erweiterung der elastischen Matrix um zusätzliches plastisches Verhalten berücksichtigen

$$\text{Matrix:} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} [\boldsymbol{\sigma}] + \mathbf{E}^{pl} . \quad (3.102)$$

Diese Matrix verhält sich „weicher“ als eine elastische und wird als selbstkonsistent bezeichnet, weil die Mittelung von Gl. 3.102

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \overline{\mathbf{L} [\boldsymbol{\sigma}] + \mathbf{E}^{pl}} \\ \Rightarrow \mathbf{E} &= \mathbf{L} [\boldsymbol{\sigma}^0] + \mathbf{E}^{pl} \end{aligned}$$

auf Gl. 3.93 führt. Allgemein bezeichnet *selbstkonsistent* die Verwendung einer fiktiven Matrix, deren Materialverhalten dem Makroskopischen entspricht.

Mit einer zusätzlichen Spannung $\boldsymbol{\sigma}^0$ aus äußerer Last, die auf die neue Matrix aufgebracht wird, müssen die Gesamtdehnung und die plastische Dehnung in einem kugeligen Einschluss der Beziehung

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} [\boldsymbol{\sigma}^0] + b (\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl}) + \mathbf{E}^{pl} \quad (3.103)$$

genügen.

Die Gesamtdehnung $\boldsymbol{\varepsilon}$ erhält man hierbei durch Superposition

- der elastischen Dehnung $\mathbf{L}[\boldsymbol{\sigma}^0]$ eines homogenen Materials unter der Last $\boldsymbol{\sigma}^0$,
- der Eshelbydehnung $b(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl})$ durch einen „stress-free misfit strain“
- und der einheitlichen plastischen Dehnung \mathbf{E}^{pl} .

Aufspalten der Gesamtdehnung in einen elastischen und einen plastischen Teil ergibt

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}^{el} &= \mathbf{L}[\boldsymbol{\sigma}^0] + b(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl}) + \mathbf{E}^{pl} - \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \\ &= \mathbf{L}[\boldsymbol{\sigma}^0] - (1 - b)(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl})\end{aligned}\quad (3.104)$$

bzw.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} = \mathbf{L}[\dot{\boldsymbol{\sigma}}^0] - (1 - b)(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} - \dot{\mathbf{E}}^{pl})\quad (3.105)$$

in inkrementeller Form.

Mit dem Hookeschen Operator erhält man die Phasenspannungen zu

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^0 - 2G(1 - b)(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl})\quad (3.106)$$

bzw. mit dem in Gl. 3.82 hergeleiteten Parameter b

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^0 - 2 \frac{7 - 5\nu}{15(1 - \nu)} G [\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl}] \quad .\quad (3.107)$$

3.6 Vielkristallplastizität nach Kröner

Parallel zu den Überlegungen von B. BUDIANSKI und T. T. WU untersuchte E. KRÖNER [Krö61] ebenfalls die plastische Verformung von Vielkristallen. Seine Ergebnisse zur Vielkristallplastizität liefern einen Zusammenhang zwischen der makroskopischen Dehnung in Abhängigkeit von der äußeren Last („Vielkristallkurve“) und der Dehnung einer Korngruppe als Funktion der lokalen Spannung („Einkristallkurve“).

Die Voraussetzung bildet ein makroskopisch homogener und isotroper Vielkristall mit regelloser Orientierung der Kristalle im unbelasteten Zustand, dessen Kornformen als regellos angenommen werden.

Die effektive lokale Spannung im Korn σ setzt sich zusammen aus der von außen auf-gebrachten Spannung σ^0 und einer Abweichung von dieser makroskopischen Spannung σ^{Eig}

$$\sigma = \sigma^0 + \sigma^{Eig} \quad , \quad (3.108)$$

die in Anlehnung an MACHERAUCH, WOHLFAHRTH und WOLFSTIEG als Eigenspannung 2. Art interpretiert werden kann.

Die lokal definierten Spannungen σ und σ^{Eig} sollen dabei als sowohl über das Korn als auch über Körner gleicher Orientierung gemittelt betrachtet werden.

Die Mittelungen über die Spannung σ und die plastische Dehnung ε^{pl} auf Kornebene sollen auf die makroskopischen Größen $\bar{\sigma}^0$ und \bar{E}^{pl} führen, d.h.

$$\bar{\sigma} = \sigma^0 \quad \text{und} \quad \bar{\varepsilon}^{pl} = E^{pl} \quad . \quad (3.109)$$

Beaufschlagt man den Vielkristall mit einer äußeren Last, so beginnt die am günstigsten orientierte Korngruppe bei einer definierten makroskopischen Spannung σ^0 zu fließen. Als Folge entstehen Eigenspannungen $\sigma^{Eig'}$ in der fließenden Gruppe, die der angelegten Spannung σ^0 entgegengerichtet sind und aus der Reaktion der elastischen Umgebung auf das fließende Korn resultieren. Da die geflossenen Körner ihrerseits Eigenspannungsquellen im Sinne von elastischen Dipolen usw. für den Vielkristall darstellen, entsteht ein weiterer Eigenspannungsteil $\sigma^{Eig''}$, der wegen der vorausgesetzten regellosen Verteilung der Körner als makroskopisch homogen angesehen werden kann.

Bei fortschreitender Deformation durch Erhöhen von σ^0 befinden sich zu einem definierten Zeitpunkt alle Körner in einem plastifizierten Zustand. Die Eigenspannungen der Gruppe werden dann zu

$$\sigma^{Eig} = \sigma^{Eig'} + \sum_{\Omega} \sigma^{Eig''} \quad . \quad (3.110)$$

Der Zusammenhang zwischen $\sigma^{Eig''}$ und $\sigma^{Eig'}$ lässt sich durch den Satz von Albenga herstellen, der besagt, dass sich die über einen beliebigen Querschnitt der Probe gemittelten Eigenspannungen zu Null ergeben müssen.

Dessen integrale Form

$$\overline{\sigma^{Eig'}} + \sum \sigma^{Eig''} = 0 \quad (3.111)$$

in Gl. 3.110 eingesetzt ergibt

$$\sigma^{Eig} = \sigma^{Eig'} - \overline{\sigma^{Eig'}} \quad (3.112)$$

bzw. mit Gl. 3.108

$$\sigma - \sigma^0 = \sigma^{Eig'} - \overline{\sigma^{Eig'}} \quad (3.113)$$

Setzt man nun ohne Einschränkung der Allgemeinheit

$$\sigma^{Eig'} = -\mathbf{A}(\sigma) : \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \quad (3.114)$$

mit einem 4-stufigen von σ abhängigen Tensor $\mathbf{A}(\sigma)$, erhält man aus Gl. 3.113

$$\sigma^0 = \sigma + \mathbf{A}(\sigma) : \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \overline{\mathbf{A}(\sigma) : \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}} \quad (3.115)$$

Unter den Bedingungen, dass

- die lokale Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ deviatorisch ist (bei Plastizität gut erfüllt),
- die lineare Elastizitätstheorie für σ und σ^0 anwendbar ist und
- keine Anisotropie des Körpers vorliegt,

lässt sich $\mathbf{A}(\sigma)$ bestimmen.

Da eine deviatorische plastische Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ eine ebenso deviatorische Eigenspannung hervorruft, folgt aus Gl. 3.114 unter Verwendung der linearen Elastizitätstheorie

$$\mathbf{A} = \psi G \mathbf{I} \quad (3.116)$$

mit dem 4-stufigen Einheitstensor \mathbf{I} und einer skalaren Konstanten ψ .

Eingesetzt in Gl. 3.115 erhält man

$$\sigma^0 = \sigma + \psi G \mathbf{I} : \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \overline{\psi G \mathbf{I} : \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}} \quad (3.117)$$

bzw. mit 3.109

$$\sigma^0 = \sigma + \psi G [\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl}] \quad (3.118)$$

und aufgelöst nach der Eigenspannung

$$\sigma^{Eig} = -\psi G [\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl}] \quad (3.119)$$

Die Gleichungen 3.118 bzw. 3.119 stellen einen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung auf Mikro- und Makroebene her.

Die Bestimmung der noch unbekanntenen Konstanten ψ führt zurück auf das von ESHELBY gelöste Einschlussproblem, in dem ein Bereich B innerhalb eines elastischen, homogenen Körpers eine (hier plastische) Deformation $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ erleide. Als Folge dessen entstehen Eigenspannungen $\boldsymbol{\sigma}^{Eig}$ in B, die unter der Voraussetzung homogener Deformation $\boldsymbol{\varepsilon}$ eines ellipsoidalen Einschlusses ebenfalls homogen sind. Die Dehnungen bzw. Spannungen im Einschluss aufgrund der erzwungenen Dehnung $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ lassen sich dann mit Hilfe des 4-stufigen Eshelby-Tensors zu

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} : \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \quad (3.120)$$

berechnen. Bei der vorausgesetzten deviatorischen Dehnung und Einschlüssen, deren beliebige Gestalt im Mittel als kugelig beschrieben werden soll, vereinfacht sich der vierstufige Eshelby-Tensor \mathbf{S} auf eine skalarwertige Konstante φ .

Mit φ aus Gl. 3.89 ergibt sich für diesen Sonderfall

$$\mathbf{S} = \varphi \mathbf{I} = -\psi G \mathbf{I} \quad , \quad (3.121)$$

so dass sich ψ zu

$$\psi = 2 \frac{7 - 5\nu}{15(1 - \nu)} \quad (3.122)$$

ergibt. Eingesetzt in Gl. 3.119 erhält man

$$\boldsymbol{\sigma}^{Eig} = -2 \frac{7 - 5\nu}{15(1 - \nu)} G [\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} - \mathbf{E}^{pl}] \quad (3.123)$$

und kommt damit zu demselben Ergebnis für die Eigenspannungen bzw. die absolute lokale Spannung wie BUDIANSKI und WU.

3.7 Das Stoffmodell von Kaempff

Kaempff erweitert in [Kae93] [KB93] [KB94] [Kae96] die Überlegungen von BUDIANSKY und WU bzw. KRÖNER auf die Bestimmung des Mikro-Makro-Verhaltens von Mehrphasensystemen unter Berücksichtigung von Festkörperumwandlungen.

Ausgehend vom Zusammenhang zwischen den lokalen und makroskopischen elastischen und plastischen Dehnraten des selbstkonsistenten Ansatzes nach BUDIANSKY/WU (Gl. 3.105)

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} = \mathbf{L} [\dot{\boldsymbol{\sigma}}^0] - (1 - b) (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} - \dot{\mathbf{E}}^{pl})$$

lässt sich laut KAEMPF ein Ausdruck für das lokale Spannungsinkrement $\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_a$ einer Phase a in der Form

$$\mathbf{L}_a [\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_a] = \mathbf{L} [\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}^0] - (1 - b_a) (\mathbf{d}_a^{pl} - \mathbf{D}^{pl}) \quad (3.124)$$

$$\text{bzw.} \quad \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_a = \mathbf{L}_a^{-1} \mathbf{L} [\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}^0] - \mathbf{L}_a^{-1} (1 - b_a) (\mathbf{d}_a^{pl} - \mathbf{D}^{pl}) \quad (3.125)$$

ableiten. Im Rahmen einer Theorie großer Formänderungen sind die Raten der infinitesimalen Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$ durch die Verzerrungsgeschwindigkeiten \mathbf{D} und eine objektive Zeitableitung der Kirchhoffspannung $\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}$ ersetzt worden. \mathbf{L}_a und \mathbf{L} stellen den für die Phase a spezifischen und den makroskopischen Hookeschen Operator dar. Die Einbettungszahl b_a muss mit den elastischen Eigenschaften des Materials a gebildet werden.

KAEMPFs Einführung unterschiedlicher elastischer Eigenschaften auf Mikro- und Makroebene ist an dieser Stelle mit einer gewissen Näherung verbunden. So gehen sowohl ESHELBY als auch BUDIANSKY und WU in ihrer Herleitung der Eigen- bzw. Phasenspannung von einem Einschlussproblem im Sinne von Eshelby aus. Die in diesem Fall notwendige Bedingung gleicher elastischer Eigenschaften von Einschluss und Matrix ist bei ihrer Betrachtung eines Vielkristalls immer erfüllt. Nicht so jedoch in der Anwendung auf mehrphasige Gemische, bei der die Elastizität eine phasenspezifische Eigenschaft darstellt und i.d.R. von Phase zu Phase variiert. Tatsächlich liegt bei den mehrphasigen Gemischen eine Kombination aus Einschluss und Inhomogenität, ein sog. „inhomogener Einschluss“, vor, bei dem sich Eigenspannungen aus einer „erzwungenen Dehnung“ (Einschluss) und dem unterschiedlichen elastischen Verhalten der Einschlüsse und der Matrix (Inhomogenität) ergeben. ESHELBY [Esh57] schlägt als Lösung die Methode des äquivalenten Einschlusses vor.

Ebenso muss der Übergang von der geometrisch linearen Theorie infinitesimaler Dehnungen zu einer Beschreibung im Rahmen großer Formänderungen als Näherung betrachtet werden, da die der Herleitung zugrundeliegende Lösung des Einschlussproblems von ESHELBY auf kleinen Formänderungen aufbaut.

Vernachlässigt man die aus den Näherungen resultierenden Probleme, muss als nächstes die plastische Deformation auf Mikro- und auf Makroebene spezifiziert werden. Hierbei sind die „plastischen Dehnungsgeschwindigkeiten“ \mathbf{d}_a^{pl} und \mathbf{D}^{pl} unter Berücksichtigung ihrer Herleitung im Rahmen der Vielkristallplastizität als Synonym für alle nicht elastischen misfit-Verzerrungsgeschwindigkeiten anzusehen. Hierunter fallen speziell die in der Anwendung von BUDIANSKI und WU nicht auftretenden Anteile aus thermischer Dehnung (obschon reversibel), Volumendehnung, Umwandlungsdehnung etc., die Eshelby als prototypisch für misfit-Dehnungen ansieht.

Da das Modell in einem großen Temperaturbereich Anwendung finden soll, wird das Materialverhalten als elasto-viskoplastisch angenommen, wobei das in Kapitel 3.3 dargestellte IA-Modell sowohl auf Mikro- wie auch auf Makroebene den Bereich der klassischen Plastizität abdecken soll. Das Verfestigungsverhalten des Materials wird zur Vereinfachung auf rein isotrope Verfestigung beschränkt.

Laut KAEMPF setzt sich der totale Zuwachs der Deformation auf der Makroebene \mathbf{D} aus der Superposition

- der elastischen Dehnungsgeschwindigkeit $\mathbf{M}(\Theta) \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}$,
- der viskoplastischen Dehnungsgeschwindigkeit $\Omega^{cp} \langle\langle \mathbf{n} \rangle\rangle$,
- der Temperaturdehnungsgeschwindigkeit $\mathbf{B}(\Theta) \dot{\Theta}$ und
- dem Inkrement der Dehnung durch Volumenänderungen infolge von Phasenumwandlungen Ω^{vtr} (Index volumentransformation)

zusammen, so dass \mathbf{D} als

$$\mathbf{D} = \mathbf{M}(\Theta) \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} + \Omega^{cp} \langle\langle \mathbf{n} \rangle\rangle + \mathbf{B}(\Theta) \dot{\Theta} + \Omega^{vtr} \quad (3.126)$$

geschrieben werden kann.

Hierbei kennzeichnet

- $\mathbf{M}(\Theta)$ den temperaturabhängigen elastischen Nachgiebigkeitstensor,
- $\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}$ die objektive Zeitableitung der Cauchyspannung,
- Ω^{cp} den Betrag der viskoplastischen Verzerrungsgeschwindigkeit im Rahmen der klassischen Plastizität (Index classical plasticity),
- $\langle\langle \mathbf{n} \rangle\rangle$ die Richtung der viskoplastischen Dehnrate unter der Nebenbedingung vorhandener Überspannungen,
- $\mathbf{B}(\Theta)$ den temperaturabhängigen Wärmedehnungstensor,
- $\dot{\Theta}$ die Temperaturrate und
- Ω^{vtr} die Volumendehnungsrate infolge von Phasenumwandlungen,

wobei alle Größen makroskopischer Natur sind.

Spezifiziert man Gl. 3.126 auf das elasto-viskoplastische Verhalten des IA-Modells, ergibt sich Ω^{cp} nach Gl. 3.56 zu

$$\Omega^{cp} = \gamma \Phi \quad (3.127)$$

mit den in Gl. 3.61 und Gl. 3.62 gegebenen Ansätzen für Φ und $g(\kappa)$.

Ausgehend von einer impliziten Proportionalität zwischen der Dehnungsgeschwindigkeit durch Volumenänderungen infolge von Phasenumwandlungen Ω^{vtr} und dem Inkrement der Phasenteile $\dot{\xi}_i$ definiert KAEMPF einen Ansatz für Ω^{vtr} in der Form

$$\Omega^{vtr} = A_{(a \rightarrow b)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow b)} \dot{\xi}_b \mathbf{I} + A_{(a \rightarrow c)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow c)} \dot{\xi}_c \mathbf{I} \quad (3.128)$$

Die Konstanten $A_{(a \rightarrow b)}^{vtr}$ und $A_{(a \rightarrow c)}^{vtr}$ stellen dabei stoffgesetzspezifische Umwandlungsparameter dar, $\epsilon_{(a \rightarrow b)}$ bzw. $\epsilon_{(a \rightarrow c)}$ kennzeichnen die spezifische Volumenzunahme beim Übergang von $a \rightarrow b$ bzw. $a \rightarrow c$. Weitere Transformationen werden entsprechend berücksichtigt.

Die Dehnungsinkremente auf Phasenebene sollen sich in Anlehnung an die makroskopische Beschreibung, hier beispielhaft für die Phase a aufgezeigt, zu

$$\mathbf{d}_{(a)} = \mathbf{M}_{(a)}(\Theta) \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(a)} + \mathbf{B}_{(a)}(\Theta) \dot{\Theta} + \omega_{(a)}^{cp} \langle\langle \mathbf{n}_{(a)} \rangle\rangle + \omega_{(a)}^{tp} \mathbf{n}_{(a)} \quad (3.129)$$

ergeben, wobei die Minuskeln bzw. die Indizierung mit (a) den Phasenbezug kennzeichnen. Dabei entsprechen die Anteile des elasto-viskoplastischen und des thermischen Verhaltens, $\mathbf{M}_{(a)} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(a)} + \omega_{(a)}^{cp} \langle\langle \mathbf{n}_{(a)} \rangle\rangle$ und $\mathbf{B}_{(a)} \dot{\Theta}$, denen der makroskopischen Modellierung. Im Gegensatz zur makroskopischen Beschreibung erfolgt auf Phasenebene jedoch kein Ansatz für die Dehnrates aus transformationsinduzierter Volumenzunahme. Statt dessen wird ein Ansatz für die sekundäre Plastizität $\omega_{(a)}^{tp} \mathbf{n}_{(a)}$ eingeführt, der den Folgen der Behinderung von lokalen Änderungen der Kristallgeometrie bei Phasenumwandlungen Rechnung tragen soll. Allgemein beschreibt dieser TRIP-Effekt (transformationsinduzierte Plastizität) die makroskopische plastische Dehnung eines Materials unter Phasenumwandlung bei einer mechanischen Belastung weit unterhalb der makroskopischen Fließgrenze. Die Ursachen dieses Phänomens liegen in den in Kapitel 2.2 Abb. 2.3 beschriebenen Form- und Größenänderungen der Umwandlungsprodukte, die die Matrix zu einer Akkomodation durch plastische Deformation zwingen.

In Anlehnung an die Arbeiten von GREENWOOD und JOHNSON [GJ65] besitzt der transformationsinduzierte Term die Form

$$\begin{aligned} \omega_{(a)}^{tp} = & A_{(a \rightarrow b)}^{tp} \sqrt{A_{(a \rightarrow b)}^\epsilon \epsilon_{(a \rightarrow b)}^2 + A_{(a \rightarrow b)}^\gamma \gamma_{(a \rightarrow b)}^2} \sqrt{\frac{f_{(a)}}{g_{(a)}}} \dot{\xi}_b \\ & + A_{(a \rightarrow c)}^{tp} \sqrt{A_{(a \rightarrow c)}^\epsilon \epsilon_{(a \rightarrow c)}^2 + A_{(a \rightarrow c)}^\gamma \gamma_{(a \rightarrow c)}^2} \sqrt{\frac{f_{(a)}}{g_{(a)}}} \dot{\xi}_c \end{aligned} \quad (3.130)$$

mit der spezifischen Volumenänderung $\epsilon_{(a \rightarrow x)}$, der spezifischen Gleitung $\gamma_{(a \rightarrow x)}$ und den Freiwerten der Materialmodellierung $A_{(a \rightarrow x)}^{tp}$, $A_{(a \rightarrow x)}^\epsilon$ und $A_{(a \rightarrow x)}^\gamma$ beim Übergang $a \rightarrow x$. Die Form des Ansatzes stellt sicher, dass das transformationsinduzierte Dehnungsincrement $\omega_{(a)}^{tp}$ nur unter Phasenumwandlung ($\dot{\xi}_b, \dot{\xi}_c > 0$) bei gleichzeitig anliegender Phasenspannung ($f_{(a)} > 0$) von Null verschieden ist. Die Division durch $g_{(a)}$ normiert auf den vorliegenden Verfestigungszustand. Weitere Phasentransformationen können analog berücksichtigt werden.

KAEMPFS explizite Berücksichtigung der transformationsinduzierten Plastizität wird im weiteren jedoch verworfen, da der Ansatz von GREENWOOD/JOHNSON als phänomenologischer Ansatz auf der Ebene einer rein makroskopischen Beschreibung nicht ohne weiteres auf die Phasenebene übertragen werden kann. Außerdem ist davon auszugehen, dass ein selbstkonsistentes Mikro-Makro-Modell mit geeigneter Berücksichtigung der zugrundeliegenden Volumen- und Formänderungen der Umwandlungsprodukte den TRIP-Effekt implizit beinhaltet. Die explizite Berücksichtigung eines Dehnungsanteils aus sekundärer Plastizität ist damit obsolet.

Aus diesem Grund wird die phasenbezogene Verzerrungsgeschwindigkeit $\mathbf{d}_{(a)}$ nach Gl. 3.129 durch

$$\mathbf{d}_{(a)} = \mathbf{M}_{(a)}(\Theta) \bar{\boldsymbol{\tau}}_{(a)} + \mathbf{B}_{(a)}(\Theta) \dot{\Theta} + \omega_{(a)}^{cp} \langle\langle \mathbf{n}_{(a)} \rangle\rangle \quad (3.131)$$

ersetzt und Effekte aus sekundärer Plastizität in der weiteren Entwicklung des Stoffgesetzes nicht berücksichtigt.

Nach der Definition der lokalen Dehnrate müssen die Entwicklungsgleichungen der internen Variablen spezifiziert werden. Hierbei erhält man abweichend von der Makroformulierung für die isotrope Verfestigung auf Phasenebene am Beispiel der Phase b

$$\dot{\kappa}_{(b)} = \dot{\kappa}_{(b)}^{cp} + \dot{\kappa}_{(b)}^{tr} \quad (3.132)$$

als Summe der Verfestigungsanteile aus primärer Plastizität $\dot{\kappa}_{(b)}^{cp}$ und dem Erinnerungsvermögen der entstehenden Phase b an den Verfestigungszustand seiner Ausgangsphasen vor der Umwandlung $\dot{\kappa}_{(b)}^{tr}$.

Die Evolutionsgleichung für die primäre Verfestigung erhält man aus dem viskoplastischen Basismodell unter Verwendung von Gl. 3.47 bzw. Gl. 3.66 zu

$$\dot{\kappa}_{(b)}^{cp} = \omega_{(b)}^{cp} \langle\sqrt{g_{(b)}}\rangle = 2 \gamma_b \Phi_{(b)} \langle\sqrt{g_{(b)}}\rangle = 2\gamma_{(b)} \frac{\Lambda_{(b)}}{E_{(b)}} \left(1 + \frac{\Lambda_{(b)}}{c_{4(b)}}\right)^{c_5(b)} \langle\sqrt{g_{(b)}}\rangle \quad (3.133)$$

Die übertragene Verfestigung der Ausgangsphasen in die Phase b soll der Evolutionsgleichung

$$\dot{\kappa}_{(b)}^{tr} = A_{(a \rightarrow b)}^{tr}(\xi_a) \kappa_{(a)} \Big|_{t_0} \overset{(a)}{\dot{\xi}_{(b)}} + A_{(c \rightarrow b)}^{tr}(\xi_{(c)}) \kappa_{(c)} \Big|_{t_0} \overset{(c)}{\dot{\xi}_{(b)}} \quad (3.134)$$

genügen. Hierbei sind $A_{(a \rightarrow b)}^{tr}(\xi_a)$ und $A_{(c \rightarrow b)}^{tr}(\xi_c)$ zu bestimmende Stoffgesetzparameter, die für $A_{(x \rightarrow b)}^{tr}(\xi_x) = 0$ einen vollständigen Verlust des Verfestigungszustands der Ausgangsphase x vor der Transformation und für $A_{(x \rightarrow b)}^{tr}(\xi_x) = 1$ vollständige Erinnerung symbolisieren. Die Zustandsgrößen $\kappa_{(a)}|_{t_0}$ und $\kappa_{(c)}|_{t_0}$ beschreiben die Verfestigung der Phasen a und b jeweils vor der Umwandlung.

Durch diesen allgemeinen Ansatz, bei dem sich die Phase b aus allen vorhandenen Phasen heraus bilden kann, muss das Phaseninkrement $\dot{\xi}_b$ in Anteile bezüglich der jeweiligen Ausgangsphase aufgeteilt werden. Der Term $^{(x)}\dot{\xi}_{(b)}$ bezeichnet dabei die Zunahme der Phase b , die auf Umwandlung der Phase x beruht. Die Verallgemeinerung auf beliebige Umwandlungen stellt in dem von KAEMPF postulierten Anwendungsfall der Stahluwandlung jedoch eine Inkonsistenz dar, da sich vom metallurgischen Standpunkt aus gesehen alle Tochterphasen nur aus dem austenitischen Gefüge bilden können. Aus diesem Grund vereinfacht sich Gl. 3.134 auf

$$\dot{\kappa}_{(b)}^{tr} = A_{(a \rightarrow b)}^{tr}(\xi_a) \kappa_{(a)}|_{t_0} \dot{\xi}_{(b)} \quad . \quad (3.135)$$

Nachdem die Dehnungsgeschwindigkeiten auf Makro- und Phasenebene bekannt sind, lassen sie sich durch Gl. 3.125 zu einer Beziehung für die lokalen Spannungsraten, hier ausgeschrieben für ein dreiphasiges Gemisch, zusammenführen

$$\begin{aligned} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(a)} = \mathbf{E}_{(a)} \mathbf{M} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{E}_{(a)} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{(a)}] \left[(\mathbf{B} - \mathbf{B}_{(a)}) \dot{\theta} + \right. \\ \left. \Omega^{cp} \langle\langle \mathbf{n} \rangle\rangle - \omega_{(a)}^{cp} \langle\langle \mathbf{n}_{(a)} \rangle\rangle + \Delta \Omega_{(a)}^{vtr} \right] \quad (3.136a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(b)} = \mathbf{E}_{(b)} \mathbf{M} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{E}_{(b)} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{(b)}] \left[(\mathbf{B} - \mathbf{B}_{(b)}) \dot{\theta} + \right. \\ \left. \Omega^{cp} \langle\langle \mathbf{n} \rangle\rangle - \omega_{(b)}^{cp} \langle\langle \mathbf{n}_{(b)} \rangle\rangle + \Delta \Omega_{(b)}^{vtr} \right] \quad (3.136b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(c)} = \mathbf{E}_{(c)} \mathbf{M} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{E}_{(c)} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{(c)}] \left[(\mathbf{B} - \mathbf{B}_{(c)}) \dot{\theta} + \right. \\ \left. \Omega^{cp} \langle\langle \mathbf{n} \rangle\rangle - \omega_{(c)}^{cp} \langle\langle \mathbf{n}_{(c)} \rangle\rangle + \Delta \Omega_{(c)}^{vtr} \right] \quad (3.136c) \end{aligned}$$

Der Term $\Delta \Omega_{(x)}^{vtr}$ beschreibt dabei mit der Definition

$$\Delta \Omega_{(a)}^{vtr} = A_{(a \rightarrow b)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow b)} (1 - 2\xi_b) \dot{\xi}_b \mathbf{I} + A_{(a \rightarrow c)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow c)} (1 - 2\xi_c) \dot{\xi}_c \mathbf{I} \quad (3.137)$$

die umwandlungsinduzierte Differenz der makro- und mikroskopischen Volumendehnraten eines dreiphasigen Gemisches für die Phase x .

Durch die Einführung von $\Delta\Omega^{vtr}$ postuliert KAEMPF jedoch auch eine phasenspezifische transformationsinduzierte Volumendehnungsrate, obwohl er sie in der Definition der Gesamtdehnrate auf Phasenebene (Gl. 3.129) explizit ausgeschlossen hatte.

Da die „misfit“-Dehnung im Sinne von ESHELBY durch die volumetrischen Anteile aus Wärmedehnung und transformationsinduzierter Volumenänderung ihren deviatorischen Charakter verloren hat, ist die skalare Bettungszahl b in der Ausgangsbeziehung Gl. 3.125 durch den Eshelby-Tensor \mathbf{S} zu ersetzen.

Eine Erweiterung auf zusätzliche Phasen erfolgt analog.

Die Gleichungen 3.136a, 3.136b und 3.136c beschreiben die erste Art der Kopplung zwischen den Spannungen auf Mikro- und Makroebene. Die zweite wird durch die anteilmäßige Wichtung der Phasenspannungen zur Berechnung der makroskopischen Spannung $\boldsymbol{\tau}$

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_i \xi_i \boldsymbol{\tau}_{(i)} \quad (3.138)$$

gebildet.

Ebenso ergeben sich die Materialparameter auf Makroebene durch Wichtung der Phasenparameter über den Phasenanteil am Beispiel eines Parameters P

$$P = \sum_i \xi_i P_{(i)} \quad . \quad (3.139)$$

Zusätzlich zur Beschreibung des mechanischen Problems müssen die thermischen Beziehungen aufgestellt werden. Vernachlässigt man in der Energiebilanz die innere mechanische Leistung, lässt sich mit dem Fourrierschen Ansatz die Wärmeleitungsgleichung ableiten, in der die latente Wärme in Form eines phasenbezogenen Quellenterms auftritt. Unter Verwendung der Einsteinschen Summationskonvention schreibt sich das umwandlungsspezifische Differentialgleichungssystem der Temperatur bei α Phasen und den Ortskoordinaten η als

$$\rho c \dot{\Theta} + \rho L_\alpha \dot{\xi}_\alpha - (\lambda_\eta^{th} \Theta_{,\eta})_{,\eta} = \rho r \quad . \quad (3.140)$$

Hierbei kennzeichnen

- ρ die Dichte,
- c die spezifische Wärmekapazität,
- λ^{th} die Wärmeleitfähigkeit,
- L_α die spezifische latente Wärme der Phase α , die besser als $L_{(Austenit \rightarrow \alpha)}$ bezeichnet wird, da sie für den Übergang spezifiziert ist und keine Phaseeigenschaft darstellt,
- r zusätzliche Wärmequellen, die z.B. aus Trenn- und Fügevorgängen oder elektromagnetischer Behandlung resultieren können und
- $(\cdot)_{,\eta}$ die Ableitung bezüglich der Ortskoordinate η .

Den letzten Teil der konstitutiven Beziehungen bildet die Transformationskinetik.

Sie kann für die martensitische Transformation ungeändert aus Gl. 2.8 in Kap. 2.2 übernommen werden.

Die Umwandlungskinetik der diffusiven Transformation aus Kap. 2.1 ist an isotherme Bedingungen geknüpft und somit im Rahmen des gekoppelten Feldproblems aus Gl. 3.140 nicht direkt übertragbar. Für instationäre Temperaturfelder lässt sie sich jedoch nach einem Verfahren von TZITZELKOFF ([THR74], [Tzi73]) mit Erweiterungen von PIETZSCH ([Pie00]) näherungsweise aus der isothermen Umwandlungskinetik bestimmen.

Die kontinuierlichen Abkühlkurven werden dabei durch einen Polygonzug mit isothermen Bedingungen während der Zeitschritte $\Delta\tau_u$ ersetzt (Abb. 3.5 oben).

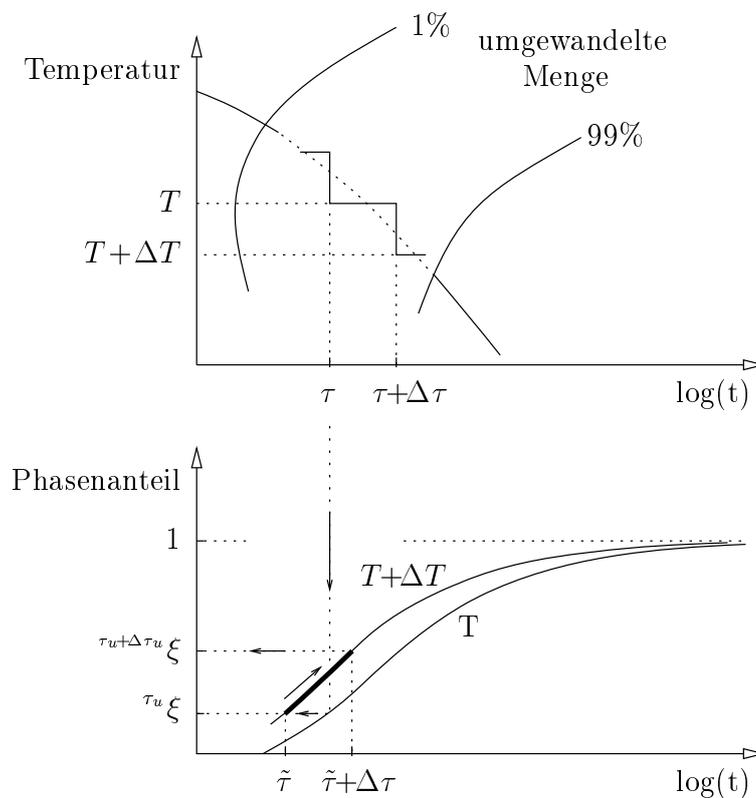


Abb. 3.5: Bestimmung des Gefügeanteils bei kontinuierlicher Kühlung (nach [Tzi73])

Den Phasenanteil der Phase i zum Zeitpunkt $\tau_u + \Delta\tau_u$ erhält man, indem zuerst die fiktive Reaktionszeit $\tilde{\tau}_u$ zur Bildung der gleichen Gefügemenge $\tau_u \xi_i$ bei der neuen Temperatur $T + \Delta T$ berechnet wird (Abb. 3.5 unten)

$$\tilde{\tau}_u = \left[-\frac{1}{T+\Delta T a_i} \ln \left(1 - \frac{\tau_u \xi_i}{\max \xi_i} \right) \right]^{T+\Delta T b_i^{-1}} . \quad (3.141)$$

Gl. 3.141 erhält man dabei als Inverse von Gl. 2.6. Die Koeffizienten ${}^{T+\Delta T}a_i$ und ${}^{T+\Delta T}b_i$ müssen sich auf das neue Temperaturniveau $T+\Delta T$ beziehen.

Die erhaltene Reaktionszeit wird nun um das Zeitinkrement $\Delta\tau_u$ vergrößert und der für diese Zeit gültige Volumenanteil mittels Gl. 2.6 berechnet

$${}^{\tau_u+\Delta\tau_u}\xi_i = 1 - \exp \left[- {}^{T+\Delta T}a_i \left(\tilde{\tau}_u + \Delta\tau_u \right) {}^{T+\Delta T}b_i \right] . \quad (3.142)$$

Für die Berechnung wird in der Regel die Annahme getroffen, dass sich die Parameter $a_i(T)$ und $b_i(T)$ in Gl. 2.6 als Polynom der Temperatur z.B. in der Form

$$\log b_i(T) = \sum_{k=0}^3 b_k T^k \quad (3.143)$$

und

$$n_i(T) = \sum_{k=0}^3 n_k T^k \quad (3.144)$$

darstellen lassen. TZITZELKOV weist in [Tzi73] explizit auf die Schwierigkeiten bei den hier vorliegenden unsymmetrischen bzw. nicht konvexen Grenzkurven hin, die sich durch eine Polynomapproximation nicht zufriedenstellend darstellen lassen. Diese Probleme können durch die Verwendung approximierender Splines umgangen werden.

PIETZSCH [Pie00] erweitert den Ansatz von TZITZELKOV noch um Korrekturen für die im Umwandlungsschritt von t nach $t + \Delta t$ vernachlässigten Änderungen der Menge an umwandlungsfähigem Austenit und umgewandelter Phase ξ_i und erhält die zeitdiskrete Darstellung der Phasenkinetik zu

$${}^{\tau_u+\Delta\tau_u}\xi_i = \left(\max \xi_i \quad {}^{\tau_u+\Delta\tau_u}\tilde{\xi}_i - \tau_u \xi_i \right) \left(\xi_{Austenit} + \tau_u \xi_i \right) + \tau_u \xi_i \quad . \quad (3.145)$$

Das modifizierte Gesamtsystem der konstitutiven Gleichungen zur Beschreibung des Mikro-Makro-Materialverhaltens eines mehrphasigen Gemisches unter Phasentransformation ist in Anhang B aufgelistet.

4. Versuchsaufbau

Zur Bestimmung der Parameter des vorgestellten Stoffgesetzes ist es notwendig, das Verhalten eines Prüfkörpers unter definierten, vorgegebenen thermo-mechanischen Belastungen zu messen.

Die Prüfeinrichtung muss in der Lage sein, beliebige Temperaturpfade und mechanische Belastungen kombiniert und definiert aufzubringen und die für die Parameteridentifikation benötigten physikalischen Größen zu messen und aufzuzeichnen.

Hierbei ist es wichtig, das Gesamtsystem aus Probe, Heiz- und Kühlvorrichtung und Meßeinrichtung derart auszuliegen, daß alle physikalisch sinnvollen Zustände bei den Umwandlungen des Materials erreicht werden können.

Aus den Zeit-Temperatur-Umwandlungsschaubildern [RH72] des verwendeten Stahles 42CrMo4 ergeben sich damit die Randbedingungen für das Heiz- und Kühlsystem: das Aufheizen der Probe bis in den Bereich des Austenits muss gemäß der Austenitisierungsbedingungen in [RH72] von Raumtemperatur bis 860 °C innerhalb von 60 s und von Raumtemperatur auf 1050 °C innerhalb von 120 s erfolgen. Für die vollständige Martensitumwandlung dürfen bei der Abkühlung von A_{c3} bis zur Martensitstarttemperatur M_s (s. Abb. 2.1 und Abb. 2.2) 5 s nicht überschritten werden.

Die mechanische Belastung der Probe muss im Rahmen eines viskoplastischen Basismodells für die Einzelphasen bei unterschiedlichen Kraft- bzw. Dehnungsgeschwindigkeiten durchgeführt werden. Der Bereich der Dehnungsgeschwindigkeit liegt hierbei zwischen $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ für große Dehnungsgeschwindigkeiten und $\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ [Wes95] bzw. $\dot{\epsilon} < 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ [Bru84] für quasistatische Versuche.

Zusätzlich muss die Möglichkeit bestehen, die mit der Phasenumwandlung in Verbindung stehenden stoffgesetzmmanenten Parameter, wie z.B. die übertragene Verfestigung zu bestimmen. Diese Versuche setzen i.d.R. eine sehr hohe thermische Dynamik der Versuchsapparatur voraus.

4.1 Erwärmung der Probe

Die Erwärmung von Proben erfolgt i.d.R. in einem Ofen, durch Induktion oder durch Widerstandserwärmung.

Die Ofenerwärmung hat den Nachteil, daß sich durch die thermische Trägheit des Systems transiente thermische Belastungen nur begrenzt realisieren lassen. Da Aufwärm- und Abkühlzeiten für gängige elektrisch beheizte Kleinöfen in der Größenordnung von mehreren Stunden liegen, lassen sich nur umwandlungsträge diffusionsbestimmte Gefüge

herstellen, ohne die Probe zur Beschleunigung der Abkühlung z.B. dem Prüfsystem zu entnehmen und extern durch Bäder zu temperieren. Dieses Vorgehen verhindert jedoch die kombinierte thermomechanische Belastung.

Bei der Erwärmung durch Induktion bringt man den zu erwärmenden Körper in ein hochfrequentes elektrisches Wechselfeld, das in oberflächennahen Bereichen der Probe Wechselströme induziert. Die daraus folgende Randschicht erwärmung beschränkt die Probengeometrie wegen des geforderten homogenen radialen Temperaturfeldes auf dünnwandige Rohrproben. Zudem sind die erzeugten elektromagnetischen Wechselfelder unerwünscht, da durch die zwangsweise entstehenden Induktionen Artefakte in elektronischen Messsystemen, hier speziell der Temperaturmessung mittels Thermoelementen, auftreten. Diese induktionsbedingten Messfehler lassen sich, bei Einschränkung der Dynamik, nur aufwendig durch Filter und elektrische Abschirmungen vermindern.

Als günstigste Methode der Erwärmung unter den gegebenen dynamischen Randbedingungen hat sich die Widerstandserwärmung herausgestellt, bei der ein elektrischer Strom in Längsrichtung durch die Probe getrieben wird. Die durch die elektrische Verlustleistung erzeugte Erwärmung wird zum geregelten Aufheizen der Probe verwendet, wobei die über dem Probenwiderstand anfallende umgesetzte elektrische Leistung ein direktes Maß für den eingebrachten Wärmestrom darstellt. Ein großer Vorteil der Widerstandserwärmung liegt in der volumenhaften, über den gesamten Querschnitt homogen erzeugten Energie. Da der daraus resultierende Wärmestrom, im Gegensatz zu anderen Heizarten, nicht über die Prüfkörperoberfläche eingebracht werden muss, stellt sich eine homogenere Temperaturverteilung über den Querschnitt ein.

Auf der Probe wird ein Thermoelement appliziert, das die Proben temperatur einem Regler zur Verfügung stellt (siehe Abb. 4.1).

Dieser berechnet als Stellgröße den durch die Probe zu treibenden Strom und gibt die Information in Form einer Steuerspannung an ein geeignetes Netzgerät. Verwendet wird

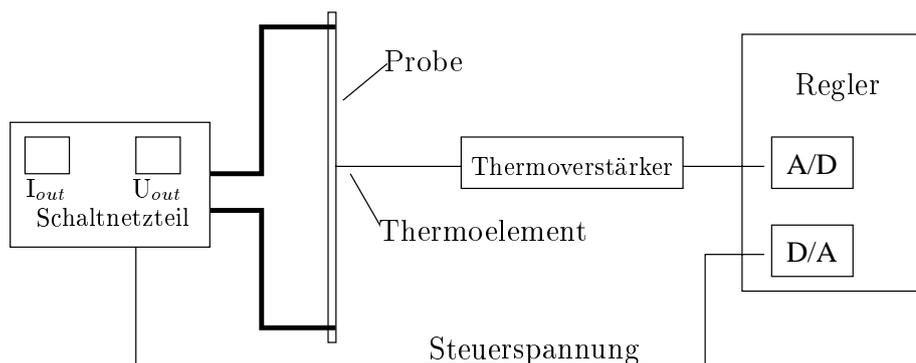


Abb. 4.1: Schemazeichnung der Widerstandserwärmung

hier ein Gleichspannungs/-stromgerät, um eine Beeinflussung der gemessenen Thermospannungen durch Induktionsfelder herkömmlicher Heiztransformatoren auszuschließen. Speziell ist die häufig verwendete Ansteuerung mittels Phasenanschnitt oder Gruppensteuerung ungeeignet, da die Unstetigkeiten im getriebenen Strom zum Zeitpunkt der Lastbeaufschlagung Sprünge im elektrischen Feld ergeben, die zu Temperaturfehlmessungen durch Induktion führen können.

Als Gleichspannungs-/Gleichstromnetzteile finden zwei kaskadierbare Schaltnetzteile¹ der 3 kW Klasse Verwendung, die Spannungen von $0 \div 15$ V und Ströme im Bereich $0 \div 200$ A (im Kaskadenbetrieb maximal 15 V bei 400 A oder 30 V bei 200 A) generieren können. Die Steuerung der Ausgangsgröße kann entweder manuell, über ein GPIB-Bus Interface oder einen Steuerspannungseingang erfolgen.

Die maximale Aufheizgeschwindigkeit (Abb. 4.2), die sich mit dieser Anordnung erzielen lässt, liegt für die in Abb. 4.16 auf Seite 61 dargestellte Probe bei etwa 200 K/s.

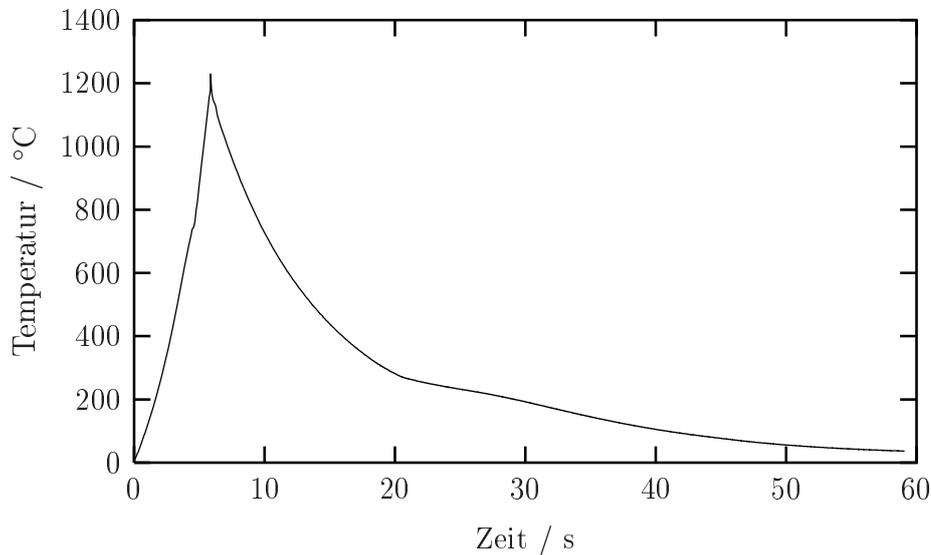


Abb. 4.2: Aufheiz- und Abkühlkurve: maximales Heizen ($I_{\max} = 400$ A) und Anblasen mit gasförmigem Stickstoff ($T_{N_2} = 25$ °C)

Da die Spannvorrichtung zum Einbringen der mechanischen Last durch die große Masse ein träges Verhalten im thermischen Sinn aufweist, stellt sich bei instationärer thermischer Belastung der Probe i.d.R. ein parabelförmiger Temperaturverlauf über der Probenlängsachse ein. Dieses Phänomen ist nicht spezifisch für die Widerstandserwärmung. Es findet sich in unterschiedlicher Ausprägung bei jeder Form der Erwärmung.

Zum Nachweis, dass die mit dieser Versuchsanordnung entstehenden axialen Temperaturdifferenzen im Bereich der Messlänge vernachlässigbar klein sind, ist in Abb. 4.3 die Temperatur in der Mitte und am Ende der Messlänge sowie die daraus berechnete Differenztemperatur über der Zeit eines kompletten thermischen Zyklusses aufgetragen.

