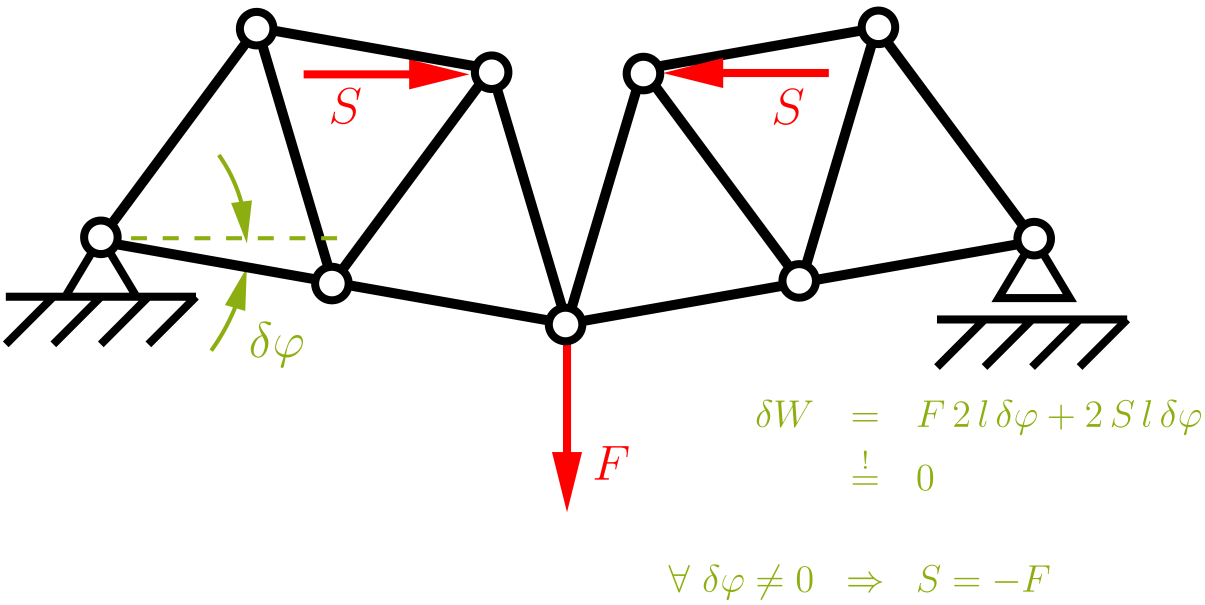
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Übungen zu Mechanik A

5. Auflage

in den Bachelorstudiengängen
Maschinenbau, Bauingenieurwesen und
Umwelttechnik und Ressourcenmanagement

Prof. Dr.-Ing. Daniel Balzani
Prof. Dr. rer. nat. Klaus Hackl
Dr.-Ing. Ulrich Hoppe
Dr.-Ing. Philipp Junker



Übungen zu Mechanik A

in den Bachelorstudiengängen
Maschinenbau, Bauingenieurwesen und
Umwelttechnik und Ressourcenmanagement

5. Auflage

Prof. Dr.-Ing. Daniel Balzani
Prof. Dr. rer. nat. Klaus Hackl
Dr.-Ing. Ulrich Hoppe
Dr.-Ing. Philipp Junker

Ruhr-Universität Bochum **Institut für Mechanik**

Ruhr-Universität Bochum, D-44780 Bochum

Vorwort zur 5. Auflage

Die vorliegende Aufgabensammlung **Übungen zu Mechanik A** wurde als Ergänzung der Arbeitsunterlagen für Hörerinnen und Hörer der Lehrveranstaltung **Mechanik A** in den Bachelorstudiengängen Maschinenbau, Bauingenieurwesen sowie Umwelt- und Ressourcenmanagement an der Ruhr-Universität Bochum zusammengestellt.

Während im Rahmen der Vorlesungs- und Übungsveranstaltungen die physikalischen Grundlagen vermittelt und geeignete Beschreibungs- sowie Lösungsmethoden entwickelt werden, ist es Ziel dieses Bandes, die Kompetenzen der Studierenden im eigenständiges Lösen von Übungsaufgaben zu schulen. Gerade diese Eigenständigkeit ist für das grundlegende Verständnis der physikalischen Sachverhalte und der abgeleiteten Methoden von elementarer Bedeutung. Zu diesem Zweck steht eine breite Auswahl an Übungsaufgaben mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad zur Verfügung, die sowohl zur Nachbereitung der Veranstaltungsinhalte als auch zur Prüfungsvorbereitung genutzt werden können. Zur besseren Lernkontrolle sind die Übungsaufgaben jeweils mit End- oder Teilergebnissen in Kurzform versehen. Die vollständigen Lösungswege können im Rahmen der umfangreich angebotenen Sprechstunden eingesehen werden. Der Schwierigkeitsgrad der jeweiligen Aufgabe kann mit Hilfe einer Skala von $\boxed{\bullet\circ\circ\circ\circ}$ (sehr leicht) bis $\boxed{\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet}$ (sehr schwer) eingeschätzt werden.

Wir wünschen allen Hörerinnen und Hörern einen erfolgreichen Einstieg in die Welt der Mechanik.

Bochum, im Oktober 2017 D. Balzani, K. Hackl, U. Hoppe, P. Junker

An den vorherigen Auflagen haben während ihrer Tätigkeit an der Ruhr-Universität maßgeblich mitgewirkt:

- Prof. Dr.-Ing. Holger Steeb (jetzt: Universität Stuttgart)
- Prof. Dr.-Ing. Ralf Jänicke (jetzt: Chalmers University of Technology, Göteborg, Schweden)

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen der Vektoralgebra

Aufgabe 1.1.

●○○○○

Bestimmen Sie den Abstand d der Punkte, auf die die Ortsvektoren $\mathbf{a}$ und $\mathbf{b}$ zeigen, wobei $\mathbf{a} = [4;\ 3;\ -2]^T$, $\mathbf{b} = [2;\ -4;\ 1]^T$.

Lsg: $d = \sqrt{62}$

Aufgabe 1.2.

●○○○○

Ermitteln Sie die Größe des Winkels zwischen den Vektoren

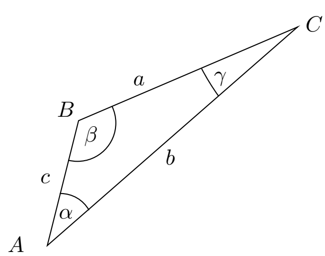
$$\text{a)}\quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{b)}\quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Lsg: a) $\alpha \approx 29,74^\circ$, b) $\alpha \approx 32,08^\circ$

Aufgabe 1.3.

●○○○○

Die Abbildung zeigt das allgemeine Dreieck ABC. Berechnen Sie den Winkel γ.



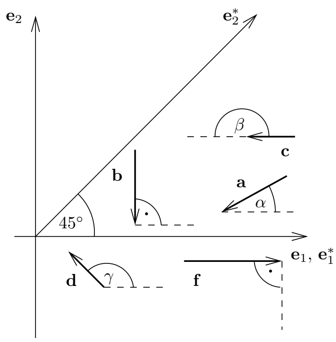
Geg: a, c, β

Lsg: $\gamma = \arcsin\left(\dfrac{c\,\sin\beta}{\sqrt{a^2 + c^2 - 2\,a\,c\,\cos\beta}}\right)$

Aufgabe 1.4.

●●○○○

Berechnen Sie die Komponenten der Vektoren
a) bezüglich des kartesischen Koordinatensystems mit den Basisvektoren $\mathbf{e}_1$ und $\mathbf{e}_2$ sowie
b) bezüglich des schiefwinkligen Koordinatensystems mit den Basisvektoren $\mathbf{e}_1^*$ und $\mathbf{e}_2^*$.



Geg: $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 3$, $|\mathbf{c}| = |\mathbf{d}| = 2$, $|\mathbf{f}| = 4$, $\alpha = 30°$, $\beta = 180°$, $\gamma = 135°$

Lsg: a) $\mathbf{a} = -3/2\,[\sqrt{3};\, 1]^T$, $\mathbf{b} = [0;\, -3]^T$, $\mathbf{c} = [-2;\, 0]^T$,

$\mathbf{d} = [-\sqrt{2};\, \sqrt{2}]^T$, $\mathbf{f} = [4;\, 0]^T$

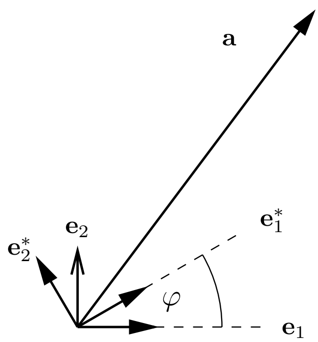
b) $\mathbf{a} \approx [-1,098;\, -2,121]^T$, $\mathbf{b} \approx [3;\, -4,243]^T$, $\mathbf{c} = [-2,\, 0]^T$,

$\mathbf{d} = [-2\sqrt{2};\, 2]^T$, $\mathbf{f} = [4;\, 0]^T$

Aufgabe 1.5.