¹Fa. Delta-Elektronika BV, Typ SM 15-200-D, Restwelligkeit (ms/pp) < 12/25 mV

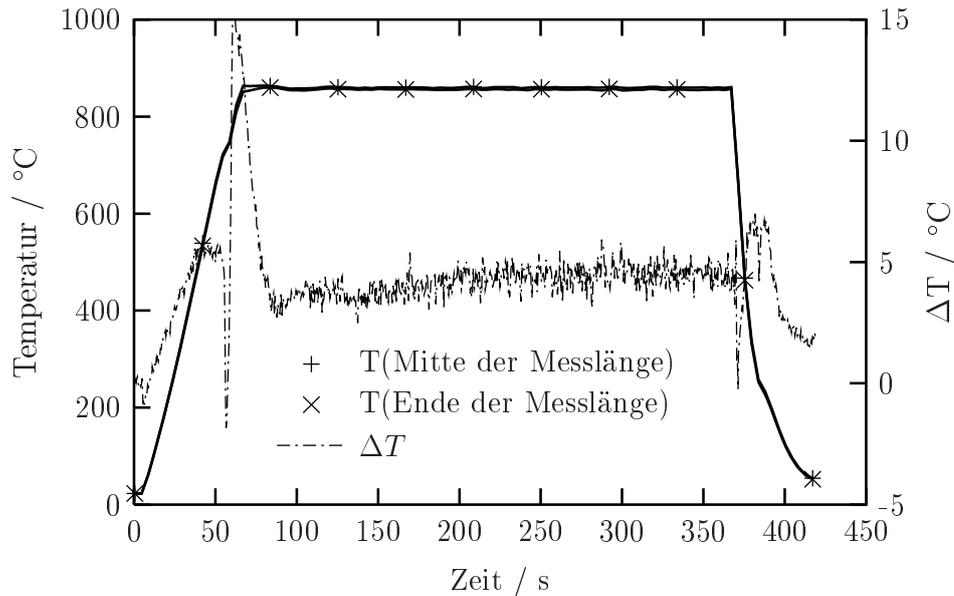


Abb. 4.3: Temperaturverlauf in der Mitte und am Ende der Messlänge, Differenztemperatur

Hierbei wurde die Probe innerhalb von 60 s auf die Austenitisierungstemperatur von 860 °C aufgeheizt, 300 s bei 860 °C austenitisiert und durch Anblasen mit gasförmigem Stickstoff schnell abgekühlt. Dem Diagramm ist zu entnehmen, dass die Abweichung der Temperaturen selbst bei über 800 °C mit nur 5 Kelvin vernachlässigbar ist. Auffällig ist jedoch der Bereich um die Umwandlungstemperatur A_{c1} bei etwa 730 °C während der Aufheizphase. Die dort gemessenen Abweichungen resultieren aus der endothermen Phasenumwandlung in die austenitische Phase. Die Änderung des Kristallgitters in das kfz-Gitter des Austenits erfordert Energie, die sog. latente Wärme, die der zugeführten elektrischen Verlustleistung entnommen wird und somit für ein weiteres Aufheizen nicht zur Verfügung steht. Infolge des parabolischen Temperaturprofils erreicht die Probemitte die Umwandlungstemperatur A_{c1} zeitlich vor dem Messlängenende. Infolge dessen reduziert sich hier die Aufheizgeschwindigkeit (im Extremfall bis auf $\dot{T} = 0$) und die Differenztemperatur sinkt. Währenddessen erreicht das Ende der Messlänge ebenfalls die Umwandlungstemperatur und die Temperaturdifferenz erreicht ihr Minimum (hier 0 Kelvin). Mit fortschreitender Umwandlung nimmt die Temperaturgeschwindigkeit in Probenmitte wieder zu, während die Temperatur des Messlängenendes umwandlungsbedingt stagniert. Zu diesem Zeitpunkt erreicht die Differenztemperatur mit 15 Kelvin ihr Maximum. Nach vollständiger Umwandlung stellt sich dann die im weiteren nahezu konstante Differenz von 5 Kelvin ein. Abgesehen von den Effekten der Umwandlungswärme kann somit von einer konstanten Temperaturverteilung über die Messlänge ausgegangen werden.

Konstruktiv gesehen ist bei Verwendung der Widerstandserwärmung für eine elektrische Entkopplung der Proben-Einspannvorrichtung von der Prüfmaschine Sorge zu tragen (s. Kap. 4.7).

4.2 Probenkühlung

Die Temperatur eines Körpers ist abhängig von Quellen bzw. Senken innerhalb des Körpers und der ausgetauschten Wärmemenge zwischen Körperoberfläche und Umgebung. Im Gegensatz zur Erwärmung kann die Energie bei der Abkühlung jedoch nur über die Oberfläche abgeführt werden. Die Wärmestromdichte als Maß für die Menge an abgeführter Energie pro Körperoberfläche und Zeit

$$\frac{dQ}{dAdt} = \alpha f(T_K - T_U)$$

ist dabei eine Funktion der Temperaturdifferenz zwischen Körperoberfläche und Umgebung $f(T_K - T_U)$ und der Wärmeübergangszahl α . Die Wärmeübergangszahl α setzt sich gemäß den physikalischen Grundvorgängen aus Anteilen für freie und/oder erzwungene Konvektion, Wärmeleitung und Strahlung zusammen.

Da sich die Randbedingungen von Wärmeleitung und Strahlung nur begrenzt ändern lassen, sollen die erzwungene Konvektion und die damit verbundenen Parameter als Stellgröße für eine Regelung der Abkühlung verwendet werden.

Die unterschiedlichen Abkühlraten sind im Versuchsaufbau durch die Regelung des anblasenden Volumenstroms und die Wahl des verwendeten Kühlmediums realisiert. In Abhängigkeit von der erforderlichen Abkühlrate lässt sich zwischen den Kühlmedien gasförmiger Stickstoff (N_2^{gas}), vorgekühlter gasförmiger Stickstoff, in gasförmigem Stickstoff vernebelter flüssiger ($N_2^{gas} + N_2^{fl}$) und flüssiger Stickstoff (N_2^{fl}) umschalten.

Der prinzipielle Aufbau der Kühlvorrichtung ist Abb. 4.4 zu entnehmen.

Verdichteter gasförmiger Stickstoff wird einer Vorratsflasche (A) (max. 200 bar) entnommen und durch einen einstellbaren Druckminderer (B) auf einen Druck von 0÷10 bar entspannt. Das folgende Proportionalventil (C) gestattet eine Volumenstromregelung im Bereich von 0÷100%. Je nach Wahl des Anblasemediums schaltet eines der rechnergesteuerten Schaltventile (D,E,F,G) den Kühlmedienvolumenstrom entweder direkt auf die Anblasvorrichtung (O), auf den mit flüssigem Stickstoff betriebenen Wärmetauscher (H), auf den Vernebler (I) oder auf den Vorratsbehälter mit flüssigem Stickstoff (J).

Die mit der Anordnung erzielbaren maximalen Abkühlgeschwindigkeiten sind in Abb. 4.5 in dem ZTU-Diagramm der kontinuierlichen Abkühlung dargestellt. Wie gezeigt, ist das Anblasen mit N_2^{fl} für eine vollständige martensitische Umwandlung ausreichend.

Durch die Verwendung von Stickstoff entfällt die oxidierende Wirkung des Luftsauerstoffes und das damit verbundene Verzundern der Probenoberfläche, wobei bei langen Versuchszeiten das Nitrieren der Probe berücksichtigt werden muss. Alternativ lässt sich der Stickstoff dann ohne Änderung der Versuchseinrichtung z.B. durch Argon oder Wasserstoff ersetzen.

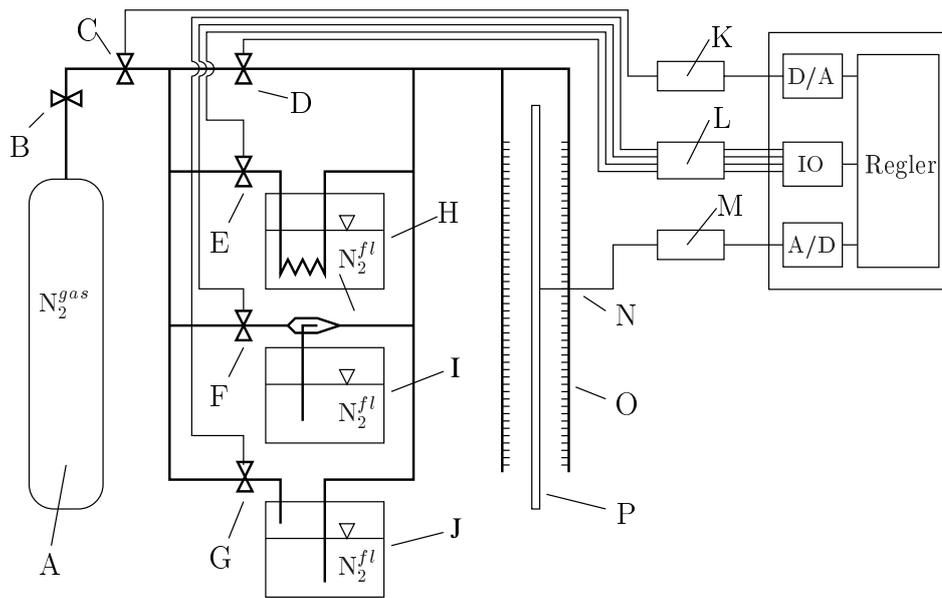


Abb. 4.4: Schemazeichnung der Abkühlvorrichtung: A) Vorratsflasche gasförmiger Stickstoff; B) Druckminderventil $0 \div 10$ bar; C) Proportionalventil $0 \div 100$ %; D, E, F, G) Schaltventile; H) Wärmetauscher; I) Vernebler; J) Vorratsbehälter flüssiger Stickstoff; K) analoger Leistungsverstärker; L) digitale Schaltverstärker; M) Thermoverstärker; N) Thermoelement; O) Anblasvorrichtung; P) Probe.

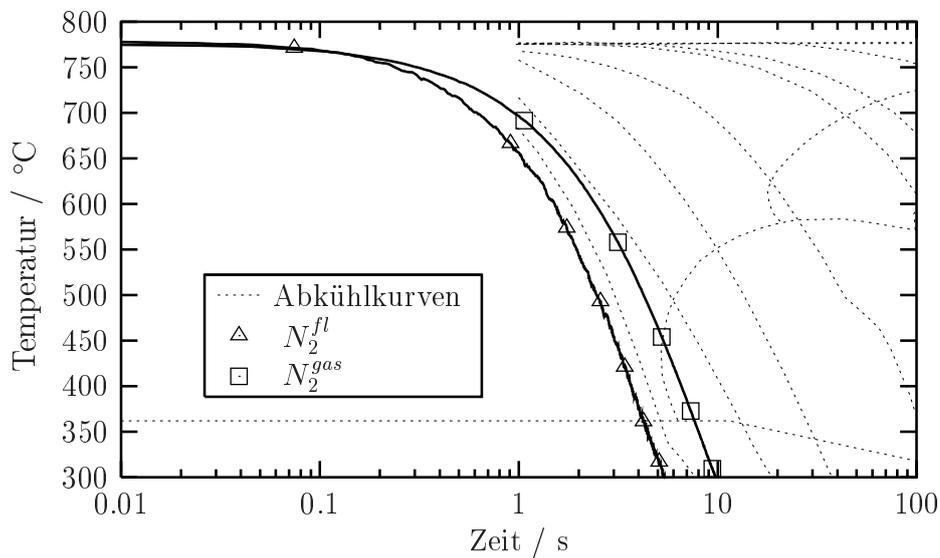


Abb. 4.5: Maximale Abkühlraten für das Anblasen mit N_2^{fl} und N_2^{gas} dargestellt im ZTU-Diagramm für kontinuierliche Abkühlung

4.3 Temperaturmessung

Wie eingangs geschildert erfolgt die Messung der Temperatur mit Hilfe von Thermoelementen, die direkt auf der Probenoberfläche appliziert werden. Dabei wird die Ausgangsspannung des Thermoelementes einem Gleichspannungsverstärker² zugeführt und linear verstärkt. Somit unterliegt das verstärkte Signal nicht dem für diese Anwendung unzureichenden Tiefpassverhalten von Thermospannungsverstärkern, die die Dynamik zur Unterdrückung des hochfrequenten Rauschens durch Tiefpässe bis etwa 20 Hz begrenzen. Als Ergebnis erhält man eine lineare Abbildung des Temperaturbereiches auf einen in der Messtechnik üblichen Spannungsbereich von ± 10 V. Die zur Berechnung der Temperatur notwendige Linearisierung der Thermoelementenkennlinie muss jedoch nachfolgend auf Anwenderebene durchgeführt werden. Das benötigte Verfahren ist in Anhang A dargestellt.

Bei der Wahl der Thermoelemente und der Applikationsart sind der geforderten hohen Dynamik und der Erwärmung mittels Widerstandseffekts in besonderer Weise Rechnung zu tragen. Hierbei sind die Masse des Thermoelements, die Güte der Wärmeübertragung zwischen Probenoberfläche und Thermoelement und die Wärmeleitfähigkeit des Thermoelementes die maßgeblichen Faktoren.

Die Thermoelemente werden aus NiCr- und Ni-Drähten nach DIN-EN 584 ([DIN96], [DIN98], [DIN92]) mit Durchmessern $d < 0,2$ mm hergestellt, so dass sich eine Thermopaarung vom Typ K ergibt. Durch den geringen Durchmesser sind die resultierende Masse respektive der daraus folgenden thermischen Trägheit der Elemente klein und die Fehler durch die Wärmeleitung der Schenkel vernachlässigbar.

Die bestmögliche thermische Kopplung wird durch flächiges Verschweißen mit der Probenoberfläche erreicht. Hier versagt allerdings das Verfahren, beide Schenkel dicht nebeneinander auf der Oberfläche zu befestigen, da durch die Widerstandserwärmung der Probe ein Potentialgefälle entlang der Probenlängsachse entsteht. Die entstehende Schrittspannung (Abb. 4.6)

$$U_{step} = \frac{\int_{\Delta l} \frac{\rho_E(x)x}{A(x)} dx}{\int_{l_0} \frac{\rho(x)x}{A(x)} dx} U_0 \quad (4.1)$$

mit dem lokalen spezifischen Widerstand $\rho_E(x)$, der Fläche $A(x)$, dem Abstand der Thermoschenkel Δl und der elektrischen Gesamtlänge aus Probe und Zuleitung l_0 wird dabei der zu messenden Thermospannung U_{Th} überlagert.

Das sonst übliche Verdrillen der Thermoschenkel kann keine reproduzierbaren Ergebnisse bringen, da einerseits der virtuelle Messpunkt einer verdrillten Anordnung durch die Wärmeleitung der Thermoschenkel nicht mehr auf der Probenoberfläche liegt [Kör98]

²Digitaler Verstärker Typ ML01, Messsystem MGCplus, Hottinger Baldwin Messtechnik, Genauigkeitsklasse 0.03.

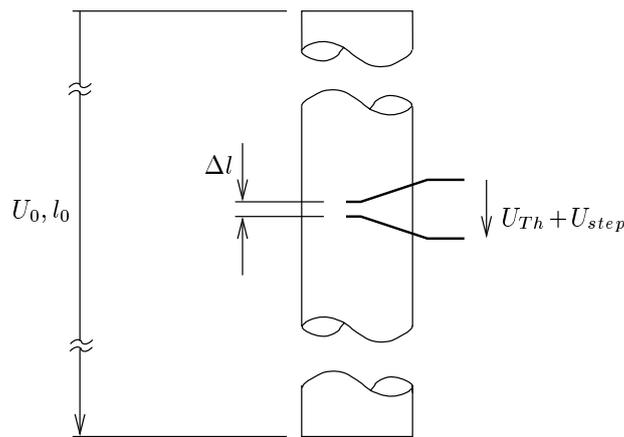


Abb. 4.6: Schrittspannung und Thermospannung an einem stromdurchflossenen Leiter

und andererseits Schrittspannungen durch den undefinierten Kontakt der Schenkel mit der Probe nicht ausgeschlossen werden können.

Da eine elektrische Entkopplung des Thermoelementes von der Probe infolge der durch die Isolation entstehenden Totzeiten nicht sinnvoll ist, wurde ein Methodik entwickelt, die Schrittspannungsfehler durch eine geeignete Geometrie der Thermoelemente zu vermeiden, ohne jedoch Messfehler durch schlechte thermische Koppelung an die Probe oder systemimmanente Fehler wie das Verschieben des virtuellen Messpunktes in Kauf nehmen zu müssen.

Das Verfahren und die hierzu entwickelten Geräte seien nachfolgend kurz erläutert.

Der Vorgang der Probenbestückung mit einem Thermoelement teilt sich in zwei Schritte. Im ersten Schritt werden die Thermoschenkel zu einer Kugel mit definierter Geometrie und Masse verschweißt. Diese wird dann, in einem zweiten Schritt, auf die Probenoberfläche aufgeschweißt.

Zur Herstellung eines kugelförmigen Thermoelementes kann das klassische Verfahren der autogenen Schweißung wegen des geringen Durchmessers der Drähte nicht angewandt werden, weil sich die Erwärmung des Thermomaterials bis zur Schmelze und das definierte Erschmelzen einer Kugel durch eine Flamme bei den erforderlichen Abmessungen nicht gezielt genug durchführen lässt. Desweiteren oxidieren die Thermoschenkel durch die hohe Temperatur und die lange Dauer der Einwirkung oftmals unkontrolliert, was zu einem Verlust der in [DIN92] spezifizierten Präzision des Thermoelementes führt. Eine Verschweißung z.B. durch Lasereinwirkung oder eine Verbindung der Schenkel mit Hilfe von Zusatzstoffen (Lötmittel) ist denkbar, die geforderte kugelige Geometrie ist jedoch auch hier schlecht einstellbar.

Zur Lösung dieses Problems wurde ein Verfahren entwickelt, um Thermodrähte beliebiger, speziell aber sehr kleiner Dicke miteinander zu einer Kugel mit definierter Position der abgehenden Thermoschenkel (Abb. 4.7b) zu verschweißen und diese dann auf die Probe aufzuschweien (Abb. 4.7c).

Hierzu werden die Schenkel des Thermoelementes zuerst zu einer Raupe mit definierter Länge verdreht (Abb. 4.7a). Die Masse der Raupe entspricht der Masse der Perle beim fertiggestellten Thermoelement.

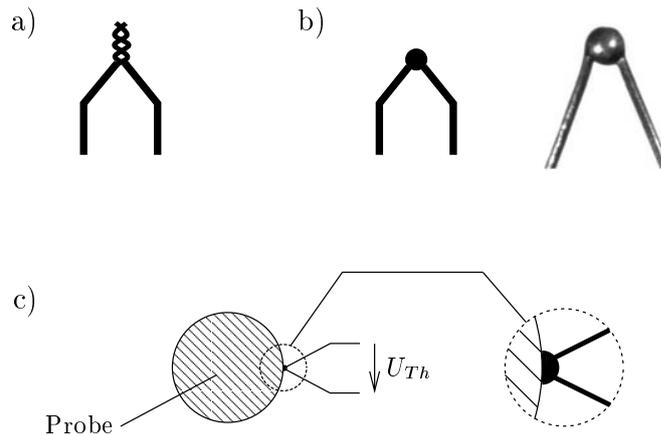


Abb. 4.7: a) verdrehter Thermodraht, b) verschweißtes Thermoelement, c) Applikationsschema

Das verdrehte Thermoelement wird an der Elektrode des Schweißgerätes (Prinzipskizze siehe Abb. 4.8) befestigt und die Masselektrode aus dem Material des negativen Thermoschenkels wenige Millimeter vor der Spitze der Raupe positioniert. Unter Schutzgasatmosphäre zündet nun eine Hochspannungsquelle einen Lichtbogen zwischen der Spitze der verdrehten Thermoschenkel und der Elektrode. In die nach kurzer Zeit stabilisierte Plasmastrecke wird sodann der einstellbare Schweißstrom eingekoppelt, der die Thermo-

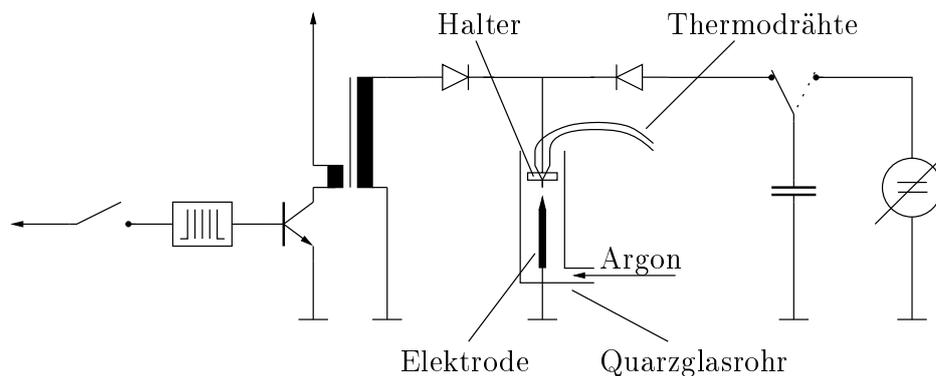


Abb. 4.8: Prinzipskizze des Lichtbogen-Thermoelementenschweigertes

schmelzen bis zum Zusammenbruch der Lichtbogenstrecke aufschmilzt. Das Schutzgas stabilisiert dabei einerseits den Lichtbogen, andererseits schützt es das Schmelzgut vor Oxidation.

Durch die Oberflächenspannung der Schmelzperle erhält das entstandene Thermolement die Form einer Kugel, aus deren einer Hälfte die Thermoschenkel austreten (siehe Abb. 4.7b).

Das derart erzeugte Thermolement wird nun mit dem Verfahren des Impulsstromschweißens auf der Probe befestigt. Die Prinzipskizze der hierfür entwickelten Schaltung ist in Abb. 4.9 gezeigt.

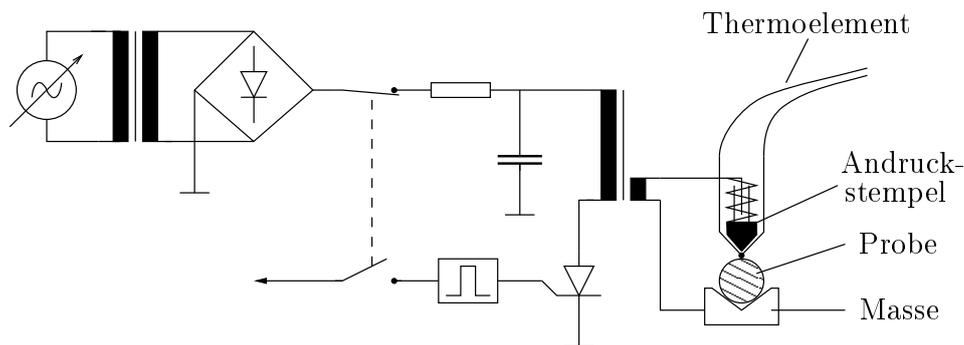


Abb. 4.9: Prinzipskizze des Impulsstrom-Schweißgerätes

Die Probe liegt dabei auf einer Kontaktplatte, die die elektrische Masse des Schweißsystems darstellt. Über einen keilförmigen Andruckstempel, dessen Schneide zwischen den abgehenden Thermoschenkeln positioniert ist, wird das Thermolement mit einstellbarer Anpresskraft auf die Probe gedrückt. Nach dem Start des Schweißvorgangs lädt ein Netzgerät die Ladekondensatorbatterie auf die einstellbare Schweißspannung. Bei Erreichen der Schweißspannung entlädt ein Hochleistungsthyristor, der sich durch eine hohe Stromanstiegsgeschwindigkeit und extreme Impulsstrombeständigkeit auszeichnet, die Kondensatoren über die Primärwicklung eines hierfür entwickelten Impuls-Schweißtransformators. Durch die gewählte Unterersetzung des Transformators entsteht ein Stromimpuls von ca. $100 \mu\text{s}$ Länge und mehreren 100 A Amplitude, der zur Verschweißung von Thermolementperle und Probenoberfläche führt.

Die entstandene Verbindung ist mechanisch hoch belastbar und hat durch die Kürze des Fügevorgangs und die gute Wärmeleitfähigkeit der metallischen Materialien einen räumlich extrem beschränkten thermischen Einfluss. Veränderungen des Probenmaterials konnten, wie aus in den Abb. 4.10 und 4.11 gezeigten Schliffbildern ersichtlich, selbst im direkten Bereich der Fügung nicht nachgewiesen werden.

Die Ausschnittsvergrößerung der Fügestelle in Abb. 4.11 zeigt die erreichte komplette Flächenüberdeckung von Thermolement und Probenkörper.

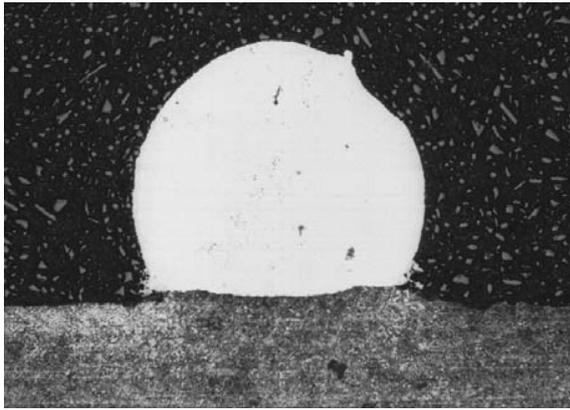


Abb. 4.10: Schliffbild einer Probe mit aufgeschweißtem Thermoelement

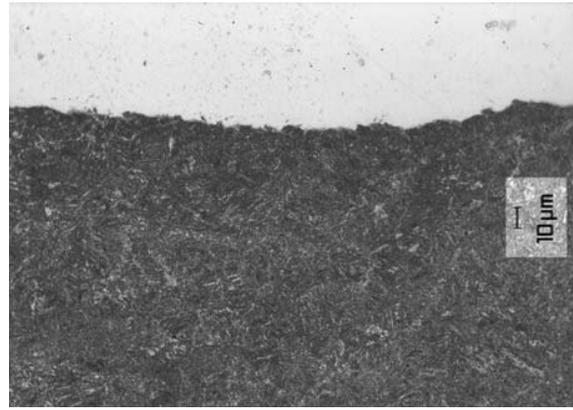


Abb. 4.11: Ausschnittsvergrößerung der Fügestelle zwischen Thermoelement und Probenkörper

Um die Unabhängigkeit der Temperatur von der Schrittspannung (bzw. dem getriebenen Strom) nachzuweisen, ist in Abb. 4.12 der Extremfall einer Erwärmung mit Sprüngen im Strom gezeigt. Diese Unstetigkeiten ergeben bei den schrittspannungskompensierten Thermoelementen ($U_{step} = 0$) im Gegensatz zum herkömmlichen Verfahren der Applikation ($U_{step} \neq 0$) keine stromkorrelierten Sprünge der scheinbaren Temperatur.

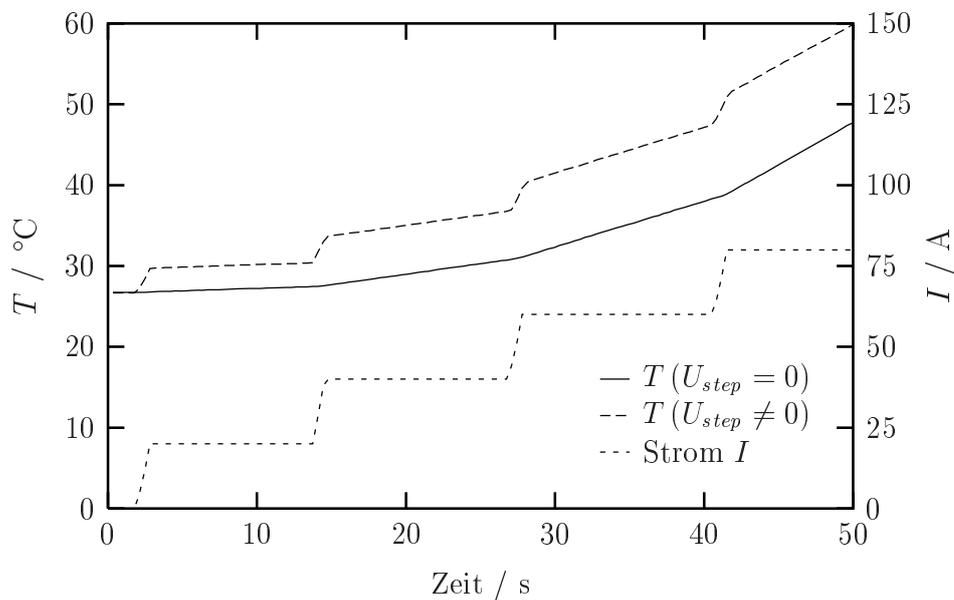


Abb. 4.12: Vergleich der gemessenen Temperatur T eines schrittspannungskompensierten Thermoelementes $T(U_{step} = 0)$ und eines nicht schrittspannungskompensierten $T(U_{step} \neq 0)$ bei sprungförmiger Änderung des getriebenen Stromes I

4.4 Temperaturregelung

Die Temperatur der Probe ist neben den physikalischen Einflussfaktoren Wärmeleitfähigkeit, Wärmeübertragung und Strahlungsverhalten eine Funktion des elektrischen Stromes, des Anblasmediums und dessen Volumenstromes sowie dessen Temperatur.

Durch die hohe Nichtlinearität der Kennlinien beider Stellgrößen, die Komplexität der erforderlichen Temperaturverläufe und die Anforderungen an Regelgeschwindigkeit und Kommunikationsmöglichkeiten konnten gängige Temperatur- bzw. Prozessregler nicht verwendet werden. Abhilfe schafft ein digitaler Regler, der in Form eines PID-Geschwindigkeitsalgorithmus ([Ise88], [Unb89]) in einem Digitalrechner realisiert wurde.

Hierzu wird der Istwert der Temperatur als gleichspannungsverstärktes Signal (s. Kap. 4.3) des Thermoelementes einem Analog/Digitalwandler zugeführt und die Linearisierung der Kennlinie durch einen Polynomansatz³ laut EN 60584-1 ([DIN96], [DIN98]) durchgeführt. Die Differenz aus dem Istwert und dem vorgegebenen Sollwert ergibt die Regelabweichung, aus der unter Verwendung des Regelalgorithmus die Stellgrößen für den elektrischen Strom durch die Probe und den Volumenstrom des Anblasmediums berechnet werden. Diese Größen stehen als analoge Spannung am Ausgang eines Digital/Analog-Wandlers zur Verfügung, von wo sie als Steuerspannungen für das Schaltnetzgerät und das Proportionalventil zur Steuerung des Anblasvolumenstromes abgegriffen werden können.

Durch die Wahl eines frei programmierbaren Digitalreglers konnten die folgenden notwendigen Randbedingungen erfüllt werden:

- Die Pfade im Temperaturraum müssen beliebig wählbar sein. Hierzu gehört speziell die Möglichkeit, in Abhängigkeit von dem gewählten Temperaturpfad zwischen Strom- und Anblasregelung und in Abhängigkeit von der Kühlgeschwindigkeit zwischen unterschiedlichen Anblasmedien (N_2^{gas} , $N_2^{gas} + N_2^{fl}$, N_2^{fl}) umzuschalten.
- Die PID-Parameter der Regelung müssen wegen der nichtlinearen Übertragungsfunktion von Heizen und Kühlen und des variablen Arbeitspunktes (Folgeregelung) Funktionen des Lastzustandes und somit der Temperatur sein.
- Für positive und negative Regelabweichungen müssen die PID-Parameter unterschiedlich gewählt werden können, da sich die Kennlinie wegen der Erwärmung mittels Widerstands im Arbeitspunkt nicht linearisieren lässt. Sie besteht vielmehr aus zwei Tangenten unterschiedlicher Steigung, die im Arbeitspunkt aufeinandertreffen. So steigt die Temperatur bei Erhöhung des Stromes durch den physikalischen Effekt der Verlustleistung. Da sich bei Verringerung des Stromes zwar die Verlustleistung reduziert, eine Temperatursenkung aber nur durch abgeführte Wärme mittels Konvektion, Wärmeleitung und Strahlung hervorgerufen wird, entstehen durch diese Unsymmetrie von zu- und abgeführtem Wärmestrom unterschiedliche Steigungen im Arbeitspunkt.

³Interpolierendes Polynom siehe Anhang A

- Grenzwertige Prozesse mit Sprüngen in der zeitlichen Ableitung der Regelgröße (\dot{T}) müssen durch Eingriff in den Regelalgorithmus, z.B. gezielte Vorgabe der Stellgröße, realisierbar sein.
- Der Regler muss kommunikationsfähig sein, um Temperaturpfade in Abhängigkeit von externen Ereignissen umzuschalten bzw. um Steuersignale an periphere Geräte in Abhängigkeit vom Regelzustand zu geben. Hier muss speziell die Möglichkeit der Kommunikation mit dem Steuerrechner der mechanischen Belastung, z.B. in Form eines Bussystems, unterstützt werden, um thermische und mechanische Belastungen zu synchronisieren.
- Die Regelgeschwindigkeit muss deutlich über der von Standardtemperaturreglern (Zykluszeiten typischerweise > 50 ms) liegen, um der geforderten hohen Dynamik, z.B. bei der Abschreckung, gerecht zu werden. Die Regelfrequenz des realisierten digitalen Reglers liegt auf einem gängigen PC (Pentium I, 233 MHz) bei ca. 600 Hz.

Weitere Vorteile digitaler Regler liegen in der Möglichkeit der einseitigen Differentiation des Algorithmusses bei Arbeitspunkten in der Nähe von kritischen Betriebspunkten, der bedingten Integration des integralen Anteils bei großen Regelabweichungen zur Verminderung eines Überschwingens, der Strukturumschaltung des vollständigen PID-Algorithmusses auf P-, PI- oder PD-Verhalten und der stoßfreien Umschaltung von Automatik- auf Handbetrieb.

Als typische Anwendung des implementierten Reglers ist in Abbildung 4.13 die Messung des Temperaturverlaufs zur Herstellung eines bainitischen Gefüges durch isotherme Umwandlung bei 410°C dargestellt.

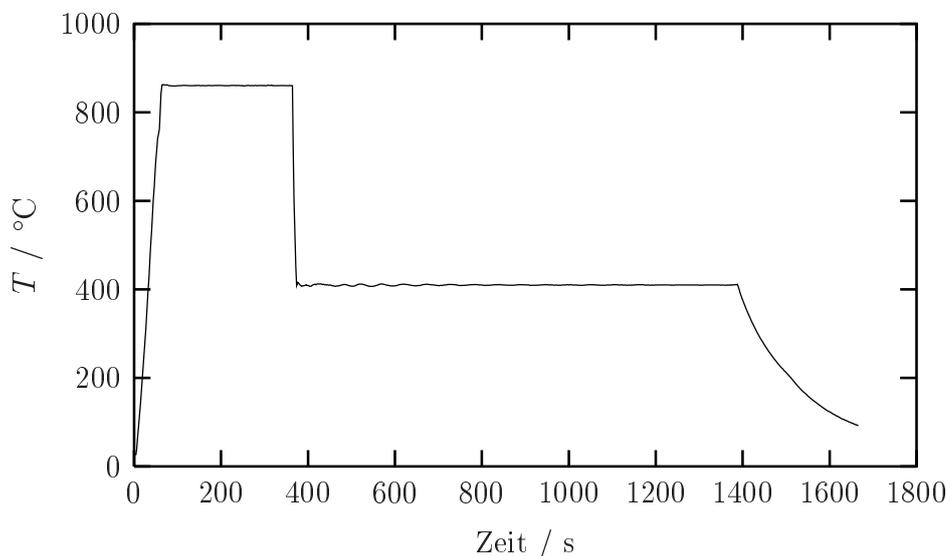


Abb. 4.13: Gemessener Zeit-Temperatur-Verlauf zur Herstellung eines bainitischen Gefüges

Das Aufheizen auf die Austenitisierungstemperatur von 860 °C innerhalb von 60 s erfolgt stromgeregelt. Überschreitet der Istwert die Austenitisierungstemperatur, wird die Stellgröße auf den vorher ermittelten Austenitisierungshaltestrom gestellt und der Regler mit diesen Werten neu initialisiert. Dieses Vorgehen vermeidet den Überschwinger bei unstetiger Änderung der Temperaturgeschwindigkeit. Das Halten der Austenitisierungstemperatur erfolgt bis zum Austenitisierungsende stromgeregelt. Zu diesem Zeitpunkt erfolgt eine stoßfreie Umschaltung der Stellgröße Probenstrom auf die Stellgröße Volumenstrom des Anblasmediums, und mit den Startparametern für maximale Abkühlung (Probenstrom $I = 0\text{ A}$ und Volumenstrom $\dot{V} = 100\%$) findet die Abkühlung auf Umwandlungstemperatur statt. Kurz vor Erreichen der Abschrecktemperatur werden neue Startwerte für das Halten auf Umwandlungstemperatur vorgegeben, so dass Überschwinger in der Temperaturregelung selbst bei maximaler Abkühlrate vernachlässigbar sind.

In Abb. 4.14 ist die Qualität der Temperaturregelung bei einem Zugversuch bis $7,5\%$ Gesamtdehnung eines ferritisch-perlitischen Materials bei 300 °C und einer Deformationsgeschwindigkeit von $\dot{\epsilon} = 5 \cdot 10^{-3}\text{ s}^{-1}$ gezeigt. Im Gegensatz zu ungeregelten Versuchen, bei denen durch den in Wärme umgewandelten Anteil der plastischen Arbeit eine Erwärmung der Probe erfolgt (bei Adiabasie und Dehnungsgeschwindigkeiten im Bereich von $\dot{\epsilon} = 10^{-2}\text{ s}^{-1}$ wurden Temperaturerhöhungen bis 30 K gemessen), verlaufen die geregelten Versuche isotherm.

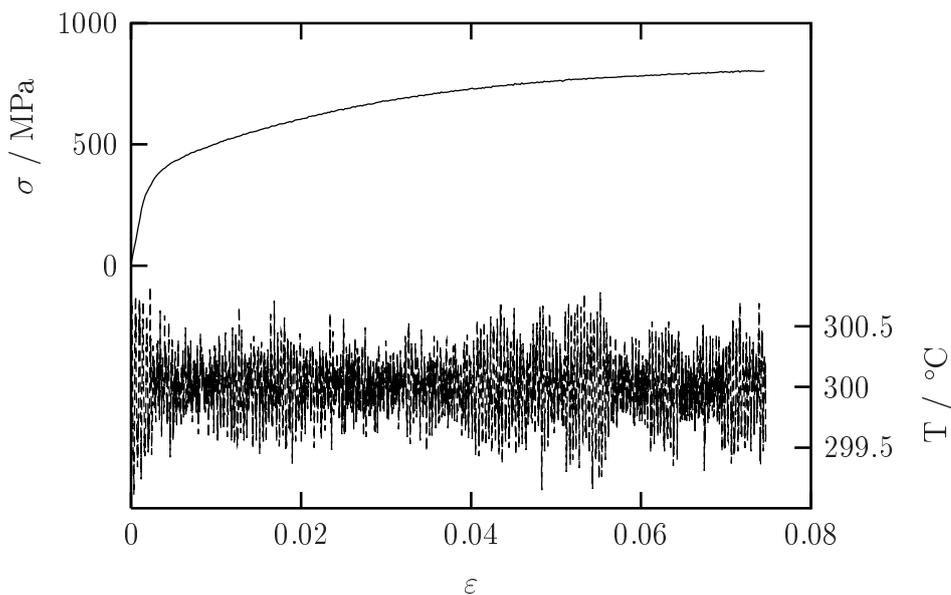


Abb. 4.14: Spannung σ und Probestemperatur T über der Dehnung ϵ

4.5 Mechanische Belastung

Die mechanische Belastung des Prüfkörpers erfolgt mit Hilfe einer biaxialen mechanischen Prüfmaschine⁴. Das System erlaubt Belastungen bis zu einer maximalen Kraft von $F_{\max} = \pm 50 \text{ kN}$ bei einer Prüfraumhöhe von $l_{PR} = 1500 \text{ mm}$ und einer maximalen Torsion von $M_{\max} = \pm 300 \text{ Nm}$ bei einem Winkel von $\alpha = \pm \infty^\circ$.

Die Gesamtansicht des Prüfsystems ist in Abb. 4.15 dargestellt.

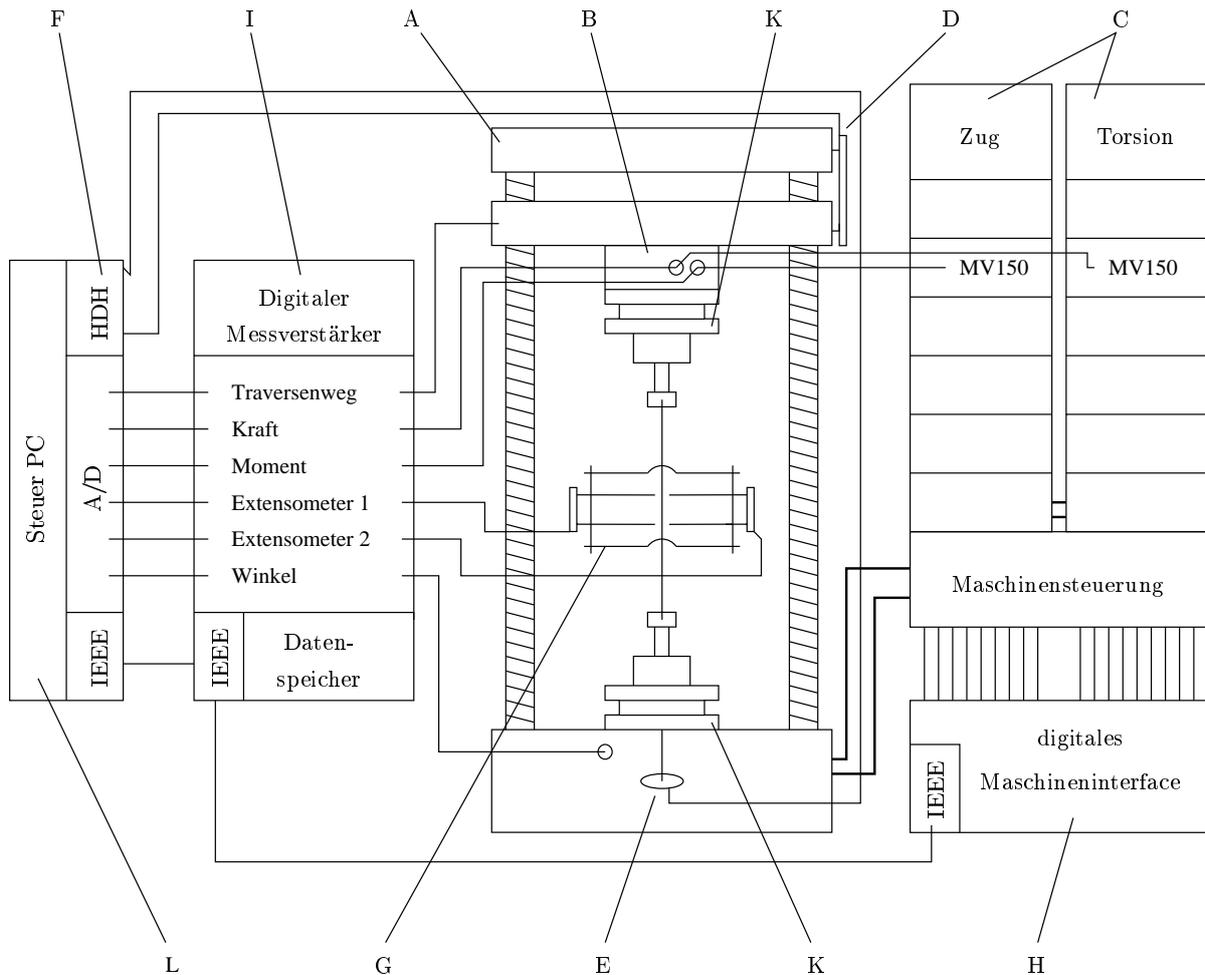


Abb. 4.15: Schemazeichnung des mechanischen Teils der Messanlage:

A) Maschinenrahmen; B) Kraft/Momentenmessdose; C) analoge Steuerelektronik; D) Längensensor Typ Heidenhain; E) Winkelsensor Typ Heidenhain; F) Heidenhain Zählerkarte; G) Extensometersystem; H) digitales Maschineninterface, Hude Interfacer IV; I) Digitaler Messverstärker; K) Kühlköpfe; L) Steuer-Rechner

⁴Fa. Schenk-Trebel, Typ RM50

Es besteht aus einem Maschinenrahmen (A) mit verfahrbarer Traverse (Spindelsystem) und drehbarem Teller. An der Traverse ist eine kombinierte Kraft-Drehmoment-Messdose⁵ (B) angebracht, deren Ausgangssignale in einem Trägerfrequenzverstärker⁶ der Steuerelektronik (C) erfasst werden.

Die Steuerung der Belastung erfolgt durch je eine analoge Regeleinrichtung für Zug/Druck und Torsion. Da für die Parameteridentifikation des vorgestellten Stoffgesetzes zunächst nur Zugbelastungen vorgesehen sind, soll der Torsionsteil der Maschine außer Betracht gelassen werden.

Die Messung von Traversenweg und Drehwinkel erfolgt einerseits durch die maschineninternen potentiometrischen Weg- bzw. Winkelsensoren und andererseits durch zusätzliche inkrementelle optische Messsysteme⁷ (D,E), deren Messwerte über eine proprietäre PC-Messkarte⁸ (F) verfügbar sind.

Die Beaufschlagung mit der Last kann kraft-, traversenweg- oder traversengeschwindigkeitsgeregelt erfolgen. Durch die Verwendung eines Messsystems mit Abgriff der Proben- oder Messlänge (G) kann die Maschinenregelung um einen Dehnungsregelpfad (siehe Kap. 4.8) erweitert werden, indem ein dehnungsproportionales Messsignal in die Istwertrückkoppelung eingeschleift wird.

Die Vorgabe der Sollwerte erfolgt entweder durch programmierbare Rampengeneratoren in der Regelelektronik der Maschinensteuerung oder durch die Vorgabe externer analoger Sollwerte.

Die Maschine lässt sich sowohl durch Handsteuerung als auch rechnergestützt bedienen. Hierzu ist ein über den IEEE-Bus programmierbares Steuergerät⁹ (H) direkt mit der Steuerelektronik verdrahtet, so dass alle Maschinenfunktionen über einen Steuerrechner (L) bedienbar sind. Auf diese Weise lassen sich, trotz der analogen Regelung der Maschine, komplexe mechanische Belastungspfade rechnergesteuert vorgeben und mit einer thermischen Belastung synchronisieren.

Sämtliche Messgrößen werden einem modularen digitalen Messverstärkersystem¹⁰ (I) zugeführt und mit geeigneten digitalen Verstärkermusername (Auflösung 20 bit) sowohl verstärkt und als analoge Spannung im Bereich von $U_{pp}^{\max} = \pm 10 \text{ V}$ zur Verfügung gestellt, als auch digitalisiert und als Messwert via IEEE- und Ethernetschnittstelle vorgehalten. Gleichzeitig besteht die Möglichkeit, die Messwerte direkt im Verstärkersystem auf einem lokalen Festplattenspeicher zu archivieren. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt einerseits in der Redundanz der Daten und andererseits in den unterschiedlichen Anforderungen an die

⁵Fa. Eaton Lebow, Typ 6467-110, $F_{\max} = 50 \text{ kN}$, Nichtlinearität $< 0,05 \%$, $M_{\max} = 300 \text{ Nm}$, Nichtlinearität $< 0,01 \%$

⁶Fa. Schenk/Trebel, Typ MV150, Genauigkeitsklasse 0,05

⁷Winkelsensor: Heidenhain Typ RON 255C, 18000 Striche, Systemgenauigkeit $\pm 5''$, empfohlener Messschritt $0,001^\circ$; Wegsensor: Heidenhain Typ ULS300-20, Systemgenauigkeit $\pm 2 \mu\text{m}$, empfohlener Messschritt $0,5 \mu\text{m}$

⁸Fa. Heidenhain, Typ IK 121

⁹Interfacer IV, Fa. Hude Elektronik

¹⁰Hottinger Baldwin Meßtechnik, System MGCplus

zeitliche Auflösung der Messsignale. So ist für die Online-Steuerung der Prüfmaschine eine geringere Messwertakquisitionsfrequenz notwendig als für die Auswertung der Messungen. Während der Steuerrechner pro Durchlauf des Programmzyklus einen Messdatensatz zur weiteren Verarbeitung über die IEEE-Schnittstelle holt, kann der Messverstärker alle eingehenden Signale mit einer Frequenz von bis zu $f_{\max} = 19,2 \text{ kHz}$ direkt auf dem lokalen Festplattenspeicher ablegen. Die derart erzeugten Messdatendateien lassen sich nach der Messung zu einer Offline-Auswertung auf den Steuerrechner übertragen.

Zur thermischen Entkopplung der Probenspannvorrichtung vom Belastungsrahmen bzw. der Kraft/Momentenmessdose sind temperaturgeregelte Kühlköpfe (K) vorhanden.

4.6 Prüfkörper

Die Probengeometrie muss die erforderlichen Randbedingungen für die thermomechanische Belastung und die Messung der gewünschten physikalischen Größen erfüllen.

Durch die Form einer Langprobe (siehe Abb. 4.16) mit den Abmessungen

Probendurchmesser	:	5,0 mm
Durchmesser Messlänge	:	3,5 mm
Länge abgedrehter Bereich	:	200,0 mm
Gesamtlänge der Probe	:	500,0 mm

konnte ein Kompromiss aus konstanter axialer und radialer Temperaturverteilung im Messbereich und fertigungstechnischen Gesichtspunkten gefunden werden. Die Wahl einer schlanken Probe mit der daraus resultierenden Knickempfindlichkeit ist u.a. auf das verwendete Materialmodell mit rein isotroper Verfestigung zurückzuführen, bei dem der reine Zugversuch ohne Lastumkehr in den Druckbereich für die Parameteridentifikation ausreichend ist.

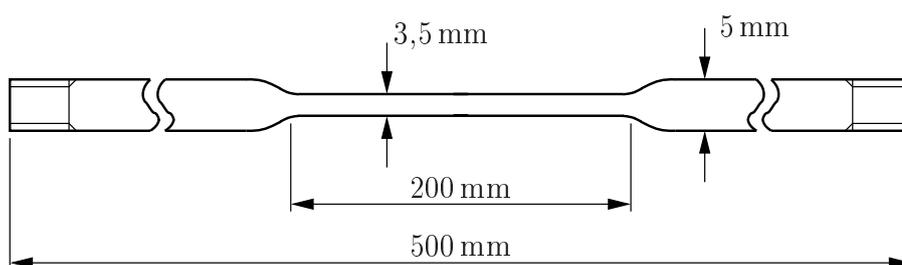


Abb. 4.16: Probengeometrie

Der geringe Durchmesser von 3,5 mm bietet bei möglichst konstanter radialer Temperaturverteilung ausreichend Querschnittsfläche für eine metallurgische Analyse. Zudem kann

auf Halbzeuge aus 5 mm Rundmaterial zurückgegriffen werden. Durch die Gesamtlänge von 500 mm ist ein nahezu konstantes axiales Temperaturprofil im Bereich der Probenmitte, d.h. der Messlänge, sichergestellt (siehe Kap. 4.1). Schlanke Proben haben zudem den Vorteil, dass sie gegenüber geometrischen Fehlern der Einspannung wie z.B. fehlender Koaxialität oder Winkelversatz unempfindlicher sind als gedrungene Probenkörper.

Die Bestimmung der Stoffgesetzparameter soll für den Werkstoff 42CrMo4 (Werkstoffnummer 1.7225) durchgeführt werden. Eine Spektralanalyse des Materials ergab die in Tabelle 4.1 aufgelisteten Massenanteile.

Legierungsbestandteile	C	S	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni
	%	%	%	%	%	%	%	%
DIN/EN min.	0,38		0,60			0,90	0,15	–
Messwert	0,401	0,275	0,847	≤0,0010	0,0033	1,20	0,212	0,0853
DIN/EN max.	0,45	≤0,40	0,90	0,035	0,035	1,20	0,30	–

Tab. 4.1: Zusammensetzung des Stahles 42CrMo4

Die Zusammensetzung befindet sich im Rahmen der in DIN/EN 10083-1 [CEN96] spezifizierten Richtwerte für die Zusatzelemente. Um größeren Schwankungen in den physikalischen Eigenschaften vorzubeugen, wurden alle Proben aus Material derselben Charge gefertigt.

4.7 Probenspannung

Die Einleitung der Last muss konzentrisch unter Vermeidung von Biegemomenten erfolgen. Hierzu ist die in Abb. 4.17 dargestellte rotationssymmetrische Spannvorrichtung auf der Basis einer Werkzeugmaschinenspannzange entwickelt worden, welche die Zentrität der Probe garantiert. Eine Lagerung in Form eines Kalottengelenkes sorgt zudem für Momentenfreiheit. Die Kraftübertragung erfolgt entweder durch Reibschluss ($F_{\max} \approx 10 \text{ kN}$) oder durch Formschluss in Form eines Gewindes ($F_{\max} > F_{Bruch}$). Der Hochstromteil der Probenaufnahme ist durch eine Pertinax-Isolationshülse vom Maschinenrahmen entkoppelt.

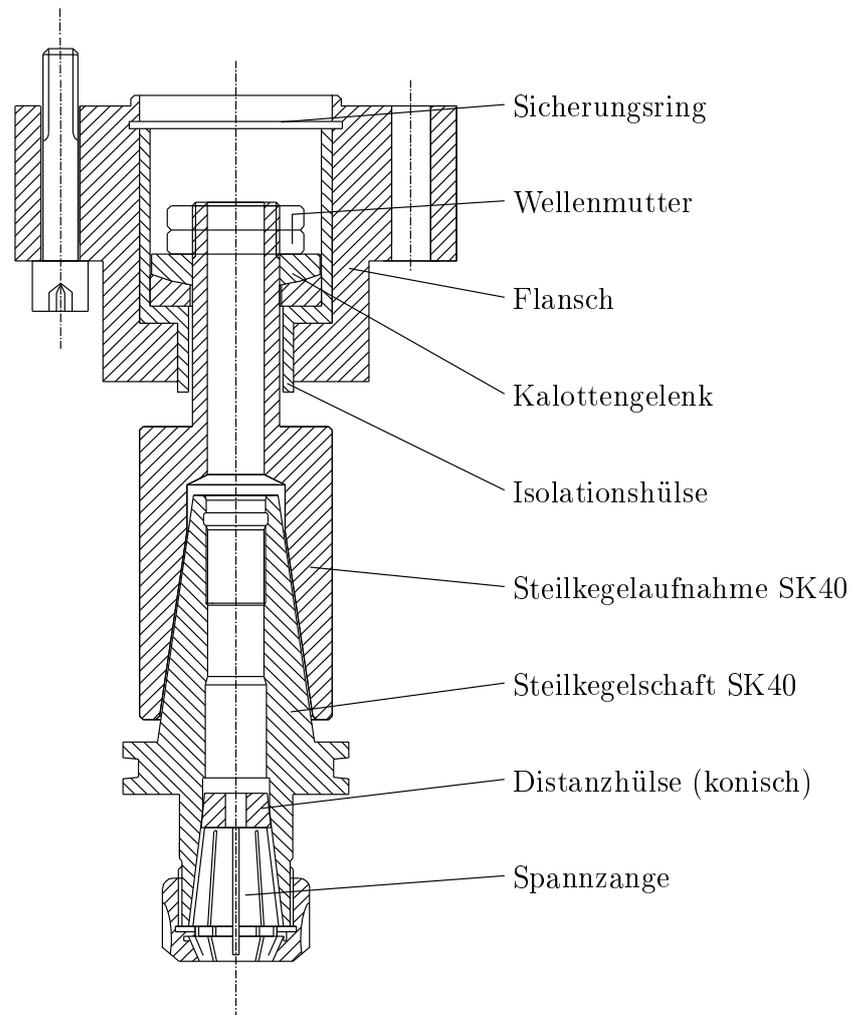


Abb. 4.17: Probenaufnahme

4.8 Messung der Dehnung

Um das Verformungsverhalten der Probe unter Last und Temperatureinfluss analysieren zu können, ist es notwendig, die Änderung der geometrischen Eigenschaften des Prüfkörpers zu messen. Diese Messung der Verformung beschränkt sich bei rotations-symmetrischen Prüfkörpern unter einaxialer, homogener Belastung auf die Messung der Längen- und Durchmesseränderung.

Hierbei sind zwei prinzipielle Konzepte voneinander zu unterscheiden: einerseits die Messung der Gesamtverformung des Prüfkörpers, die i.d.R. dem Weg der Prüfmaschinentraverse gleichgesetzt wird, und andererseits die Verformung eines definierten Prüfkörperbereiches, der sog. Messlänge.

Die Messung der Gesamtdeformation erfolgt durch die in den Prüfmaschinen eingesetzten Verfahrensdetektoren der beweglichen Traverse. Die Dehnung der Probe ist hierbei eine Funktion der (visko)elastischen Deformationen des Prüfkörpers, des Maschinenrahmens, der Probeneinspannung inklusive des Spannungsbereiches der Probe, der Randeffekte an der Einspannstelle, der Setzeffekte in den Kalottengelenken und Getriebebspindeln sowie der instationären Temperaturverteilung des Gesamtsystems. Die elastischen Deformationen des Maschinenkörpers und der Spannvorrichtung lassen sich durch Verformungsmessungen mit einer „starrten“ Referenzprobe bestimmen, die Dehnungseffekte aus viskoelastischer und viskoplastischer Verformung der Einspannung bei hohen Temperaturen und durch Temperaturunterschiede bei instationärer thermischer Last sind jedoch nicht zu quantifizieren, so dass eine direkte Messung der Probenlängung unausweichlich ist.

Das Messsystem muß dabei den geforderten Randbedingungen für Temperatur- und Temperaturschockfestigkeit, geforderter Gesamtdehnung und Genauigkeit genügen (Tab.4.2). Desweiteren ist die Messbasis zur Sicherung eines konstanten axialen Temperaturprofils im Bereich der Messlänge möglichst klein zu wählen.

Temperaturbereich	: $-200\text{ °C} < T < 1200\text{ °C}$
Temperaturschockfestigkeit	: $\dot{T}_{shock} > 200\text{ Ks}^{-1}$
Gesamtdehnung	: $\varepsilon_{\max}^{mech} + \varepsilon_{\max}^{therm} > 15\%$
rel. Fehler	: $f_{rel} < 1\%$
max. Messlänge	: 20 mm

Tab. 4.2: Randbedingungen für das Hochtemperatur-Extensometersystem

Der Sensor kann sich dabei entweder im direkten Einflussbereich der Temperatur oder außerhalb dessen befinden. Die Messung der Verformung erfolgt dann durch mechanischen Abgriff (Koppelgestänge) oder optisch.

Hochtemperatur-Weg- bzw. Abstandsensoren auf der Basis von kapazitiven Kopplern sind zur Zeit Gegenstand der wissenschaftlichen Forschung. Sie versprechen in Sonderbauformen Einsatztemperaturen bis 1000 °C, sind aber sehr kostenintensiv und für die Standardanwendung nicht ausgereift.

Interferometer sind im Hochtemperatureinsatz schwierig zu handhaben, da sich einerseits die Dichte des umgebenden Gases instationär ändert – die Versuchsdurchführung kann nur im Vakuum erfolgen – und andererseits Oberflächen mit einem konstanten Reflexionsverhalten über den gesamten Temperaturbereich vorhanden sein müssen.

Messsysteme mit optischen Markern auf der Probe sind ebenfalls an konstante Oberflächenbeschaffenheit gebunden und besitzen zudem eine unzureichende Auflösung.

Bei der mechanischen Kopplung eines Sensors an die Probe müssen im Gegensatz zu den berührungslosen Messsystemen verschiedene zusätzliche Randbedingungen erfüllt werden. Einerseits darf die Verwendung eines Koppelgestänges die Genauigkeit der Messung nicht beeinflussen, so dass spielfreie Gelenke, kompensierte Wärmedehnungen der Messapparatur, eine feste Kopplung an die Probe usw. unabdingbar sind, andererseits darf die Messapparatur keine Rückwirkungen auf die Probe haben.

Dieses Problem stellt sich vor allem bei der Verwendung langer, schlanker Proben, da die Koppelstangen nach DIN/EN 10002 [CEN90] nur über Reibschluss an der Probe gehalten werden dürfen. Die derart erzeugten, wenn auch geringen Anpresskräfte von etwa 10 N/Koppelstange führen bei schlanken Langproben zu unzulässigen zusätzlichen Biegebelastungen, die bei hohen Temperaturen im Bereich der Fließgrenze liegen.

Da kein auf dem Markt befindliches System die genannten Randbedingungen erfüllt, wurde ein Hochtemperatur-Extensometersystem (Abb. 4.18 und Abb. 4.19) entwickelt, das in der Resultierenden querkraftfrei ist. Es besteht aus zwei Präzisionsextensometern¹¹ mit Hochtemperaturvorsatz, die einander gegenüberliegend angeordnet sind. Die Änderung der Messlänge wird über zwei temperaturbeständige Koppelstäbe aus Aluminiumoxidkeramik übertragen. Die Hochtemperaturextensometer sind sowohl beweglich mit dem Prüfmaschinenrahmen als auch über zwei Federn miteinander verbunden. Mit Hilfe der Federn lässt sich die einstellbare Vorspannkraft für den Reibschluss der Extensometerstäbe auf der Probenoberfläche erzeugen. Durch die kontralaterale Anordnung der Extensometer kompensieren sich die eingebrachten Querkräfte und die Messung der Dehnung erfolgt zusätzlich biegekompensiert.

Eine werksseitige Kalibrierung der Extensometer gegen ein Laserinterferometer garantiert bei 25 °C eine relative Genauigkeit von $f_{rel} < 0,3\%$, die für eine Temperatur von 1200 °C typischerweise auf $0,2\% < f_{rel} < 1,5\%$ anwächst.

Die technischen Daten des erstellten Gesamtsystems sind in Tab. 4.3 dargestellt.

Messbasis	:	15 mm
Messweg	:	± 3 mm
Dehnung	:	$\pm 20\%$
Messfehler vom Endwert	:	$\leq 0,3\%$
Verstellkraft bei Nennweg	:	2 N
Temperaturbereich	:	1200/1800 °C

Tab. 4.3: Eigenschaften des Hochtemperatur-Extensometersystems

¹¹Fa. Sandner-Messtechnik, Typ EXH 15-3A

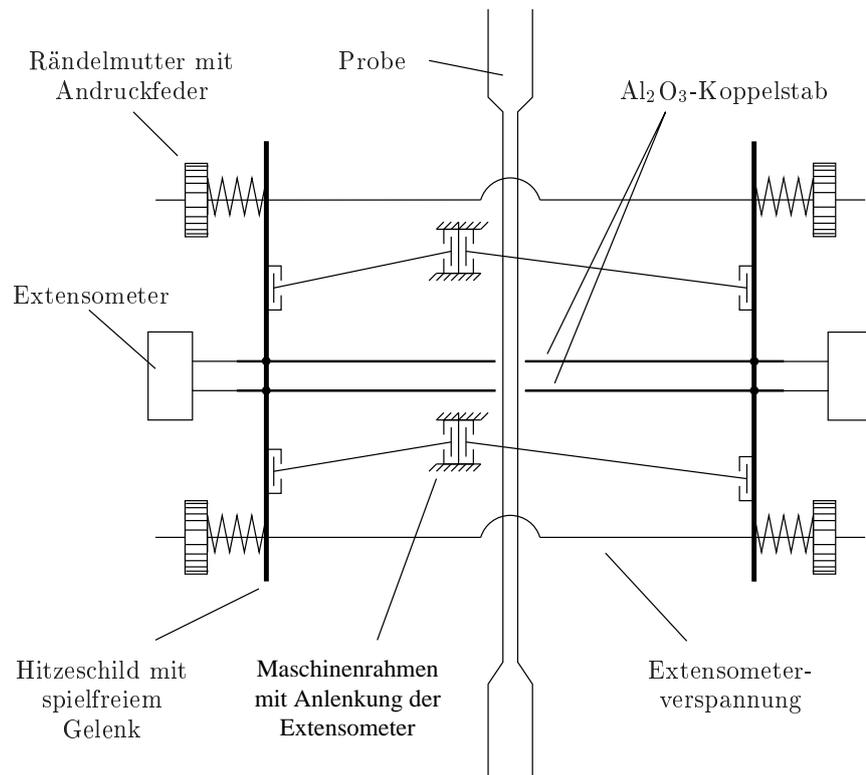


Abb. 4.18: Schemazeichnung des querkraftkompensierten Hochtemperatur-Extensometersystems

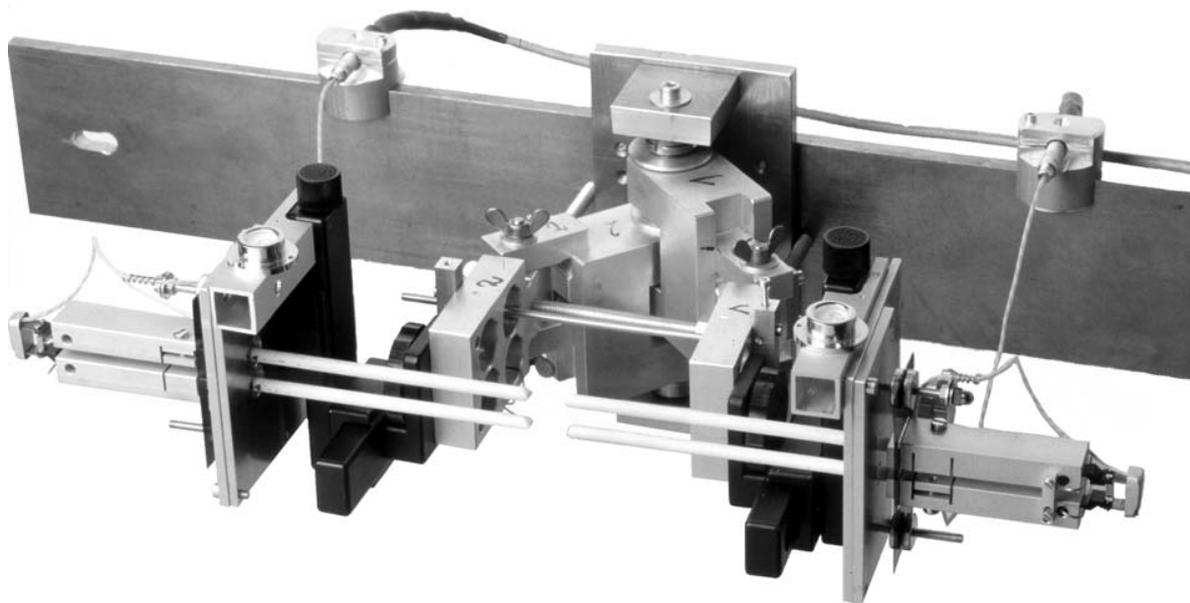


Abb. 4.19: Gesamtansicht des querkraftkompensierten Hochtemperatur-Extensometersystems

Bei Prüfmaschinen mit nur einer beweglichen Traverse vollführt der Probenmittelpunkt und somit in der Regel auch der Mittelpunkt der Messlänge eine Translationsbewegung relativ zum Maschinenrahmen. Diese Starrkörperverschiebung wird in maschinenfesten Extensometersystemen fälschlicherweise als Dehnung identifiziert und „scheinbare Dehnung“ genannt. Der resultierende Messfehler wird durch die so genannte Längsempfindlichkeit des Extensometersystems ausgedrückt, bei der die gemessene scheinbare Dehnung in Relation zur Verschiebung der Messlänge gesetzt wird.

Zur Abschätzung des Fehlers sind in Abb. 4.20 die scheinbare Dehnung ε_s und die ursächliche Verschiebung u für einen Rampenzyklus mit Richtungsumkehr aufgetragen.

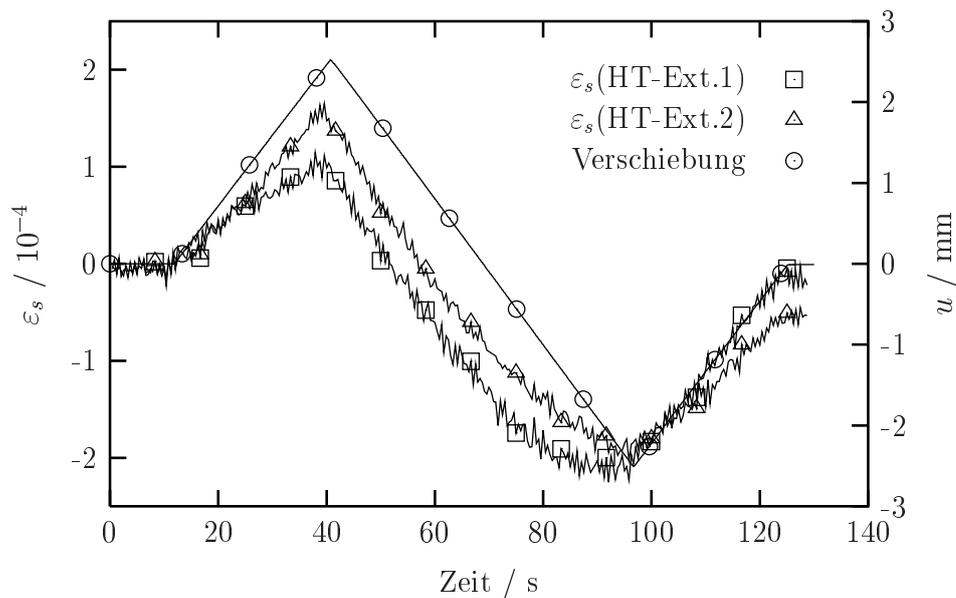


Abb. 4.20: Axiale Verschiebung u der lastfreien Probe und daraus resultierende scheinbare Dehnung ε_s aufgetragen über der Versuchszeit für einen Rampenzyklus mit Umkehrbelastung

Aus Abb. 4.20 berechnet sich der relative Fehler bezogen auf den Endwert zu $f_{rel}^{\varepsilon_s} < 0,1\%$ und ist somit vernachlässigbar.

4.9 Gesamtsystem

Die vorgestellte Messapparatur (Abb. 4.21 und Abb. 4.22) gestattet es, eine Langprobe definiert gekoppelt thermomechanisch zu belasten. Das Aufheizen der Probe geschieht durch geregelte Widerstandserwärmung; das Abkühlen, je nach Größe des abzuführenden Wärmestromes, durch geregeltes Anblasen mit gasförmigem, vorgekühltem gasförmigen, vernebeltem flüssigem oder vollständig flüssigem Stickstoff. Die Regelung der thermischen und der mechanischen Belastung erfolgt durch ein dezentrales Regelsystem auf Computerbasis. Der zentrale Steuerrechner gibt hierbei die Sollwerte der mechanischen und thermischen Belastung an die Prüfmaschine und den Temperatursteuerrechner und zeichnet die physikalischen Größen (Kraft, Weg der Traverse, Längung der Probe, Ist- und Sollwert der Temperatur, Strom und Spannung an der Probe) auf. Die Regelung der Temperatur erfolgt durch einen Digitalrechner, auf dem ein digitaler Regelalgorithmus in Geschwindigkeitsform realisiert wurde. Hierbei ist es selbst bei grenzwertigen Prozessen möglich, ein stabiles Regelverhalten mit sehr guter Regelgüte über den gesamten Temperaturbereich zu erzielen.



Abb. 4.21: Fotografie der Gesamtanlage

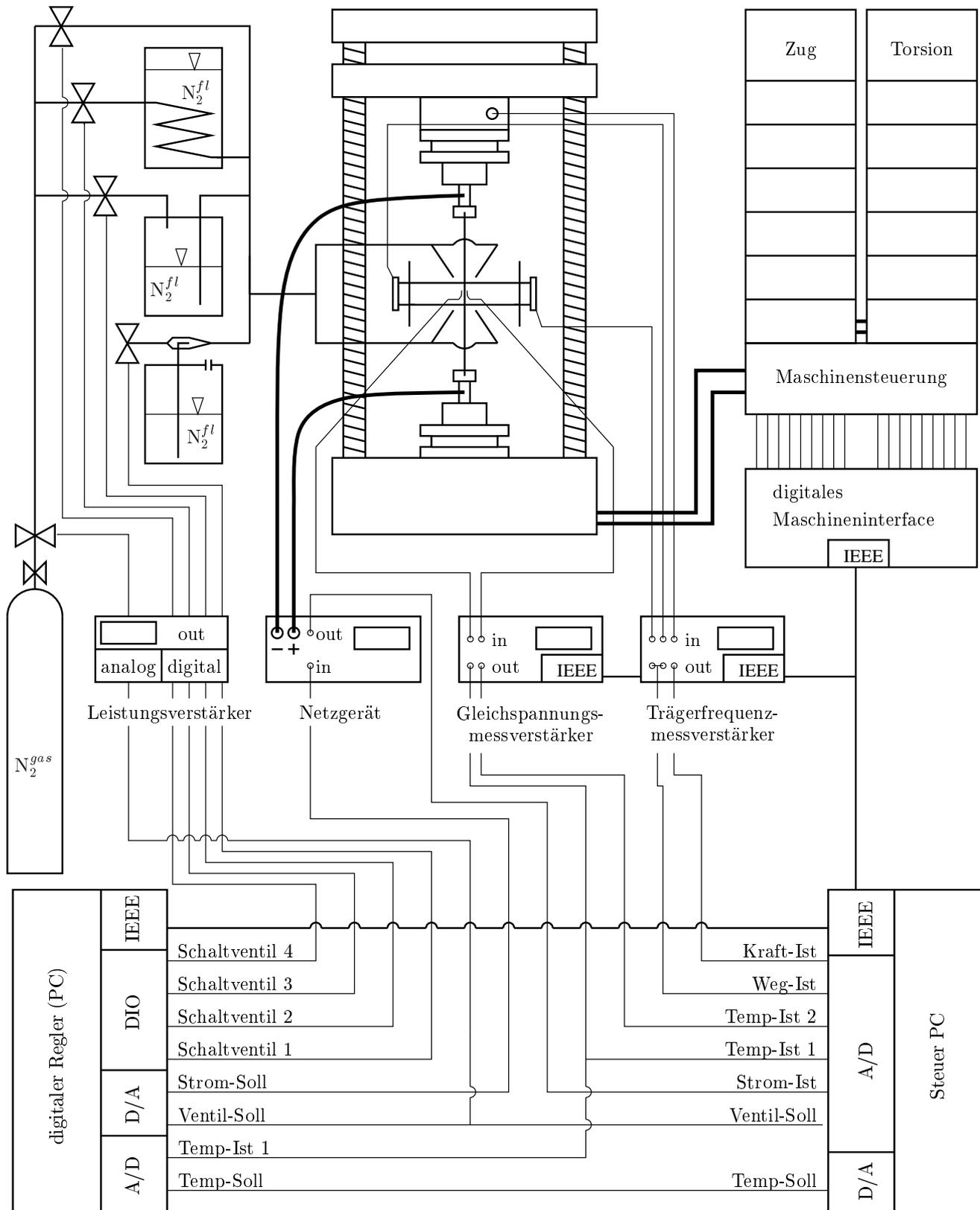


Abb. 4.22: Schemazeichnung der Gesamtanlage

5. Versuche

Für das in Kapitel 3 beschriebene Stoffgesetz sind die für die Phasen x spezifischen, temperaturabhängigen thermomechanischen Parameter

- Elastizitätsmodul $E_{(x)}(T)$,
- Querkontraktionszahl $\nu_{(x)}(T)$,
- mittlerer linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient $\alpha_{(x)}(T)$ und differentieller linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient $\beta_{(x)}(T)$,
- Parameter $c_{i(x)}(T)$ und Fließgrenze $\sigma_{0(x)}(T)$ der isotropen Verfestigungsfunktion $g_{(x)}$,
- Parameter $c_{j(x)}(T)$ der Überspannungsmaterialfunktion $\Phi_{(x)}$,
- Viskositätskonstante $\gamma_{(x)}(T)$

des elasto-viskoplastischen Basismodells und die umwandlungsspezifischen Größen

- Evolutionsparameter $A_{(a \rightarrow x)}^{tr}$ der übertragenen Verfestigung $\kappa_{a \rightarrow x}^{tr}$ und
- transformationsbedingte Volumendehnungsrate $\Delta\Omega_{a \rightarrow x}^{vtr}$ mit den Materialkonstanten $A_{(a \rightarrow x)}^{vtr}$ und $\epsilon_{(a \rightarrow x)}$

zu bestimmen. Die zu betrachtenden Gefüge sind Austenit, Martensit, Bainit, Ferrit und Perlit. Zur Vereinfachung soll keine Unterscheidung zwischen oberem und unterem Bainit getroffen und Ferrit und Perlit als „einphasiges Mischgefüge“ angesehen werden.

Allgemein lassen sich die Stoffgesetzparameter durch gekoppelte instationäre thermische und mechanische Lasten unter Phasenumwandlung bestimmen. Zur Entkopplung der Phänomene und damit zur Reduktion des Rechenaufwands bei der Parameteridentifikation bieten sich grenzwertige Prozessführungen [MB91] an. Hierbei sind geeignete Kombinationen aus isothermen bzw. transienten Temperaturbelastungen ein- oder mehrphasiger Materialien mit oder ohne mechanische Belastung und Phasentransformation auszuwählen.

So erfolgt die Bestimmung der elasto-viskoplastischen Stoffgesetzparameter auf Phasenebene durch die Untersuchung einaxialer isothermer Zugversuche einphasiger Gemische bei unterschiedlichen Dehnungsgeschwindigkeiten und Temperaturen. Hierbei entzieht sich die Querkontraktion $\nu_{(x)}$ jedoch einer weitergehenden Analyse, da die radiale Dehnung der Prüfkörper im gewählten Versuchsaufbau nicht messbar ist. Literaturwerte der Querkontraktion finden sich z.B. in [Ric73] und [Ric83].

Die phasenbezogenen thermischen Ausdehnungskoeffizienten α bzw. β erhält man aus der instationären Temperaturbelastung des einphasigen Materials.

Transformationsinduzierte Stoffgesetzparameter lassen sich i.d.R. nur durch gekoppelte instationäre thermische und mechanische Lasten mit Phasenumwandlung bestimmen. Eine Ausnahme bildet die transformatorische Volumendehnung $\Omega_{a \rightarrow b}^{vtr}$, die aus der Analyse lastfreier Umwandlungen ermittelbar ist. Auf die spezielle Problematik einer vollständigen Entkoppelung wird in der Beschreibung der durchgeführten Versuche eingegangen.

Die bei der Transformation der Ausgangsphase in die Tochterphase übertragene Verfestigung $\kappa_{a \rightarrow b}^{tr}$ erhält man aus dem Vergleich des Verhaltens mechanisch belasteter Proben der Tochterphase mit plastischer und ohne plastische Vordeformation der Ausgangsphase vor der Umwandlung.

Ein großer Vorteil dieser Wahl der grenzwertigen Prozessführungen liegt in der Separation der zugrundeliegenden Phänomene des Stoffmodells. Zudem vereinfacht sich die Parameteridentifikation, da die Bestimmung der Phasenparameter unabhängig von einer Homogenisierung auf Ebene des Makromaterialverhaltens ist.

Durch ihren allgemeingültigen Charakter lassen sich die Versuche auf Phasenebene problemlos auf andere phasenbezogene Materialmodellierungen übertragen.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die durchgeführten Versuche nach der jeweiligen Phase kategorisiert und die verwendete Messmethodik bei ihrem ersten Auftreten beschrieben.

5.1 Austenit

Die Bestimmung der Stoffparameter des reinen Austenits gestaltet sich aufgrund der zunehmenden Instabilität des Austenits bei Temperaturen unterhalb der A_{c3} -Temperatur sehr schwierig. Zwar ist den isothermen ZTU-Diagrammen zu entnehmen, dass der Bereich des einphasigen Austenits bei 750 °C noch etwa 150 s dauert, diese Zeit verringert sich jedoch bei einem Temperaturniveau von 600 °C auf 3 s, um schließlich bei 500 °C mit 1,5 s minimal zu werden. Diese Anlaufzeiten der Umwandlung bilden die zeitlichen Randbedingungen für den Gesamtversuch, dessen Dauer sich anteilig aus der Zeit für die Abkühlung auf Prüftemperatur und der Dauer des Zugversuches zusammensetzt. Die Abkühlung muss dabei äußerst schnell und präzise erfolgen, um den zeitlichen Rahmen des anschließenden Zugversuches zu maximieren.

Durch die Kürze der zur Verfügung stehenden Zeit sind die mechanischen Versuche des reinen Austenits streng genommen auf Temperaturen oberhalb von 700 °C beschränkt. Zur Abschätzung des mechanischen Verhaltens werden jedoch zusätzliche Versuche im Grenzbereich zur ferritischen Umwandlung bei 600 °C durchgeführt.

5.1.1 Zugversuche bei 750 °C

Das austenitische Gefüge wird durch Aufheizen auf die Austenitisierungstemperatur von 860 °C innerhalb von 60s und anschließendes Halten um 300s erzeugt. Nach erfolgter Austenitisierung wird die Probe auf die Prüftemperatur von 750 °C abgeschreckt und nach einer kurzen Wartezeit zur Homogenisierung des Temperaturprofils innerhalb der Messlänge der Zugversuch gestartet. Die Wärmebehandlung der Proben ist in Abb. 5.1 dargestellt.

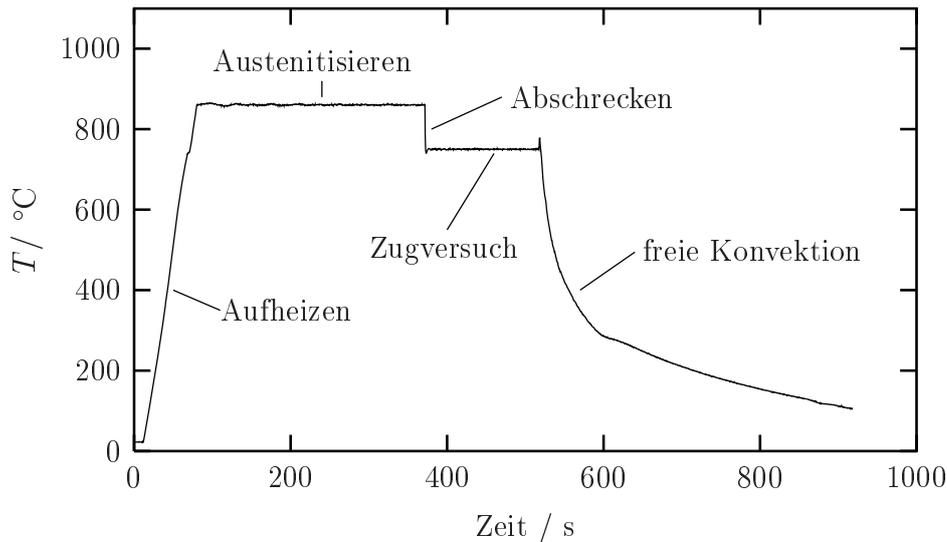


Abb. 5.1: Wärmebehandlung zur Herstellung von Austenit und Zug bei 750 °C

Da die Unterkühlung unter A_{c3} -Temperatur nur 30 Kelvin beträgt, verläuft die Umwandlung relativ träge. Die Zeit für den Zugversuch des reinen Austenits ist durch die anlaufende Umwandlung nach Ferrit begrenzt. Sie lässt sich aus den isothermen ZTU-Diagrammen (s. S. 4) zu $\tau_{Anlauf}(750\text{ °C}) = 150\text{ s}$ bestimmen. Damit lassen sich unter Vorgabe der Dehnrates $\dot{\epsilon}$ die folgenden maximalen Gesamtdehnungen ϵ_{\max} erzielen:

$\dot{\epsilon} / \text{s}^{-1}$	ϵ_{\max}
10^{-2}	1,500
10^{-3}	0,150
10^{-4}	0,015

Tab. 5.1: Maximale Gesamtdehnung ϵ_{\max} in Abhängigkeit von der Dehnrates $\dot{\epsilon}$ für eine vorgegebene Anlaufzeit $\tau_{Anlauf}(750\text{ °C}) = 150\text{ s}$ bei 750 °C

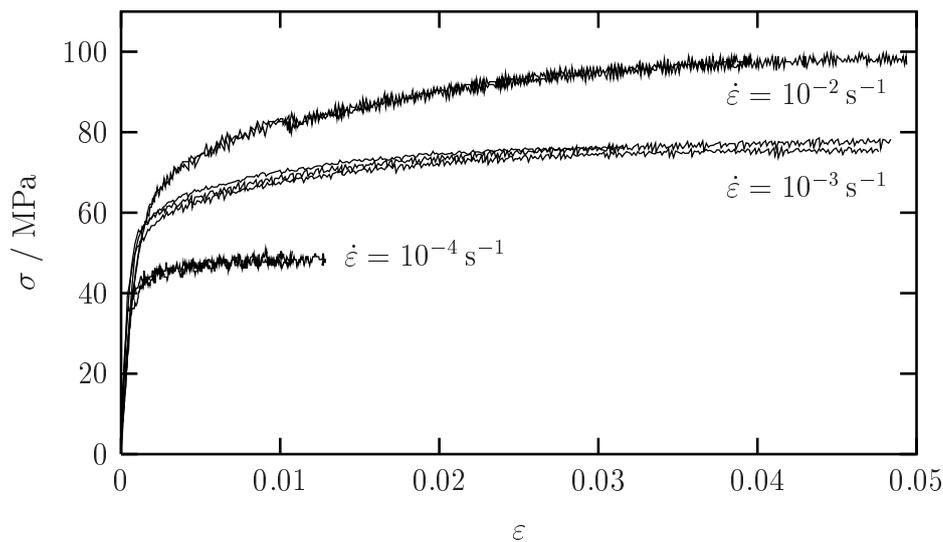


Abb. 5.2: Spannung σ über Dehnung ε für Austenit bei 750 °C (isotherm), $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} / 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

Die Ergebnisse der Messung sind in Abb. 5.2 dargestellt. Zur Veranschaulichung der Reproduzierbarkeit sind jeweils 3 Messungen pro Dehnungsgeschwindigkeit im Diagramm aufgetragen.

Hierbei sind die Messungen mit der Dehnrate $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ nur unter Vorbehalt auswertbar, da sie am äußeren Rand des Dynamikbereiches der Prüfmaschine liegen¹. Aus diesem Grund kann die vorgegebene Dehnungsrate beim Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich nur asymptotisch erreicht werden. Das Übergangsverhalten elastisch \rightarrow plastisch erscheint hier „weicher“ als bei konstanter Dehnrate.

Allgemein ist den Messungen zu entnehmen, dass Austenit bei 750 °C mit unter 40 MPa eine sehr geringe Fließgrenze und ein ausgeprägt geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten aufweist.

5.1.2 Zugversuche bei 600 °C

Die Austenitisierung des Gefüges entspricht der des Zugversuches bei 750 °C, die Abschreckung erfolgt jedoch auf die Prüftemperatur von 600 °C (Abb. 5.3).

Im Gegensatz zur isothermen Umwandlung des Austenits bei 750 °C ist die Unterkühlung unter den Gleichgewichtszustand bei 600 °C und die damit verbundene verminderte Löslichkeit von Kohlenstoff so groß, dass die Ferritbildung schon nach etwa 3 s anläuft. Da die durchgeführten Zugversuche erst bei einem Phasenanteil des Ferrits von etwa 1 %

¹Eine quantitative Dynamikanalyse mit Erläuterung der Problematik erfolgt in Kap. 5.1.2.

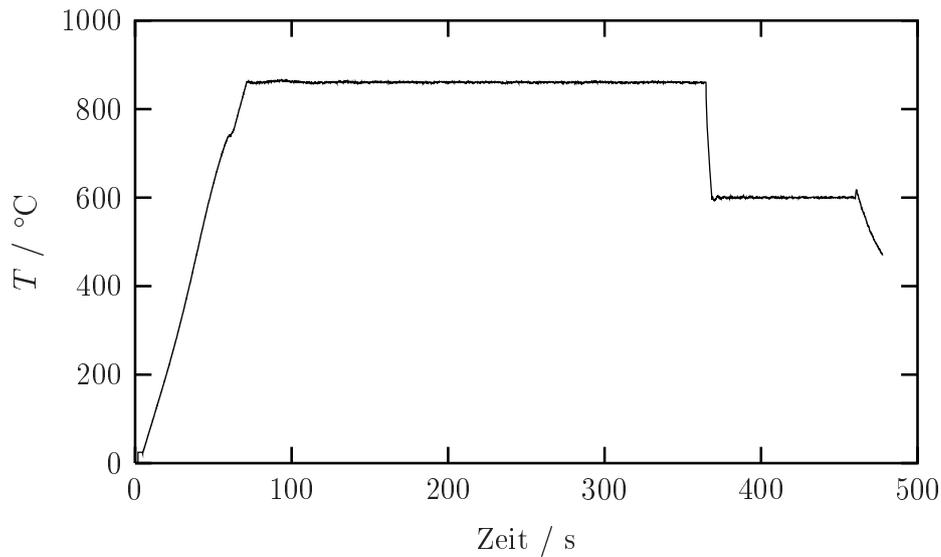


Abb. 5.3: Wärmebehandlung zur Herstellung von Austenit und Zug bei 600 °C

starten und bei wachsendem Ferritanteil durchgeführt werden, können die daraus ermittelten Materialkennwerte nur Anhaltswerte für das Materialverhalten des Austenits bei 600 °C geben.

Die Ergebnisse der Zugversuche sind in Abb. 5.4 dargestellt.

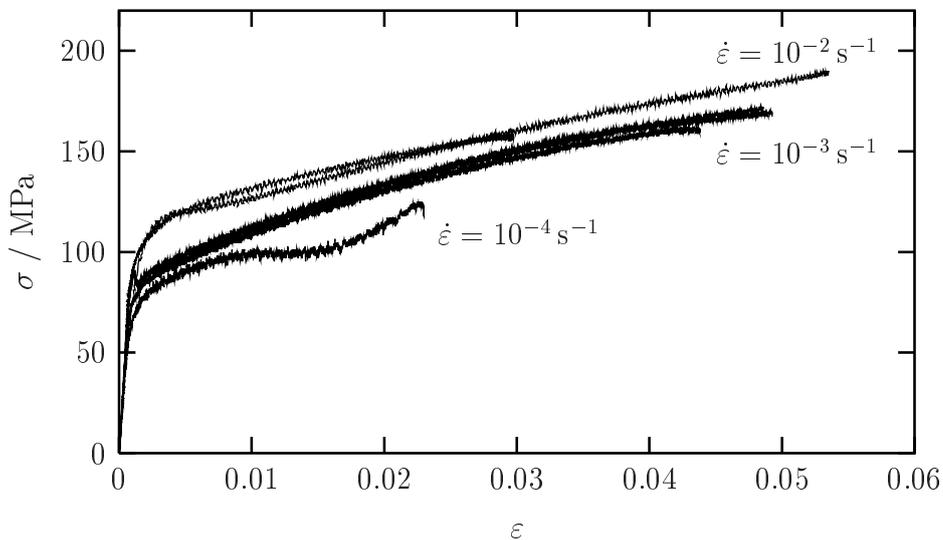


Abb. 5.4: Spannung σ über Dehnung ε für Austenit bei 600 °C (isotherm), $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} / 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

Die Änderung der Phasenzusammensetzung zeigt sich explizit im Zugversuch mit der Dehnrates $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ (Abb. 5.4), bei dem die Steigung der σ - ϵ -Kurve im plastischen Bereich ab einer Dehnung von $\epsilon = 0,007$ umwandlungsbedingt variiert. Diese Gesamtdehnung entspricht bei der Dehnrates $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ einer Prozesszeit von 70 s, die gemäß dem isothermen ZTU-Diagramm (Abb. 2.1) das Ende der ferritischen Umwandlung und den Start der Perlitbildung kennzeichnet. Eine Änderung des Verfestigungsverhaltens ist demnach erst zur Bildung von Perlit korreliert.

Die Zugversuche mit der Dehnrates $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ zeigen einen „Überschwinger“ beim Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich, der auf die unterschiedliche Steigung von elastischer und plastischer Tangente zurückzuführen ist. Die beim Übergang in den plastischen Bereich für eine konstante Dehnrates erforderliche Beschleunigung der Traverse überschreitet die begrenzte Dynamik spindelgetriebener Prüfmaschinen.

Diese Unterschiede im dynamischen Antwortverhalten sind in Abb. 5.5 und Abb. 5.6 veranschaulicht. Bei Vorgabe der Dehnratesollwerte $\dot{\epsilon}_{\text{Soll}} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ und $\dot{\epsilon}_{\text{Soll}} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ sind in den Diagrammen jeweils Dehnung und erzielte Dehngeschwindigkeit über der Versuchszeit aufgetragen.

Bei dem in Abb. 5.5 gezeigten Versuch mit der Dehnrates $\dot{\epsilon}_{\text{Soll}} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ steigt die Dehnrates in kurzer Zeit auf den Sollwert und verbleibt dort annähernd konstant.

Im Gegensatz hierzu eilt die Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ dem Sollwert $\dot{\epsilon}_{\text{Soll}} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ (Abb. 5.6) anfangs nach, um dann mit über 50 % Überhöhung ein ausgeprägtes Überschwingen aufzuweisen. Als Folge der höheren Dehnrates wird der elastisch-plastische Übergang überschätzt.

In allen Fällen, in denen die Größe des Überschwingers zu instabilem Regelverhalten führt, beschränken sich die Untersuchungen auf Dehnrates von $\dot{\epsilon} \leq 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Bei Versuchen mit hoher Dehnrates ($\dot{\epsilon} \geq 10^{-2} \text{ s}^{-1}$) an anderen Phasen ist ein weiteres Fehlverhalten der Dehnungsregelung zu beobachten, bei dem sich der Istwert asymptotisch dem vorgegebenen Sollwert der Dehnrates nähert. Für diesen Fall wird der elastisch-plastische Übergang unterschätzt.

Die Auswirkungen beider Fehlerquellen beschränken sich jedoch i.d.R. nur auf den elastisch-plastischen Übergangsbereich.

Im Ganzen zeigt sich die Messung konsistent, da die zu erwartende höhere Fließgrenze im Vergleich zu den Versuchen bei 750 °C vorliegt und Austenit bei niedrigeren Temperaturen zunehmende Verfestigung aufweist.

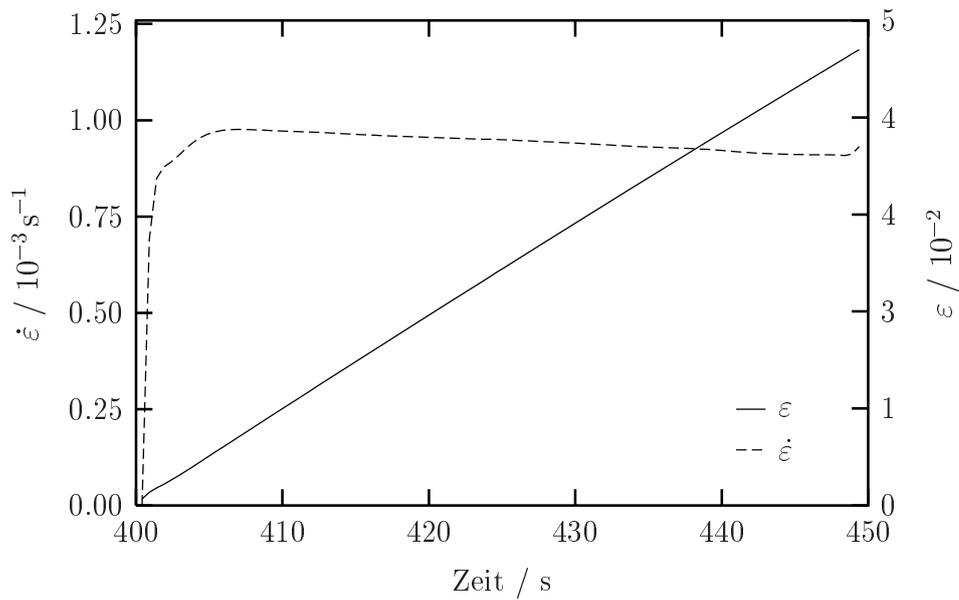


Abb. 5.5: Dehnung ε und Dehngeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ über der Versuchszeit für einen dehnungsge-
steuerten Versuch mit $\dot{\varepsilon}_{Soll} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

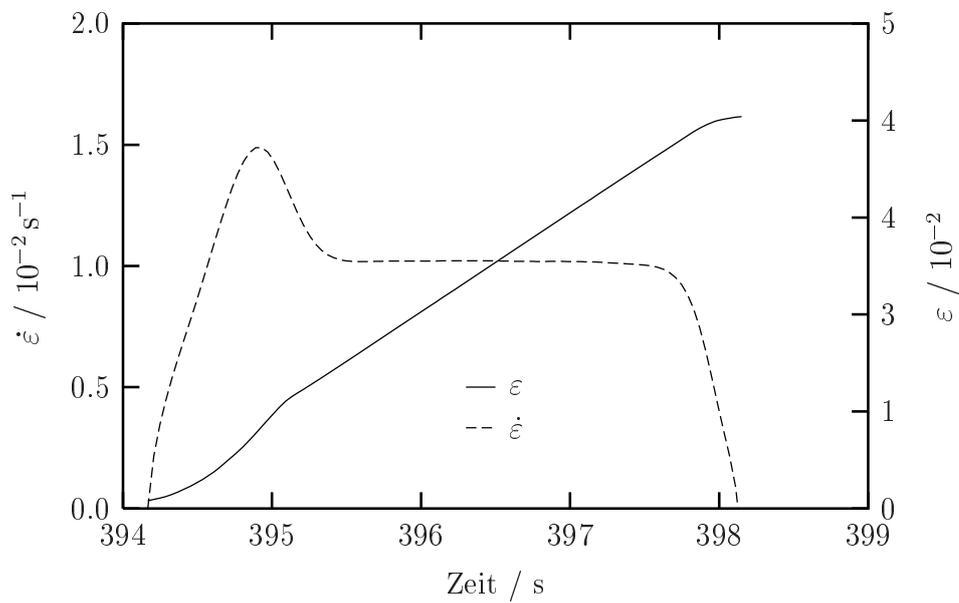


Abb. 5.6: Dehnung ε und Dehngeschwindigkeit $\dot{\varepsilon}$ über der Versuchszeit für einen dehnungsge-
steuerten Versuch mit $\dot{\varepsilon}_{Soll} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$

5.1.3 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Austenit

Die physikalischen Kennwerte, welche die lastfreie Volumenänderung eines Materials mit der anliegenden Temperatur verknüpfen, sind der mittlere lineare Wärmeausdehnungskoeffizient α_{20} in Bezug auf die Referenztemperatur 20 °C

$$\alpha_{20} = \frac{1}{l(20\text{ °C})} \frac{l(\theta) - l(20\text{ °C})}{\theta - 20\text{ °C}} \quad (5.1)$$

und der differentielle lineare Wärmeausdehnungskoeffizient β ([Ric73])

$$\beta = \frac{1}{l(\theta)} \frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta} . \quad (5.2)$$

Hierbei kennzeichnen $l(20\text{ °C})$ bzw. $l(\theta)$ die Länge des Körpers bei 20 °C und der Temperatur θ .