●●○○○

Der Vektor $\mathbf{a}$ besitzt die Komponenten $a_1 = 3$, $a_2 = 4$ und $a_3 = 0$ bzgl. des orthogonalen Basissystems $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$. Wie lauten die Komponenten a_1^*, a_2^* und a_3^* bzgl. des um $\varphi = 30°$ gedrehten orthogonalen Basissystems $\mathbf{e}_1^*$, $\mathbf{e}_2^*$, $\mathbf{e}_3^*$?



Lsg: $\mathbf{a} \approx 4,598\,\mathbf{e}_1^* + 1,964\,\mathbf{e}_2^*$

2 Zentrale und allgemeine Kräftesysteme

Aufgabe 2.1.

●○○○○

Gegeben sind die Kräfte $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, $\mathbf{F}_4$ eines ebenen zentralen Kräftesystems. Gesucht ist die Kraft $\mathbf{F}$, die mit diesen Kräften ein Gleichgewicht bildet. Ermitteln Sie die Lösung sowohl grafisch als auch analytisch.

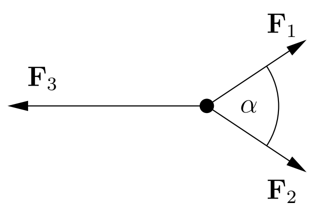
Geg: K, $\mathbf{F}_1 = [0;\, 4\,K;\, 0]^T$, $\mathbf{F}_2 = [3\,K;\, -2\,K;\, 0]^T$, $\mathbf{F}_3 = [2\,K;\, 4\,K;\, 0]^T$, $\mathbf{F}_4 = [-2\,K;\, -3\,K;\, 0]^T$

Lsg: $\mathbf{F} = [-3\,K;\, -3\,K;\, 0]^T$

Aufgabe 2.2.

●○○○○

Zwei Fahrzeuge ziehen in der dargestellten Weise an den Seilen mit der Kraft $\mathbf{F}_1$ bzw. $\mathbf{F}_2$. Bestimmen Sie Betrag und Richtung der Kraft $\mathbf{F}_3$, die das dritte Fahrzeug aufbringen muss, damit sich das Kräftesystem im Gleichgewicht befindet.

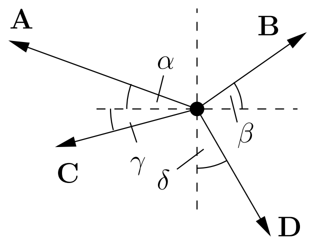


Geg: α, $F_1 = |\mathbf{F}_1|$, $F_2 = |\mathbf{F}_2|$ **Lsg:** $F_3 = |\mathbf{F}_3| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2\,F_1 F_2\,\cos\alpha}$

Aufgabe 2.3.

●○○○○

S. Tallone (**A**), W. Illis (**B**), B. Ronson (**C**) und Stu Dent (**D**) nehmen an einem Tauziehwettbewerb teil.



a) Mit welcher Kraft $|\mathbf{D}|$ und unter welchem Winkel δ muss Stu ziehen, um Gleichgewicht zu gewährleisten?

b) Seien $\delta = 50°$ und **C** sowie **D** unbekannt. Bestimmen Sie diese Kräfte. Alle weiteren Größen bleiben unverändert.

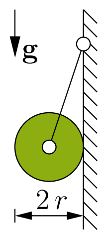
Geg: $A = 1500\,\mathrm{N}$, $B = 1000\,\mathrm{N}$, $C = 1200\,\mathrm{N}$, $\alpha = 20°$, $\beta = 35°$, $\gamma = 15°$

Lsg: a) $D \approx 1914\,\mathrm{N}$, $\delta \approx 66,1°$

Aufgabe 2.4.

●●○○○

Eine Walze der Masse m ist wie abgebildet mit Hilfe einer Stange (Länge l) an einer Wand befestigt. Sie befindet sich dabei im Schwerefeld der Erde.



Berechnen Sie die Kraft in der Stange sowie die Reaktionskraft zwischen Walze und Wand.

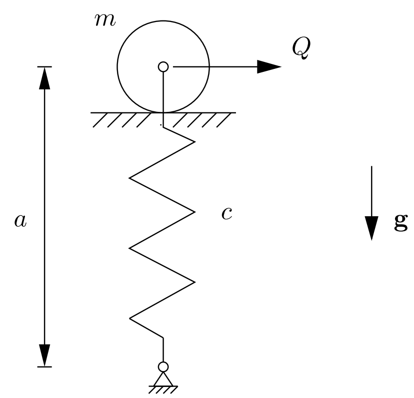
Geg: $G = m\,g = 100\,\mathrm{kN}$, $r = 3\,\mathrm{m}$, $l = 5\,\mathrm{m}$

Lsg: $S = 125\,\mathrm{kN}$, $R = 75\,\mathrm{kN}$

Aufgabe 2.5.