Die Wärmeausdehnungskoeffizienten α und β werden, um den instrumentellen Aufwand zu reduzieren, mit der in Kapitel 4 beschriebenen Versuchsanordnung bestimmt. Hierbei wird die Längung der Probe als Funktion der Temperatur aufgezeichnet. Um Fehler durch das Nachfahren der Maschine in Kraftregelung zu vermeiden, ist der Formschluss in der Probenaufnahme durch eine Gleitlagerung ersetzt worden.

Zur Validierung des Verfahrens ist ein Vergleich der Messergebnisse mit Literaturwerten [Ric83] gezeigt. Der Werkstoff (Werkstoff-Nr. 1.7225 / Kurzname 42CrMo4) wurde hierbei nach einem 30-minütigen Austenitisierungsvorgang bei 840 °C in Wasser abgeschreckt und 2 h bei 610 °C vergütet.

Die Ergebnisse der Messung sind in den Abbildungen 5.7 und 5.8 gezeigt.

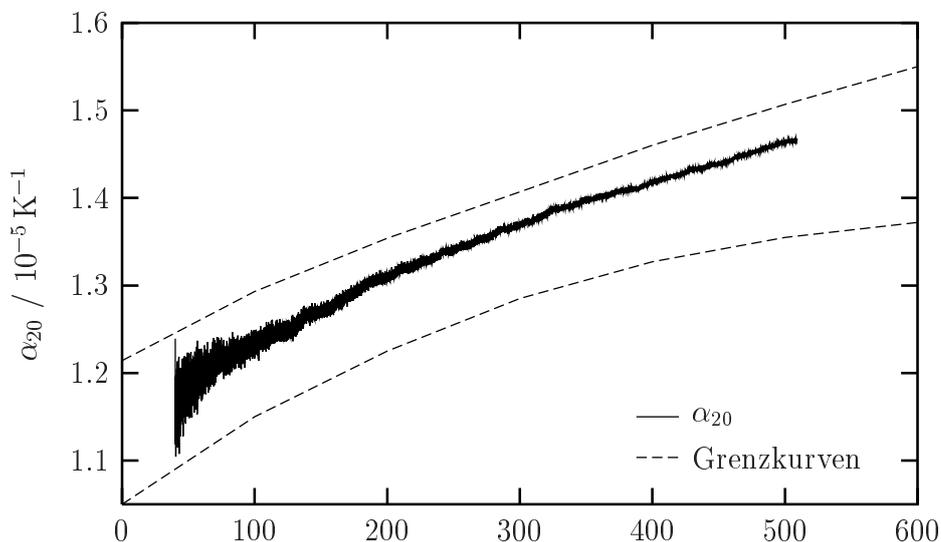


Abb. 5.7: Mittlerer linearer Wärmeausdehnungskoeffizient α_{20} des Makromaterials

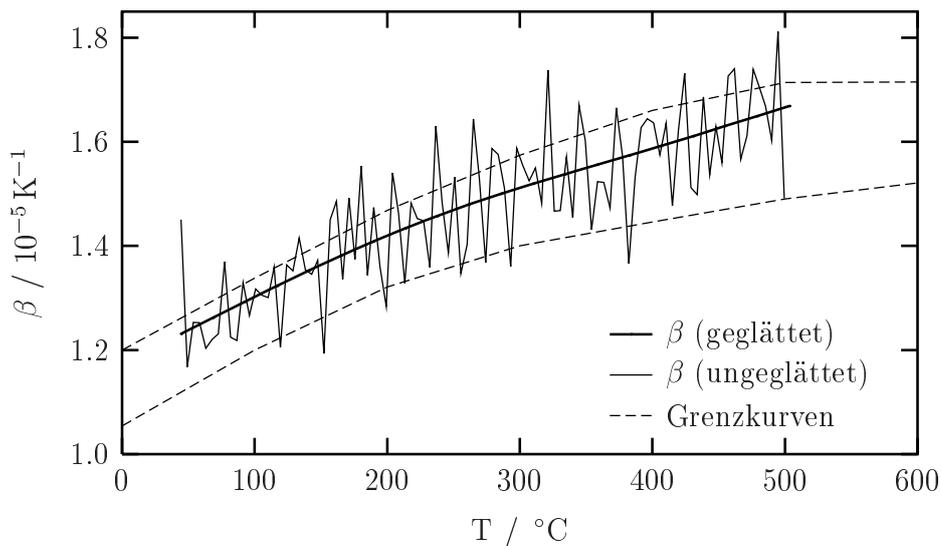


Abb. 5.8: Differentieller linearer Wärmeausdehnungskoeffizient β des Makromaterials

Da beide Kurven in den von RICHTER angegebenen und eingezeichneten Streubereichen der Werte für un- und niedriglegierte Stähle liegen, ist die Methodik validiert. Die Ursache für das Rauschen des differentiellen Wärmeausdehnungskoeffizienten β findet sich in der numerischen Ableitung der rauschbehafteten Längenmesswerte.

Da die Länge des Messbereiches bei der Referenztemperatur von 20°C des austenitischen Materials nicht zu bestimmen ist, wird der mittlere lineare Wärmeausdehnungskoeffizient in Bezug auf die A_{c3} -Temperatur von 780°C definiert

$$\alpha_{A_{c3}} = \frac{1}{l(A_{c3})} \frac{l(\theta) - l(A_{c3})}{\theta - A_{c3}}. \quad (5.3)$$

Die Berechnung der Kennwerte erfolgte wegen der erforderlichen numerischen Differentiation und den damit verbundenen Schwierigkeiten bei rauschbehafteten Messsignalen mit geglätteten Messkurven.

Für Austenit ergeben sich die in Abb. 5.9 dargestellten Wärmeausdehnungskoeffizienten als Funktion der Temperatur. Hierzu wurden die Proben gemäß den bei den Zugversuchen des Austenits aufgezeigten Randbedingungen der Austenitisierung wärmebehandelt und die Dehnung der lastfreien Proben unter Abkühlung gemessen.

Die Größenordnung der gemessenen Parameter lässt sich anhand der in [Bes93] dargestellten Dilatometerkurve für den Stahl 42CrMo4 verifizieren. Die Steigung der Tangente an die dort gegebene Temperatur-Dehnungskurve schätzt den gemittelten Wert des thermischen Ausdehnungskoeffizienten zu $\alpha = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$ ab, so dass sich eine gute Übereinstimmung mit den hier ermittelten Werten ergibt.

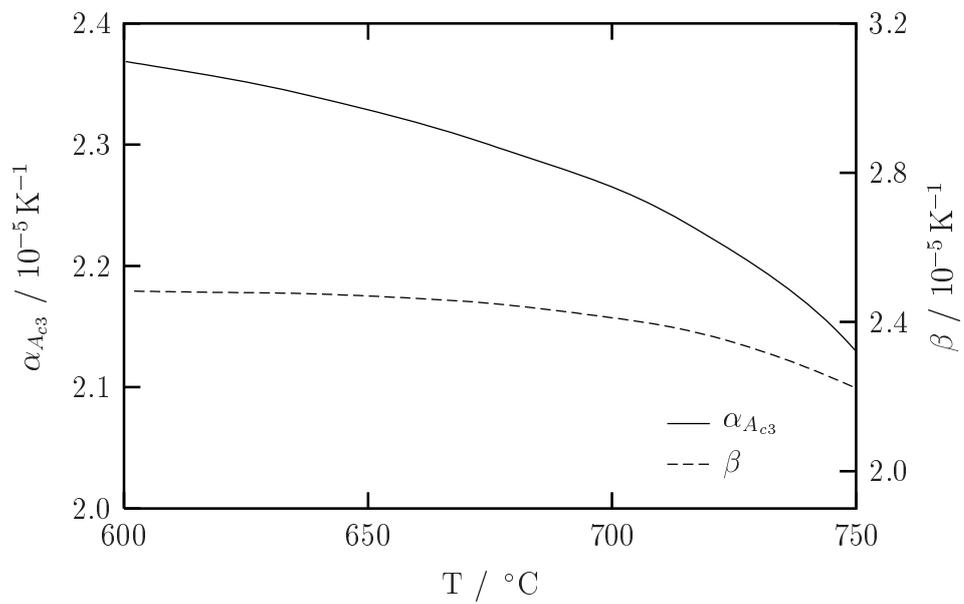


Abb. 5.9: Mittlerer linearer Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha_{A_{c3}}$ und differentieller linearer Wärmeausdehnungskoeffizient β des Austenits

5.2 Ferrit/Perlit

Zur Herstellung des ferritisch/perlitischen Gefüges wurden die Proben innerhalb von 60 s auf die Austenitisierungstemperatur von 860 °C gebracht und dort 300 s austenitisiert. Nach dem Abschrecken auf die Umwandlungstemperatur von 650 °C wandelt der Werkstoff innerhalb von ca. 220 s [RH72] isotherm in ein Gemisch aus 20 % Ferrit und 80 % Perlit um. Das gemessene Temperaturkollektiv zur Gefügeherstellung ist in Abb. 5.10 dargestellt.

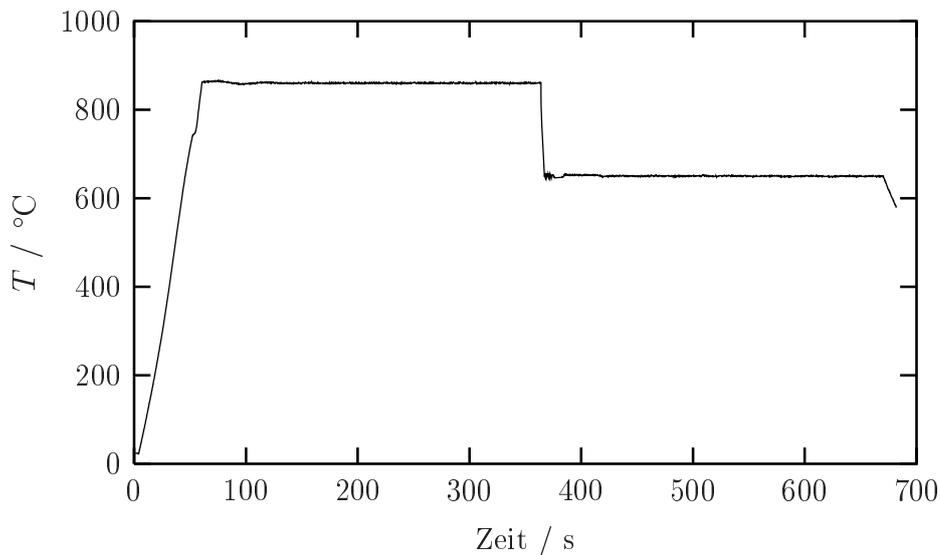


Abb. 5.10: Wärmebehandlung zur Herstellung von 20 % Ferrit und 80 % Perlit durch isotherme Umwandlung bei 650 °C

Die Analyse der Phasenanteile erfolgte durch Schliffbilder (Abb. 5.11) mit anschließender automatisierter photometrischer Auszählung der Flächenanteile. Die untersuchten Schliffe enthielten 21% Ferrit und 79% Perlit. Eine Mikrohärteprüfung ergab mit 325 HV einen typischen Wert für dieses Gefüge.

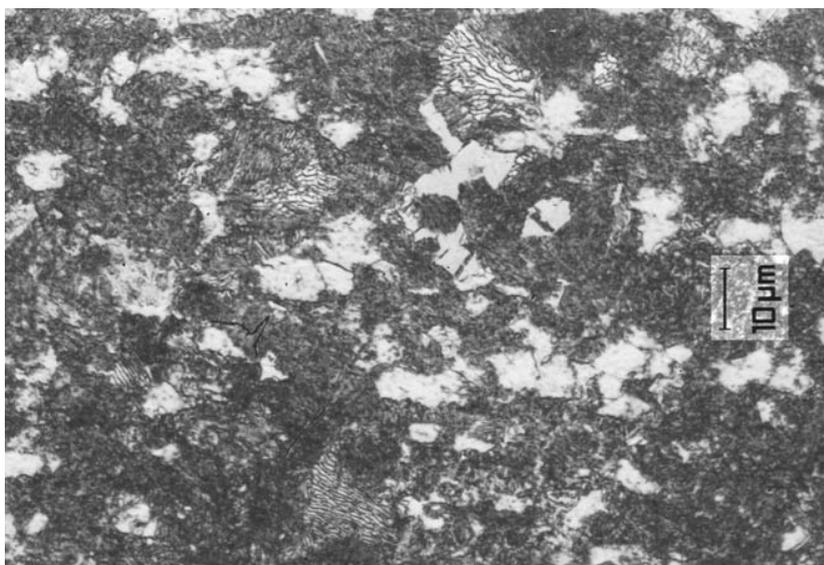


Abb. 5.11: Schliffbild einer ferritisch/perlitischen Probe

5.2.1 Zugversuche bei 650 °C

Die Ergebnisse der durchgeführten isothermen Zugversuche mit Dehnungsgeschwindigkeiten von $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} / 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ sind in Abb. 5.12 dargestellt.

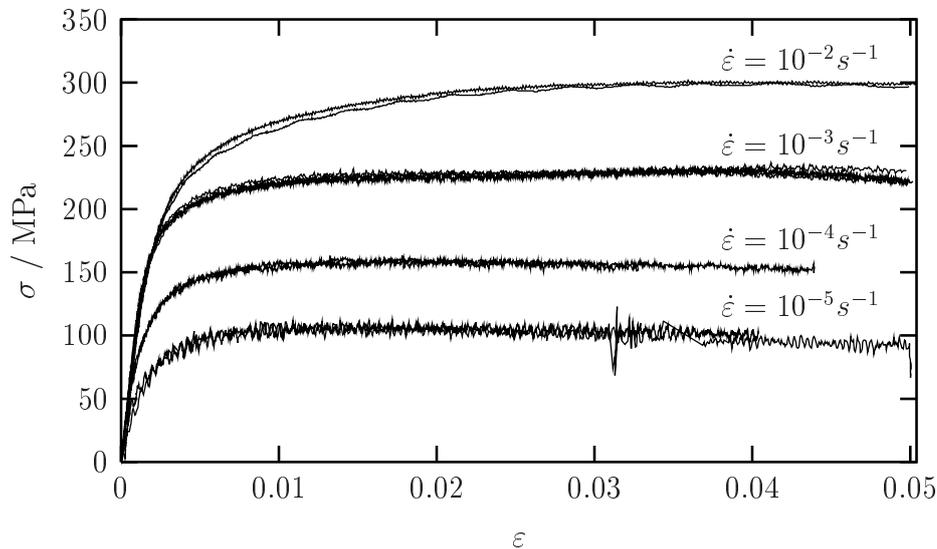


Abb. 5.12: Spannung σ über Dehnung ε für ein Gemisch aus 20 % Ferrit und 80 % Perlit bei 650 °C (isotherm), $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} / 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Das Materialverhalten lässt sich als ausgeprägt viskoplastisch mit einem weichen Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich charakterisieren. Nach einer Gesamtdehnung von $\varepsilon \approx 1\%$ ist der Sättigungszustand der Verfestigung erreicht.

Auffällig ist die andeutungsweise negative plastische Tangente des Versuches mit der Dehnrates $\dot{\varepsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. Neben einem thermisch induzierten Drift der Gesamtmesskette über die verhältnismäßig lange Prozesszeit von 5000 s können die Gründe in einer ausgeprägten Kriechneigung der Phase in Kombination mit dem beobachteten idealplastischen Verhalten liegen. Im quasistatischen Grenzfall verschwindet die Spannungsrate, wenn die Verfestigung ihren Sättigungszustand erreicht hat. Zusätzliches Kriechen führt dann zu einer Spannungsrelaxation.

5.2.2 Zugversuche bei 300 °C

Bei den Zugversuchen des Ferrits/Perlits bei 300 °C sind, wie in Abb. 5.13 gezeigt, keine geschwindigkeitsabhängigen Effekte zu beobachten. Die Kurven liegen im Toleranzband der Streuung. Der Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich kann als sehr weich charakterisiert werden. Das Material besitzt eine ausgeprägte Verfestigung, die sich etwa bei Erreichen der Bruchdehnung $\varepsilon_{\text{Bruch}} = 9\%$ einer Sättigung nähert.

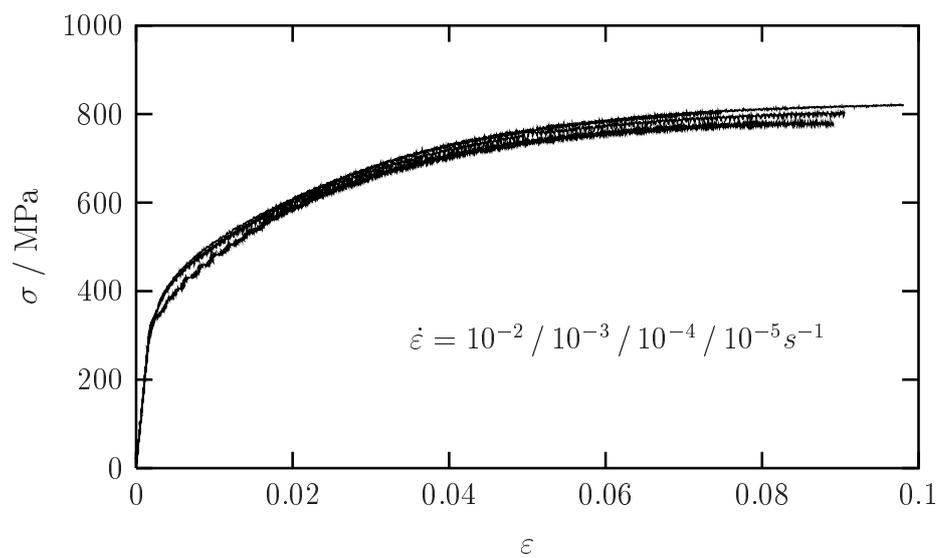


Abb. 5.13: Spannung σ über Dehnung ε für ein Gemisch aus 20 % Ferrit und 80 % Perlit bei 300 °C (isotherm), $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} / 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

5.2.3 Zugversuche bei 25 °C

Wie den Messungen in Abb. 5.14 zu entnehmen ist, gestalten sich die Zugversuche des ferritisch/perlitischen Mischgefüges bei Raumtemperatur aufgrund des auftretenden Lüders-effektes schwierig.

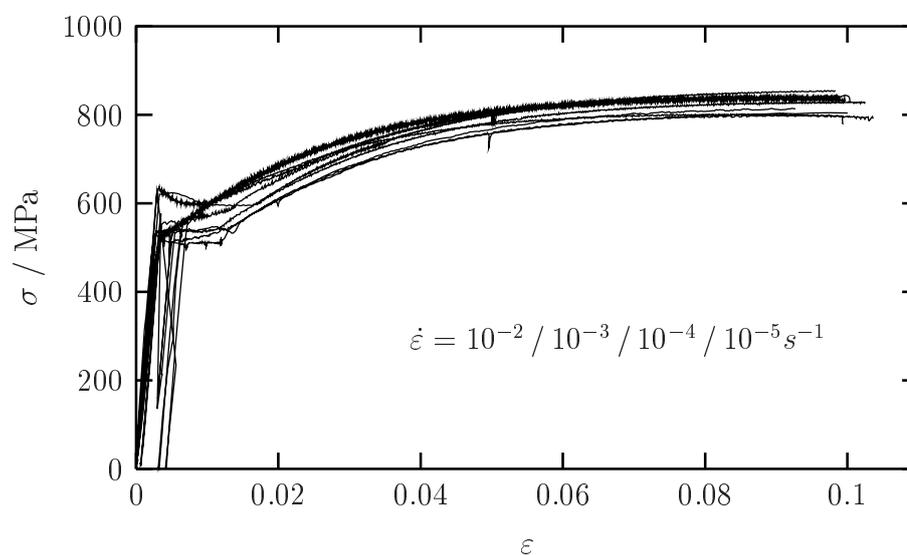


Abb. 5.14: Spannung σ über Dehnung ε für ein Gemisch aus 20 % Ferrit und 80 % Perlit bei 25 °C (isotherm), $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} / 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Die nach dem Erreichen der oberen Fließgrenze σ_o eintretende spontane Entlastung auf die untere Fließgrenze σ_u verursacht kurzzeitig ein instabiles Verhalten der Dehnungsregelung, das sich bei höheren Dehnraten noch vergrößert. Als Folge treten die in Abb. 5.14 gezeigten elastischen Entlastungen am Beginn des Lüdersbereiches auf.

Obschon die Gefüge aller Proben durch das gleiche Temperaturkollektiv erzeugt wurden, variieren die obere Fließgrenze σ_o , die untere Fließgrenze σ_u und die Länge des Lüdersbereiches $\varepsilon_{Lüders}$ bei konstanter Dehnrate in großem Maße. Eventuell vorhandene viskose Effekte werden von dem daraus resultierendem Streuband von ca. 60 MPa verdeckt.

Um die Geschwindigkeitsabhängigkeit des Deformationsverhaltens dennoch analysieren zu können, wird die Dehnrate während eines Versuches im Bereich von $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ bis $\dot{\varepsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ variiert. Der elastische Bereich und der Bereich der Lüdersbänder wird dabei durch die Vorgabe einer sehr kleinen Traversengeschwindigkeit durchfahren, um die Instabilität der Dehnungsregelung zu umgehen. Hierdurch entzieht sich die Abhängigkeit der oberen und unteren Fließgrenze von der Dehnrate einer Analyse. Da das zu identifizierende Materialgesetz jedoch allgemeinen Charakter haben soll und somit nicht speziell auf die Modellierung phasenspezifischer Einzeleffekte ausgerichtet ist, stellt dies keine gravierende Einschränkung dar.

Da die analoge Maschinensteuerung in Dehnungsregelung kein un stetiges Umschalten der Dehnrate erlaubt, muss für jeden Geschwindigkeitswechsel entlastet werden.

Das Ergebnis der Messung ist in Abb. 5.15 gezeigt.

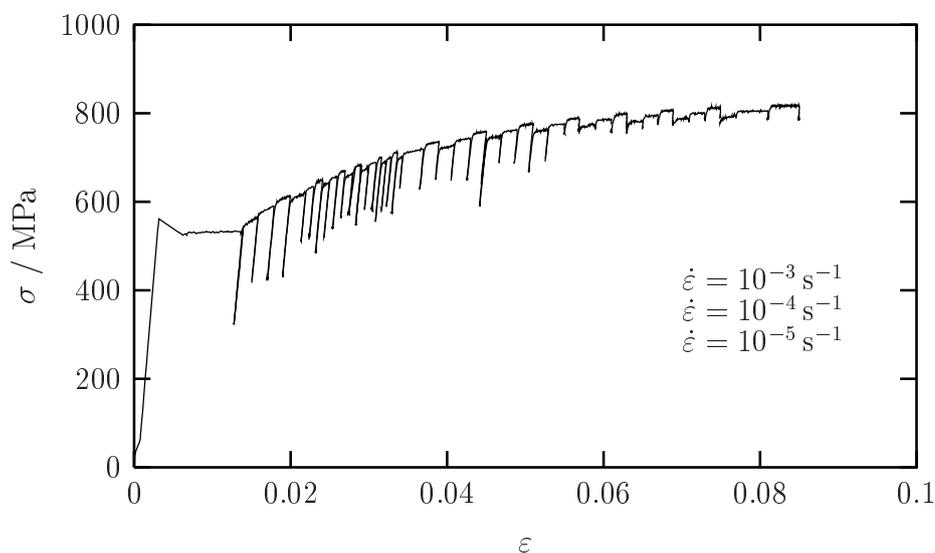


Abb. 5.15: Spannung σ über Dehnung ε für ein Gemisch aus 20 % Ferrit und 80 % Perlit bei 25 °C und Variation der Dehnrate im Bereich $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \div 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Das Aufsplitten der Messwerte nach Zugehörigkeit zum jeweiligen Geschwindigkeitskollektiv und eine Interpolation zwischen den Bereichen mit gleicher, stückweise konstanter Dehnrage führt zu der Darstellung in Abb. 5.16. Das Materialverhalten ist durch einen scharfen elastisch-plastischen Übergang und minimale viskose Effekte charakterisiert. Die Verfestigung nähert sich bei einer um die Lüdersdehnung reduzierte Bruchdehnung von $\varepsilon_{\text{Bruch}} = 9\%$ der Sättigungsgrenze.

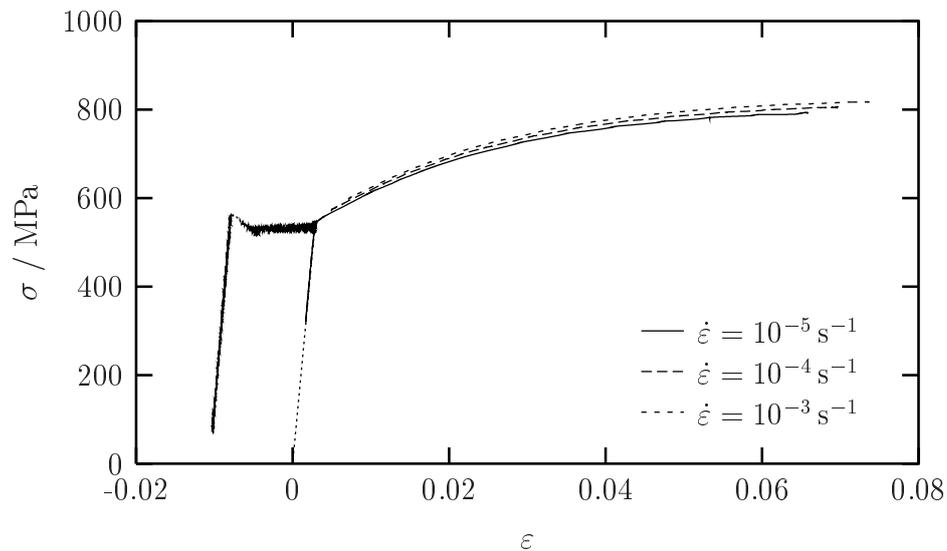


Abb. 5.16: Spannung σ über Dehnung ε für ein Gemisch aus 20 % Ferrit und 80 % Perlit bei 25°C , $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

5.2.4 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Ferrit/Perlit

Die Wärmeausdehnungskoeffizienten der ferritisch/perlitischen Phase wurden durch Messung von Längenänderung und Temperatur bei Abkühlung von 650°C auf Raumtemperatur und Erwärmung in umgekehrter Richtung bestimmt. Messung und Berechnung erfolgten analog dem Vorgehen bei der austenitischen Phase. Die geglätteten Ergebnisse sind Abb. 5.17 zu entnehmen.

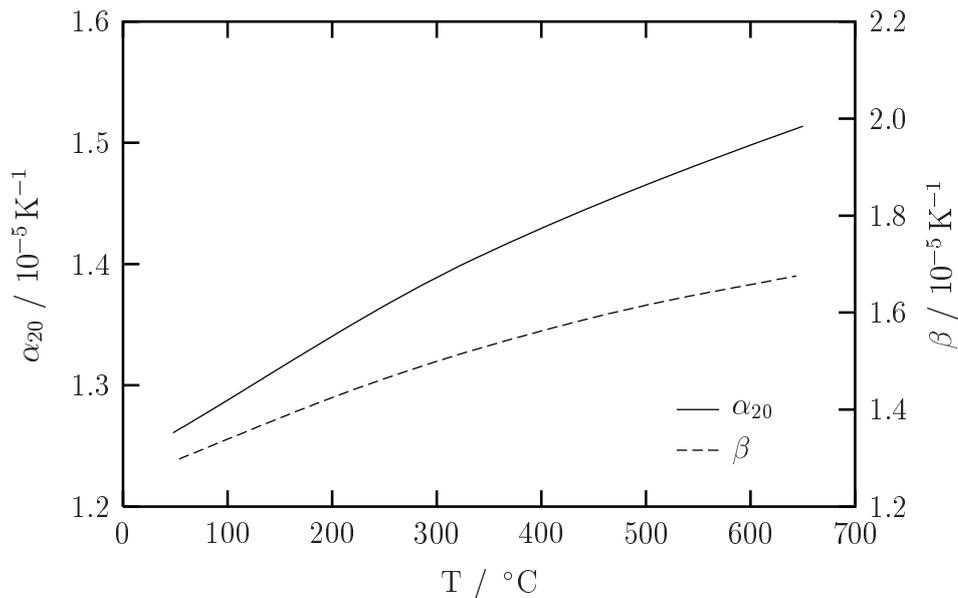


Abb. 5.17: Mittlerer linearer Wärmeausdehnungskoeffizient α_{20} und differentieller linearer Wärmeausdehnungskoeffizient β von Ferrit

5.2.5 Transformatorische Volumendehnung bei der Umwandlung Austenit \rightarrow Ferrit/Perlit

Die transformatorische Volumendehnung wurde im Rahmen der Stoffgesetzformulierung in Kap. 3.7 als Änderung des spezifischen Volumens infolge von Phasentransformationen definiert. Sie ist u.a. auf die unterschiedlichen Packungsdichten der ineinander umwandelnden Kristallstrukturen zurückzuführen.

In der Regel ist es nicht möglich, die transformationsinduzierten Volumenänderungen durch Analyse des Verformungsverhaltens lastfreier Umwandlungen isoliert zu bestimmen. Da nur die makroskopischen Dehnungen einer Probe messbar sind, lassen sich die kombiniert auftretenden Effekte aus lokalen Volumenänderungen, lokalen Eigenspannungen aufgrund von Temperaturfeldern und plastischen Dehnungen nicht separieren. Hierbei leistet die plastische Verformung zwar keinen Anteil an der Volumenänderung (J_2 -Plastizität), sie ist jedoch als Ursache für Eigenspannungen anzusehen (Kap. 3.4).

Vor diesem Hintergrund können die bei der Umwandlung gemessenen Dehnungen nur als transformatorische Gesamtdehnungen ε^{tr} im Rahmen einer Betrachtung aller bei der Transformation auftretenden Effekte aufgefasst werden. Da sie von der Prozessgeschichte abhängen, haben sie nicht den Charakter einer Materialkonstanten, sondern sind als Messwerte z.B. für die Anpassung der beteiligten Parameter im Rahmen von Gesamtstrukturrechnungen zu verstehen.

Für das weitere Vorgehen soll die Annahme getroffen werden, dass die transformatorische

Gesamtdehnung ε^{tr} unter der Bedingung vernachlässigbarer Eigenspannungen und Lastfreiheit näherungsweise in die transformationsinduzierte Volumendehnung ε^{vtr} übergeht

$$\varepsilon^{tr} \approx \varepsilon^{vtr} \quad . \quad (5.4)$$

Ziel der Experimente muss es demnach sein, eine last- und eigenspannungsfreie Ausgangsphase einer Phasentransformation zu unterziehen, die entstehenden Eigenspannungen abzubauen und die Gesamtdehnung aufzuzeichnen. Zusätzlich muss die Wärmedehnung der Einzelphasen kompensiert werden.

Das nachfolgend beschriebene Verfahren trägt diesen Bedingungen Rechnung. Unter der Voraussetzung, dass sich die transformationsbedingten Volumenänderungen bei der Umkehrung der Umwandlungsrichtung nur im Vorzeichen unterscheiden

$$\varepsilon_{Aust \rightarrow Mart}^{vtr} = -\varepsilon_{Mart \rightarrow Aust}^{vtr} \quad , \quad (5.5)$$

soll die Umwandlungsdehnung bei der Rückumwandlung der Phasen Martensit, Ferrit/Perlit und Bainit nach Austenit bestimmt werden.

Durch die für die Austenitisierung erforderliche Temperatur von $T > A_{c1}$ ist von einer erheblichen Reduktion der Eigenspannungen sowohl vor als auch nach der Umwandlung auszugehen.

Ein weiterer Vorteil dieser Methode liegt in der Kürze der für die Rückumwandlung in Austenit benötigten Zeit im Gegensatz zu den zum Teil erheblichen Umwandlungszeiten nach Ferrit/Perlit bzw. Bainit. Hierdurch lassen sich zeitabhängige Fehler wie z.B. Drifts der Messketten oder Kriechen minimieren. Zudem ist die Messung mit sehr geringen Temperaturraten verbunden, die das Verfahren im Vergleich zu der ansonsten hohen Dynamik der Abkühlung bei der martensitischen Umwandlung immens vereinfachen. Aus diesem Grund ist die Entstehung von Temperaturgradienten, und damit eine wichtige Ursache für Eigenspannungen, ebenso zu vernachlässigen.

Die bei der Messung durchgeführte Temperaturspanne ist deutlich geringer als die z.B. für die martensitische Umwandlung erforderliche. Eine Kompensation der Wärmedehnung bei unterschiedlichen Temperaturen vor und nach der Umwandlung wird deshalb vereinfacht.

Das Verfahren soll anhand der in Abb. 5.18 gezeigten Messung für die Umwandlung von Ferrit/Perlit nach Austenit erläutert werden.

Das ferritisch/perlitische Material wird langsam erwärmt. Bei Erreichen der A_{c1} -Temperatur setzt die Umwandlung in die kubisch-flächenzentrierte Kristallstruktur des Austenits ein. Die mit der Transformation einhergehende Verkleinerung des Gitterabstandes verursacht eine makroskopische Längenänderung, die sich durch eine nicht-wärme Korrelierte Steigungsänderung im $\Delta l-t$ -Diagramm zeigt (Abb. 5.18, Punkt 1). Die Messlänge der ferritisch/perlitischen Probe beträgt zu diesem Zeitpunkt

$$l_{Fe/Pe}^{Mess}(A_{c1}) = l_0 + \Delta l_{Fe/Pe}(A_{c1}) \quad . \quad (5.6)$$

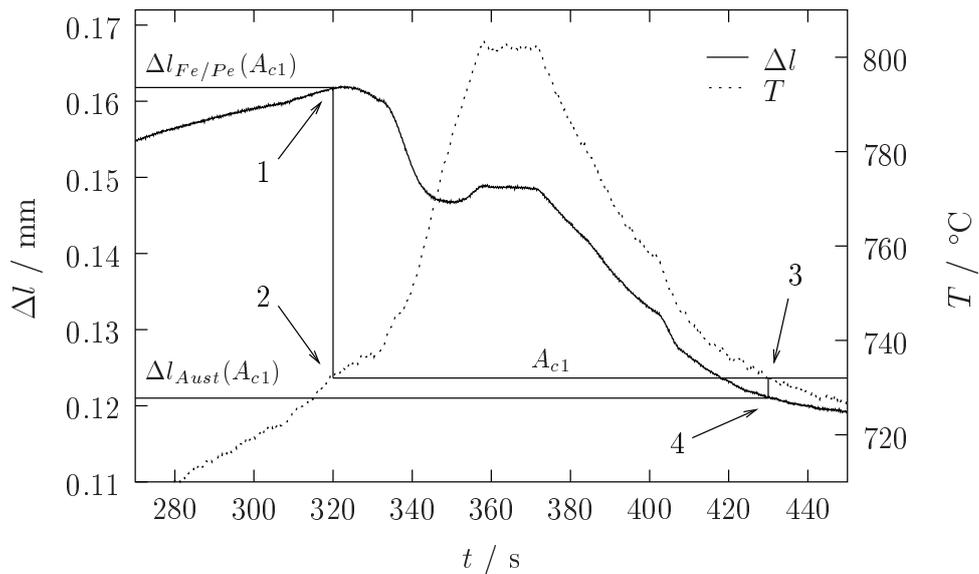


Abb. 5.18: Verlauf der Längung Δl und der Temperatur T über der Versuchszeit t zur Bestimmung der Umwandlungsdehnung bei der Transformation Ferrit/Perlit \rightarrow Austenit, $l_0 = 15 \text{ mm}$

Die zugehörige A_{c1} -Temperatur lässt sich aus dem Diagramm zu $A_{c1} = 732 \text{ °C}$ bestimmen (Abb. 5.18, Punkt 2). Dieser Wert liegt nur wenig über den in [RH72] angegebenen $A_{c1} = 730 \text{ °C}$. Das Verfahren wird in gleicher Form bei der dilatometrischen Bestimmung von Umwandlungstemperaturen angewendet. Allgemein ist hierbei zu berücksichtigen, dass eine umwandlungsinduzierte Längenänderung erst ab einer gebildeten Gefügemenge von $\xi > 1 \%$ nachweisbar ist. Dementsprechend wird die A_{c1} -Temperatur leicht überschätzt².

Mit wachsender Umwandlung ($320 \text{ s} < t < 350 \text{ s}$) nimmt die Länge des Prüfkörpers ab, obschon die Temperatur durch eine Erhöhung des Wärmestroms weiter ansteigt. Durch die verminderte Transformationsrate gegen Ende der Umwandlung dominiert dann die Wärmedehnung gegenüber der Umwandlungsdehnung und als Folge stellt sich eine positive Dehnrate ein ($t \geq 350 \text{ s}$). Die Temperatur passiert die A_{c3} -Marke ($A_{c3} = 780 \text{ °C}$) und wird kurze Zeit auf dem konstanten Wert von 800 °C gehalten. Die konstante Messlänge $\Delta l(800 \text{ °C})$ zu diesem Zeitpunkt ist ein Indiz für das Ende der austenitischen Umwandlung in Bezug auf die Umwandlungsdehnung.

Bei der anschließenden Abkühlung wird wiederum die A_{c1} -Temperatur (Abb. 5.18, Punkt 3) durchfahren und die damit verbundene Länge des Messbereichs

$$l_{Aust}^{Mess}(A_{c1}) = l_0 + \Delta l_{Aust}(A_{c1}) \quad (5.7)$$

der jetzt austenitisierten Probe ermittelt (Abb. 5.18, Punkt 4). Da die Messlänge im austenitischen Zustand ebenfalls bei A_{c1} bestimmt wird, ist keine weitere Kompensation der Wärmedehnung erforderlich.

²Der in [RH72] gegebene Wert von $A_{c1} = 730 \text{ °C}$ wurde nach demselben Verfahren bestimmt.

Unter Verwendung von Gl. 5.6 und Gl. 5.7 erhält man die mit der Phasentransformation verbundene Längenänderung

$$\begin{aligned}\Delta l_{Fe/Pe \rightarrow Aust}^{tr} &= l_{Aust}^{Mess}(A_{c1}) - l_{Fe/Pe}^{Mess}(A_{c1}) \\ &= \Delta l_{Aust}(A_{c1}) - \Delta l_{Fe/Pe}(A_{c1})\end{aligned}\quad (5.8)$$

und Dehnung

$$\varepsilon_{Fe/Pe \rightarrow Aust}^{tr} = \frac{l_0 + \Delta l_{Aust}(A_{c1}) - [l_0 + \Delta l_{Fe/Pe}(A_{c1})]}{l_0 + \Delta l_{Fe/Pe}(A_{c1})}\quad (5.9)$$

bezogen auf das Ausgangsmaterial Ferrit/Perlit bei A_{c1} .

Aus den ermittelten Kennwerten des Umwandlungsversuches lassen sich die Modellparameter der transformationsinduzierten Volumendehnrates auf Makroebene nun näherungsweise bestimmen. Den Ausgangspunkt bildet die auf ein zweiphasiges Gemisch reduzierte Definitionsgleichung der makroskopischen umwandlungsspezifischen Volumendehnrates (Gl. 3.128)

$$\mathbf{\Omega}^{vtr} = A_{(a \rightarrow b)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow b)} \dot{\xi}_b \mathbf{I} \quad . \quad (5.10)$$

Die Integration der Gl. 5.10 über die gesamte Umwandlung

$$\int_{t_{Umw}} \mathbf{\Omega}^{vtr} dt = A_{(a \rightarrow b)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow b)} \mathbf{I} = \boldsymbol{\varepsilon}_{(a \rightarrow b)}^{vtr}\quad (5.11)$$

liefert die transformatorische Gesamtdehnung der Phasentransformation $\boldsymbol{\varepsilon}_{(a \rightarrow b)}^{vtr}$.

Mit der vorausgesetzten Näherung in Gl. 5.4 ergeben sich die Stoffgesetzparameter der Umwandlungsdehnung aus Gl. 5.11 zu

$$A_{(a \rightarrow b)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow b)} = \varepsilon_{(a \rightarrow b)}^{tr} \quad . \quad (5.12)$$

Mit der gegebenen Messlänge $l_0 = 15 \text{ mm}$ und den aus der Abb. 5.18 abgelesenen Werten für $\Delta l_{Fe/Pe}(A_{c1})$ und $\Delta l_{Aust}(A_{c1})$ bei der Temperatur A_{c1} berechnen sich die Parameter der Materialmodellierung nach Gl. 5.12 zu

$$\begin{aligned}A_{(Aust \rightarrow Fe/Pe)}^{vtr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Fe/Pe)} &= -\varepsilon_{Fe/Pe \rightarrow Aust}^{tr} \\ &= -\frac{\Delta l_{Aust}(A_{c1}) - \Delta l_{Fe/Pe}(A_{c1})}{l_0 + \Delta l_{Fe/Pe}(A_{c1})} \\ &= 0,0027 \quad .\end{aligned}\quad (5.13)$$

Dies entspricht in etwa dem in [Bes93] für eine Temperatur von 860°C angenommenen Wert von $(\Delta l/l_0)_{\gamma \rightarrow \alpha} = 0,25\%$ für die Transformation $\gamma \rightarrow \alpha$ der Kristallgitter.

Die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse wurde durch drei Messungen nachgewiesen.

5.2.6 Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Ferrit/Perlit

In der industriellen Anwendung nutzt man die Kombination von zeitlich aufeinanderfolgenden Phasenumwandlungen und plastischen Deformationen, um die Eigenschaften von Werkstoffen gezielt einzustellen. Die Grundlage für diese so genannte Thermo-Mechanische Behandlung (TMB) liegt in dem Einbringen von Fehlern in die Kristallgeometrie, wie z.B. der mit der plastischen Deformation einhergehenden Fehlstellen, Versetzungen etc., um Einfluss auf die Umwandlungskinetik und die resultierenden mechanischen Eigenschaften zu nehmen [Eck76].

Neben den angesprochenen Auswirkungen einer plastischen Deformation auf die Transformationskinetik (siehe Kap. 2.1 und 2.2) ist in diesem Zusammenhang vor allem das Verhalten der existierenden Gitterfehler beim Übergang von der Ausgangs- in die resultierende Phase von Interesse.

Bezogen auf die Materialmodellierung (Gln. 3.132, 3.134) ist demnach zu analysieren, welcher Anteil eines austenitischen Verfestigungszustandes bei der Transformation in eine neu gebildete Phase übertragen wird.

Experimentell kann diese Problematik durch einen Vergleich des Verformungsverhaltens von lastfrei umgewandeltem Material mit dem im austenitischen Zustand vor der Umwandlung plastisch vordeformierten Werkstoff analysiert werden. Hierzu werden die austenitisierten Proben vor der Umwandlung in Martensit, Ferrit/Perlit bzw. Bainit mit bis zu $\varepsilon_{pl}^{Aust} = 5\%$ plastisch deformiert und nach erfolgter Umwandlung denselben mechanischen Belastungen unterworfen wie die nicht vordeformierten Proben.

Die Auswirkungen einer plastischen Vordeformation sind davon abhängig, wie weit diese Deformation im Zeit-Temperatur-Raum von der Umwandlung entfernt stattgefunden hat. Diese Abhängigkeit ist auf eine Heilung der Gitterdefekte im Austenit bei hohen Temperaturen zurückzuführen, die im Materialmodell in der bestehenden Form jedoch nicht berücksichtigt wird. Um die Heilungseffekte zu reduzieren und somit die Auswirkungen der Vordeformation zu maximieren, muss die plastische Dehnung der Ausgangsphase Austenit sowohl zeitlich wie auch in der Temperatur in direkter Nähe zum Umwandlungsbeginn erfolgen.

Durch die Instabilität der unterkühlten austenitischen Phase und die damit verbundene ausgesprochen kurze Anlaufzeit ergeben sich die bereits angesprochenen Schwierigkeiten in Bezug auf die für Versuche zur Verfügung stehende Zeit. In diesem besonderen Fall muss der gesamte plastische Vordeformationsvorgang vor Beginn der Umwandlung abgeschlossen sein.

Je nach Art der Umwandlung bestehen mehrere Möglichkeiten, die Deformation zeitlich zu platzieren. Ist die Zeit bis zum Anlauf der Umwandlung groß genug, so kann z.B. bei der isothermen Umwandlung nach dem Abschrecken auf Umwandlungstemperatur plastisch deformiert werden, bevor die Umwandlung startet. Die Randbedingungen der technischen Realisierung sind dabei durch die maximale plastische Deformationsgeschwindigkeit vorgegeben, die im Stabilitätsbereich einer Dehnungsregelung aufgebracht

werden kann. Überschreitet die erforderliche Dehnrates den Bereich einer stabilen Regelung, besteht die Möglichkeit, auf eine gesteuerte Deformation überzuwechseln. Hierbei lassen sich aus der Analyse der Traversengeschwindigkeit eines noch stabilen dehnungsgeregelten Versuchs die Traversengeschwindigkeiten für höhere (und in einer Regelung, nicht aber in einer Steuerung instabile) Dehnrates extrapolieren. Durch den Wechsel von der Regelung der Dehnung auf eine Steuerung der Traversengeschwindigkeit ist keine konstante Dehnrates gewährleistet. Die erzielte plastische Gesamtdehnung der Vordeformation ist jedoch vorgeb- und reproduzierbar.

Eine andere Möglichkeit bietet die Deformation schon während der Abkühlphase. In diesem Fall ergibt sich die aufgebrauchte plastische Gesamtdehnung aus der Summe einer vorgewählten, durch die Prüfmaschine aufgebrauchten mechanischen Dehnung und der nicht kompensierten thermischen Dehnung der Abkühlung von der Austenitisierungs- auf die Umwandlungstemperatur. In der versuchstechnischen Realisierung wird die Prüfmaschine zur Unterdrückung einer Reglerinstabilität in Wegregelung betrieben und der Beginn der mechanischen Last mit dem Start der Abkühlung synchronisiert. Auf diese Art lassen sich große plastische Vordeformationen auch mit Prüfmaschinen ohne hinreichend hohe Dynamik erreichen. Diese Art der Deformation muss z.B. bei der Umwandlung von Austenit nach Martensit vorgesehen werden, da die Umwandlung nur durch kontinuierliches Unterkühlen fortschreitet.

Bei der isothermen Umwandlung des Austenits in Ferrit/Perlit bei 650 °C stehen, wie dem Zeit-Temperatur-Umwandlungsdiagramm in Abb. 2.1 zu entnehmen ist, etwa 5 s für die Abkühlung auf die Umwandlungstemperatur und die plastische Vordeformation der austenitisierten Probe zur Verfügung. Bei einer maximalen noch stabil zu regelnden Deformationsgeschwindigkeit von $\dot{\epsilon} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ und einer Abkühlung von der Austenitisierungstemperatur auf die Umwandlungstemperatur innerhalb von 3 s lassen sich plastische Vordeformationen in der Größenordnung von $\epsilon_{pl}^{Aust} \approx 1\%$ erzeugen, ohne die mechanische Belastung bis in den Bereich der beginnenden Transformation ausdehnen zu müssen.

In Abb. 5.19 sind die Ergebnisse von zwei Messungen mit einer plastischen Vordeformation von $\epsilon_{pl}^{Aust} = 1.0\%$ und $\epsilon_{pl}^{Aust} = 1.5\%$ bei einer Dehnrates von $\dot{\epsilon} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ zusammen mit den Ergebnissen der nicht vorbelasteten Zugversuche eingetragen. Aus der Deckungsgleichheit der Kurven lässt sich eine völlige Unabhängigkeit des Verformungsverhaltens nach der Umwandlung vom Dehnungszustand der Ausgangsphase ableiten.

Abb. 5.19 zeigt einen analogen Versuch für die Prüftemperatur von 300 °C . Auch hier ist keine Abhängigkeit von der Größe der Verfestigung im Ausgangszustand festzustellen.

Der Stoffgesetzparameter $A_{(Aust \rightarrow Fe/Pe)}^{tr}$, der in Gl. 3.135 das Erinnerungsvermögen an den Verfestigungszustand der austenitischen Ausgangsphase beschreibt, ergibt sich damit zu

$$A_{(Aust \rightarrow Fe/Pe)}^{tr} = 0 \quad . \quad (5.14)$$

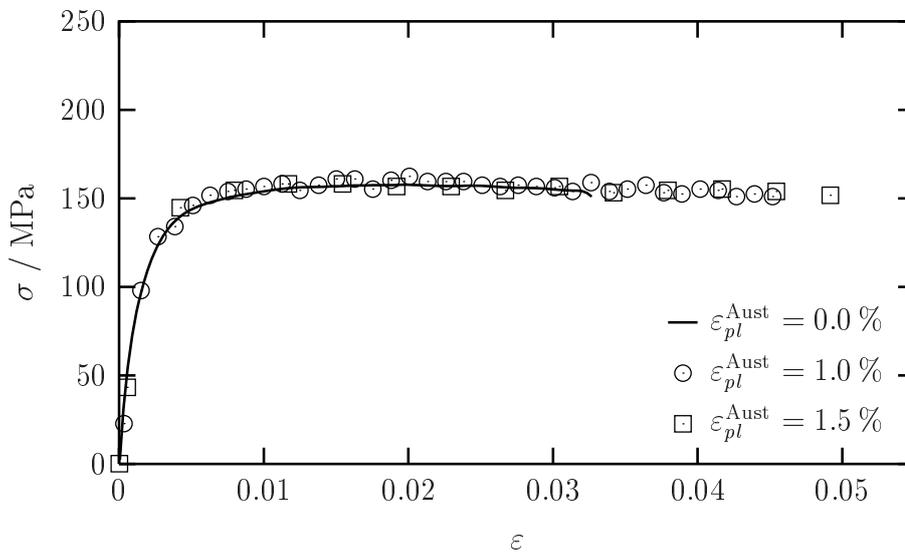


Abb. 5.19: Spannung σ über Dehnung ϵ für Ferrit/Perlit bei 650 °C mit und ohne plastische Vordeformation im Austenit, $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

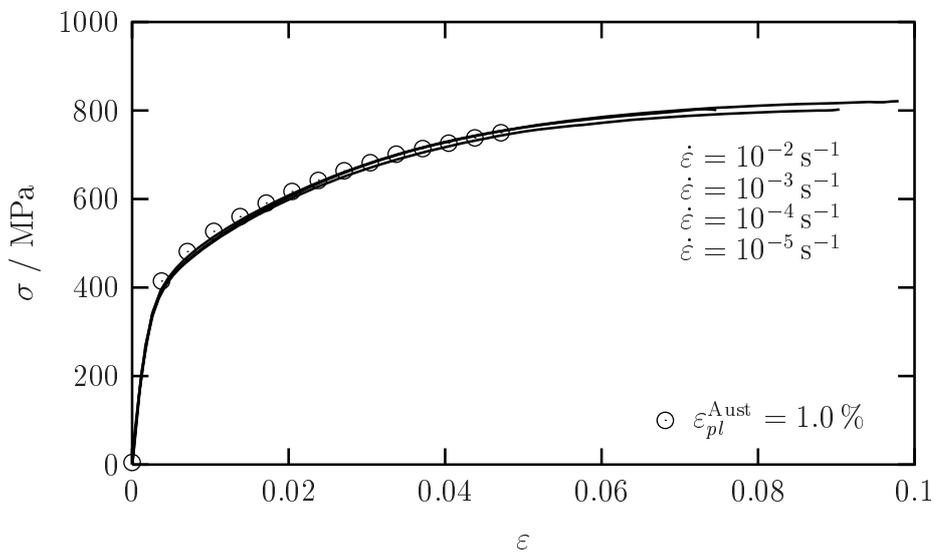


Abb. 5.20: Spannung σ über Dehnung ϵ für Ferrit/Perlit bei 300 °C mit und ohne plastische Vordeformation im Austenit, $\dot{\epsilon}(\epsilon_{pl}^{Aust}) = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

5.3 Bainit

Die Herstellung von Bainit erfolgte nach denselben Austenitisierungsbedingungen wie denen des ferritisch/perlitischen Gefüges (Austenitisierungstemperatur 860 °C, aufgeheizt in 60 s, Haltedauer 300 s). Nach Beendigung des Austenitisierungsvorgangs wird das Material auf die Umwandlungstemperatur von 450 °C abgeschreckt und wandelt dort innerhalb von etwa 600 s isotherm in Bainit um. Ein gemessenes Temperaturkollektiv ist in Abb. 5.21, das zugehörige Schlibbild der Probe in Abb. 5.22 dargestellt. Die Mikrohärteprüfung ergab den für Bainit typischen Wert von 350 HV.

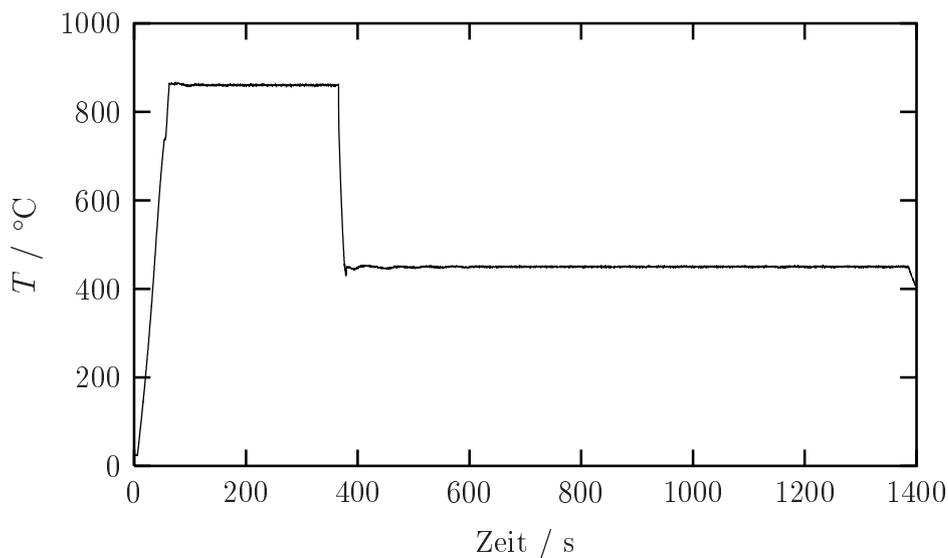


Abb. 5.21: Wärmebehandlung zur Herstellung von Bainit durch isotherme Umwandlung bei 450 °C

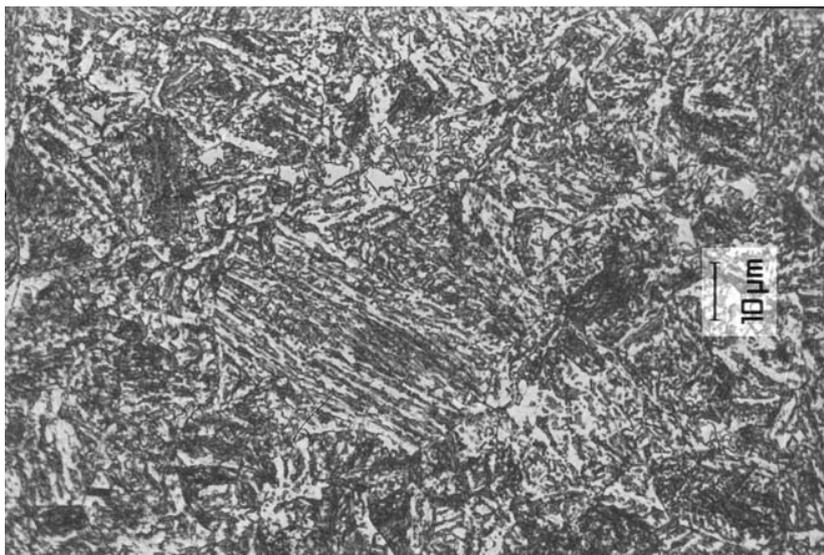


Abb. 5.22: Schlibbild einer bainitischen Probe

5.3.1 Zugversuche bei 500 °C

Die Ergebnisse der Zugversuche an bainitischen Proben bei 500 °C sind in Abb. 5.23 dargestellt. Das Verhalten ist unabhängig davon, ob die Proben nach der Umwandlung bei 450 °C direkt auf 500 °C erwärmt und belastet wurden, oder ob zwischen Umwandlung und Belastung eine Abkühlung auf Raumtemperatur erfolgte.

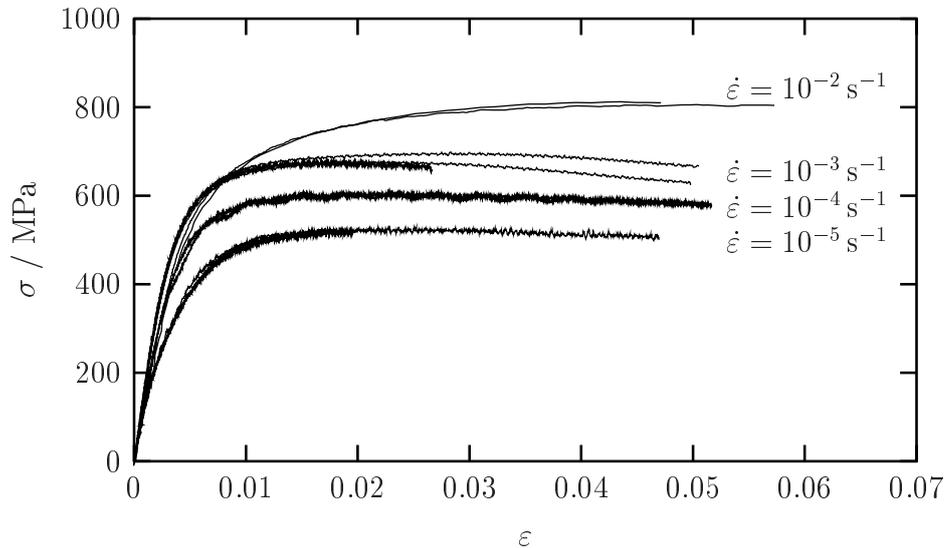


Abb. 5.23: Spannung σ über Dehnung ε für Bainit bei 500 °C (isotherm), $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} / 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Auffällig ist die große Streuung der Ergebnisse bei einer Dehnrates von $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$. Als Ursache konnten bei allen Versuchen dieses Dehnratenkollektives sehr früh stattfindende Einschnürungen festgestellt werden, die jedoch keine Korrelation zu nachträglich angefertigten Schlifffbildern der Proben zeigten. Aus diesem Grund ist von Fehlern in der Oberflächenbearbeitung der Proben als Ursache für die frühe Lokalisation auszugehen.

Bei den Versuchen, die nicht gegen die Randbedingung einer notwendigen Gleichmaßdehnung verstoßen, zeigt sich nach einem weichen elastisch-plastischen Übergang eine waagerechte plastische Tangente, d.h. die Verfestigung geht bei etwa 1% Dehnung in einen Sättigungszustand über.

Für die Untersuchungen mit der Dehnrates $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ gelten die in Kapitel 5.1.2 aufgeführten Einschränkungen bezüglich der Dehnratenkonstanz.

5.3.2 Zugversuche bei 25 °C

Die in Abb. 5.24 dargestellten Zugversuche der bainitischen Proben bei Raumtemperatur zeigen keinerlei viskoplastische Effekte. Auch hier ist ein weicher Übergang vom elastischen in den inelastischen Bereich festzustellen, wobei bei zunehmender Dehnung eine Annäherung an lineares Verfestigungsverhalten vorliegt.

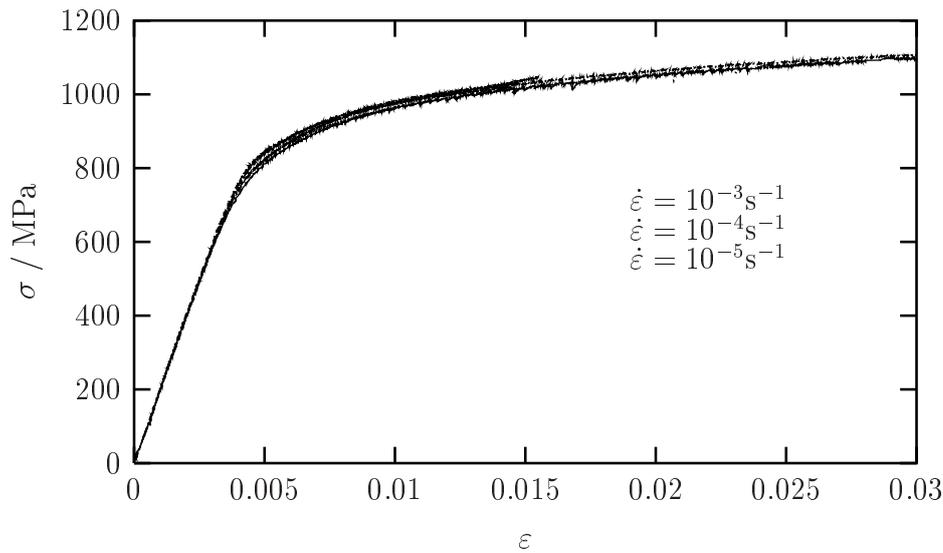


Abb. 5.24: Spannung σ über Dehnung ε für Bainit bei 25 °C (isotherm), $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

5.3.3 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Bainit

Die Wärmeausdehnungskoeffizienten wurden analog zu dem Vorgehen bei der ferritisch/perlitischen Phase bestimmt. Die Abkühlung erfolgte von der Umwandlungstemperatur von 450 °C auf Raumtemperatur mit anschließender Erwärmung auf die obere Grenztemperatur der Bainitbildung bei 500 °C. Die geglätteten Ergebnisse sind Abb. 5.25 zu entnehmen.

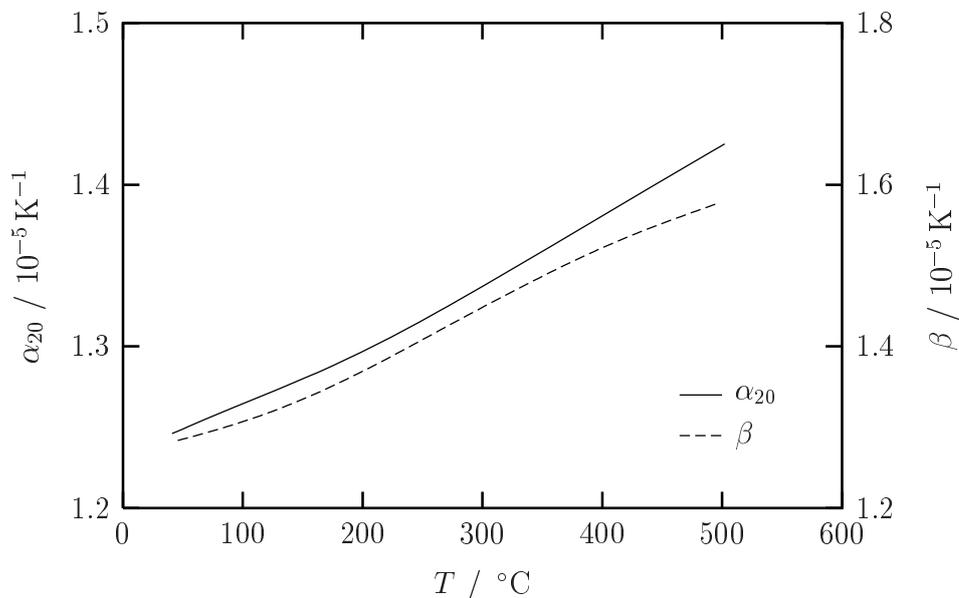


Abb. 5.25: Mittlerer linearer Wärmeausdehnungskoeffizient α_{20} und differentieller linearer Wärmeausdehnungskoeffizient β von Bainit

5.3.4 Transformatorische Volumendehnung bei der Umwandlung Austenit→Bainit

Die Bestimmung der transformatorischen Volumendehnung für die Transformation von Bainit nach Austenit erfolgt analog zu dem Vorgehen bei der Umwandlung von Ferrit/Perlit nach Austenit.

Hierzu sind in Abb. 5.26 Temperatur und Längenänderung einer bainitischen Probe über die Zeit der austenitischen Umwandlung aufgetragen.

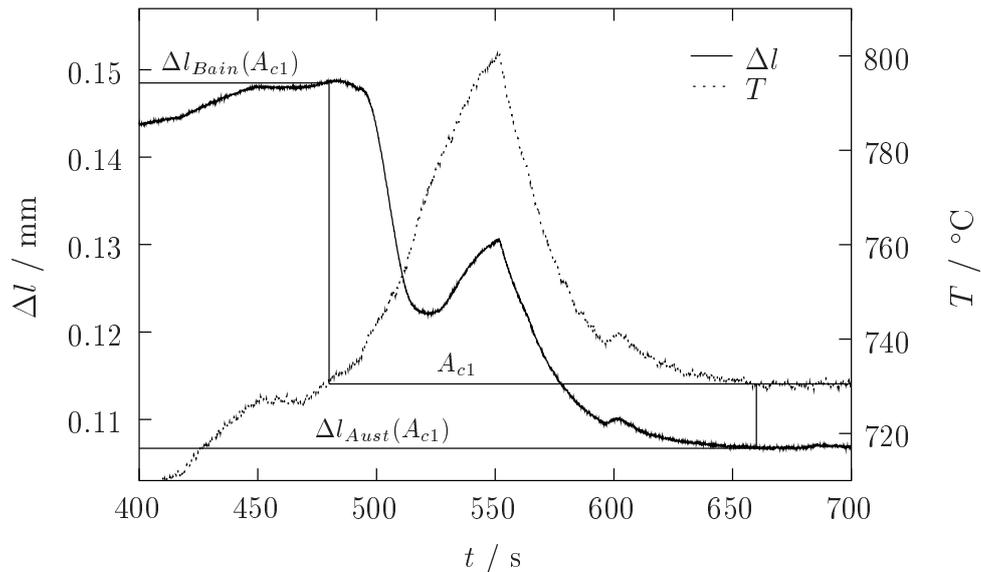


Abb. 5.26: Verlauf der Längung Δl und der Temperatur T über der Versuchszeit t zur Bestimmung der Umwandlungsdehnung bei der Transformation Bainit→Austenit, $l_0 = 15 \text{ mm}$

Mit den aus Abb. 5.26 ermittelten maßgeblichen Längen $\Delta l_{Bain}(A_{c1})$ und $\Delta l_{Aust}(A_{c1})$ ergeben sich die mit der Umwandlungsdehnrate verknüpften Parameter der Stoffgesetzformulierung gemäß Gl. 5.9 und 5.12 zu

$$A_{(Aust \rightarrow Bai)}^{utr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Bai)} = 0,0027 \quad . \quad (5.15)$$

Drei weitere Messungen ergaben jeweils exakt dieses Ergebnis.

5.3.5 Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Bainit

Die Bestimmung der übertragenen Verfestigung bei der Umwandlung von Austenit nach Bainit wurde analog zu den in Kap. 5.2.6 geschilderten Versuchen der ferritisch/perlitischen Phase durchgeführt. Da die Anlaufzeit bei der isothermen Umwandlung bei 450 °C jedoch nur 2 s beträgt, findet die plastische Vordeformation bei beginnender Phasentransformation statt. In Anbetracht der Umwandlungsdauer von 600 s werden die etwa 2 s der mechanischen Belastung zu Umwandlungsbeginn jedoch als vernachlässigbar und im Rahmen einer wesentlich vereinfachten Versuchsdurchführung als vertretbar eingeschätzt.

In Abb. 5.27 sind die Zugversuche der mit $\varepsilon_{pl}^{Aust} = 1.0\%$ und $\varepsilon_{pl}^{Aust} = 2.0\%$ vordeformierten Proben und mit einer Dehnrates von $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ beaufschlagten Proben zusammen mit den Ergebnissen der lastfrei umgewandelten bainitischen Proben aus Kap. 5.3.2 aufgetragen.

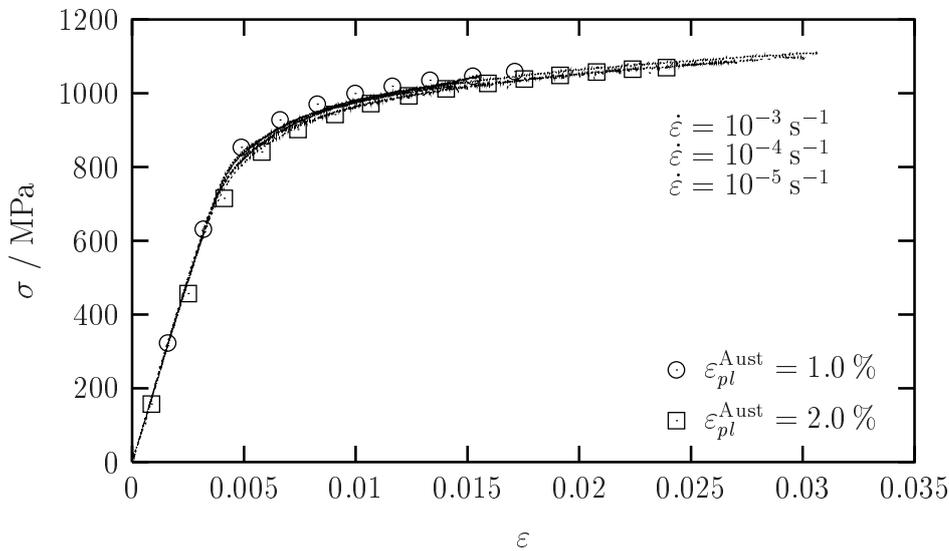


Abb. 5.27: Spannung σ über Dehnung ε für Bainit bei 25 °C mit und ohne plastische Vordeformation im Austenit, $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

Da keine signifikante Abweichung beider Testregime festzustellen ist, kann der Verfestigungszustand des Bainits als unabhängig von der Verfestigung des Austenits vor der Umwandlung angesehen werden.

Der Stoffgesetzparameter zur Steuerung des Verfestigungsübertragung bei der Phasentransformation $A_{(Aust \rightarrow Bai)}^{tr}$ (Gl. 3.135) ergibt sich damit zu

$$A_{(Aust \rightarrow Bai)}^{tr} = 0 \quad . \quad (5.16)$$

5.4 Martensit

Da der Herstellungsprozess großen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften von Martensit hat, ist die martensitische Phase zu Vergleichszwecken jeweils durch Abschrecken in Wasser, Öl und durch Anblasen mit flüssigem Stickstoff hergestellt worden.

Bei der Herstellung von Martensit durch Eintauchen in Kühlflüssigkeit wurde die Probe in einen aufgeheizten Klappofen bei $1000\text{ }^\circ\text{C}$ eingebracht und gemäß der Austenitisierungsbedingungen in [RH72] austenitisiert. Nach der Entnahme erfolgte die Abschreckung durch Eintauchen in Öl oder Wasser. Die Herstellung in der Prüfmaschine erfolgte durch Anblasen mit flüssigem Stickstoff.

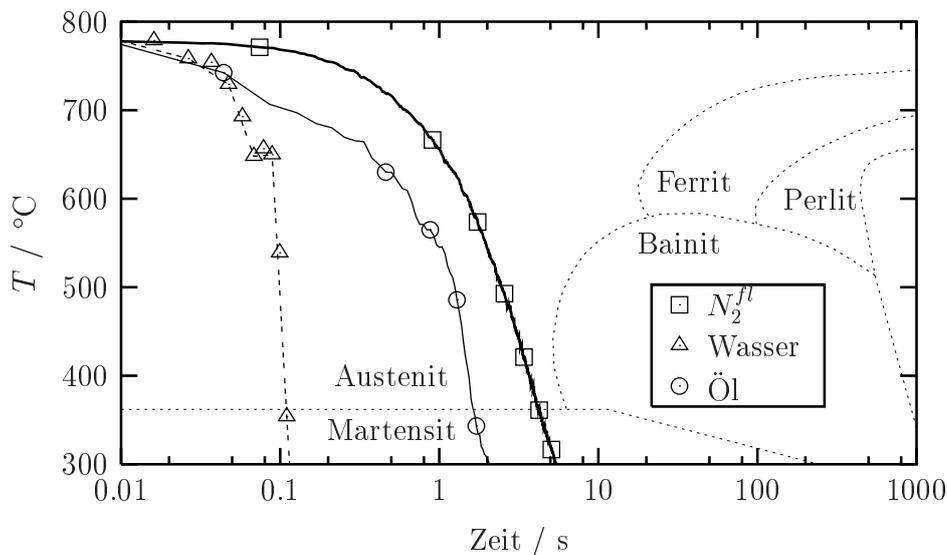


Abb. 5.28: Vergleich der Temperaturverläufe bei der Abkühlung durch Wasser, Öl und N_2^{fl} dargestellt im ZTU-Diagramm für kontinuierliche Abkühlung

Wie Abbildung 5.28 zu entnehmen ist, erfolgt die Abkühlung durch das geregelte Anblasen mit Stickstoff bedeutend kontrollierter als die Bädertemperierung, da die in Bezug auf die Temperaturverteilung inhomogenen Siedeformen der Flüssigkeiten nicht auftreten.

Die moderatere Abkühlung zeigt sich auch in den entstandenen Gefügen. So ist das Gefüge der ölgeschreckten Probe (Abb. 5.29) größer als das der mit flüssigem Stickstoff angeblasenen (Abb. 5.30).

Auf die Unterschiede in den mechanischen Eigenschaften des Martensits bei den dargestellten Herstellungsverfahren soll in den folgenden Kapiteln eingegangen werden.



Abb. 5.29: Schliffbild einer martensitischen Probe, ölgeschreckt

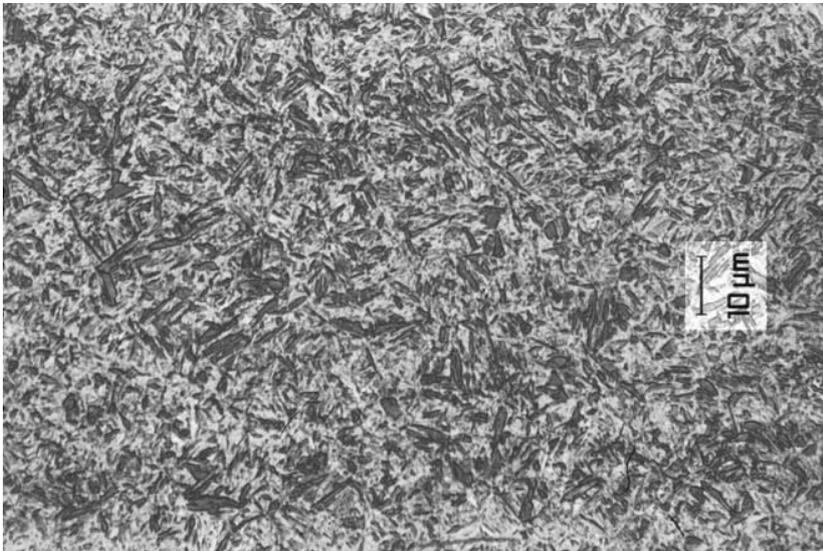


Abb. 5.30: Schliffbild einer martensitischen Probe, angeblasen mit flüssigem Stickstoff

5.4.1 Zugversuche bei 300 °C

Im Martensit findet bei höheren Temperaturen eine Gefügeveränderung statt, die in der industriellen Anwendung benutzt wird, um das harte aber spröde Martensit in eine duktilere Variante bei ähnlich hoher Festigkeit wie das Ausgangsmaterial zu überführen: das Anlassen. Hierbei unterscheidet man nach dem Temperaturniveau der durchgeführten Wärmebehandlung zwischen dem Anlassen bei mittleren und hohen Temperaturen ($250\text{ °C} < T < 680\text{ °C}$), um ein Gefüge aus angelassenem Martensit zu erhalten, und dem Anlassen bei niedrigen Temperaturen ($T < 250\text{ °C}$), um angelassenen Martensit mit einer teilweisen Beseitigung von inneren Spannungen zu erhalten. Morphologisch gesehen geht der Anlassvorgang mit einer stark verringerten Tetragonalität des Martensitgitters und, in Abhängigkeit von der Intensität der Wärmebehandlung, mit dem Ausscheiden von Anlasskarbiden einher. Die maßgeblichen Einflussfaktoren des Anlassvorganges sind die Temperatur und die Dauer der Wärmebehandlung.

Im Schlibbild der bei 300 °C wärmebehandelten martensitischen Probe in Abb. 5.31 lassen sich lichtmikroskopisch vereinzelte Anlasskarbide nachweisen. Hierbei wurde das Material innerhalb von 300 s erwärmt, 1000 s auf der Anlasstemperatur von 300 °C gehalten und dann durch freie Konvektion auf Raumtemperatur abgekühlt. Die Härte des entstandenen Anlassgefüges liegt bei 536 HV, und somit deutlich unter den Härtewerten des nicht angelassenen Martensits von über 900 HV.

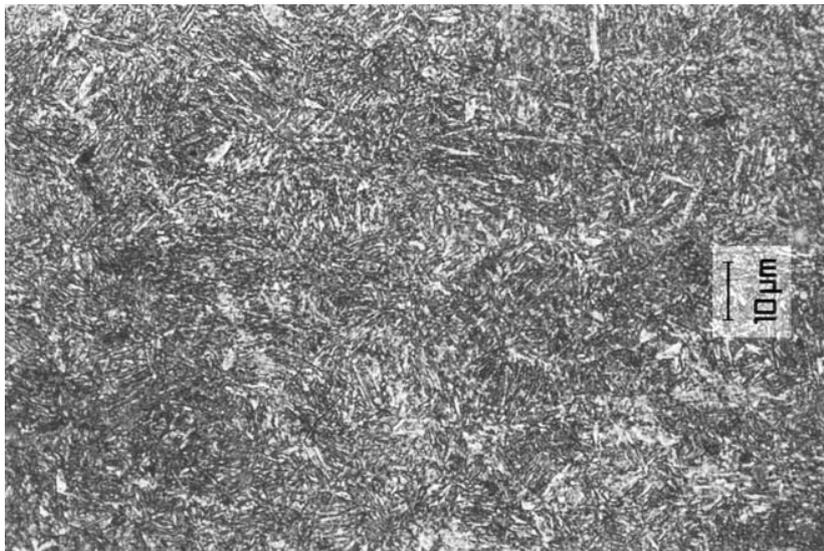


Abb. 5.31: Schlibbild einer 1000 s bei 300 °C wärmebehandelten, ölgeschreckten martensitischen Probe, Härte 536 HV

Um den Einfluss von Erwärmung und Haltezeit auf die mechanischen Eigenschaften zu untersuchen, wurde das martensitische Ausgangsmaterial einerseits innerhalb von 20 min

auf eine Haltetemperatur von 200 °C erwärmt, 20 min geglüht und innerhalb von 20 min auf Raumtemperatur abgekühlt. Die derart wärmebehandelten Proben wurden anschließend innerhalb von 20 min auf die Prüftemperatur von 300 °C erwärmt und dort mechanisch belastet. Alternativ hierzu wurden martensitische Proben innerhalb von 5 s auf dieselbe Prüftemperatur erwärmt und sofort belastet.

In Abb. 5.32 sind für jede Dehnungsgeschwindigkeit jeweils 2 Versuche mit und ohne vorherige Wärmebehandlung dargestellt.

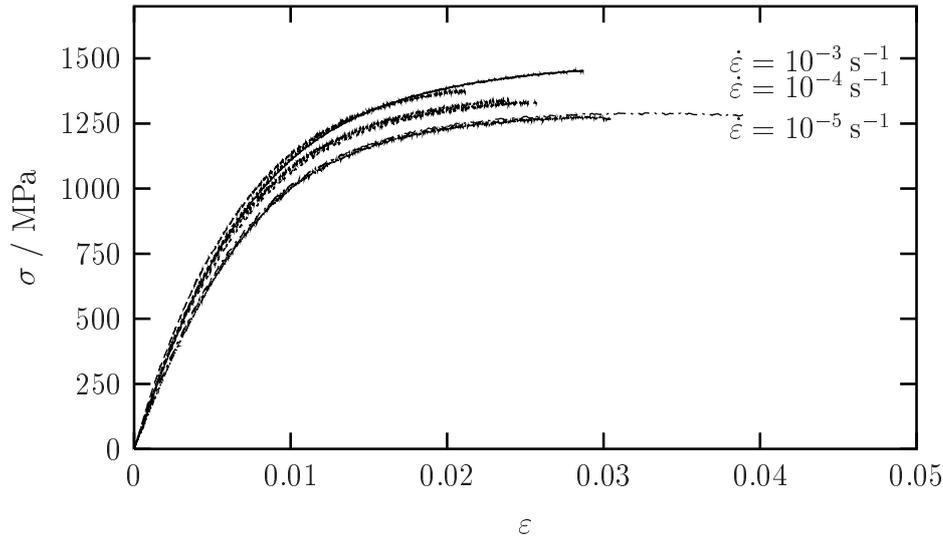


Abb. 5.32: Spannung σ über Dehnung ε für Martensit bei 300 °C (isotherm), Proben mit und ohne nachträgliche Wärmebehandlung, $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Aus der Deckungsgleichheit der Spannungs-Dehnungs-Kurven bei gleicher Dehnrates lässt sich auf gleiche mechanische Eigenschaften schließen. Sowohl die vorausgegangene Wärmebehandlung bei 200 °C als auch die Unterschiede in der Erwärmung auf Prüftemperatur (1200 s vs. 5 s) zeigen keine Auswirkungen auf den nachfolgenden Zugversuch. Der Anlassvorgang kann demnach innerhalb einer Theorie nicht zu kleiner ($t_{\text{Prozess}} > 5 \text{ s}$) und nicht zu großer ($t_{\text{Prozess}} < 1000 \text{ s}$) Prozesszeiten bei einer Prüftemperatur von 300 °C in guter Näherung als unabhängig von der Anlasszeit betrachtet werden.

Der Martensit zeigt bei 300 °C ein viskoplastisches Verhalten mit einem sehr weichen elastisch-plastischen Übergang. Die Verfestigung nähert sich bei $\varepsilon \approx 3 \%$ ihrer Sättigung. Da die Bruchdehnung in Abb. 5.32 unabhängig von der Wärmeverbehandlung zwischen 1.5 % und 5 % variiert, lässt sich keine Korrelation zwischen Bruchdehnung und Wärmebehandlung nachweisen.

5.4.2 Zugversuche bei 25 °C

Die durch die Wahl der Abschreckgeschwindigkeit erzeugten Unterschiede in der Morphologie des Martensits spiegeln sich hauptsächlich in den mechanischen Eigenschaften bei niedrigen Temperaturen wieder. Zur Veranschaulichung des Sachverhaltes sind in Abb. 5.33 die Ergebnisse von bei Raumtemperatur durchgeführten Zugversuchen bei unterschiedlichen Dehnungsgeschwindigkeiten und den drei verwendeten Herstellungsmethoden dargestellt.

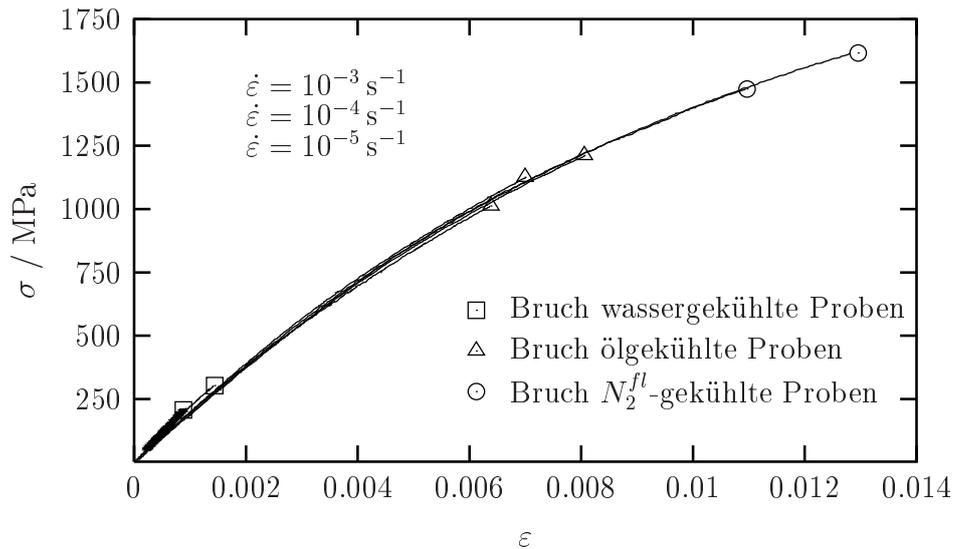


Abb. 5.33: Spannung σ über Dehnung ϵ für Martensit bei 20 °C (isotherm), Martensitherstellung durch Eintauchen in Wasser bzw. Öl oder Anblasen mit N_2^{fl} , $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Allgemein gilt, dass eine Dehnratenabhängigkeit bei Raumtemperatur nicht nachzuweisen ist. Während das Verhalten der öl- und N_2^{fl} -gekühlten Proben qualitativ ähnlich aussieht, unterscheiden sich die Versuche immens in der erreichten Bruchspannung. Sie liegt bei den wasserabgeschreckten Proben bei nur etwa 250 MPa, den ölgekühlten bei ca. 1000 MPa und den stickstoffangeblasenen bei über 1500 MPa. Dies führt auf eine etwa doppelt so große Bruchdehnung der stickstoffgekühlten Proben im Vergleich zu den ölgekühlten.

Die Ursache für dieses Verhalten liegt in der Ausbildung von Eigenspannungssystemen, die in direktem Zusammenhang mit der Temperaturrate bei der martensitischen Transformation stehen. Die geringste Temperaturrate und somit das kleinste Eigenspannungssystem wird durch die grenzwertige Prozessführung beim Anblasen mit flüssigem Stickstoff realisiert, da der daraus resultierende Temperaturverlauf im Zeit-Temperatur-Diagramm für kontinuierliche Abkühlung direkt an der sog. „Nase“ der Bainitischen Umwandlung vorbeiführt (siehe Abb. 5.28). Schnellere Abkühlungen führen zu höheren Eigenspannungssystemen und somit zu geringeren Bruchspannungen und -dehnungen.

Der Vergleich mit den in Abb. 5.34 dargestellten analog durchgeführten Messungen an wärmebehandelten Martensitproben liefert ähnliche Ergebnisse bezüglich der Bruchdehnungen. Die Proben wurden nach einer linearen Temperaturfunktion in 20 min auf 200 °C aufgeheizt, 10 min bei 200 °C gehalten und dann innerhalb von 20 min wieder auf Raumtemperatur abgekühlt.

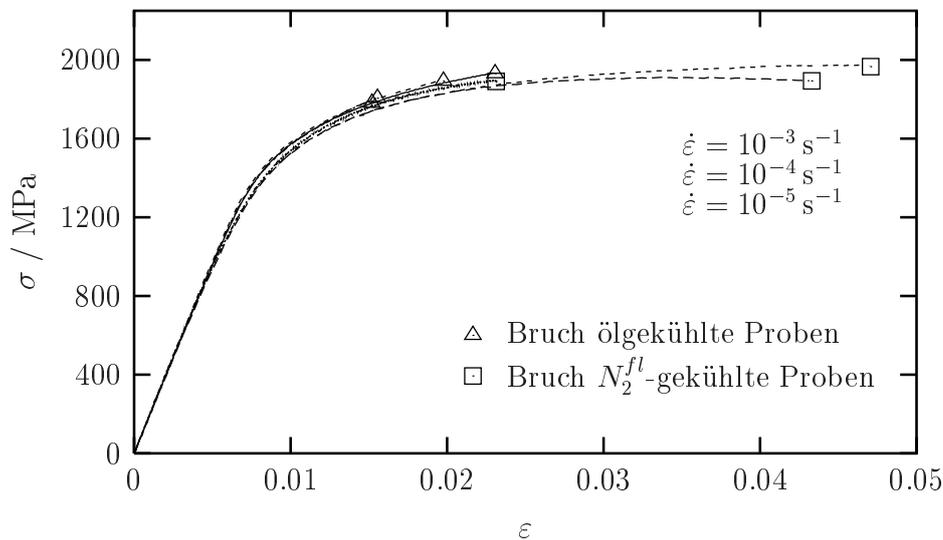


Abb. 5.34: Spannung σ über Dehnung ϵ für Martensit bei 20 °C (isotherm), Proben wärmebehandelt, $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, Martensitherstellung durch Eintauchen in Öl oder Anblasen mit N_2^{fl}

Auch hier lassen sich keine viskosen Effekte nachweisen. Die ölabgeschreckten Proben besitzen eine Bruchdehnung von ca. 2 %, die durch das Anblasen mit N_2^{fl} hergestellten mit 4-5 % eine etwa doppelt so große.

Auffällig sind jedoch die erreichten Bruchdehnungen und das qualitative Verformungsverhalten im Vergleich zu den nicht wärmebehandelten Proben aus Abb. 5.33. Zur Veranschaulichung sind die Ergebnisse beider Versuche zusammen in Abb. 5.35 dargestellt.

Hier zeigen sich ganz deutlich die höhere Fließgrenze und Bruchspannung sowie das duktile Verhalten des angelassenen Martensits.

Das frühe Plastifizieren und Versagen des unbehandelten Martensits resultiert aus den hohen Eigenspannungssystemen, die maßgeblich auf die tetragonal verzerrten Gitterstrukturen zurückzuführen sind. Zusätzlich ist jedoch auch von thermischen Eigenspannungen aufgrund nicht homogener Temperaturfelder bei der Abkühlung ausgedehnter Strukturen auszugehen.

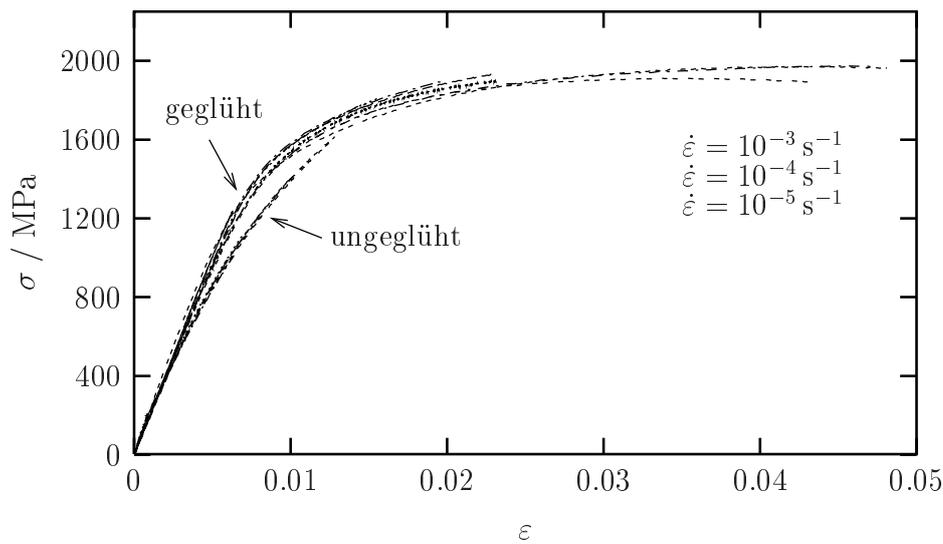


Abb. 5.35: Spannung σ über Dehnung ε für Martensit bei 20 °C (isotherm), Proben mit und ohne nachträgliche Wärmebehandlung, $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} / 10^{-4} \text{ s}^{-1} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Reduziert man einerseits die durch den eingeschlossenen Kohlenstoff hervorgerufene Tetragonalität der Zellen durch die Diffusion von Kohlenstoff und das Ausscheiden von Anlasskarbiden und andererseits die strukturellen Eigenspannungen durch moderate Erwärmung und die damit verbundene plastische Deformation durch das Absenken der Fließgrenze, geht das Deformationsverhalten in das des angelassenen Martensits über.

Da beide Vorgänge bei der Wärmebehandlung kombiniert stattfinden, ist eine Entkoppelung und somit das alleinige Spannungsfreiglühen der temperaturfeldbedingten Eigenspannungen nicht möglich. Diese Tatsache widerspricht dem von KAEMPF vorgeschlagenen Vorgehen, die martensitischen Proben zuerst spannungsfrei zu glühen, um dann aus dem anschließenden Zugversuch auf die Parameter der phasenbezogenen Materialmodellierung des Martensits zu schließen. Vielmehr müssen die Ergebnisse der Messungen an ungeglühtem Martensit als Last-Verformungs-Beziehungen der Gesamtstruktur unter Berücksichtigung der bei der Herstellung des Martensits vorherrschenden zeitabhängigen Temperaturfelder angesehen werden. Die Identifikation der martensitischen Phasenparameter ist demnach streng genommen nur im Rahmen von Strukturrechnungen möglich, in denen der Vorgang der Martensitherstellung als Umwandlung einer ausgedehnten Struktur ebenfalls abgebildet wird.

Dies führt z.B. auf das in Kap. 3.7 gezeigte komplexe System voneinander abhängiger Einzelprozesse. So ist die Temperatur als Funktion der latenten Wärme abhängig von der Phasenkinetik, der Phasenverteilung und der Geometrie – die Phasenkinetik ist eine Funktion der Temperatur und der Spannung – und die Spannung z.B. durch die Volumendilatation bei der Transformation abhängig von der Umwandlung und dem Temperaturfeld.

Für eine erste Näherung der martensitischen Materialparameter sind die durchgeführten Messungen der ungeglühten Proben jedoch gut geeignet. Durch den Vergleich mit den wärmebehandelten Proben ist allerdings von einer höheren Fließgrenze auszugehen.

Da die Eigenspannungen bei der Wärmebehandlung ihren Einfluss auf das Materialverhalten verlieren – bis auf die erzielte Gesamtdehnung gleichen sich die Zugversuche des angelassenen Materials –, ist das Verformungsverhalten der wärmebehandelten Proben charakteristisch für den angelassenen Martensit.

Obwohl der Anlassvorgang im Rahmen des vorgestellten Stoffgesetzes nicht abgebildet wird, können die Messungen an den wärmebehandelten Proben die Grundlage für erweiterte Modellierungen bilden.

5.4.3 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Martensit

Die Wärmeausdehnungskoeffizienten des Martensits wurden durch Untersuchungen an öl abgeschreckten, martensitischen Proben durchgeführt. Hierzu wurden ein Temperaturzyklus zwischen Raumtemperatur und 300 °C durchfahren und sowohl Temperatur als auch Dehnung gemessen. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.36 dargestellt, wobei auch hier eine geeignete Glättung der Messwerte der anschließenden Berechnung vorausging.

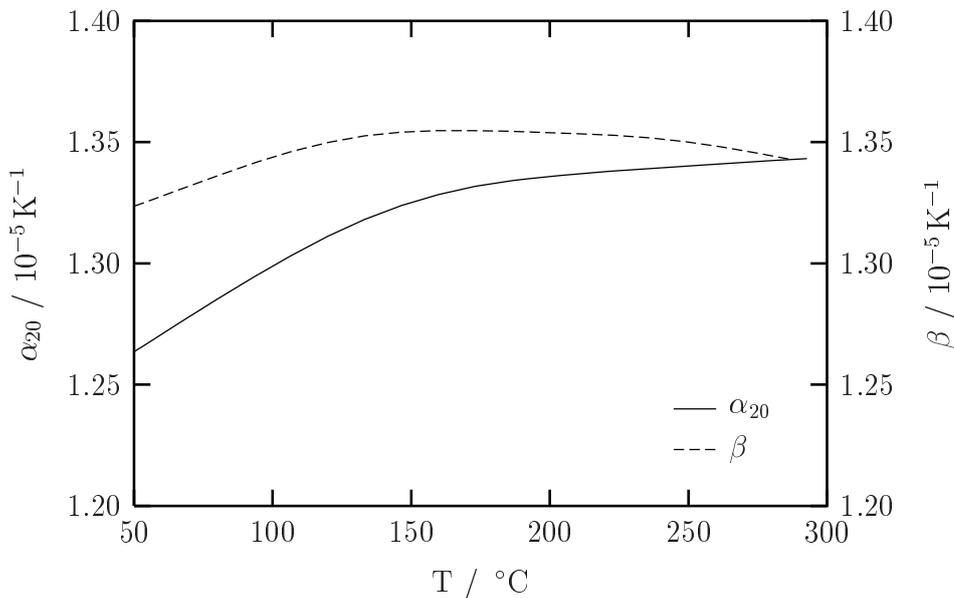


Abb. 5.36: Mittlerer linearer Wärmeausdehnungskoeffizient α_{20} und differentieller linearer Wärmeausdehnungskoeffizient β von Martensit

BESSERDICH gibt in [Bes93] den mittleren linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten α in Abhängigkeit von der Temperatur zu

T / °C	$\alpha / 10^{-5} \text{ K}^{-1}$
20	1,15
200	1,32
300	1,35
400	1,39

an. Diese Werte passen für den Temperaturbereich oberhalb von 200 °C gut zu den ermittelten Messwerten. Der steile Abfall auf $\alpha = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ bei 20 °C konnte jedoch nicht festgestellt werden.

5.4.4 Transformatorische Volumendehnung bei der Umwandlung Austenit \rightarrow Martensit

Die Bestimmung der transformatorischen Volumendehnung für die Transformation Martensit \rightarrow Austenit erfolgt analog zu dem Vorgehen bei der Umwandlung Ferrit/Perlit \rightarrow Austenit. Hierzu wurden die Temperatur und die Längenänderung einer martensitischen Probe während der Austenitisierung bestimmt.