●●○○○

Eine in der gezeichneten Lage entspannte Feder mit der Federsteifigkeit c ist mit einer Walze (Gewichtskraft $G = m\,g$) verbunden, die ihrerseits auf einer horizontalen, glatten Ebene rollen kann.
Wie groß darf die Kraft Q maximal sein, damit sich die Feder in der statischen Gleichgewichtslage um maximal 20 % auslängt? Welchen Wert erreicht dann die Stützkraft N in der Ebene?



Geg: $a = 50\,\mathrm{mm}$, $c = 100\,\mathrm{N/mm}$, $G = 300\,\mathrm{N}$

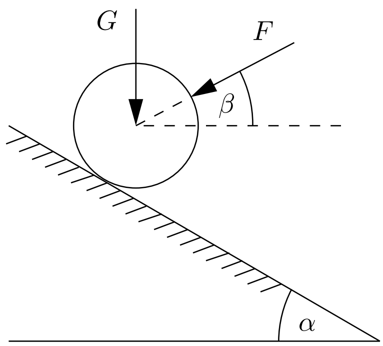
Lsg: $Q_{\max} = 552,8\,\mathrm{N}$, $N_{\max} = 1.133\,\mathrm{kN}$

Aufgabe 2.6.

●●○○○

Eine Walze mit der Gewichtskraft G liegt auf einer glatten, schiefen Ebene mit der Neigung α und soll durch eine unter dem Winkel β angreifenden Kraft F im Gleichgewicht gehalten werden.

a) Schneiden Sie die Walze frei.
b) Wie groß sind die Kraft F und die Kontaktkraft N zwischen Walze und Ebene?
c) Bei welchem Winkel β wird der Betrag von F minimal?
d) Was ändert sich gegenüber a), wenn die Ebene rau ist?



Geg: α, β, G

Lsg: b) $F = \left|\dfrac{\sin\alpha}{\cos(\alpha+\beta)}\,G\right|$, $N = \left|\dfrac{\cos\beta}{\cos(\alpha+\beta)}\,G\right|$,

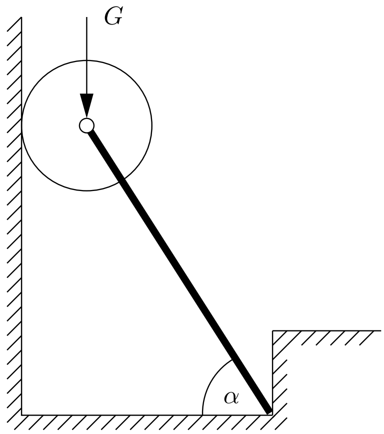
c) $\beta_1 = -\alpha\,,\ \beta_2 = 180^\circ - \alpha$

Aufgabe 2.7.

●●○○○

Ein Maler stellt in der Mittagspause seine Farbrolle (Gewichtskraft der Walze G, Stiel ist gewichtslos) unter dem Winkel α an eine glatte Wand.

a) Schneiden Sie das System „Walze + Stiel" frei.
b) Schneiden Sie das System „Walze" frei.
c) Wie groß ist die Kraft, die von der Walze auf die Wand ausgeübt wird?
d) Wie groß ist die Kraft, die der Stiel auf die Walze ausübt?



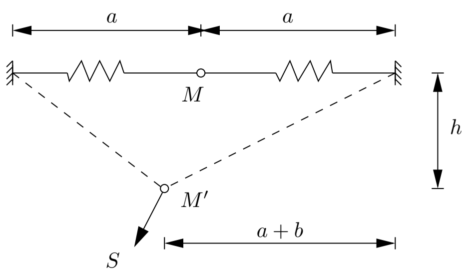
Geg: α, G

Lsg: c) $N = |G \cot \alpha|$, d) $S = \left|\dfrac{G}{\sin \alpha}\right|$

Aufgabe 2.8.

●●●○○

Der Verbindungspunkt M zweier Federn 1, 2 (Federsteifigkeit c_F) soll nach M' verlagert werden, indem man in M eine Kraft S aufbringt. Die Federn sind als masselos zu betrachten und in der Ausgangslage entspannt. Berechnen Sie die Federkräfte F_i sowie die Kraft S.