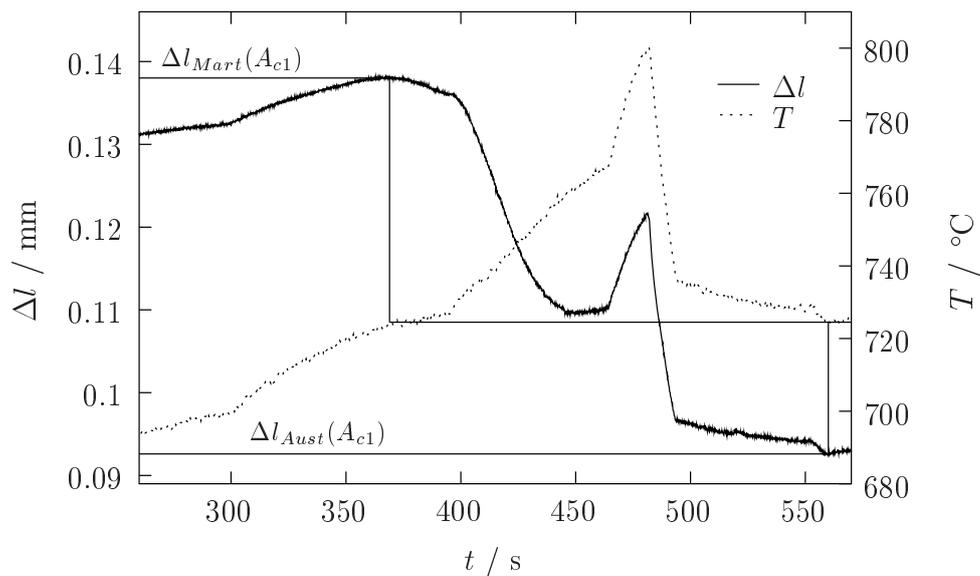


Abb. 5.37: Verlauf der Längung Δl und der Temperatur T über der Versuchszeit t zur Bestimmung der Umwandlungsdehnung bei der Transformation Martensit \rightarrow Austenit, $l_0 = 15 \text{ mm}$

Mit den aus Abb. 5.37 ermittelten maßgeblichen Längen $\Delta l_{Mart}(A_{c1})$ und $\Delta l_{Aust}(A_{c1})$ ergeben sich die Modellparameter der Umwandlungsdehnrate gemäß Gl. 5.9 und 5.12 zu

$$A_{(Aust \rightarrow Mart)}^{vtr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Mart)} = 0,0030 \quad . \quad (5.17)$$

Im Gegensatz zu den vorhergehenden Umwandlungen Ferrit/Perlit→Austenit und Bainit→Austenit lag eine Streuung der Messergebnisse vor.

Aus den vier durchgeführten Messungen

Messung-Nr.	$A_{(Aust \rightarrow Mart)}^{vtr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Mart)}$
1	0,00300
2	0,00297
3	0,00313
4	0,00297

ergab sich ein gemittelter Wert von $A_{(Aust \rightarrow Mart)}^{vtr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Mart)} = 0,0030$ für den angelassenen Martensit.

5.4.5 Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Martensit

Da die Herstellung von Martensit nur durch kontinuierliche Abkühlung erreicht werden kann, muss eine plastische Vordeformation der austenitischen Ausgangsphase während des 5 s dauernden Abschreckvorgangs stattfinden. Die erforderliche plastische Dehnung wird durch die in Kap. 5.2.6 beschriebene Kombination aus unkompensierter thermischer und zusätzlicher mechanischer Dehnung vorgegeben.

Die thermische und die mechanische Belastung starten synchronisiert am Ende des Austenitisierungsvorganges. Hierbei ist durch die geeignete Wahl der mechanischen Dehnung und Dehnrate sicherzustellen, dass die mechanische Deformation vor Einsetzen der Umwandlung abgeschlossen ist. Kurz vor Erreichen der Martensitstarttemperatur M_s erfolgt ein Umschalten der Regelstrecke auf Geschwindigkeitsregelung mit Vorgabe der maximalen Traversengeschwindigkeit in Druckrichtung. Dies führt zu sofortiger Entlastung. Um eine lastfreie Umwandlung zu gewährleisten, musste die formschlüssige Verbindung der Probenaufnahme durch eine Schiebehülse mit einseitigem Anschlag ersetzt werden, die wohl Zug-, aber keine Druckkräfte an den Prüfkörper überträgt. Nachdem die Probe sich in einem lastfreien Zustand befindet und ein zusätzliches Spiel zur Kompensation der Wärmedehnung für die weitere Abkühlung auf Raumtemperatur in den Anschlägen vorliegt, stoppt die Zugeinheit und die martensitische Umwandlung findet statt.

Mit Hilfe dieses Verfahrens lassen sich während des Abkühlvorgangs plastische Dehnungen bis etwa $\epsilon_{pl}^{Aust} = 5\%$ vorgeben.

In Abb. 5.38 sind die Versuche der mit $\epsilon_{pl}^{Aust} = 1.0\%$ und $\epsilon_{pl}^{Aust} = 4.5\%$ plastisch vordeformierten Proben zusammen mit den Ergebnissen der unvorbelasteten Versuche aus Kap. 5.4.2 aufgetragen.

Auswirkungen der plastischen Vordeformation im Austenit auf das Verformungsverhalten der martensitischen Proben sind nicht feststellbar.

Zur Verifikation der Ergebnisse ist zusätzlich ein analoger Versuch mit wärmebehandelten Proben und einer plastischen Vordehnung von $\epsilon_{pl}^{Aust} = 1.0\%$ durchgeführt worden. Wie aus Abb. 5.39 ersichtlich, lässt sich auch hier kein Zusammenhang zwischen dem Materialverhalten und dem Dehnungszustand im Austenit vor der Umwandlung feststellen.

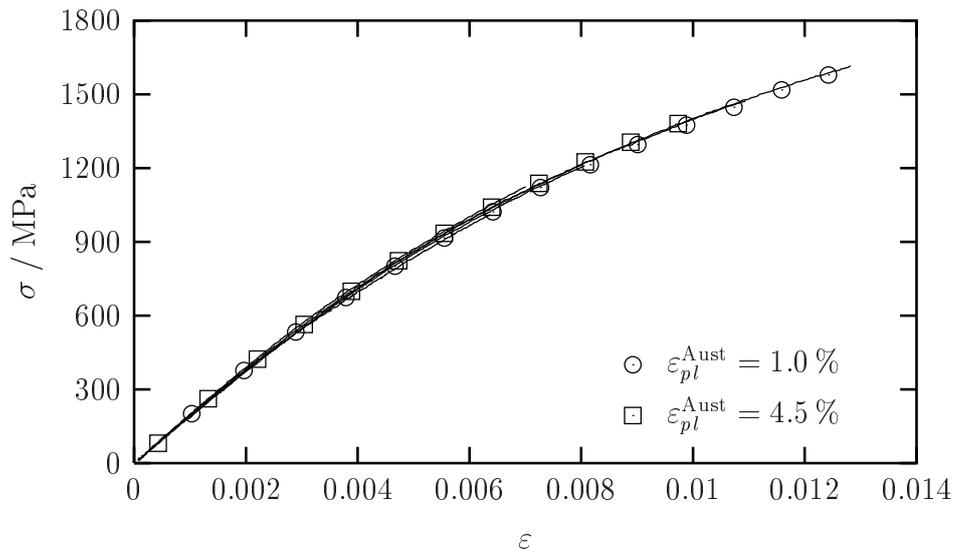


Abb. 5.38: Spannung σ über Dehnung ε für Martensit bei 25°C mit und ohne plastische Vordeformation im Austenit, $\dot{\varepsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

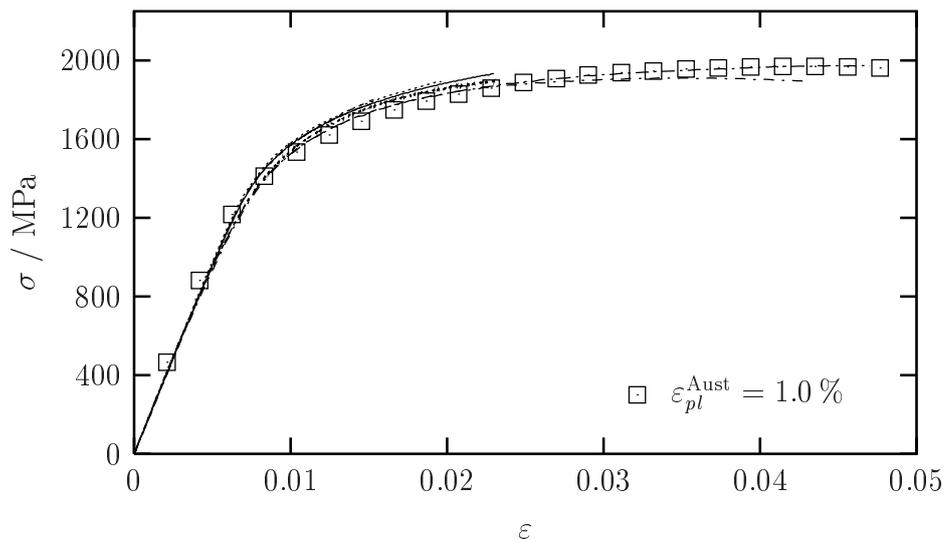


Abb. 5.39: Spannung σ über Dehnung ε für wärmebehandeltes Martensit bei 25°C mit und ohne plastische Vordeformation im Austenit

Da keine Erinnerung des Martesits an den Verfestigungszustand des austenitischen Materials nachgewiesen werden kann, ergibt sich der diesbezügliche Stoffgesetzparameter $A_{(Aust \rightarrow Bai)}^{tr}$ in Gl. 3.135 zu

$$A_{(Aust \rightarrow Mart)}^{tr} = 0 \quad . \quad (5.18)$$

6. Parameteridentifikation

Das Ziel der durchgeführten Versuche ist es, aus dem im Versuch beobachtbaren Verhalten des Materials auf die Freiwerte der gewählten Modellierung zu schließen. Die Problematik teilt sich in zwei gekoppelte Bereiche: zum einen in die numerische Simulation des Materialverhaltens, das sogenannte *direkte Problem*, und zum anderen in die Ermittlung der Modellparameter aus Messwerten, das *inverse Problem*.

6.1 Direktes Problem

Für beliebige Strukturen unter beliebigen Randbedingungen führt die kontinuumsmechanische Beschreibung des Strukturverhaltens auf ein Feldproblem, das sich in Form eines Anfangs-Randwert-Problems lösen lässt.

Spezialisiert man das phasenspezifische elasto-viskoplastische Problem auf die in Kapitel 4.6 beschriebene rotationsymmetrische Vollprobe unter einaxialem Zug, geht die Lösung unter der Bedingung homogener Deformation und verschwindender Temperaturgradienten in die Zeitintegration des eindimensionalen Stoffgesetzes über.

Das entstandene System gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung lässt sich somit als Anfangswertproblem behandeln und, da es sich wegen seiner Komplexität einer geschlossenen Lösung entzieht, numerisch integrieren.

Für die notwendige Zeitintegration stehen prinzipiell sowohl Ein- als auch Mehrschrittverfahren in expliziter und impliziter Form zur Verfügung [PTVF92][EM93][Bra90]. Da es sich bei dem vorliegenden Differentialgleichungssystem um die Beschreibung eines steifen Problems handelt, wird die Wahl eines geeigneten Algorithmusses zur Integration durch die erforderliche Stabilität des Verfahrens eingeschränkt. Hierbei haben sich implizite Verfahren aufgrund ihrer a-priori Stabilitätseigenschaften [And97] bei der Integration konstitutiver Gesetze durchgesetzt.

Die hier verwendete Methode von GEAR [Gea71], implementiert von KAHANER und SUTHERLAND [KMN88], ist speziell für die stabile Integration steifer Differentialgleichungssysteme geeignet.

Zur Integration der einaxialen Zugversuche wird das Differentialgleichungssystem des viskoplastischen IA-Modells (Kap. 3.3, Gl. 3.63, 3.62, 3.66, 3.67) für einaxialen Zug mit isotroper Verfestigung und isotropem Materialverhalten spezifiziert. Da die abzubildenden Experimente i.d.R. Gesamtdehnungen von 5% nicht überschreiten, ist eine Betrachtung im Rahmen kleiner Formänderungen ausreichend.

Mit

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{11} \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 \quad (6.1)$$

erhält man aus Gl. 3.63

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{11} = \frac{1}{2G} \left(\dot{\sigma}_{11} - \frac{\nu}{\nu+1} \dot{\sigma}_{11} \right) + \alpha \dot{\Theta} + \left\langle\left\langle \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma \Phi(\Lambda) \right\rangle\right\rangle \quad (6.2)$$

und

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{22} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{33} = \frac{1}{2G} \left(-\frac{\nu}{\nu+1} \dot{\sigma}_{11} \right) + \alpha \dot{\Theta} - \left\langle\left\langle \sqrt{\frac{1}{6}} \gamma \Phi(\Lambda) \right\rangle\right\rangle . \quad (6.3)$$

Invertiert man die Gln. 6.2 und 6.3, um Weggrößen als Eingangsgrößen zu erhalten, führt das auf

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{11} = E \left[\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{11} - \alpha \dot{\Theta} - \left\langle\left\langle \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma \Phi(\Lambda) \right\rangle\right\rangle \right] . \quad (6.4)$$

Die Evolutionsgleichungen der internen Variablen κ und ξ ergeben sich zu

$$\dot{\kappa} = 2 \gamma \Phi(\Lambda) \sqrt{g(\kappa)} \quad (6.5)$$

und

$$\dot{\xi} = c(\kappa, \Theta, \Delta w) \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = 0 \quad (6.6)$$

mit der Überspannung

$$\Lambda = \|\boldsymbol{\sigma}'\| - \sqrt{g(\kappa)} = \sqrt{\frac{2}{3} \sigma_{11}^2} - \sqrt{g(\kappa)} \quad (6.7)$$

und den Materialfunktionen

$$\Phi(\Lambda) = 1 - \exp(-c_4 \Lambda^{c_5}) \quad (6.8)$$

und

$$g(\kappa) = \frac{2}{3} \sigma_0^2 \left[1 + (c_2 - 1) \left(1 - \exp(-c_1 \kappa) \right) \right] . \quad (6.9)$$

6.2 Inverses Problem

Die Identifikation von Materialgesetzparametern geschieht in der Regel durch Anpassung eines bestehenden theoretischen Modells an einen Satz von Messdaten. Das Ziel ist es, die Modellparameter so zu bestimmen, dass das theoretische Modell das experimentell ermittelte Verhalten möglichst optimal abbildet.

Da Messwerte in der Regel fehlerbehaftet sind, lassen sich die Modellparameter nur durch so genannte Schätzer annähern. In Abhängigkeit von der Art der Messfehler stehen hierzu verschiedene Verfahren zur Verfügung [Tar87]. Für normalverteilte Messwerte ergibt sich ein Kriterium nach der ℓ_2 -Norm, das auf die Fehlerquadratmethode führt. Bestehen Zweifel an der Gaussverteilung, z.B. bei signifikanten Ausreißern, kommt man zu robusteren Schätzmethoden. Hier sind u.a. die ℓ_1 - oder die ℓ_∞ -Norm zu nennen, denen die Exponential- und die Cauchyverteilung zu Grunde liegen. Da die Schätzer von den verwendeten Methoden abhängig sind, besitzt das inverse Problem keine eindeutige Lösung. Es wird als mathematisch schlecht gestellt bezeichnet.

Im Weiteren sollen normalverteilte Fehler vorausgesetzt werden. Die damit verbundene Fehlerquadratmethode geht von einer Minimierung der Zielfunktion

$$f(\vec{x}) = \sum_i (\bar{y}_i - y(\vec{x}_i))^2 \longrightarrow \min_{\vec{x} \in G} \quad (6.10)$$

im Definitionsbereich G der Modellparameter \vec{x} aus. Der Wert \bar{y}_i stellt dabei den i -ten Messwert und $y(\vec{x}_i)$ den Funktionswert des Parametervektors dar.

Nachdem mit der Einführung der Zielfunktion $f(\vec{x})$ ein Maß für die Qualität eines Parametervektors \vec{x} definiert ist, sollen Verfahren zur Bestimmung der optimalen Parameter vorgestellt werden.

6.3 Optimierungsverfahren

Da die direkte Lösung des Problems durch analytische Lösung des Differentialgleichungssystems wegen der hohen Komplexität nicht möglich ist, muss die Ermittlung von geeigneten Parametersätzen zur Abbildung der Messergebnisse auf numerischem Weg gefunden werden. Eine Übersicht über die numerische Lösung von Optimierungsproblemen ist z.B. in [SHF94], [Sch77], [DS83] gegeben.

Die Optimierungsverfahren unterteilen sich anhand des Aufwands ihrer Berechnung in die Verfahren 0., 1. und 2. Ordnung (siehe Tab. 6.1).

Bei Verfahren 0. Ordnung ist nur die Auswertbarkeit der Zielfunktion f gefordert. Dies ist z.B. bei den stochastischen Verfahren, dem Gauss-Seidel-Verfahren und der Simplex-Strategie der Fall. Wird zusätzlich der Gradient ∇f benötigt (z.B. Gradienten- oder Quasi-Newton-Verfahren), spricht man von Verfahren 1. Ordnung. Verfahren 2. Ordnung

Verfahren	Ordnung	Information	Konvergenz	Aufwand
Newton	2	$f, \nabla f, \nabla^2 f$	■ ■ ■ ■ ↑	■ ■ ■ ■ ↑
konj. Gradienten	2	$f, \nabla f, \nabla^2 f$	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■
quasi-Newton	1	$f, \nabla f$	■ ■	■ ■
Gradienten	1	$f, \nabla f$	■ ■	■ ■
Gauss-Seidel	0	f	■	■
stochastisch	0	f	□	■

↑ besser ↑ höher

Tab. 6.1: Aufwand und Konvergenz unterschiedlicher Optimierungsverfahren

beziehen höhere Ableitungen mit ein (Newton-Verfahren, Verfahren der konjugierten Gradienten).

Allgemein impliziert eine höhere Ordnung des Optimierungsverfahrens eine bessere Konvergenz bei größerem Berechnungsaufwand durch die benötigten Ableitungen der Zielfunktion. Die Konvergenzgeschwindigkeit, die sich als Qualitätsverbesserung pro Anzahl der Rechenoperationen definieren lässt, ist bei den stochastischen Methoden mit Abstand am schlechtesten.

Aufgrund ihrer Vorgehensweise bilden die stochastischen Strategien eine eigene Gruppe von Lösungsverfahren, die sie von den deterministischen Verfahren trennt (Tab. 6.2).

Lösungsverfahren des inversen Problems		
stochastisch	deterministisch	analytisch
Monte-Carlo-Strategie	Gradientenverfahren	Extremwertaufgabe
Evolution	Gauss-Seidel-Verfahren	
genetische Verfahren	Simplex-Strategie (Quasi-)Newton	

Tab. 6.2: Lösungsverfahren des inversen Problems

Alle deterministischen Verfahren lassen sich unter den Kategorien „hill-climbing“ und „lokale Approximation“ zusammenfassen, da die Suchrichtung nur mit Hilfe der lokalen Topologie der Zielfunktion, in der Regel der lokalen Steigung und gegebenenfalls ihrer Ableitung, bestimmt wird. Aus diesem Grund liefern sie häufig suboptimale Lösungen, da sie, abhängig von der Güte der Startparameter, gegen lokale Minima konvergieren.

Sind die Informationen über geeignete Startparameter unzureichend, bieten sich die stochastischen Verfahren an. Sie beziehen Zufallsprozesse bei der Bestimmung der Parametervektoren mit ein. Da sie dergestalt unabhängig von der Qualität der Startparameter sind, konvergieren sie gegen das globale Minimum. Bei den stochastischen Optimierungsverfahren ist zwischen dem rein zufallsbasierten Suchverfahren der Monte-Carlo-Simulation

und den zielgerichteten Strategien wie der hier verwendeten Methode der Evolutionsstrategie oder den genetischen Algorithmen zu unterscheiden. Beide Methoden finden ihren Ursprung in der Übertragung biologischer Mechanismen der Vererbung auf Optimierungsprobleme¹. Da die Evolutionsstrategie bisher erfolgreich im Bereich der Materialparameteridentifikation eingesetzt wurde (z.B. [Mit95], [And97], [MH88]) und sich in der Anwendung auf stetige Zielfunktionen besser eignet als genetische Algorithmen [SHB94], soll sie im Weiteren verwendet werden.

6.4 Evolutionsstrategie

In der Evolution wird die Fortentwicklung einer Population und ihre Anpassung an Umgebungsbedingungen durch die Kombination von *Mutation*, einer zufallsgesteuerten Variation des Erbgutes eines Individuums, *Rekombination*, der multisexuellen Fortpflanzung, und *Selektion*, der Auswahl der am besten angepassten Lebensformen („survival of the fittest“), erreicht.

Nach Übertragung der biologischen Begrifflichkeit auf das Optimierungsproblem durch Ersetzen von

Gen	→	Parameter
Erbgut	→	Menge der Parameter eines Parametervektors
Individuum	→	Parametervektor
Population	→	Menge aller Parametervektoren

lassen sich die Vererbungsschemata mathematisch durch folgende Operationen beschreiben ([TU94]):

- *Mutation*: Ein neuer Parametervektor \vec{x}_N^g entsteht durch eine kleine Variation eines vorhandenen \vec{x}_E^g . Hierbei kennzeichnet E den Ausgangsparametersatz (Elter), N den Nachkommen und g die aktuelle Generation. Die Variation wird durch Addition eines mit der Schrittweite δ_N^g gewichteten Vektors gaussverteilter Zufallszahlen $\vec{z}_N^g(0, \sqrt{S^2})$ mit dem Mittelwert 0 und der Varianz S^2 erzeugt

$$\vec{x}_N^g = \vec{x}_E^g + \delta_N^g \cdot \vec{z}_N^g \quad . \quad (6.11)$$

Zur Implementierung der Teleologie im eigentlichen Sinn der Evolution muss die Schrittweite der Mutationen über die Generationen adaptiert werden, um die Streuung neuer Parameter an die Topologie der Zielfunktion anzupassen (kleiner/großer Gradient im Ergebnisraum → größere/kleinere Schrittweite). Dies setzt eine strenge Kausalität in der Form, dass kleine Änderungen der Parametervektoren auch kleine Änderungen der Qualität erzeugen, voraus. Die Anpassung erfolgt über das von

¹Die Evolutionsstrategie wurde um 1965 von RECHENBERG[Rec73] entwickelt und später von SCHWEFEL[Sch77] fortentwickelt. Zeitgleich erforschte HOLLAND [Hol71] [Hol92] die Genetischen Algorithmen.

RECHENBERG eingeführte *Evolutionsfenster*. Es existiert nur ein schmaler Bereich von effektiven und für die Evolution sinnvollen Schrittweiten. Ist die Schrittweite zu groß, irrt man ziellos im Parameterraum umher, ist sie zu klein, herrscht Stagnation. Ziel der Schrittweitensteuerung ist es nun, möglichst oft dieses schmale Band vitalitätsverbessernder Parameter zu treffen. Das Kriterium für die Modifikation der Schrittweite ist die Anzahl qualitätsverbessernder Mutationen in Relation zur Gesamtpopulation. RECHENBERG gibt diesen Grenzwert in einem heuristischen Ansatz zu 0.2 an. Liegt der Wert oberhalb dieses Grenzwertes, ist die Schrittweite zu vergrößern, andernfalls zu verringern.

Die Schrittweite für die Erzeugung von Nachkommen berechnet sich zu

$$\delta_N^g = \delta_E^g \cdot \zeta_N \quad , \quad (6.12)$$

wobei ζ entweder gleich α oder gleich $1/\alpha$ gesetzt wird. Der Wert für α soll in Abhängigkeit von der Anzahl der Individuen einer Generation zu $\alpha = 1.5$ für $n \leq 100$ und zu $\alpha = 1.3$ für $n > 100$ gewählt werden.

Eine deutliche Erhöhung der Konvergenzgeschwindigkeit haben OSTERMEIER ET ALL [OGH94] erreicht, indem sie einerseits die Topologie der Zielfunktion implizit durch Berücksichtigung vorhergehender Generationen mit einbeziehen und andererseits individuelle Schrittweiten für jede Dimension des Parameterraumes vorgeben. Sie spalten die Schrittweite in eine globale δ_{glob}^g und eine parameterspezifische bzw. lokale $\vec{\delta}_{loc}^g$ auf

$$\vec{x}_N^g = \vec{x}_E^g + \delta_{glob}^g \cdot \vec{\delta}_{loc}^g \cdot \vec{z} \quad , \quad (6.13)$$

die sich mit

$$\vec{z}^g = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \cdot \vec{z}^{g-1} + \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \vec{z} \quad (6.14)$$

zu

$$\delta^{g+1} = \delta^g \cdot \left[\exp \left(|\vec{z}^g| \left(\frac{\sqrt{n}}{2\sqrt{n}-1} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 + \frac{1}{5n} \right) \right]^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \quad (6.15)$$

$$\vec{\delta}_{loc}^{g+1} = \vec{\delta}_{loc}^g \cdot \left(|\vec{z}^g| \left(\frac{\sqrt{1}}{2\sqrt{n}-1} \right)^{-\frac{1}{2}} - 0.35 \right)^{\frac{1}{\sqrt{n}}} \quad (6.16)$$

berechnen. Durch die lokale Schrittweite kommt der Skalierung der Parameter (siehe 6.6) eine geringe Bedeutung zu, und die Sensibilität der Optimierung gegenüber den Parametern wird berücksichtigt.

- *Rekombination*: Die Rekombination bezeichnet die Vererbung von Genen, d.h. Elementen des Parametervektors einer Anzahl ρ von Eltern \vec{x}_E^g auf ihr Nachkommen \vec{x}_N^g . Zu unterscheiden ist zwischen der *dominanten Rekombination*, bei der der Nachwuchs die Elemente k seines Parametervektors aus den entsprechenden Parametern jeweils zufällig ausgewählter Eltern q übernimmt

$${}_k x_N = {}_k^q x_E \quad \text{mit} \quad q \in 1, 2, \dots, \rho \quad (6.17)$$

und der *mittelnden Rekombination*, bei der sich die Parameter der Nachkommen nach einer Mittelungsvorschrift aus den Parametervektoren aller Eltern ergibt, z.B.

$$\vec{x}_N^g = \frac{1}{\rho} \sum_{q=1}^{\rho} {}_q \vec{x}_E^g \quad . \quad (6.18)$$

- *Selektion*: Die Selektion wählt die Nachkommen mit der höchsten Vitalität als Grundlage für die Bildung einer neuen Generation aus. Hierbei wird die Qualität des Parametersatzes (Vitalität des Individuums) durch Evaluierung der Qualitätsfunktion ermittelt. Bei der Selektion ergeben sich zwei unterschiedliche Strategien in Bezug auf das Fortleben der Eltern in der Folgegeneration. Die ‘+’-Strategie übernimmt die Eltern mit in die Selektion, die ‘,’-Strategie verhindert dies. Da bei der ‘+’-Strategie unter gewissen Umständen die Gefahr einer Stagnation der Qualität und somit einer suboptimalen Anpassung der Parameter besteht, soll im weiteren von der Verwendung der ‘,’-Strategie ausgegangen werden, obschon die Qualität über die Folge der Generationen nicht zwingend eine monotone Reihe bildet.

Für die Beschreibung dieser Evolutionsmechanismen hat sich eine symbolische Metasprache etabliert, die Strategie und Quantitäten der Population in der Kurzform $(\hat{\mu}/\hat{\rho}+, \hat{\lambda})$ darstellt. Hiernach bedeutet eine $(10/3, 100)$ -Evolutionsstrategie, dass 10 Eltern, von denen im Gegensatz zur weit verbreiteten biologischen Fortpflanzung jeweils 3 an der Schaffung jedes Nachkommen beteiligt sind, 100 Kinder produzieren, selbst aber nicht in der Selektion berücksichtigt werden.

Der große Vorteil der Evolutionsstrategie liegt in ihrem Vermögen, das globale Optimum der Zielfunktion zu erreichen, wobei die Konvergenz gerade in unmittelbarer Umgebung dieses Optimums im Vergleich zu deterministischen Verfahren schlecht ist. Speziell stellt die im Vergleich zu deterministischen Verfahren ungleich höhere Anzahl der Zielfunktionsaufrufe und die damit verbundene deutlich höhere Rechenzeit einen gravierenden Nachteil dar. Auswege aus diesem Dilemma bietet z.B. die Kombination von stochastischen und deterministischen Verfahren, bei der eine vorgeschaltete Evolution nur die Bereitstellung guter Startparameter für ein folgendes deterministisches Verfahren zu leisten hat.

Der hier begangene alternative Weg, die Rechenzeit zu verkürzen, besteht in der „Parallelisierung der Evolution“.

6.5 Parallelisierung der Evolutionsstrategie

Der Begriff der Parallelisierung der Evolutionsstrategie bezeichnet einerseits die Evolutionsstrategien auf Ebene der Populationen (z.B. Insel-, Netzwerk-, Migrations-, Pollenflug-, Nachbarschafts-, Kommunen- oder Mühlenbeinmodell) und andererseits die numerische Parallelisierung des Gesamtalgorithmusses zur Effizienzsteigerung. Da die kritische Größe bei Anwendung der Evolutionsstrategie in ingenieurtechnischen Anwendungen die Rechenzeit ist, soll hier das Augenmerk auf eine Effizienzsteigerung im Sinne numerischer Parallelisierung zur Erhöhung der Gesamtrechenleistung gelegt werden.

Die Ansatzpunkte für eine effiziente Parallelisierung sind aus dem Struktogramm eines Evolutionsschritts und den erforderlichen relativen Rechenzeiten in Tab. 6.1 ersichtlich.

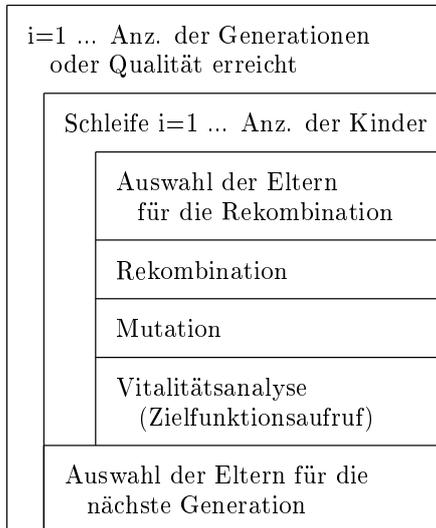
Schritt	Aktion	Rechenzeit
1	Auswahl der an der Rekombination beteiligten Eltern	$\ll 1\%$
2	Rekombination	$\ll 1\%$
3	Mutation	$\ll 1\%$
4	Vitalitätsanalyse, d.h. Zielfunktionsaufruf	$>99\%$

Abbildung 6.1: Anteilige Bearbeitungszeit der Teilschritte eines Evolutionsschrittes

Unter der Bedingung, dass die Parametervektoren keinerlei symbiotische Beziehung miteinander verbindet, d.h. dass sie unabhängig voneinander sind, können sie auf Ebene der Zielfunktionsaufrufe entkoppelt voneinander behandelt werden. Hierzu ist die sequentielle Bearbeitung der Zielfunktionsaufrufe durch eine parallele zu ersetzen. Das Struktogramm in Abbildung 6.2 zeigt die Änderungen beim Übergang von der sequentiellen Qualitätsevaluierung zu einer parallelen.

Der Unterschied zwischen beiden Algorithmen liegt im Zeitpunkt des Zielfunktionsaufrufes. Während bei serieller Programmierung die Qualitätsermittlung des Nachkommen direkt nach seiner Generierung erfolgt, werden in der parallelisierten Version erst alle Nachkommen generiert, ohne Aussagen über deren Vitalität zu treffen. Da die Parametersätze innerhalb der Generation unabhängig voneinander sind, bedeutet dies keine Einschränkung. Diesem Pool von Nachkommen entnimmt ein Master-Programm nun solange zu bewertende Parametersätze und versendet sie an dezentrale Rechenknoten (*slaves*), bis diese ausgelastet sind. Nach erfolgter Evaluierung der Qualität durch den *Slave* gibt dieser die ermittelte Qualität zurück an den *Master* und erhält einen neuen Parametersatz aus dem Pool zur Auswertung. Dieses Pool-Konzept verhindert Wartezeiten und sorgt somit für die stetige Auslastung der *Slaves*. Nachdem alle Parametersätze bewertet sind, können sie ihrer Qualität nach sortiert werden und der weitere Fortgang des Evolutionsalgorithmusses entspricht dem der seriellen Variante.

a) sequentieller Algorithmus



b) paralleler Algorithmus

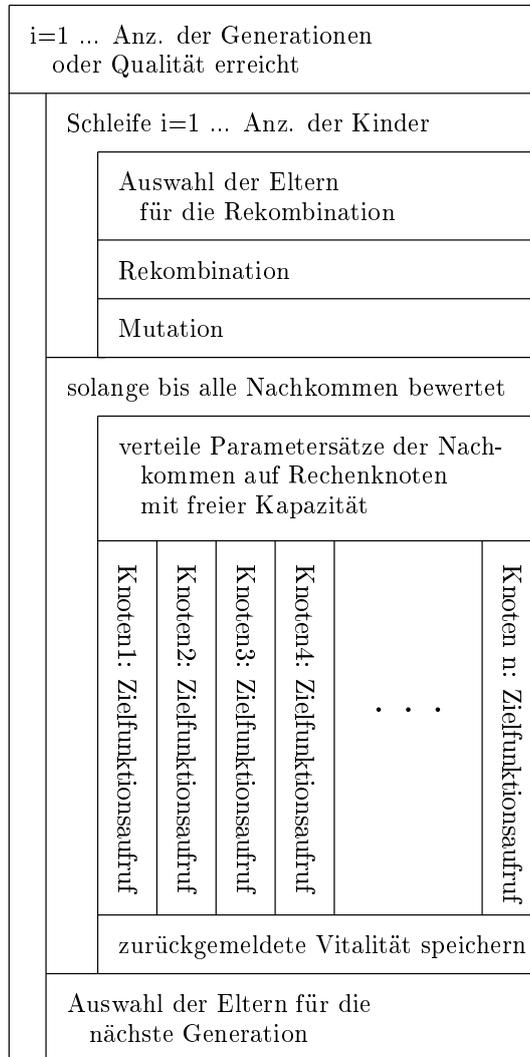


Abb. 6.2: Vergleich der Struktogramme für a) sequentielle und b) parallele Evolution auf Generationenebene

Das hier angewandte Parallelitätsparadigma ist das *Master-Slave-Konzept* (siehe Abb. 6.3), bei dem ein administratives Programm die Verwaltung der Daten verantwortet und die Kommunikation mit den Recheneinheiten, den so genannten *Slaves*, steuert.

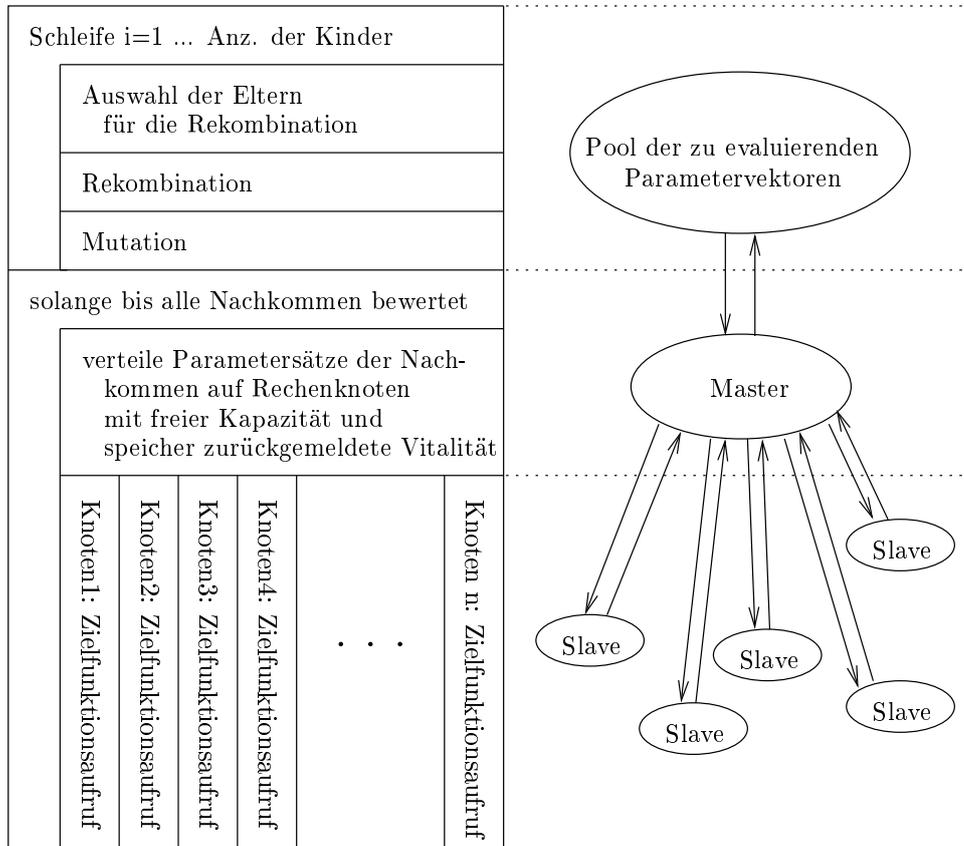


Abb. 6.3: Einordnung der Parallelisierung in das Master-Slave-Paradigma

Die Funktionalität der hierfür benötigten Interprozesskommunikation wird von der Bibliothek *PVM – Parallel Virtual Machine* [GBD⁺94] zur Verfügung gestellt. Ein vor der Ausführung des Anwenderprogramms zu startender Hintergrundprozess dupliziert sich über die Netzwerkverbindung auf die zur Verfügung stehenden Rechenknoten und etabliert jeweils einen eindeutigen, bidirektionalen Kommunikationskanal. Diese Verbindung erlaubt es dem Master, Aufgaben (*tasks*) auf den *Slaves* zu initialisieren, die benötigten Parameter (hier den Parametervektor) zu übergeben, und das Ergebnis der Berechnung (hier die Qualität) entgegenzunehmen und dem Parametervektor zuzuordnen.

Die programmtechnische Umsetzung der parallelisierten Evolutionsstrategie erfolgt durch das am Lehrstuhl für Technische Mechanik der Ruhr-Universität Bochum entwickelte Programmpaket *evo_parallel* [LfTM99] auf der Basis des *evoC*-Paketes von TRINT und UTECHT [TU94] mit Erweiterungen zur Interprozesskommunikation mittels *PVM* [GBD⁺94].

Unter den folgenden, hier erfüllten Voraussetzungen

- geringe Netzlast durch lokal redundante Daten (z.B. Messwertdateien)
- Rechenzeit für den Zielfunktionsaufruf hoch im Vergleich zur Administration der Interprozesskommunikation
- Anzahl der Zielfunktionsaufrufe signifikant höher als die Anzahl der Rechenknoten, um die Vorteile des Pool-Konzepts zur gleichmäßigen Auslastung der Rechenknoten und Vermeidung von Wartezeiten auszunutzen

ergibt sich bei K Knoten, N Nachkommen, der Zeit T_Z für jeden Zielfunktionsaufruf und der Zeit T_{Adm} für Administration und Kommunikation eine Reduktion der Rechenzeit um den Faktor

$$\frac{T_{ges}^{parallel}}{T_{ges}^{seriell}} = \frac{\frac{N}{K}T_Z + \frac{T_Z}{2} + NT_{Adm}}{NT_Z} = \frac{1}{K} \left(1 + \frac{K}{2N} + K \frac{T_{Adm}}{T_Z} \right)$$

$$\approx \frac{1}{K} \quad \text{für } N \gg K \geq 1 \text{ und } T_{Adm} \ll T_Z \quad .$$

D.h. die Parallelisierung auf Ebene der Zielfunktionsaufrufe und Berechnung auf einem Clusterrechner führt zu einer nahezu linearen Skalierbarkeit der Rechenleistung.

Die Parameteridentifikation wurde auf einem Cluster-Rechner der *Beowulf*-Klasse² mit 16 Pentium III Doppelprozessor-Knoten unter Linux durchgeführt. Durch Verwendung der vorhandenen 16 Knoten (32 Prozessoren) reduziert sich die Rechenzeit somit um ca. 96%.

Alternative Konzepte zur Parallelisierung bei der Anwendung der Evolutionsstrategie werden z.B. von ANDING oder BRAASCH gegangen.

ANDING begeht in [And97] einen kombinierten Weg aus Parallelisierung auf Ebene der Population und Verteilung der Rechenlast auf dezentrale Recheneinheiten. Hierbei werden die Populationen jedoch vollständig voneinander entkoppelt behandelt. Da nur die besten Parameter und die zugehörige Qualität am Ende der Evolution einer Population zurückgegeben werden, um sie als Startparameter für eine neue Population zu nutzen, besitzt dieses Verfahren keine globale Schrittweitenregelung auf Ebene der Populationen.

BRAASCH [Bra92] benutzt Vektorrechner und parallelisiert auf der Ebene der Integration, indem er die Iteration des Integrierers parallel für die Anzahl der Kinder durchführt. Er erreicht damit eine Verringerung der Rechenzeit um ca. 80%.

²Der Begriff *Beowulf*-Cluster wurde von Thomas Sterling und Don Becker (Center of Excellence in Space Data and Information Sciences) eingeführt, die 1994 eine Cluster-Lösung mit 16 DX4-Prozessoren mit einer Channel-bonded Ethernet-Netzwerktopologie versahen und diesen Cluster *Beowulf* nannten. Die Idee *Commodity of the shelf*, d.h. Massenware ab Lager zur Bildung eines Hochleistungsrechners zu benutzen, hat sich wegen des ausgezeichneten Preis-Leistungs-Verhältnisses schnell verbreitet, und es entwickelte sich das *Beowulf*-Projekt, gemäß dem Hochleistungsrechner dieser Architektur *Beowulf Class Cluster Computers* genannt werden.

6.6 Skalierung der Parameter

Sind die Parameter des Stoffgesetzes physikalisch motiviert, liegen ihre Größenordnungen in der Regel mehrere Zehnerpotenzen auseinander. Da die Konvergenzgeschwindigkeit der Evolutionsstrategie entscheidend von einer vergleichbaren Größe der Parameter abhängt, ergibt sich die Notwendigkeit, die Elemente des Parametervektors zu skalieren.

Diese Skalierung erfolgt über die Transformation [And97]

$$\hat{\vec{x}} = \underline{\mathbf{T}} \vec{x} \quad (6.19)$$

mit

$$T_{ij} = \frac{1}{\text{typ}(x_i)} \delta_{ij} \quad . \quad (6.20)$$

Die *typ*-Funktion wird dabei zu

$$\text{typ}(x_i) = \begin{cases} 10^{\text{int}(\log_{10}|x_i|+0.30103)} & \text{für } |x_i| \geq 1 \\ 10^{\text{int}(\log_{10}|x_i|-0.69897)} & \text{für } 0 < |x_i| < 1 \end{cases} \quad (6.21)$$

definiert. Sie bildet eine Fließkommazahl auf ihre Mantisse ab.

Ändern die Parameter im Verlauf des Optimierungsprozesses ihre Größenordnungen, kann die Skalierung auch im laufenden Prozess angepasst werden. Man gelangt zu einer *dynamischen Skalierung*.

6.7 Ergebnisse der Parameteridentifikation

Die Bestimmung der temperaturabhängigen phasenspezifischen elasto-viskoplastischen Parameter erfolgte mit dem parallelisierten Verfahren der Evolution unter Verwendung einer (5/1,300)–Strategie (s. Kap. 6.4). Hierbei wurden die Modellparameter $c_{1(x)}(T)$, $c_{2(x)}(T)$, $c_{4(x)}(T)$, $c_{5(x)}(T)$, $E_{(x)}(T)$, $\sigma_{0(x)}(T)$ und $\gamma_{(x)}(T)$ der Phasen Austenit, Ferrit/Perlit, Bainit und Martensit an die in Kap. 5 dargestellten isothermen Zugversuche angepasst. Die Temperaturabhängigkeit der Parameter ist durch geeignete Interpolation zwischen den isothermen Freiwerten ermittelbar.

Die Anpassung erfolgte gleichzeitig an alle Dehnraten der jeweiligen phasenbezogenen isothermen Versuche. Die Zielfunktion f_{ges} der Anpassung

$$f_{ges} = \sum_k \sum_i \delta_i^k f_i^k \quad (6.22)$$

setzt sich dabei aus den mit dem Einflussfaktor δ_i^k gewichteten Fehlerquadratsummen der bei der Dehnrates k durchgeführten Einzelversuche i zusammen. Durch die Wichtung lassen sich die Einflüsse der Messrate bei den unterschiedlichen Dehnraten und die Unterschiede in der jeweils erreichten Bruchdehnung kompensieren. Zusätzlich kann der Einfluss grenzwertiger Versuche gesteuert werden.

Die Zielfunktion f_i^k der Einzelversuche berechnet sich aus der Differenz der Messwerte zu den interpolierten Funktionswerten der Integration. Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass die rauschbehafteten Messwerte nicht geglättet werden müssen und dass die Zielfunktion nahezu unabhängig von der Schrittweite der Integration ist. Voraussetzung ist eine signifikant höhere Anzahl an Messwerten im Vergleich zu den Stützstellen der Integration.

In Abb. 6.4 ist ein typischer Verlauf der auf das erreichte Minimum f_{\min} normierten Zielfunktion f_{ges} über die Generationen aufgetragen.

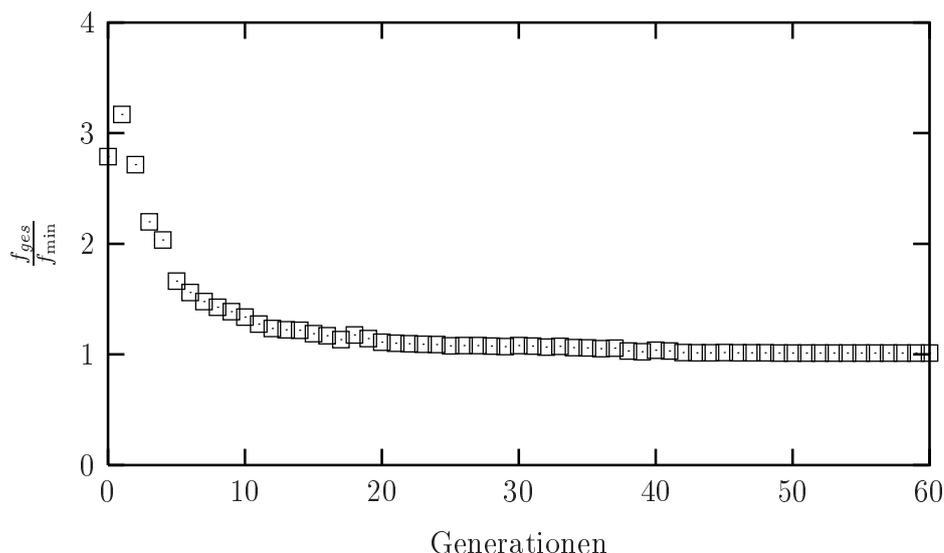


Abb. 6.4: Verlauf der normierten Qualität über die Generationen für Bainit bei 500 °C

Die Qualität bildet wegen der ‚,‘-Strategie, bei der die Eltern in der Auswahl der Individuen für die Folgegeneration nicht berücksichtigt werden, keine monoton fallende Reihe. Durch die große Anzahl der Nachkommen stellt sich jedoch „quasimonotones“ Verhalten ein.

Für die Darstellung in funktionaler Form wurden der mittlere lineare Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha_{(x)}(T)$ und der differentielle lineare Wärmeausdehnungskoeffizient $\beta_{(x)}(T)$ der Phasen durch die Polynome

$$\alpha_{(x)}(T) \approx P_{\alpha}^{(x)}(T) = \sum_{i=0}^3 a_i^{(x)} \left(\frac{T}{^{\circ}\text{C}} \right)^i \quad (6.23)$$

und

$$\beta_{(x)}(T) \approx P_{\beta}^{(x)}(T) = \sum_{i=0}^3 b_i^{(x)} \left(\frac{T}{^{\circ}\text{C}} \right)^i \quad (6.24)$$

approximiert. Die Polynomkoeffizienten $a_i^{(x)}$ und $b_i^{(x)}$ wurden dabei durch nicht-lineare Minimierung der Fehlerquadratsumme nach einem Verfahren von MARQUARDT-LEVENBERG bestimmt. Der mit der iterativen Lösung verbundene Mehraufwand zur Lösung des linearen Minimierungsproblems ist bei der vorliegenden Problemgröße vernachlässigbar, jedoch konnte auf Standardsoftware zurückgegriffen werden. Ein Ansatz vom Grad 3 erwies sich als ausreichend.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Anpassungen dargestellt. Hierbei kennzeichnen die Zentralsymbole jeweils die Messwerte und die durchgezogenen Kurven die Ergebnisse der Stoffgesetzintegration unter Verwendung der angepassten Parameter. Die zugehörigen Parameter sind in Anhang C aufgelistet.

6.7.1 Austenit bei 750 °C

Die experimentellen Ergebnisse des Austenits bei 750 °C lassen sich für die Dehnraten $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ und $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ sehr gut abbilden (Abb. 6.5).

Die Versuche mit der Dehnrates $\dot{\varepsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ werden überschätzt. Die Ursache kann zum einen in einer Überbewertung der grenzwertigen Versuche mit der Dehnrates $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ liegen. Zum anderen können die Gründe stoffgesetzimmanent sein, da die Materialmodellierung das Phänomen Kriechen nicht abbildet, bei 750 °C aber eine nachweisbare Kriechneigung des Austenits vorliegt (siehe Anmerkung zur negativen plastischen Tangente in Kap. 5.2.1). Für diesen Fall können die Ergebnisse nur durch eine Erweiterung des Stoffmodells um Ansätze für Kriechen verbessert werden.

Der ausgeprägt weiche Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich wird nicht abgebildet.

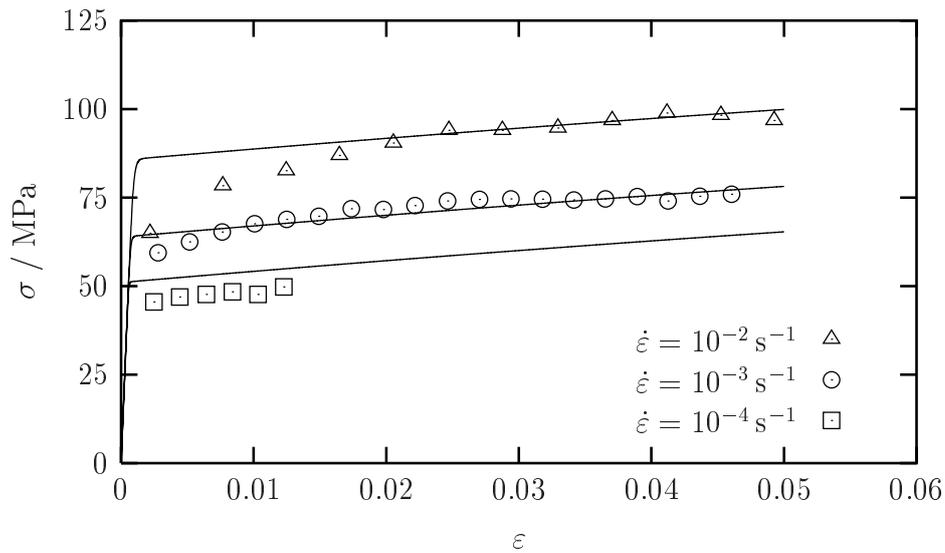


Abb. 6.5: Ergebnis der Anpassung für Austenit bei 750 °C

6.7.2 Austenit bei 600 °C

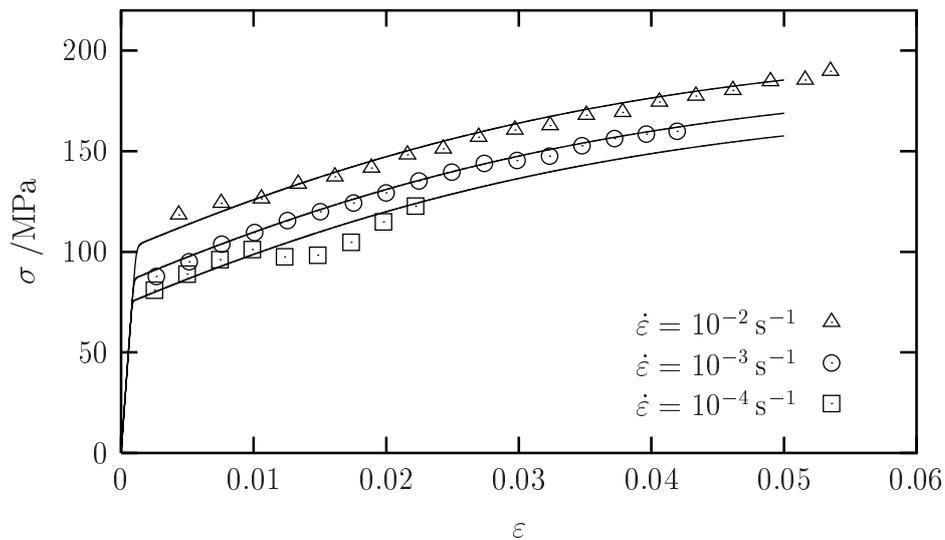


Abb. 6.6: Ergebnis der Anpassung für Austenit bei 600 °C

Die Parameter der Stoffgesetzmodellierung lassen sich sehr gut an die Zugversuche des Austenits bei 600 °C anpassen (Abb. 6.6).

In der Optimierung wurde der mit der Phasentransformationen verbundene Bereich ab $\varepsilon_{ges} = 1\%$ bei der Dehnrates $\dot{\varepsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ausgespart und die auf den Überschinger der

Regelung zurückzuführende Überhöhung der Versuche bei der Dehnrate $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ bis etwa $\varepsilon_{ges} = 1\%$ weniger stark gewichtet.

6.7.3 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Austenit

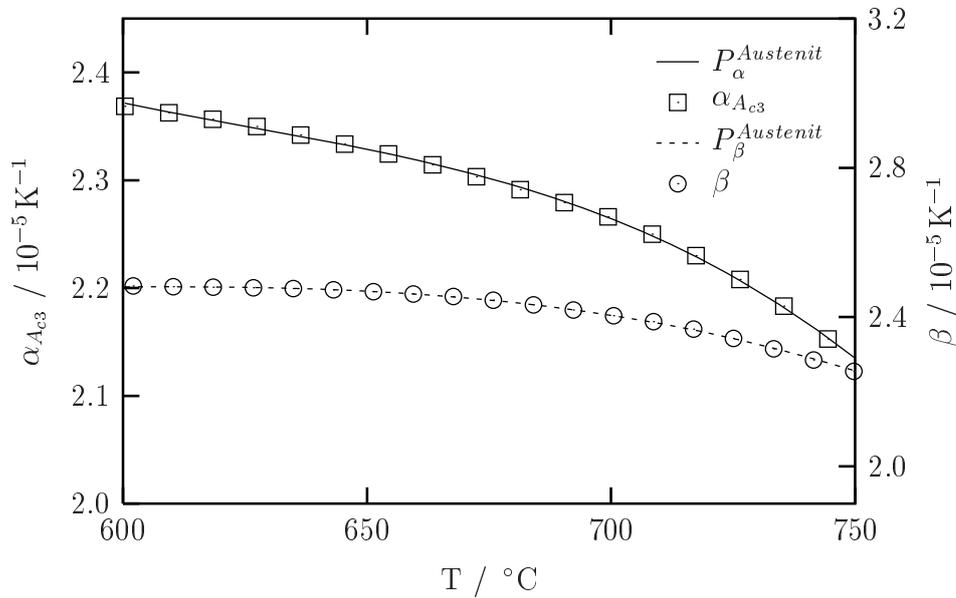


Abb. 6.7: Anpassung des mittleren linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{Ac3}^{Austenit}$ und des differentiellen linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\beta^{Austenit}$ durch Polynome dritten Grades.

Die Koeffizienten der approximierenden Polynome $P_{\alpha}^{Austenit}$ und $P_{\beta}^{Austenit}$ für $\alpha_{Ac3}^{Austenit}$ und $\beta^{Austenit}$ sind in Kapitel C.1 angegeben.

6.7.4 Ferrit/Perlit bei 650 °C

Die Anpassung der Modellparameter an die experimentellen Daten der ferritisch/perlitischen Phase bei 650 °C liefert für Dehnraten $10^{-5} \text{ s}^{-1} < \dot{\varepsilon} < 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ gute Ergebnisse bei der Stoffgesetzintegration (Abb. 6.8). Aufgrund einer fehlenden Implementierung des Kriechens in der Materialmodellierung kann die fallende plastische Tangente der Versuche mit der quasistatischen Dehnrate von $\dot{\varepsilon} = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ nicht abgebildet werden (s. Kap. 6.7.1 und Kap. 5.2.1). Die Versuche mit hohen Dehnraten ($\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$) werden leicht überschätzt.

Der modellierte weiche elastisch-plastische Übergang nimmt in Richtung kleinerer Dehnraten ab.

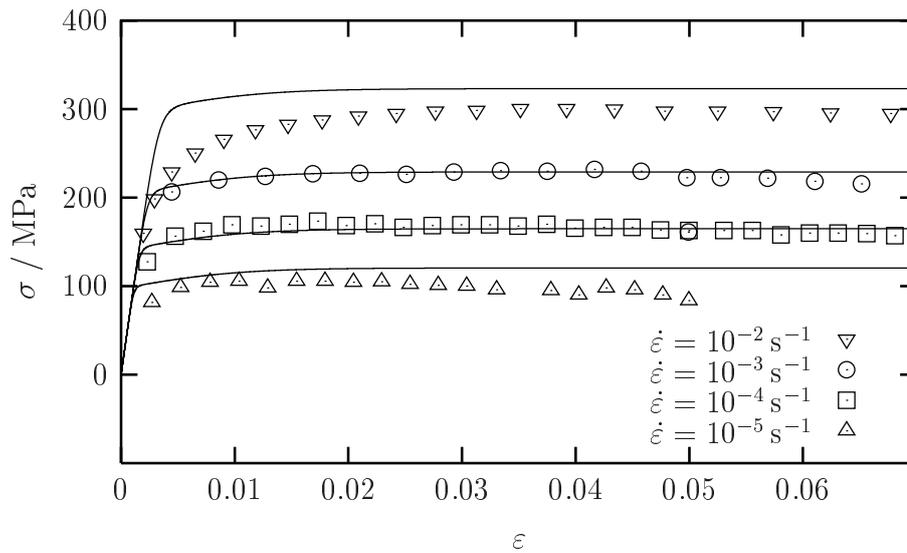


Abb. 6.8: Ergebnis der Anpassung für Ferrit/Perlit bei 650 °C

6.7.5 Ferrit/Perlit bei 300 °C

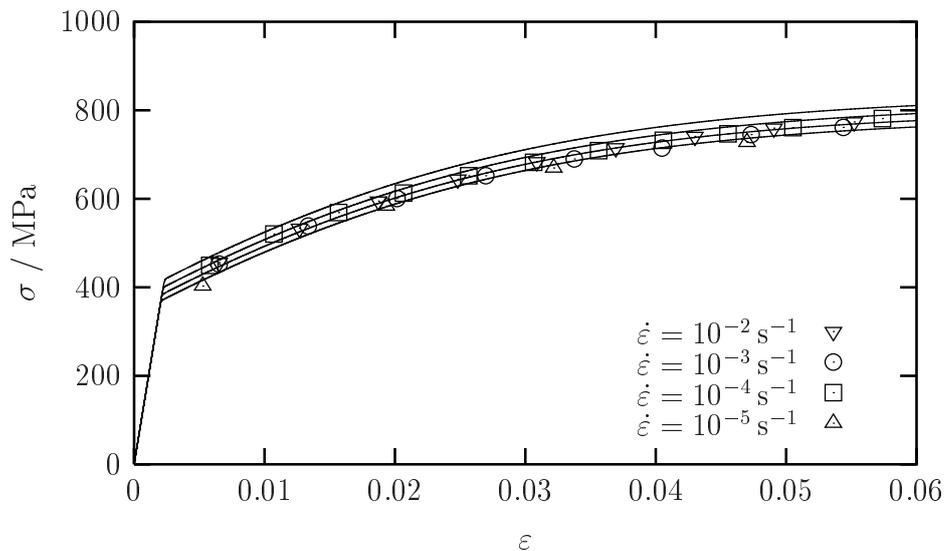


Abb. 6.9: Ergebnis der Anpassung für Ferrit/Perlit bei 300 °C

Das geschwindigkeitsunabhängige Materialverhalten von Ferrit/Perlit bei 300 °C lässt sich durch das Materialmodell nur näherungsweise beschreiben.

Da das verwendete INTERATOM-Modell als „unified modell“ nicht zwischen den Ursachen der inelastischen Dehnungen unterscheidet, lassen sich die viskosen Anteile der Modellierung in speziellen Fällen nicht vollständig unterdrücken. Dies kann bei grenzwertigem

Verhalten des Werkstoffes zu den in Abb. 6.9 gezeigten entarteten Modellparametern führen. Der Fehler ist jedoch mit einer dehnrateninduzierten Spannungsüberhöhung von $\Delta\sigma = 40$ MPa in Bezug auf das Spannungsniveau von $\sigma = 400 \div 800$ MPa gering.

6.7.6 Ferrit/Perlit bei 25 °C

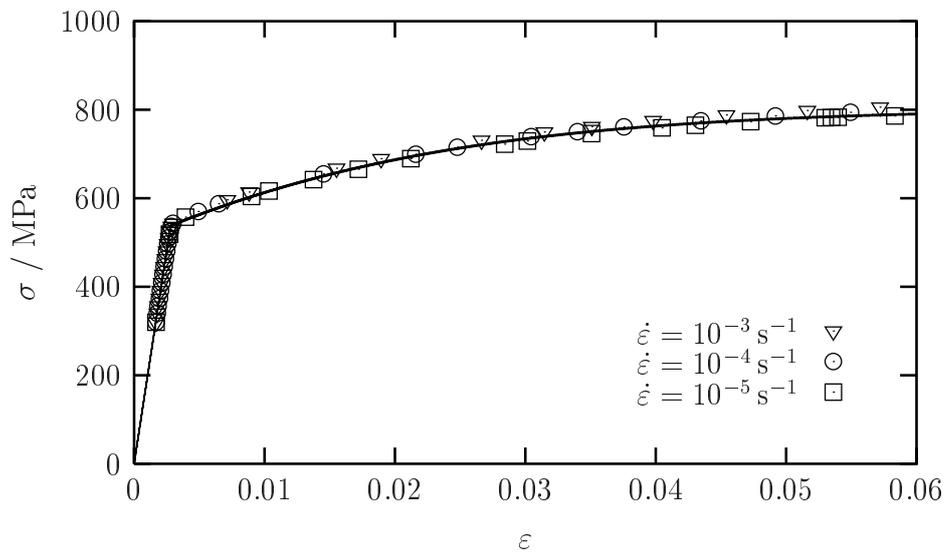


Abb. 6.10: Ergebnis der Anpassung für Ferrit/Perlit bei 25 °C

Im Gegensatz zu den Anpassungen an das Materialverhalten bei 300 °C lassen sich die Modellparameter der Zugversuche von Ferrit/Perlit bei Raumtemperatur gut bestimmen (s. Abb. 6.10), obwohl auch hier keine viskosen Effekte messbar waren.

Der Übergang in den inelastischen Bereich wird exakt abgebildet.

6.7.7 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Ferrit/Perlit

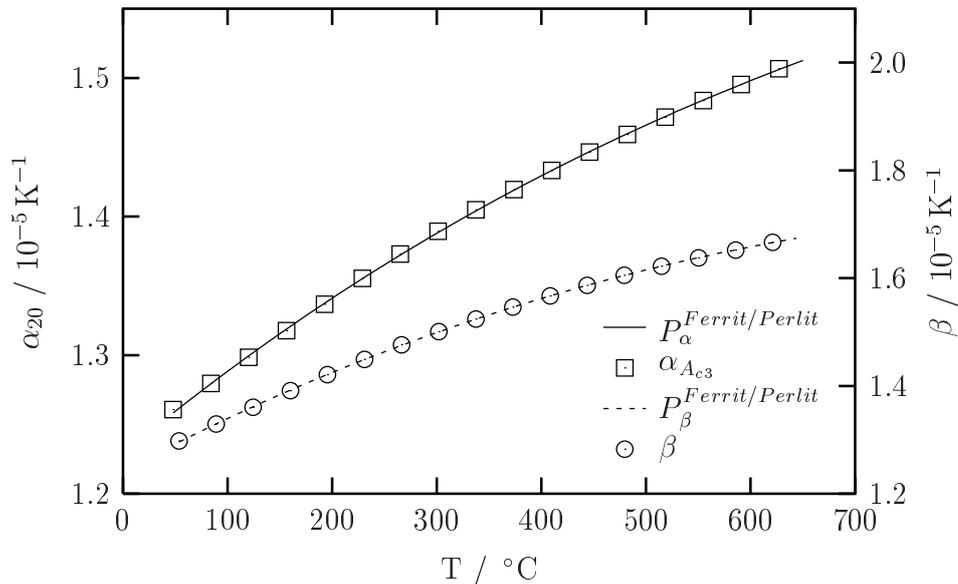


Abb. 6.11: Anpassung des mittleren linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{20}^{Ferrit/Perlit}$ und des differentiellen linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\beta^{Ferrit/Perlit}$ durch Polynome dritten Grades.

Die ermittelten Polynomkoeffizienten sind in Kapitel C.2 angegeben.

6.7.8 Bainit bei 500 $^{\circ}\text{C}$

Die Anpassung des phasenspezifischen Stoffmodells an die Messungen der bainitischen Proben bei 500 $^{\circ}\text{C}$ liefert für die Dehnraten $\dot{\epsilon} = 10^{-5}/10^{-4}/10^{-3} \text{s}^{-1}$ eine gute Abbildung der Messungen (s. Abb. 6.12). Einzig die grenzwertigen Versuche bei $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{s}^{-1}$ werden überschätzt.

Der weiche Übergang vom elastischen in das inelastische Verhalten findet sich prinzipiell auch in der numerischen Simulation. Er wird bei den Versuchen mit den Dehnraten $\dot{\epsilon} = 10^{-5} \text{s}^{-1}$ und $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{s}^{-1}$ jedoch durch einen Sprung im Tangentenmodul eingeleitet, der in den Messungen nicht enthalten ist.

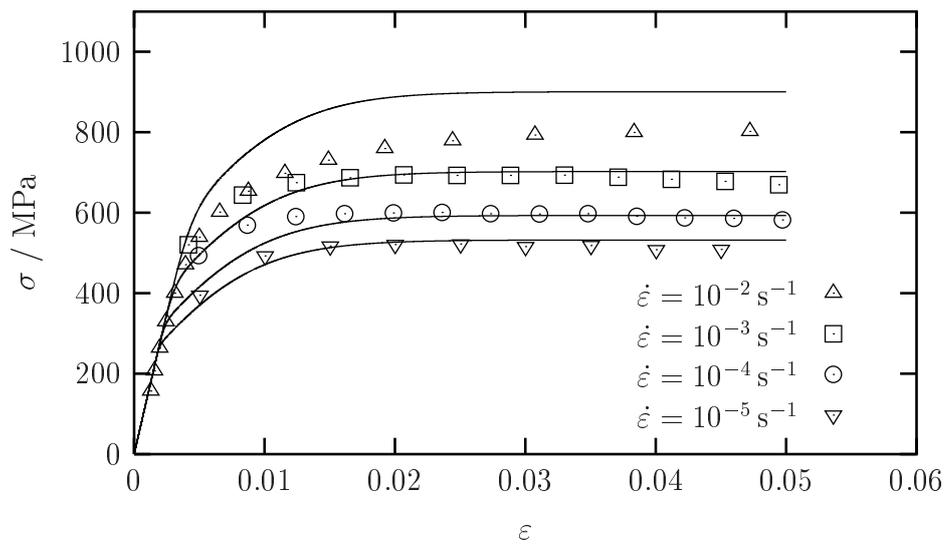


Abb. 6.12: Ergebnis der Anpassung für Bainit bei 500 °C

6.7.9 Bainit bei 25 °C

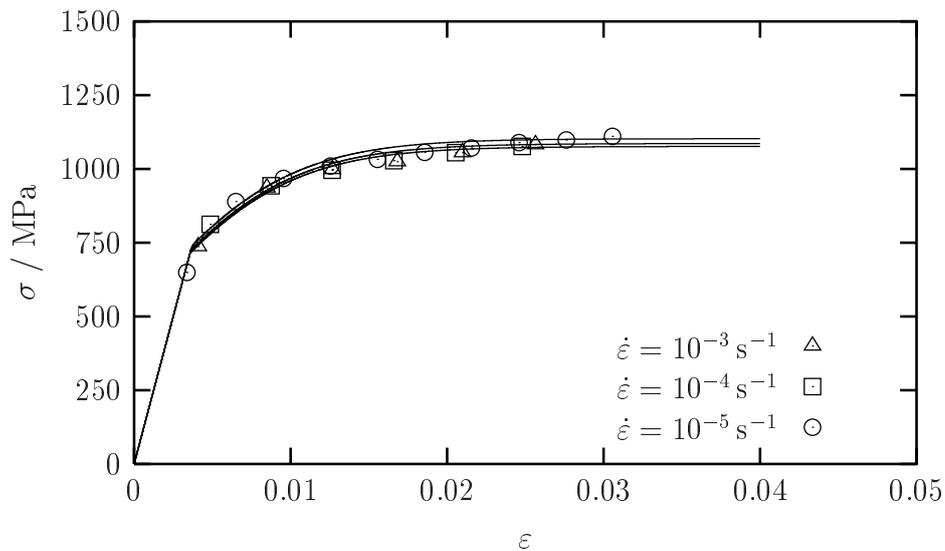


Abb. 6.13: Ergebnis der Anpassung für Bainit bei 25 °C

Auch hier zeigt die Stoffgesetzeintegration viskose Effekte, die in der Messung der bainitischen Proben bei Raumtemperatur nicht vorlagen. Der Fehler ist jedoch im Rahmen der Messgenauigkeit zu vernachlässigen. Für den elastisch-viskoplastisch Übergang gelten die in Kap. 6.7.8 aufgeführten Anmerkungen.

6.7.10 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Bainit

Die ermittelten Koeffizienten der in Abb. 6.14 dargestellten Polynomapproximation sind in Anhang C.3 angegeben.

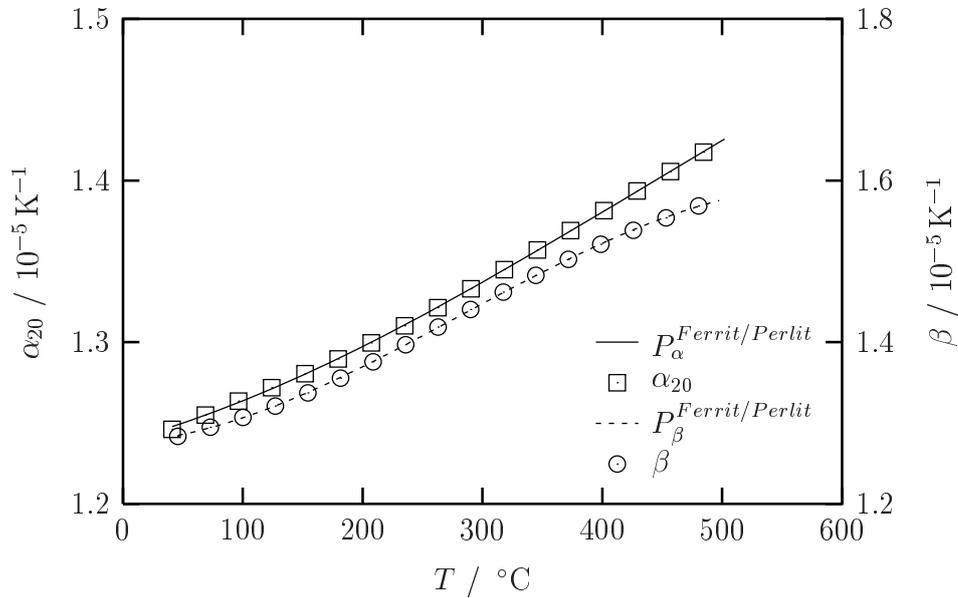


Abb. 6.14: Anpassung des mittleren linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{20}^{\text{Bainit}}$ und des differentiellen linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten β^{Bainit} durch Polynome dritten Grades.

6.7.11 Martensit bei 300°C

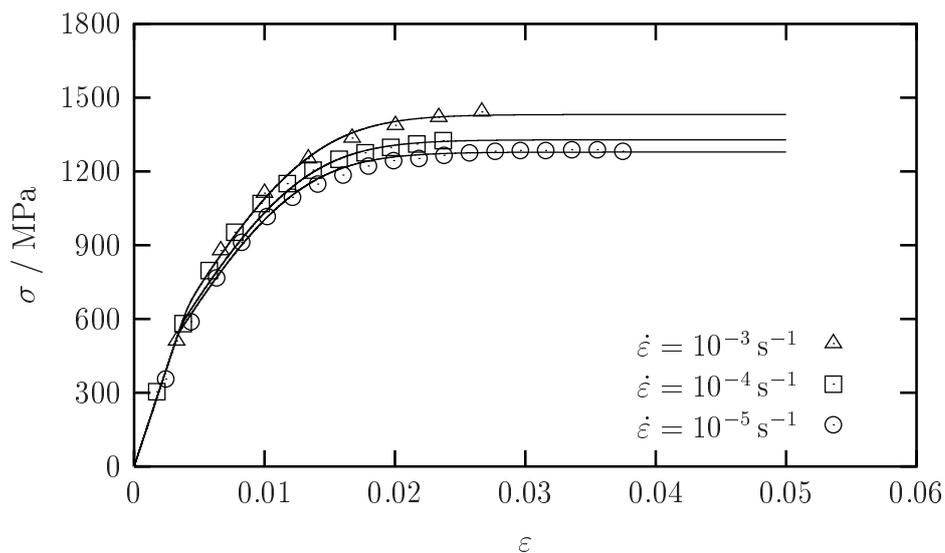


Abb. 6.15: Ergebnis der Anpassung für Martensit bei 300°C

Das Materialverhalten des Martensits bei 300 °C lässt sich mit den ermittelten Parametern sehr gut abbilden. Hierbei sind sowohl der elastisch-plastische Übergang als auch die Geschwindigkeitsabhängigkeit gut modellierbar.

6.7.12 Martensit bei 25 °C

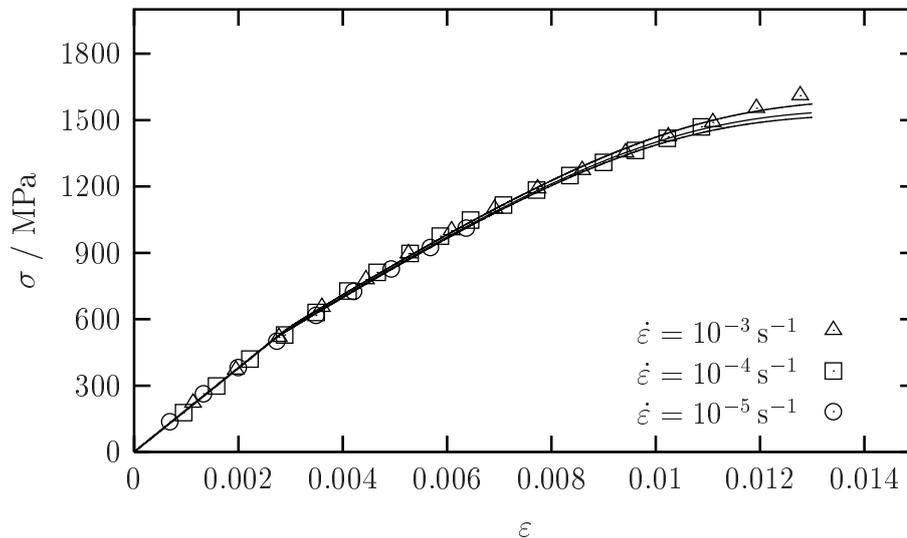


Abb. 6.16: Ergebnis der Anpassung für Martensit bei 25 °C

Auch bei Martensit bei 25 °C zeigen sich viskose Effekte in der Modellierung, die mit steigender Dehnung zunehmen, physikalisch aber nicht nachzuweisen sind. Der Fehler ist jedoch gering. Er liegt bis zu Gesamtdehnungen von $\epsilon_{ges} = 1\%$ unter der Messgenauigkeit.

6.7.13 Martensit bei 25 °C (wärmebehandelt)

Das dehnratenunabhängige Verhalten des wärmebehandelten Martensits bei Raumtemperatur wird von der Simulation gut wiedergegeben. Der Übergang vom elastischen in den plastischen Bereich wird jedoch unterschätzt. Die Ursache liegt in einer Überbewertung der Zugversuche mit der hohen Bruchdehnung von $\epsilon_{Bruch} = 5\%$. Eine verminderte Wichtung dieser Versuche führt zu einer besseren Abbildung des elastisch-plastischen Übergangs, die Anpassung des Bereiches $2.5\% < \epsilon < 5\%$ verschlechtert sich in diesem Fall jedoch.

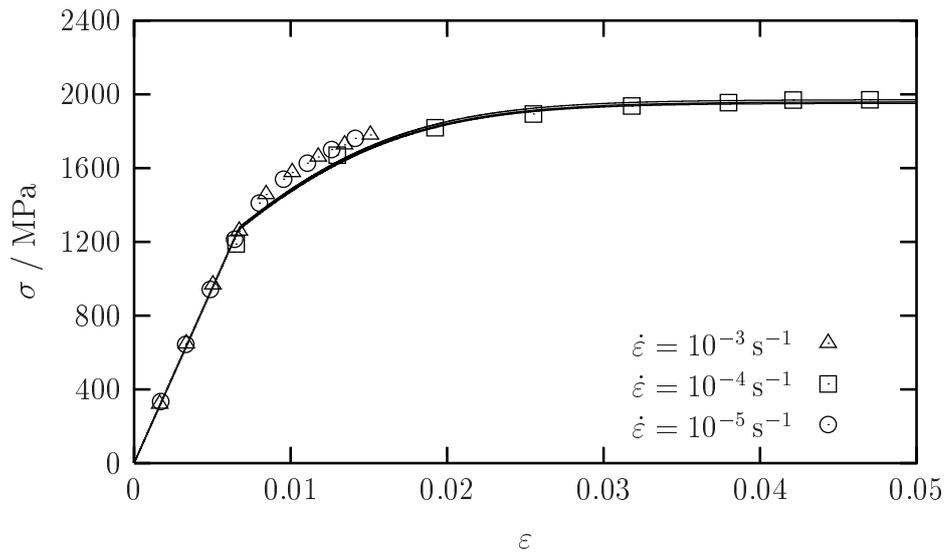


Abb. 6.17: Ergebnis der Anpassung für Martensit bei 25 °C (wärmebehandelt)

6.7.14 Wärmeausdehnungskoeffizienten von Martensit

Die Anpassung der Wärmeausdehnungskoeffizienten von Martensit an ein Polynom dritten Grades ist in Abb. 6.18 gezeigt. Die zugehörigen Polynomparameter sind in Kapitel C.4 angegeben.

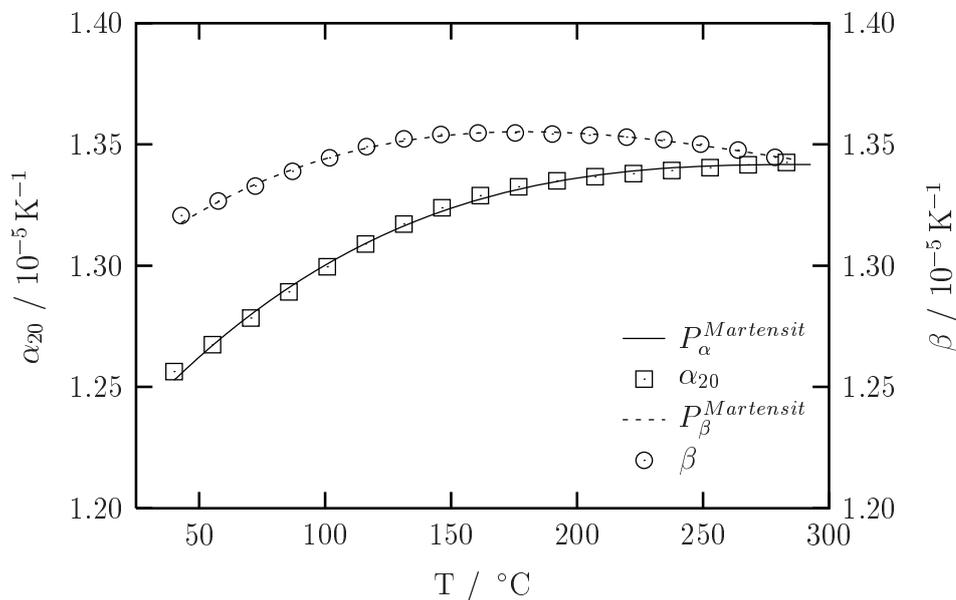


Abb. 6.18: Anpassung des mittleren linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\alpha_{20}^{Martensit}$ und des differentiellen linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten $\beta^{Martensit}$ durch Polynome dritten Grades.

6.8 Temperaturabhängigkeit der Parameter

Da die elasto-viskoplastischen Parameter aus isothermen Zugversuchen bei unterschiedlichen Temperaturen und Dehnraten bestimmt wurden, liegen sie in diskreter Form für die jeweiligen Versuchstemperaturen vor. Eine Darstellung der Temperaturabhängigkeit erhält man durch geeignete Interpolation zwischen den Parametersätzen bekannter Temperaturen.

Im Folgenden sollen einige Beispiele für die Simulation des temperaturabhängigen Materialverhaltens unterschiedlicher Phasen aufgezeigt werden.

Abb. 6.19 zeigt die Ergebnisse der Simulation für die zwischen 600 °C und 750 °C linear interpolierten viskoplastischen Freiwerte der austenitischen Phase bei einer Dehnrade von $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

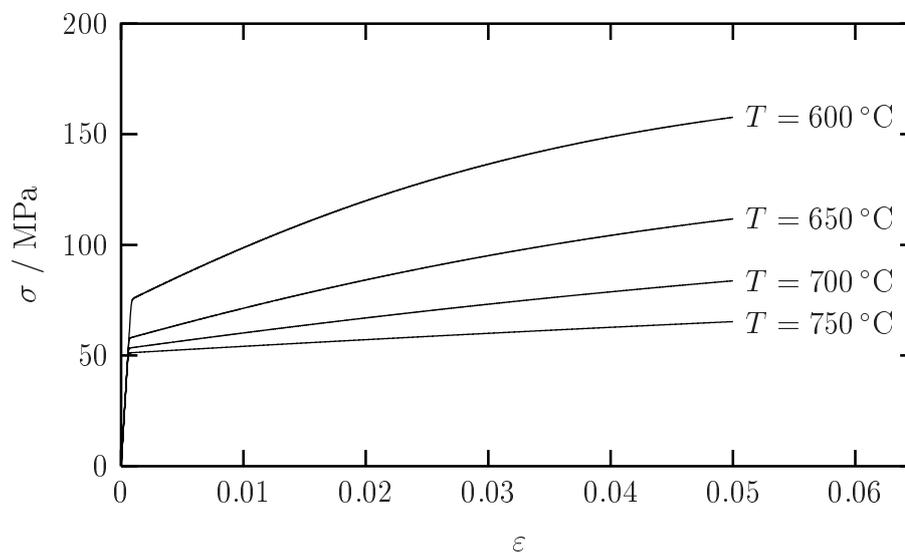


Abb. 6.19: Simulation der Temperaturabhängigkeit der viskoplastischen Stoffgesetzparameter für die austenitische Phase, $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

Für steigende Temperaturen stellen sich, wie erwartet, abnehmende Fließgrenzen und geringere Verfestigungen ein.

Am Beispiel der bainitischen Phase lässt sich der Übergang von einem dehnratenuabhängigen Verhalten bei 25 °C zu einem viskosen Verhalten bei 500 °C aufzeigen. Zur Veranschaulichung sind in Abb. 6.20 die Ergebnisse der Stoffgesetzintegration für die Dehnraten $\dot{\epsilon} = 10^{-2} / 10^{-3} / 10^{-4} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ bei den Temperaturen 25 °C, 250 °C und 500 °C dargestellt. Die Materialparameter wurden wiederum linear zwischen 25 °C und 500 °C interpoliert.

Der viskose Anteil der Spannungen nimmt mit fallender Temperatur ab. Gleichzeitig steigen die Fließgrenzen und die Elastizitätsmoduli. Die Simulation entspricht damit dem erwarteten Verhalten.

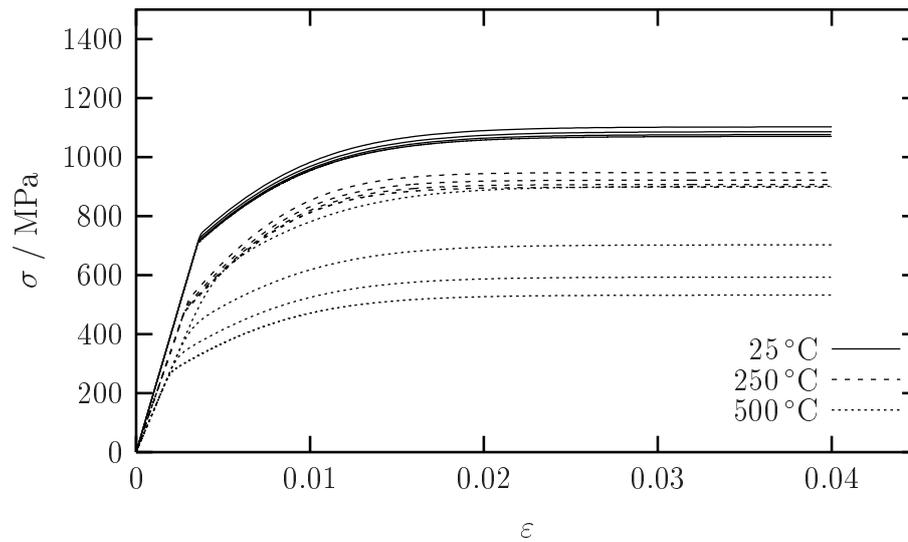


Abb. 6.20: Simulation der Temperaturabhängigkeit der viskoplastischen Stoffgesetzparameter für die bainitische Phase, $\dot{\epsilon} = 10^{-2} / 10^{-3} / 10^{-4} / 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

Da die Temperaturabhängigkeit der Parameter als nichtlinear angenommen werden muss (siehe z.B. Ergebnisse der Anpassung in [Pit88]), können sich bei unzureichenden Kenntnissen über den Parameterraum Schwierigkeiten bei der Interpolation ergeben.

Zur Veranschaulichung der Problematik ist in Abb. 6.21 die Simulation des temperaturabhängigen Dehnungsverhaltens für Ferrit/Perlit im Temperaturbereich zwischen 300 °C und 650 °C dargestellt. Die Stoffgesetzparameter wurden aus den bekannten Werten bei den Temperaturen 300 °C und 650 °C linear interpoliert.

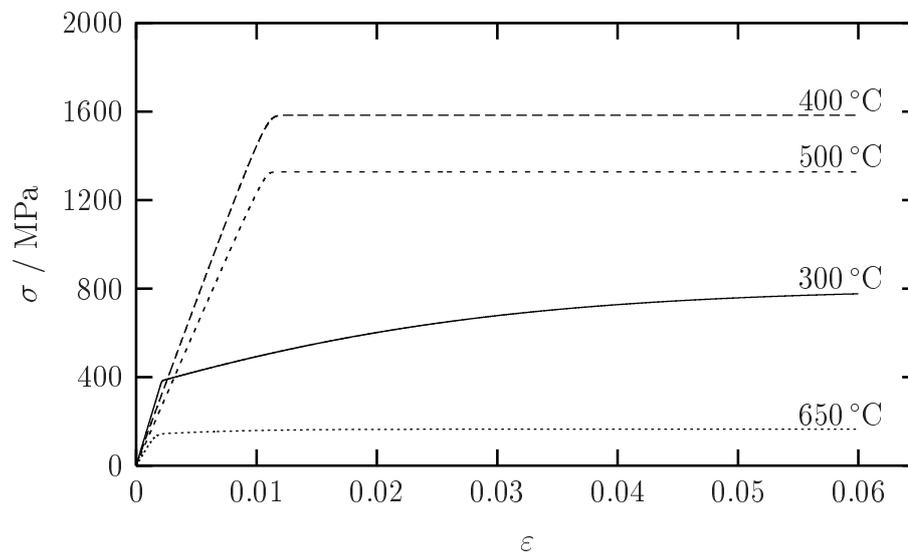


Abb. 6.21: Simulation der Temperaturabhängigkeit der viskoplastischen Stoffgesetzparameter für die ferritisch/perlitische Phase, $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

Die interpolierten Parametervektoren liefern hier keine sinnvollen Ergebnisse.

Die Gründe liegen in den zum Teil „entarteten“ Ergebnissen der Optimierung. Durch die Verwendung eines viskoplastischen Modells lässt sich grenzwertiges Verhalten, wie es z.B. bei vernachlässigbaren viskosen Effekten vorliegt, oftmals nur durch extreme Parameterwerte erreichen. Aus diesem Grund wird die Abhängigkeit der Parametervektoren von der Temperatur hochgradig nichtlinear.

Eine verbesserte Voraussage der Temperaturabhängigkeit lässt sich durch zusätzliche Kenntnisse über die Topologie des Parameterraumes erzielen. Hierzu müssen isotherme Zugversuche für weitere Temperaturniveaus durchgeführt werden, wobei die Temperaturen, die mit einem Wechsel des Materialverhaltens einhergehen, von besonderem Interesse sind. Auf diese Weise gelangt man zu Interpolationen höherer Ordnung.

Desweiteren besteht die Möglichkeit, den Definitionsbereich der Parametervektoren bei der Identifikation einzuschränken. Da die für eine optimale Anpassung notwendigen extremen Parameter nicht erreichbar sind, wird die Anpassung für dieses Temperaturniveau suboptimal. Unter Berücksichtigung der Auswirkungen auf interpolierte Parameter kann sich die Qualität einer globaleren Optimierung aber durchaus verbessern.

6.9 Abschliessende Bemerkungen

Die ermittelten Freiwerte der Stoffgesetzformulierung bilden das Materialverhalten in dem betrachteten Temperatur- und Dehnratenbereich hinreichend genau ab. Das verwendete Stoffgesetz ist dabei gleichermaßen für viskoses wie für dehnratenunabhängiges Materialverhalten geeignet. Durch die Form eines „unified model“, das nicht zwischen plastischen und viskosen Effekten unterscheidet, lassen sich die viskosen Effekte jedoch bei dehnratenunabhängigem Verhalten nicht immer vollständig unterdrücken.

Die Versuche mit hoher Verzerrungsgeschwindigkeit werden bei viskosem Verhalten teilweise überschätzt. Hier ist zu prüfen, ob eine modifizierte Überspannungsfunktion eine Verbesserung der Abbildung liefern kann.

Ähnliches gilt für die Modellierung von Kriecheffekten, die bei den quasistatischen Deformationsprozessen einiger Phasen bei hohen Temperaturen in Erscheinung treten. Eine Abbildung dieser Effekte ist nur durch eine Erweiterung des viskoplastischen Basismodells möglich. Vorschläge hierzu existieren z.B. von ROTT [Rot91] und WESTERHOFF [Wes95].

Das temperaturabhängige Verhalten der Materialien kann beschrieben werden. Hierbei ist es möglich, den Übergang von einem dehnratenunabhängigen zu einem viskosen Verhalten zu modellieren. Da die Stoffgesetzparameter in Bezug auf die Temperatur hochgradig nichtlinear sind, bedarf es zusätzlicher Versuche, um dieser Nichtlinearität Rechnung zu tragen.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Arbeit war die Identifikation von Stoffgesetzparametern eines Materialmodells, das die bei der Abkühlung von Stählen auftretenden Festkörper-Phasentransformationen berücksichtigt.

Hierzu wurden die bei Abschreckvorgängen auftretenden Umwandlungen nebst ihrer Kinetik vorgestellt und die für eine Materialmodellierung maßgeblichen Phänomene beschrieben.

Aufbauend auf den Ergebnissen ESHELBY'S zum Einschlussproblem und den Erweiterungen von BUDIANSKY und WU bzw. KRÖNER wurden die konstitutiven Gleichungen einer selbstkonsistenten Mikro-Makro-Koppelung mehrphasiger Gemische nach KAEMPF hergeleitet.

Hierbei wurden sowohl auf Makro- wie auch auf Phasenebene ein elasto-viskoplastisches Materialverhalten in der Form eines „unified model“ und differierende Wärmedehnungen postuliert. Den Phasenumwandlungen wurde zum einen durch transformationsinduzierte Volumendehnungen, zum anderen durch eine Berücksichtigung des bei der Umwandlung übertragenen Verfestigungszustands Rechnung getragen. Da das Materialmodell über einen großen Temperaturbereich Verwendung finden soll, wurden alle Stoffgesetzparameter temperaturabhängig eingeführt.

Zur Bestimmung der in der Materialmodellierung enthaltenen Freiwerte wurde eine Versuchsapparatur entwickelt, die es gestattet, alle zu untersuchenden Gefüge herzustellen und einer gekoppelten thermomechanischen Belastung zu unterziehen. Das Aufheizen der Prüfkörper geschieht dabei durch geregelte Widerstandserwärmung, die Abkühlung durch geregeltes Anblasen mit gasförmigen oder flüssigen Kühlmedien. Die mechanische Belastung wird durch eine Universalprüfmaschine aufgebracht.

Die Regelung des Gesamtsystems erfolgt durch ein dezentrales Regelsystem auf Computerbasis, bei dem ein zentraler Steuerrechner die thermische und die mechanische Belastung koordiniert und die Messwerte aufzeichnet. Aufgrund der hohen thermischen Dynamik, der bei grenzwertigen Regelungen notwendigen Flexibilität in der Programmierung und der Ansprüche an erweiterte Kommunikationsmöglichkeiten erfolgte die Regelung der Temperatur in Form eines Digitalrechners, auf dem ein digitaler Regelalgorithmus in Geschwindigkeitsform realisiert wurde. Die erzielte Regelgüte ist selbst bei grenzwertigen Prozessen, wie sie z.B. bei dem Abschrecken eines austenitischen Gefüges auf die Temperatur einer isothermen Umwandlung gefordert werden, sehr gut.

Um den hohen Temperaturraten und der Schrittspannungsproblematik bei der Widerstandserwärmung Rechnung zu tragen, wurde ein neuartiges Schweißverfahren für Thermoelemente entwickelt. Dieses garantiert auch bei hoher thermischer Dynamik eine optimale

thermische Kopplung der Thermoelente an den Prüfkörper und stellt die Unabhängigkeit der gemessenen Thermospannung vom Probenstrom sicher.

Eine grenzwertige Prozessführung ermöglicht die versuchstechnische Entkoppelung der in der Materialmodellierung enthaltenen Phänomene. In diesem Sinn wurden isotherme Zugversuche einphasiger Gemische bei unterschiedlichen Dehnraten und Temperaturen durchgeführt, um die elasto-viskoplastischen Stoffgesetzparameter auf Phasenebene zu bestimmen. Die phasenspezifischen Ausdehnungskoeffizienten wurden aus dem Verformungsverhalten einphasiger Materialien unter instationären Temperaturbelastungen abgeleitet. Zur Ermittlung der transformatorischen Volumendehnung wurden lastfreie Umwandlungen analysiert. Die bei der Transformation von der Ausgangsphase in die Tochterphase übertragene Verfestigung konnte durch den Vergleich des Verformungsverhaltens von Proben mit plastischer und ohne plastische Vordeformation in der austenitischen Ausgangsphase analysiert werden. Es wurde nachgewiesen, dass der Verfestigungszustand der Tochterphase vollständig unabhängig von der Verfestigung der Ausgangsphase ist.

Die Freiwerte der Materialmodellierung wurden mit Hilfe eines parallelisierten Evolutionsalgorithmus an die Messwerte angepasst. Die Implementierung in Form einer rechenclustergestützten massiven Parallelisierung vereint die Vorteile stochastischer Verfahren in Bezug auf die globale Optimalität der Lösung, ohne die im Vergleich zu deterministischen Verfahren ungleich höheren Rechenzeiten in Kauf nehmen zu müssen.

Mit den ermittelten Stoffgesetzparametern kann das Materialverhalten zufriedenstellend abgebildet werden. Hierbei lassen sich durch das gewählte viskoplastische Basismodell sowohl Versuche mit wie auch ohne Dehnratenabhängigkeit darstellen. Bei letzteren ergeben sich jedoch zum Teil extreme Parametervektoren.

Die Temperaturabhängigkeit der Stoffgesetzparameter wird durch eine Interpolation zwischen den Parametervektoren bei bekannten Temperaturen erreicht. Hierbei konnte u.a. der Übergang von einem dehnratenunabhängigen Verhalten in ein viskoses abgebildet werden. Durch die hohe Nichtlinearität der Temperaturabhängigkeit bedarf es jedoch im Übergangsbereich von nicht viskosem zu viskosem Verhalten zusätzlicher Messungen, um die Kenntnisse über die Topologie des Parameterraumes zu vergrößern.

Eine Erweiterung der Arbeit ist in Bezug auf die Materialmodellierung, auf die Simulation und auf die zur Parameteridentifikation durchgeführten Versuche möglich.

Auf der Ebene des Stoffgesetzes können weitere, bisher vernachlässigte Phänomene berücksichtigt werden. Hier ist z.B. die Implementierung einer spannungs- und verformungsabhängigen Transformationskinetik, wie sie in Kap. 2.1 und 2.2 angedeutet worden ist, sinnvoll. Desweiteren können die bei hohen Temperaturen oftmals auftretenden Kriecheffekte durch eine Modifikation der Überspannungsfunktion, wie z.B. in [Rot91] oder [Wes95] vorgeschlagen, mit einbezogen werden. Ebenso ist eine Erweiterung um die kinematische Verfestigung zur Beschreibung zyklischer Versuche möglich.

Für Strukturrechnungen kann das komplexe gekoppelte Feldproblem in Form eines ortsdiskreten Verfahrens, z.B. nach der Methode der Finiten Elemente, implementiert werden.

Versuchsseitig können gekoppelte Belastungen an die Stelle der bisher grenzwertigen Prozessführungen treten. Hierbei sind Zugversuchen unter fortschreitender Umwandlung, wie z.B. in Kap. 5.1.2 gezeigt, oder Zugversuche an mehrphasiger Gemische für die Parameteridentifikation bzw. -validierung von großem Interesse. In diesem Rahmen kann das bisher als „einphasiges Mischgefüge“ betrachtete Phasengemisch aus Ferrit und Perlit in die Einzelphasen aufgelöst werden. Die Verwendung von Rohrproben erlaubt die kombinierte Belastung aus Zug/Druck und Torsion unter einem homogenen Spannungszustand. Dies ist z.B. für eine Analyse der maßgeblichen Einflussfaktoren der Transformationskinetik notwendig.

Neben den mit der dargestellten Prüfanordnung durchführbaren Untersuchungen sind Analysen der resultierenden Spannungs- und Verformungszustände von großem Interesse. So lassen sich mit Hilfe röntgenographischer Methoden die oberflächennahen Eigenspannungszustände bestimmen und mit den Ergebnissen der Gesamtsimulation vergleichen. Untersuchungen an Mikrodehnungsfeldern auf der Probenoberfläche führen auf Dehnungs- und Spannungsfelder auf der Mesoskala, die z.B. Aufschluss über die Phasenspannungen oder die Verformungsmechanismen bei der Umwandlung geben können.

Letztendlich müssen die Parameter der Stoffmodellierung im Rahmen einer globalen Optimierung gleichzeitig an alle durchgeführten Messungen angepasst werden.

A. Linearisierung der Thermoelementenkennlinie

Die Linearisierung der Thermoelementenkennlinie geschieht bereichsabhängig mit folgenden Polynomansätzen:

Bereich	Polynom	i	Parameter d_i
$-200\text{ °C} < T < 0\text{ °C}$	$T[\text{°C}] = \sum_{i=1}^n d_i U_{th}^i$	1	$2,5173462 \cdot 10^{-2}$
		2	$-1,1662878 \cdot 10^{-6}$
		3	$-1,0833638 \cdot 10^{-9}$
		4	$-8,9773540 \cdot 10^{-13}$
		5	$-3,7342377 \cdot 10^{-16}$
		6	$-8,6632643 \cdot 10^{-20}$
		7	$-1,0450598 \cdot 10^{-23}$
		8	$-5,1920577 \cdot 10^{-28}$
$0\text{ °C} < T < 500\text{ °C}$	$T[\text{°C}] = \sum_{i=1}^n d_i U_{th}^i$	1	$2,508355 \cdot 10^{-2}$
		2	$7,860106 \cdot 10^{-8}$
		3	$-2,503131 \cdot 10^{-10}$
		4	$8,31527 \cdot 10^{-14}$
		5	$-1,228034 \cdot 10^{-17}$
		6	$9,804036 \cdot 10^{-22}$
		7	$-4,413030 \cdot 10^{-26}$
		8	$1,057734 \cdot 10^{-30}$
		9	$-1,052755 \cdot 10^{-35}$
$500\text{ °C} < T < 1372\text{ °C}$	$T[\text{°C}] = \sum_{i=0}^n d_i U_{th}^i$	0	$-1,318058 \cdot 10^2$
		1	$4,830222 \cdot 10^{-2}$
		2	$-1,646031 \cdot 10^{-6}$
		3	$5,464731 \cdot 10^{-11}$
		4	$-9,650715 \cdot 10^{-16}$
		5	$8,802193 \cdot 10^{-21}$
6	$-3,110810 \cdot 10^{-26}$		

B. Differentialgleichungssystem

Mikro–Makro–Kopplung:

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_i \xi_i \boldsymbol{\tau}_{(i)}$$

und

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(a)} = \mathbf{E}_{(a)} \mathbf{M} \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{E}_{(a)} [\mathbf{I} - \mathbf{S}_{(a)}] \left[(\mathbf{B} - \mathbf{B}_{(a)}) \dot{\theta} + \Omega^{cp} \langle\langle \mathbf{n} \rangle\rangle - \omega_{(a)}^{cp} \langle\langle \mathbf{n}_{(a)} \rangle\rangle + \Delta \Omega_{(a)}^{vtr} \right]$$

mit

$$\Delta \Omega_{(a)}^{vtr} = A_{(a \rightarrow b)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow b)} (1 - 2\xi_b) \dot{\xi}_b \mathbf{I} + A_{(a \rightarrow c)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow c)} (1 - 2\xi_c) \dot{\xi}_c \mathbf{I} \quad .$$

Beschreibung auf Makroebene:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2G} \left(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} - \frac{\nu}{\nu + 1} \text{tr}(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}) \mathbf{I} \right) + \left\langle\left\langle \gamma \Phi(\Lambda) \frac{\frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \sigma}}{\left\| \frac{\partial f_{\sigma}}{\partial \sigma} \right\|} \right\rangle\right\rangle + \alpha(\Theta) \dot{\Theta} \mathbf{I} + \Omega^{vtr}$$

mit

$$\Lambda = \sqrt{f} - \sqrt{g} \quad ,$$

$$\Phi(\Lambda) = 1 - \exp(-c_4 \Lambda^{c_5}) \quad ,$$

$$g(\kappa) = \frac{2}{3} \sigma_0^2 [1 + (c_2 - 1)(1 - \exp(-c_1 \kappa))] \quad ,$$

und

$$\Omega^{vtr} = A_{(a \rightarrow b)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow b)} \dot{\xi}_b \mathbf{I} + A_{(a \rightarrow c)}^{vtr} \epsilon_{(a \rightarrow c)} \dot{\xi}_c \mathbf{I} \quad .$$

Beschreibung auf Phasenebene (z.B. für die Phase b):

$$\mathbf{d}_{(b)} = \frac{1}{2G} \left(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(b)} - \frac{\nu_{(b)}}{\nu_{(b)} + 1} \text{tr}(\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}_{(b)}) \mathbf{I} \right) + \left\langle\left\langle \gamma_{(b)} \Phi_{(b)}(\Lambda_{(b)}) \frac{\frac{\partial f_{\sigma_{(b)}}}{\partial \sigma_{(b)}}}{\left\| \frac{\partial f_{\sigma_{(b)}}}{\partial \sigma_{(b)}} \right\|} \right\rangle\right\rangle + \alpha_{(b)}(\Theta) \dot{\Theta} \mathbf{I}$$

mit

$$\Lambda_{(b)} = \sqrt{f_{(b)}} - \sqrt{g_{(b)}} \quad ,$$

$$\Phi_{(b)}(\Lambda_{(b)}) = 1 - \exp(-c_{4(b)} \Lambda^{c_5(b)})$$

und

$$g_{(b)}(\kappa_{(b)}) = \frac{2}{3} \sigma_{0(b)}^2 [1 + (c_{2(b)} - 1)(1 - \exp(-c_{1(b)} \kappa_{(b)}))] \quad .$$

interne Variablen:

$$\dot{\kappa}_{(b)} = \dot{\kappa}_{(b)}^{cp} + \dot{\kappa}_{(b)}^{tr}$$

mit

$$\dot{\kappa}_{(b)}^{cp} = 2\gamma_{(b)} \frac{\Lambda_{(b)}}{E_{(b)}} \left(1 + \frac{\Lambda_{(b)}}{c_{4(b)}}\right)^{c_5(b)} \langle \sqrt{g_{(b)}} \rangle$$

und

$$\dot{\kappa}_{(b)}^{tr} = A_{(a \rightarrow b)}^{tr}(\xi_a) \kappa_{(a)} \Big|_{t_0} \dot{\xi}_b \quad .$$

Thermisches Problem:

$$\rho c \dot{\Theta} + \rho L_\alpha \dot{\xi}_\alpha - (\lambda_i \Theta_{,i})_{,i} = \rho r \quad .$$

Umwandlungskinetik:

$$\tau_u + \Delta \tau_u \xi_i = 1 - \exp \left[-T + \Delta T a_i \left(\left[-\frac{1}{T + \Delta T a_i} \ln \left(1 - \frac{\tau_u \xi_i}{\max \xi_i} \right) \right]^{T + \Delta T b_i^{-1}} + \Delta \tau_u \right)^{T + \Delta T b_i} \right]$$

bzw.

$$\tau_u + \Delta \tau_u \xi_i = \left(\max \xi_i \tau_u + \Delta \tau_u \tilde{\xi}_i - \tau_u \xi_i \right) (\xi_{Austenit} + \tau_u \xi_i) + \tau_u \xi_i$$

und

$$\xi_{Martensit} = \xi_{Martensit}^{\max} \left\{ 1 - \exp(-k(M_s - T)) \right\} \quad .$$

C. Materialparameter

Nachfolgend sind die Materialparameter des in Kapitel 3 dargestellten Stoffgesetzes nach der in Kapitel 6 erfolgten Anpassung an die durchgeführten Versuche aufgelistet.

Für die Phasen Austenit, Ferrit/Perlit, Bainit und Martensit wurden die Freiwerte

- c_1 und c_2 der isotropen Verfestigungsfunktion

$$g(\kappa) = \frac{2}{3} \sigma_0^2 \left[1 + (c_2 - 1)(1 - \exp[c_1 \kappa]) \right],$$

- c_4 und c_5 der Materialfunktion

$$\Phi(\Lambda) = 1 - \exp \left[-c_4 \left(\frac{\Lambda}{\bar{\Lambda}} \right)^{c_5} \right],$$

mit der Anpassungskonstanten $\bar{\Lambda} = 1$ MPa um eine Dimensionslosigkeit des Argumentes zu erzwingen

- Viskositätskonstante γ in der Berechnung des inelastischen Dehnungszinkrementes

$$\dot{\epsilon}_i = \langle \langle \gamma \Phi \mathbf{n} \rangle \rangle = \left\langle \left\langle \gamma \Phi \frac{\frac{\partial f_\sigma}{\partial \sigma}}{\left\| \frac{\partial f_\sigma}{\partial \sigma} \right\|} \right\rangle \right\rangle,$$

- Elastizitätsmodul E ,
- initiale Fließgrenze σ_0 und
- mittlerer linearer und differentieller Wärmeausdehnungskoeffizient α_{20} und β in Form von approximierenden Polynomen P_α und P_β

des elasto-viskoplastischen Materialmodells auf Phasenebene ermittelt.

Zusätzlich wurden für die Umwandlungen Austenit→Ferrit/Perlit, Austenit→Bainit und Austenit→Martensit die umwandlungsspezifischen Stoffgesetzparameter

- $A_{(Aust \rightarrow x)}^{tr}$ der übertragenen Verfestigung und
- $A_{(Aust \rightarrow x)}^{vtr}$ der transformationsbedingten Volumendehnung

bestimmt.

C.1 Austenit

Austenit bei 750 °C:

$$\begin{aligned}
 c_1^{Aust}(750\text{ °C}) &= 1,380410 \cdot 10^{-1} \text{ MPa}^{-1} \\
 c_2^{Aust}(750\text{ °C}) &= 6,184709 \cdot 10^0 \text{ [-]} \\
 c_4^{Aust}(750\text{ °C}) &= 1,997583 \cdot 10^{-9} \text{ [-]} \\
 c_5^{Aust}(750\text{ °C}) &= 4,877238 \cdot 10^0 \text{ [-]} \\
 \sigma_0^{Aust}(750\text{ °C}) &= 3,0 \cdot 10^1 \text{ MPa} \\
 E^{Aust}(750\text{ °C}) &= 9,0 \cdot 10^4 \text{ MPa} \\
 \gamma^{Aust}(750\text{ °C}) &= 2,788596 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}
 \end{aligned}$$

Austenit bei 600 °C:

$$\begin{aligned}
 c_1^{Aust}(600\text{ °C}) &= 2,761028 \cdot 10^{-1} \text{ MPa}^{-1} \\
 c_2^{Aust}(600\text{ °C}) &= 9,141548 \cdot 10^0 \text{ [-]} \\
 c_4^{Aust}(600\text{ °C}) &= 5,000003 \cdot 10^{-12} \text{ [-]} \\
 c_5^{Aust}(600\text{ °C}) &= 6,286389 \cdot 10^0 \text{ [-]} \\
 \sigma_0^{Aust}(600\text{ °C}) &= 5,0 \cdot 10^1 \text{ MPa} \\
 E^{Aust}(600\text{ °C}) &= 9,0 \cdot 10^4 \text{ MPa} \\
 \gamma^{Aust}(600\text{ °C}) &= 6,249279 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}
 \end{aligned}$$

Wärmeausdehnungskoeffizienten Austenit:

Die Parameter der approximierenden Polynome

$$P_\alpha^{Aust} = \sum_{i=0}^3 a_i^{Aust} \left(\frac{T}{\text{°C}} \right)^i \quad \text{und} \quad P_\beta^{Aust} = \sum_{i=0}^3 b_i^{Aust} \left(\frac{T}{\text{°C}} \right)^i$$

ergeben sich zu

i	a_i^{Aust}	b_i^{Aust}
0	$1,74388 \cdot 10^{-04}$	$9,85430 \cdot 10^{-05}$
1	$-7,05968 \cdot 10^{-07}$	$-3,96988 \cdot 10^{-07}$
2	$1,11356 \cdot 10^{-09}$	$7,07208 \cdot 10^{-10}$
3	$-5,92453 \cdot 10^{-13}$	$-4,17306 \cdot 10^{-13}$

C.2 Ferrit/Perlit

Ferrit/Perlit bei 650 °C:

$$\begin{aligned}
 c_1^{Fe/Pe} (650 \text{ °C}) &= 9,741069 \cdot 10^0 && MPa^{-1} \\
 c_2^{Fe/Pe} (650 \text{ °C}) &= 2,536213 \cdot 10^2 && [-] \\
 c_4^{Fe/Pe} (650 \text{ °C}) &= 7,313705 \cdot 10^{-17} && [-] \\
 c_5^{Fe/Pe} (650 \text{ °C}) &= 6,220164 \cdot 10^0 && [-] \\
 \sigma_0^{Fe/Pe} (650 \text{ °C}) &= 1,359196 \cdot 10^0 && MPa \\
 E^{Fe/Pe} (650 \text{ °C}) &= 9,000 \cdot 10^4 && MPa \\
 \gamma^{Fe/Pe} (650 \text{ °C}) &= 1,151114 \cdot 10^{-1} && s^{-1}
 \end{aligned}$$

Ferrit/Perlit bei 300 °C:

$$\begin{aligned}
 c_1^{Fe/Pe} (300 \text{ °C}) &= 8,546424 \cdot 10^0 && MPa^{-1} \\
 c_2^{Fe/Pe} (300 \text{ °C}) &= 7,121553 \cdot 10^2 && [-] \\
 c_4^{Fe/Pe} (300 \text{ °C}) &= 1,749086 \cdot 10^{-17} && [-] \\
 c_5^{Fe/Pe} (300 \text{ °C}) &= 2,034701 \cdot 10^0 && [-] \\
 \sigma_0^{Fe/Pe} (300 \text{ °C}) &= 2,5 \cdot 10^2 && MPa \\
 E^{Fe/Pe} (300 \text{ °C}) &= 1,80 \cdot 10^5 && MPa \\
 \gamma^{Fe/Pe} (300 \text{ °C}) &= 1,067071 \cdot 10^{-1} && s^{-1}
 \end{aligned}$$

Ferrit/Perlit bei 25 °C:

$$\begin{aligned}
 c_1^{Fe/Pe} (25 \text{ °C}) &= 7,097021 \cdot 10^{-2} && MPa^{-1} \\
 c_2^{Fe/Pe} (25 \text{ °C}) &= 2,253699 \cdot 10^0 && [-] \\
 c_4^{Fe/Pe} (25 \text{ °C}) &= 5,723791 \cdot 10^{-14} && [-] \\
 c_5^{Fe/Pe} (25 \text{ °C}) &= 1,124108 \cdot 10^1 && [-] \\
 \sigma_0^{Fe/Pe} (25 \text{ °C}) &= 5,3 \cdot 10^2 && MPa \\
 E^{Fe/Pe} (25 \text{ °C}) &= 1,92 \cdot 10^5 && MPa \\
 \gamma^{Fe/Pe} (25 \text{ °C}) &= 7,601573 \cdot 10^{-1} && s^{-1}
 \end{aligned}$$

Wärmeausdehnungskoeffizienten Ferrit/Perlit:

Die Parameter der approximierenden Polynome

$$P_{\alpha}^{Fe/Pe} = \sum_{i=0}^3 a_i^{Fe/Pe} \left(\frac{T}{^{\circ}\text{C}} \right)^i \quad \text{und} \quad P_{\beta}^{Fe/Pe} = \sum_{i=0}^3 b_i^{Fe/Pe} \left(\frac{T}{^{\circ}\text{C}} \right)^i$$

ergeben sich zu

i	$a_i^{Fe/Pe}$	$b_i^{Fe/Pe}$
0	$1,22916 \cdot 10^{-05}$	$1,24245 \cdot 10^{-05}$
1	$6,25450 \cdot 10^{-09}$	$-1,03114 \cdot 10^{-08}$
2	$-3,45396 \cdot 10^{-12}$	$-6,09592 \cdot 10^{-12}$
3	$8,31717 \cdot 10^{-16}$	$7,60372 \cdot 10^{-16}$

Übertragene Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Ferrit/Perlit:

$$A_{(Aust \rightarrow Fe/Pe)}^{tr} = 0 \quad .$$

Transformatorische Volumendehnung bei der Umwandlung Austenit→Ferrit/Perlit:

$$A_{(Aust \rightarrow Fe/Pe)}^{vtr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Fe/Pe)} = 0,0027 \quad .$$

C.3 Bainit

Bainit bei 500 °C:

$$\begin{aligned} c_1^{Bai} (500^{\circ}\text{C}) &= 5,684365 \cdot 10^{-1} && \text{MPa}^{-1} \\ c_2^{Bai} (500^{\circ}\text{C}) &= 5,160959 \cdot 10^0 && [-] \\ c_4^{Bai} (500^{\circ}\text{C}) &= 5,000000 \cdot 10^{-12} && [-] \\ c_5^{Bai} (500^{\circ}\text{C}) &= 3,978202 \cdot 10^0 && [-] \\ \sigma_0^{Bai} (500^{\circ}\text{C}) &= 2,0 \cdot 10^2 && \text{MPa} \\ E^{Bai} (500^{\circ}\text{C}) &= 1,40 \cdot 10^5 && \text{MPa} \\ \gamma^{Bai} (500^{\circ}\text{C}) &= 8,190911 \cdot 10^{-2} && \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

Bainit bei 25 °C:

$$\begin{aligned}
c_1^{Bai} (25 \text{ °C}) &= 2,288231 \cdot 10^{-1} \text{ MPa}^{-1} \\
c_2^{Bai} (25 \text{ °C}) &= 2,293781 \cdot 10^0 \text{ [-]} \\
c_4^{Bai} (25 \text{ °C}) &= 5,207940 \cdot 10^{-9} \text{ [-]} \\
c_5^{Bai} (25 \text{ °C}) &= 4,849656 \cdot 10^0 \text{ [-]} \\
\sigma_0^{Bai} (25 \text{ °C}) &= 7,0 \cdot 10^2 \text{ MPa} \\
E^{Bai} (25 \text{ °C}) &= 2,00 \cdot 10^5 \text{ MPa} \\
\gamma^{Bai} (25 \text{ °C}) &= 4,383521 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}
\end{aligned}$$

Wärmeausdehnungskoeffizienten Bainit:

Die Parameter der approximierenden Polynome

$$P_\alpha^{Bai} = \sum_{i=0}^3 a_i^{Bai} \left(\frac{T}{\text{°C}} \right)^i \quad \text{und} \quad P_\beta^{Bai} = \sum_{i=0}^3 b_i^{Bai} \left(\frac{T}{\text{°C}} \right)^i$$

ergeben sich zu

i	a_i^{Bai}	b_i^{Bai}
0	$1,23896 \cdot 10^{-05}$	$1,27588 \cdot 10^{-05}$
1	$1,94678 \cdot 10^{-09}$	$8,36566 \cdot 10^{-10}$
2	$5,74644 \cdot 10^{-12}$	$2,52510 \cdot 10^{-11}$
3	$-4,42031 \cdot 10^{-15}$	$-2,98309 \cdot 10^{-14}$

Übertragene Verfestigung bei der Umwandlung Austenit → Bainit:

$$A_{(Aust \rightarrow Bai)}^{tr} = 0 \quad .$$

Transformatorische Volumendehnung bei der Umwandlung Austenit → Bainit:

$$A_{(Aust \rightarrow Bai)}^{vtr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Bai)} = 0,0027 \quad .$$

C.4 Martensit

Martensit bei 300 °C:

$$\begin{aligned}
 c_1^{Mart}(300\text{ °C}) &= 2,686774 \cdot 10^{-1} \text{ MPa}^{-1} \\
 c_2^{Mart}(300\text{ °C}) &= 6,059445 \cdot 10^0 \quad [-] \\
 c_4^{Mart}(300\text{ °C}) &= 1,016042 \cdot 10^{-9} \quad [-] \\
 c_5^{Mart}(300\text{ °C}) &= 3,210881 \cdot 10^0 \quad [-] \\
 \sigma_0^{Mart}(300\text{ °C}) &= 5,0 \quad \cdot 10^2 \text{ MPa} \\
 E^{Mart}(300\text{ °C}) &= 1,60 \quad \cdot 10^5 \text{ MPa} \\
 \gamma^{Mart}(300\text{ °C}) &= 4,704538 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-2}
 \end{aligned}$$

Martensit bei 25 °C (ungeglüht):

$$\begin{aligned}
 c_1^{Mart}(25\text{ °C, ungeglüht}) &= 5,690688 \cdot 10^{-1} \text{ MPa}^{-1} \\
 c_2^{Mart}(25\text{ °C, ungeglüht}) &= 9,075688 \cdot 10^0 \quad [-] \\
 c_4^{Mart}(25\text{ °C, ungeglüht}) &= 3,099131 \cdot 10^{-9} \quad [-] \\
 c_5^{Mart}(25\text{ °C, ungeglüht}) &= 3,571310 \cdot 10^0 \quad [-] \\
 \sigma_0^{Mart}(25\text{ °C, ungeglüht}) &= 5,0 \quad \cdot 10^2 \text{ MPa} \\
 E^{Mart}(25\text{ °C, ungeglüht}) &= 1,90 \quad \cdot 10^5 \text{ MPa} \\
 \gamma^{Mart}(25\text{ °C, ungeglüht}) &= 3,468924 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-2}
 \end{aligned}$$

Martensit bei 25 °C (geglüht):

$$\begin{aligned}
 c_1^{Mart}(25\text{ °C, geglüht}) &= 9,706718 \cdot 10^{-2} \text{ MPa}^{-1} \\
 c_2^{Mart}(25\text{ °C, geglüht}) &= 2,405941 \cdot 10^0 \quad [-] \\
 c_4^{Mart}(25\text{ °C, geglüht}) &= 8,681605 \cdot 10^{-10} \quad [-] \\
 c_5^{Mart}(25\text{ °C, geglüht}) &= 5,087772 \cdot 10^0 \quad [-] \\
 \sigma_0^{Mart}(25\text{ °C, geglüht}) &= 1,25 \quad \cdot 10^3 \text{ MPa} \\
 E^{Mart}(25\text{ °C, geglüht}) &= 1,90 \quad \cdot 10^5 \text{ MPa} \\
 \gamma^{Mart}(25\text{ °C, geglüht}) &= 4,409803 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-2}
 \end{aligned}$$

Wärmeausdehnungskoeffizienten Martensit:

Die Parameter der approximierenden Polynome

$$P_\alpha^{Mart} = \sum_{i=0}^3 a_i^{Mart} \left(\frac{T}{\text{°C}} \right)^i \quad \text{und} \quad P_\beta^{Mart} = \sum_{i=0}^3 b_i^{Mart} \left(\frac{T}{\text{°C}} \right)^i$$

ergeben sich zu

i	a_i^{Mart}	b_i^{Mart}
0	$1,20652 \cdot 10^{-05}$	$1,28453 \cdot 10^{-05}$
1	$1,31692 \cdot 10^{-08}$	$9,24142 \cdot 10^{-09}$
2	$-4,25589 \cdot 10^{-11}$	$-3,70860 \cdot 10^{-11}$
3	$4,56169 \cdot 10^{-14}$	$4,20391 \cdot 10^{-14}$

Übertragene Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Martensit:

$$A_{(Aust \rightarrow Mart)}^{tr} = 0 \quad .$$

Übertragene Verfestigung bei der Umwandlung Austenit→Martensit (geglüht):

$$A_{(Aust \rightarrow Mart(geglüht))}^{tr} = 0 \quad .$$

Transformatorische Volumendehnung bei der Umwandlung Austenit→Martensit:

$$A_{(Aust \rightarrow Mart)}^{vtr} \epsilon_{(Aust \rightarrow Mart)} = 0,0030 \quad .$$

Literaturverzeichnis

- [Alb95] H. D. Alber. Mathematische Theorie des inelastischen Materialverhaltens von Metallen. *Gamm-Mitteilungen*, Heft 1:9–38, 1995.
- [And65] K. W. Andrew. Empirical formulae for the calculation of some transformation temperatures. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 302:721–727, 1965.
- [And97] D. K. Anding. *Zur simultanen Bestimmung materialabhängiger Koeffizienten inelastischer Stoffgesetze*. Dissertation, Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1997.
- [AR39] Austin, J. B. und Rickett, R. L. *Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers.*, 135:1–20, 1939.
- [Ave53] B. L. Averbach. The effect of plastic deformation on solid reactions. In *Cold working of Metals*, Seiten 262–289. American Society for Metals, 1953.
- [Avr39] Avrami, M. Kinetics of phase change. I/ General theory. *Journal of chemical Physics*, 7:1103–1112, 1939.
- [Avr40] Avrami, M. Kinetics of phase change. II / Transformation-time relations for random distribution of nuclei. *Journal of chemical Physics*, 8:212–224, 1940.
- [Avr41] Avrami, M. Kinetics of phase change. III / Granulation, phase change, and microstructure. *Journal of chemical Physics*, 9:177–184, 1941.
- [BBL5] Bruhns, O. T., Boecke, B., Link, F., und Schneider, G. New constitutive equations to describe infinitesimal elastic-plastic deformations. *ASME*, 82-PVP-71:1–6.
- [BD24] Bain, E. C. und Dunkirk, N. Y. The nature of martensite. *Transactions of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers*, 70:25–46, 1924.
- [Bes93] Besserdich, G. *Untersuchungen zur Eigenspannungs- und Verzugsausbildung beim Abschrecken von Zylindern aus den Stählen 42CrMo4 und Ck45 unter Berücksichtigung der Umwandlungsplastizität*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1993.
- [BF97] Berveiller, M. und Fischer, F. D., Herausgeber. *Mechanics of Solids with Phase Change*. International Centre for Mechanical Sciences, Courses and lecture – No. 368. Springer, Wien-New York, 1997.

- [BH88] Bruhns, O.T. und Hübel, H. Constitutive equations for the inelastic behaviour of stainless steels. *Recent Advances in Design Procedures for High Temperature Plants, Inst. mech. eng.*, 1988.
- [BK56] Bhattacharya, K und Kehl, G. L. Isothermal transformation of austenite under externally applied tensile stress. *Transactions of American Society for Metals*, XLVIII:351–379, 1956.
- [BL78] Bruhns, O.T. und Lehmann, Th. Optimum deformation rate in large inelastic deformation. In H. Lippmann, Herausgeber, *Metal Forming Plasticity*, Seiten 120–138. Springer Verlag, Berlin, 1978.
- [BR69] Bühler, H. und Rose, A. Darstellung des Entstehens von Eigenspannungen in Werkstücken aus Stahl in ihren Umwandlungsschaubildern. *Archiv für das Eisenhüttenwesen*, 40(5):411–423, Mai 1969.
- [Bra90] D. Braess. Numerische Mathematik für Ingenieure, Ausarbeitung einer Vorlesung für Maschinenbauer und Bauingenieure. Ruhr-Universität Bochum, Fakultät für Mathematik, 1990.
- [Bra92] H. Braasch. *Ein Konzept zur Fortentwicklung und Anwendung viskoplastischer Werkstoffmodelle*. Dissertation, Institut für Statik, Technische Universität Braunschweig, 1992.
- [Bru84] O.T. Bruhns. Constitutive modelling in the range of inelastic deformations, Technischer Bericht, Interatom no. 68.09030.6, 1984.
- [Bru93] O. T. Bruhns. Neue Materialgleichungen der Plastomechanik. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 73(4-5):T6–T19, 1993.
- [BSMM93] Besserdich, G., Scholtes, B., Müller, H., und Macherauch, E. Development of residual stresses and distortion during hardening of SAE 4140 cylinders taking into account transformation plasticity. In Hauk, V. et al., Herausgeber, *residual stresses 1993*, Seiten 975–984. Deutsche Gesellschaft für Metallkunde, 1993.
- [BW62] Budiansky, B. und Wu, T. T. Theoretical predictions of plastic strains of polycrystals. In *Proceedings of the 4th U.S. Congress of Applied Mechanics, held June 18-21, 1962*, Seiten 1175–1185, 1962.
- [CEN90] CEN – Europäisches Komitee für Normung, Herausgeber. *DIN EN 10002 Teil 1–5, Zugversuch (Metallische Werkstoffe) / Deutsche Fassung EN10002-1-5:1990*, März 1990.
- [CEN96] CEN – Europäisches Komitee für Normung, Herausgeber. *DIN EN 10083 Teil 1, Vergütungsstähle: Teil 1: Technische Lieferbedingungen für Edelstähle / Deutsche Fassung EN10083-1:1991 + A1 : 1996*, Oktober 1996.

- [CJ98] Chaboche, J.-L. und Jung, O. Application of a kinematic hardening viscoplasticity model with thresholds to the residual stress relaxation. *International Journal of Plasticity*, 13(10):785–807, 1998.
- [DGSB85] Denis, S., Gautier, E., Simon, A., und Beck, G. Stress-phase transformation interactions – basic principles, modelling and calculation of internal stresses. *Materials Science and Technology*, 1(805-814), 1985.
- [DGSS87] Denis, S., Gautier, E., Sjöström, S., und Simon, A. Influence of stresses on the kinetics of pearlitic transformations during continuous cooling. *Acta Metallurgica*, 37(7):1621–1632, 1987.
- [DIN92] DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Herausgeber. *DIN IEC 584 Teil 2, Thermopaare: Grenzabweichungen der Thermospannungen, identisch mit IEC 584 – 2 : 1982 (Stand 1989) Deutsche Fassung HD 4.2 S2 : 1990*, Juni 1992.
- [DIN96] DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Herausgeber. *DIN EN 60584-1, Thermopaare Teil 1: Grundwerte der Thermospannungen (IEC 584 – 1 : 1995) Deutsche Fassung EN 60584-1 : 1995*, Oktober 1996.
- [DIN98] DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Herausgeber. *Berichtigungen zu DIN EN 60584-1 , : 1996–10*, Juni 1998.
- [DS93] Denis, S. und Simon, A. Coupled temperature, phase transformation, stress calculation model for quenching of steels. example of use. In Hauk, V., Hougardy, H. P., Macherauch, E., und Tietz, H.-D. DGM Informationsgesellschaft mbH Oberursel, Herausgeber, *residual stresses 1993*, Seiten 87–98, 1993.
- [DS83] Dennis, J. E. und Schnabel, R. B. *Numerical Methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 12983.
- [Eck76] H.J. Eckstein, Herausgeber. *Technologie der Wärmebehandlung von Stahl*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1976.
- [EM93] G. Engeln-Müllges. *Numerik-Algorithmen mit FORTRAN-77-Programmen*. BI - Wissenschaftsverlag, Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, 1993.
- [Esh57] Eshelby, J. D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems,. *Proceedings of the Royal Society of London / A*, 241:376–396, 1957.
- [Esh61] J. D. Eshelby. *Progress in solid mechanics*, Kapitel *Elastic inclusions and inhomogenities*, Band 2, Seiten 88–140. North-Holland, Publ Com, 1961.
- [FBTO94] Fischer, F. D., Berveiller, M., Tanaka, K., und Oberaigner, E. R. Continuum mechanical aspects of phase transformations in solids. *Archive of Applied Mechanics*, 64:54–85, 1994.

- [For61] S. Forner. Antiferromagnetic resonance in $(\text{Cr}_2\text{O}_3)_{1-x} - (\text{Al}_2\text{O}_3)_x$ single crystals. *Appl Phys Supp*, 32:635, 1961.
- [FST96] Fischer, F. D., Sun, Q.-P., und Tanaka, K. Transformation-induced plasticity (trip). *Applied mechanics reviews*, 49(6), 1996.
- [FT53] Fisher, J. C. und Turnbull, D. Influence of the stress on martensite nucleation. *Acta Mechanica*, 1953.
- [GBD⁺94] Geist, A., Beguelin, A., Dongarra, J., Jiang, W., Manchek, R., und Sunderam, V. *PVM: Parallel Virtual Machine – A Users' Guide and Tutorial for Networked Parallel Computing*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1994.
- [Gea71] C. W. Gear. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. Prentice-Hall series in automatic computation. Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1971.
- [GJ65] Greenwood, G. W. und Johnson, R.H. The deformation of metals under small stresses during phase transformations. In *Proceedings of the Royal Society, A*, Band 283 von 1394, Seiten 403–422, 1965.
- [Gra87] P. Graja. *Rechnerische und experimentelle Untersuchungen zum Einfluß kontinuierlicher und diskontinuierlicher Wärmebehandlungsverfahren auf die Wärme- und Umwandlungseigenstressungen und Verzüge von un- und niedriglegierten Stählen*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1987.
- [GS46] Grange, R. A. und Stewart, H. M.. The temperature range of martensitic formation. *Transactions of American Society for Metals*, 167:167–490, 1946.
- [HE76] Hesse, E. und Eckstein, H. J. Beitrag zum Umwandlungsverhalten kohlenstoffarmer unlegierter Stähle. *Freiberger Forschungshefte*, Seiten 30–44, 1976.
- [Hol71] J. H. Holland. *Artificial genetic adaption in computer control systems*. Dissertation, University of Michigan, 1971.
- [Hol92] J. H. Holland. *Adaption in Natural and Artifical Systems – An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. A Bradford Book, The MIT Press, Cambridge, London, 1992.
- [Hor72] E. Hornbogen. Bemerkungen zur Martensitbildung von Eisenlegierungen. *Archive für das Eisenhüttenwesen*, (4):307–313, April 1972.
- [Hou93] Hougardy, H. P. Present state of methods for the calculation of residual stresses. In Hauk, V., Hougardy, H. P., Macherauch, E., und Tietz, H.-D. DGM Informationsgesellschaft mbH Oberursel, Herausgeber, *residual stresses 1993*, Seiten 87–98, 1993.

- [HP32] Hohenemser, K. und Prager, W. Über die Ansätze der Mechanik isotroper Kontinua. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 12:216–226, 1932.
- [Ise88] Isermann, R. *Digitale Regelsysteme*. Springer-Verlag Heidelberg; NewYork; London; Paris; Tokyo, 1988.
- [IW82] Inoue, T. und Wang, Z. G. Finite element analysis of coupled thermoinelastic problem with phase transformation. In *International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, 1982.
- [JM39] Johnson, W. A. und Mehl, R. F. Reaction kinetics in processes of nucleation and growth. *Metals Technology*, T. P. 1089, 1939.
- [JN56] Johnson, F. M. und Nethercot, A. H. Antiferromagnetic Resonance in MnF_2 . *Physical Review*, 104:847–848, 1956.
- [Jän84] Walter Jäniche, Herausgeber. *Werkstoffkunde Stahl, Bd. 1 – Grundlagen*. Verein Dt. Eisenhüttenleute, Berlin : Springer [u.a.], 1984.
- [Kae93] Kaempf, B. Phasenumwandlungen aus kontinuumsmechanischer und numerischer Sicht. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 4-5:T263–T265, 1993.
- [Kae96] Kaempf, B. Stresses and strains in two-phase materials. *Computational Materials Science*, 5:151–156, 1996.
- [KB56] Kehl, G. L. und Bhattacharya, K. The influence of tensile stress on the isothermal decomposition of austenite to ferrite and pearlite. *Transactions of American Society for Metals*, XLVIII:234–248, 1956.
- [KB93] Kaempf, B. und Bruhns, O. T. A macro-micro-modell for inelastic deformations in an inhomogenous material. In Hauk, V. et al., Herausgeber, *Residual Stresses 1993*, Seiten 139–144. Deutsche Gesellschaft für Metallkunde, 1993.
- [KB94] Kaempf, B. und Bruhns, O. T. Zur Kopplung thermomechanischer Prozesse auf der Basis eines Mikro-Makro-Modells. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, 74(4):T13–T16, 1994.
- [KM59] Koisten, D. P. und Marburger, R. E. A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steel. *Acta Mechanica*, 7:59–60, 1959.
- [KMN88] Kahaner, D. K., Moler, C. , und Nash, S. *Numerical Methods and Software*. Prentice Hall, 1988.
- [Kör98] L. Körtvelyessy. *Thermoelement-Praxis: Neue theoretische Grundlagen und deren Umsetzung*. Vulkan-Verlag, 1998.

- [Krö61] Kröner, E. Zur plastischen Verformung des Vielkristalls. *Acta Metallurgica*, 9:155–161, 1961.
- [Kra80] G. Krauss. *Principles of Heat Treatment of Steel*. American Society for Metals, Ohio, 1980.
- [Kra92] G. Krauss. *Constitution and Properties of Steel*, Band 7 von *Materials Science and Technology*. Kapitel *Microstructure and Transformations in Steel*. Pickering, F. B., 1992.
- [LfTM99] Lehrstuhl für Technische Mechanik. *Interne Programmbeschreibung zu evo_parallel: die parallelisierte Version der Evolutionsstrategie*. Ruhr-Universität Bochum, 1999.
- [Lov27] A. E. H. Love. *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. Cambridge University Press, 1927.
- [Lud09] P. Ludwik. *Elemente der Technologischen Mechanik*. Berlin, 1909.
- [Lud10] P. Ludwik. Über den Einfluß der Deformationsgeschwindigkeit bei der bleibenden Deformation mit besonderer Berücksichtigung der Nachwirkungserscheinungen. *Physikalische Zeitschrift*, 10:411–417, 1910.
- [MB91] Mittelbach, M. und Bruhns, O.T. Anpassung von Stoffgesetzen für das inelastische Verhalten metallischer Werkstoffe an Versuchsdaten und vergleichende Bewertung. Arbeitsbericht AG-Stoffgesetze, Lehrstuhl für Technische Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1991.
- [MH88] Müller, D. und Hartmann, G. Identifikation von Werkstoffparametern mit einem numerischen Optimierungsverfahren nach der Evolutionsstrategie. In O. T. Bruhns, Herausgeber, *Große plastische Formänderungen*, Nummer 63 in Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik. Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1988.
- [Mit95] M. Mittelbach. *Simulation des Deformations- und Schädigungsverhaltens beim Stoßversuch mit einem Kontinuums-Damage-Modell*. Dissertation, Lehrstuhl für Technische Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1995.
- [Mur98] T. Mura. *Micromechanics of Defects in Solids*. Kluwer Academic Publishers, 2. überarbeitete Auflage, 1998.
- [MWW73] Macherauch, E., Wohlfahrt, H., und Wolfstiegl, U. *Härtereitechnische Mitteilungen*, 1973.
- [Neh46] A. E. Nehrenberg. The temperature range of martensite formation. *Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers.*, 167, 1946.

- [Obe99] C. Oberste-Brandenburg. *Ein Materialmodell zur Beschreibung der Austenit-Martensit Phasentransformation unter Berücksichtigung der transformationsinduzierten Plastizität*. Dissertation, Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1999.
- [OFT93] Oberaigner, E. R., Fischer, F. D., und Tanaka, K. A new micromechanical formulation of martensite kinetics driven by temperature and/or stress. *Archive of Applied Mechanics*, 63:522–533, 1993.
- [Ogd84] R. W. Ogden. *Non-linear elastic deformations*. John Wiley & Son, 1984.
- [OGH94] Ostermeier, A., Gawelczyk, A., und Hansen, N. Step-size adaption based on a non-local use of selection information. In H.-P. Schwefel Y. Davidor und R. Männer, Herausgeber, *Proceedings of the Third Conference on Parallel Problem Solving from Nature – PPSN III*, 1994.
- [Pat] E. Patoor. *Contribution a l'étude de la plasticité de transformation dans les mono et polycristaux métalliques*. Dissertation, Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux.
- [PC53] Patel, J. R. und Cohen, M. Criterion on the action of applied stress in the martensitic transformation. *Acta Mechanica*, 1953.
- [PEB88] Patoor, E., Eberhardt, A., und Berveiller, M. Thermomechanical behavior of shape memory alloys. *Archive of Mechanics*, 40(5-6):775–794, 1988.
- [Per63] Perzyna, P. The constitutive equations for rate sensitive plastic materials. *Quarterly of applied Mathematics*, 10(4):321–332, 1963.
- [Per66] Perzyna, P. Fundamental problems in viscoplasticity. *Advances in applied Mechanics*, 9:243–377, 1966.
- [Per71] P. Perzyna. Thermodynamic theory of viscoplasticity. In C.-S. Yih, Herausgeber, *Advances in Applied Mechanics*. Academic Press, 1971.
- [Pie00] R. Pietzsch. Simulationen des Abkühlungsverhaltens von Stahlprofilen. *Technische Mechanik*, 20(3):265–74, 2000.
- [Pit76] W. Pitsch. *Grundlagen der Wärmebehandlung von Stahl: Umwandlung, Ausscheidung und Rekristallisation*, Kapitel *Martensitumwandlung*. Berichte, gehalten im Kontaktstudium Werkstoffkunde Eisen und Stahl II. Pitsch, W. (Hrsg), 1976.
- [Pit88] Pitzer, M. *Vergleich einiger FE-Formulierungen auf der Basis eines inelastischen Stoffgesetzes*. Dissertation, Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1988.

- [PS44] Payson, P. und Savage, C. H. Martensitic reactions in alloy steel. *Transactions of American Society for Metals*, 33:261–275, 1944.
- [PTVF92] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., und Flannery, B. P. *Numerical Recipes in FORTRAN*. Cambridge University Press - Cambridge, New York, 1992.
- [Rec73] I. Rechenberg. *Evolutionstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*. F. Frommann, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1973.
- [RH72] Rose, A. und Hougardy, H. *Atlas zur Wärmebehandlung der Stähle Bd.1 & Bd. 2*. Max-Planck-Institut für Eisenforschung. Verlag Stahleisen m.b.H., Düsseldorf, 1972.
- [Ric73] Richter, F. Die wichtigsten physikalischen Eigenschaften von 52 Eisenwerkstoffen. *Stahleisen - Sonderberichte*, 8:5–32, 1973.
- [Ric83] Richter, F. Physikalische Eigenschaften von Stählen und ihre Temperaturabhängigkeit / Polynome und graphische Darstellung. *Stahleisen-Sonderberichte*, 10:1–42, 1983.
- [RL46] Rowland, E. S. und Lyle, S. R. The application of M_s points to case depth measurement. *Transactions of American Society for Metals*, 37:27–47, 1946.
- [Rot91] U. Rott. *Ein neues Konzept zur Berechnung viskoplastischer Strukturen*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1991.
- [Rou95] E. J. Routh. Theorems on the attraction of ellipsoids for certain laws of force other than the inverse space. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A: Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 178(186-2):897–950, 1895. (nach [Mur98]).
- [RS62] Radcliffe, S. V. und Schatz, M. The effect of high pressure on the martensitic reaction in iron-carbon alloys. *Acta Mechanica*, 10, 1962.
- [RSK63] Radcliffe, S. V., Schatz, M., und Kulin, S. A. The effect of high pressure on the isothermal transformation of austenite in iron-carbon alloys. *Journal of the Iron and Steel Institute*, Februar 1963.
- [Sau76] G. Sauthoff. *Grundlagen der Wärmebehandlung von Stahl: Umwandlung, Ausscheidung und Rekrystallisation*, Kapitel *Ausscheidung und Alterung*. Berichte, gehalten im Kontaktstudium Werkstoffkunde Eisen und Stahl II. Pitsch, W. (Hrsg), 1976.
- [SBS61] Schmidtman, E., Biermann, W., und Schenck, H. Beeinflussung des Austenit zerfalls in der Perlit- und Zwischenstufe durch allseitigen Druck. *Archiv für das Eisenhüttenwesen*, 12, 1961.

- [Sch77] H.-P. Schwefel. *Numerische Optimierung von Computer-Modellen mittels der Evolutionsstrategie: mit einer vergleichenden Einführung in die Hill-Climbing- und Zufallsstrategie*. Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart, 1977.
- [Sch85] R. Schröder. *Untersuchung zur Spannungs- und Eigenspannungsbildung beim Abschrecken von Stahlzylindern*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1985.
- [Sch91] Schatt, W. *Einführung in die Werkstoffwissenschaften*. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1991.
- [SH56] Steven, W. und Haynes, A. G. The temperature of formation of martensite and bainite in lowalloy steel. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 183:149–359, 1956.
- [SHB94] Schwefel, H.-P., Hammel, U., und Bäck, T. Evolutionäre Algorithmen: Optimieren nach dem Vorbild der biologischen Evolution. *Der GMD-Spiegel*, 2(1):49–58, 1994.
- [SHF94] Schöneburg, E., Heinzmann, F., und Feddersen, S. *Genetische Algorithmen und Evolutionsstrategien*. Addison-Wesley, 1994.
- [Sjö85] Sjöström, S. Interactions and constitutive models for calculating quench stresses in steel. *Material Science and Technology*, 1:823–829, 1985.
- [Sjö87] Sjöström, S. The problem of calculating quench stresses. In Ericson, T. und Bergström, J., Herausgeber, *Swedish Symposium on Residual Stresses*, Seiten 131–160, 1987.
- [Sun93a] Sun, Q. P. and Hwang, K. C. Micromechanical modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys — i. derivation of general relations. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 41(1):1–17, 1993.
- [Sun93b] Sun, Q. P. and Hwang, K. C. Micromechanical modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys — ii. study of the individual phenomena. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 41(1):1–17, 1993.
- [Sze89] F. Szepan. *Ein elastisch-viskoplastisches Stoffgesetz zur Beschreibung großer Formänderungen unter Berücksichtigung der thermomechanischen Kopplung*. Dissertation, Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1989.
- [Tar87] A. Tarantola. *Inverse Problem Theorie*. Elsevier Science Publishers B.V., 1987.
- [THR74] Tzitzelkov, I., Hougardy, H. P., und Rose, A. Mathematische Beschreibung des Zeit-Temperatur-Umwandlung-Schaubildes für isothermische Umwandlung und kontinuierliche Abkühlung. *Archiv des Eisenhüttenwesens*, 45(8):525–532, August 1974.

- [TU94] Trint, K und Utecht, U. *evoC 2.0 User manual*, 1994.
- [Tzi73] I. Tzitzelkov. *Eine mathematische Methode zur Beschreibung des Umwandlungsverhaltens eutektoidischer Stähle*. Dissertation, Rheinisch-westfälische Technische Hochschule Aachen, 1973.
- [Unb89] H. Unbehauen. *Regelungstechnik II – Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*. Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1989.
- [War76] H. Warlimont. *Grundlagen der Wärmebehandlung von Stahl: Umwandlung, Ausscheidung und Rekrystallisation*, Kapitel *Die Umwandlungen in der Bainitstufe*. Berichte, gehalten im Kontaktstudium Werkstoffkunde Eisen und Stahl II. Pitsch, W. (Hrsg), 1976.
- [Wes95] B. Westerhoff. *Eine Untersuchung zum geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Stahl*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1995.
- [Wic96] A. Wichtmann. *Entwicklung eines thermodynamisch konsistenten Stoffgesetzes zur Beschreibung der dynamischen Reckalterung*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1996.
- [Wil86] M. Wildau. *Zum Einfluß der Werkstoffeigenschaften auf Spannungen, Eigenstressungen und Maßänderungen von Werkstücken aus Stahl*. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Techn. Hochschule Aachen, 1986.
- [XBM00] Xiao, H., Bruhns, O. T., und Meyers, A. A consistent finite elastoplasticity theory combining additive and multiplicative decomposition of the stretching and the deformation gradient. *International Journal of Plasticity*, 16(2):143–177, 2000.
- [Yu77] H.-Y. Yu. *Berechnung von Abkühlungs-, Schweiss-, sowie Verformungseigenstressungen mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1977.

**Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 129**

978-3-935892-4-9