Geg: a, b, h, c_F

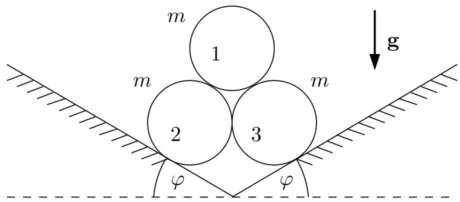
Lsg: $F_i = c_F \left(\dfrac{h}{\sin \beta_i} - a\right)$, $S = \dfrac{F_2 \cos \beta_2 - F_1 \cos \beta_1}{\cos \alpha}$,

$$\tan \alpha = \frac{F_1 \sin \beta_1 + F_2 \sin \beta_2}{F_2 \cos \beta_2 - F_1 \cos \beta_1},\ \tan \beta_1 = \frac{h}{a-b},\ \tan \beta_2 = \frac{h}{a+b}$$

Aufgabe 2.9.

●●●○○

Drei gleichgroße, glatte, zylindrische Walzen mit den Massen m sind auf zwei schiefen Ebenen gelagert.



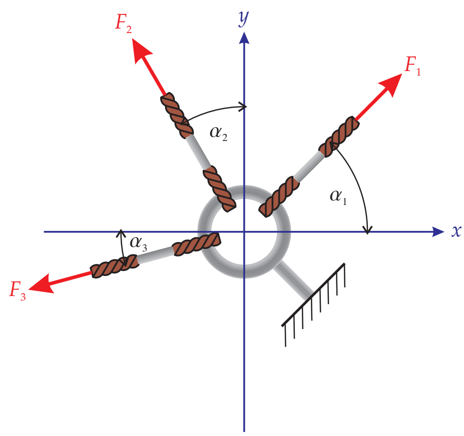
a) Schneiden Sie das System „Walze 1, Walze 2, Walze 3“ frei.
b) Berechnen Sie die Kontaktkraft N zwischen der Walze 2 und der schiefen Ebene sowie die Kontaktkraft K_{12} zwischen der Walze 1 und der Walze 2.

Geg: $\mathbf{g}$, m, φ **Lsg:** b) $N = \dfrac{3}{2\cos\varphi}\, mg$, $K_{12} = \dfrac{1}{3}\sqrt{3}\, mg$

Aufgabe 2.10.

●●○○○

Die dargestellte Öse ist fest mit einem Körper verbunden. Über drei Seile, die entlang der Winkel α_1, α_2 bzw. α_3 ausgerichtet sind, werden die Kräfte F_1, F_2 bzw. F_3 auf die Öse bertragen. Die Stellen, an denen die Seile die Öse umspannen, können dabei als reibungsfrei angesehen werden.



Fassen Sie die von außen eingeprägten Kräfte zu einer Resultierenden zusammen und bestimmen Sie deren Lage. Welche Kraft muss die Öse auf die Seile ausüben, damit Gleichgewicht vorliegt?

Geg: $F_1 = 100\,\mathrm{N}$, $F_2 = 150\,\mathrm{N}$, $F_3 = 250\,\mathrm{N}$, $\alpha_1 = 45°$, $\alpha_2 = 30°$, $\alpha_3 = 15°$

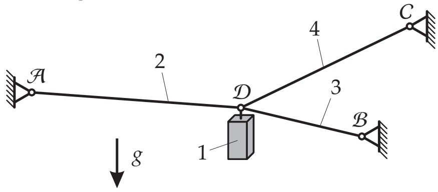
Lsg: $\mathbf{R} \approx [-245{,}770;\, 135{,}910]^T\,\mathrm{N}$, $\alpha_R \approx 61{,}058°$

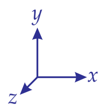
Aufgabe 2.11.

●●●○○

Über einer Verkehrskreuzung ist in der dargestellten Weise ein Körper 1 der Masse m, bei dem es sich beispielsweise um die in dem Foto gezeigte Beleuchtung handeln könnte, am Punkt $\mathcal{D}$ über 3 Seile 2, 3 und 4 mit den Auflagerpunkten $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ und $\mathcal{C}$ im Mauerwerk angrenzender Gebäude verbunden.

Die Lage der Punkte $\mathcal{A}$ bis $\mathcal{D}$ ist bezüglich des dargestellten Koordinatensystems durch die jeweiligen Ortsvektoren $\mathbf{r}$ gegeben. Der Vektor der Erdbeschleunigung $\mathbf{g}$ wirke entgegengesetzt der positiv definierten y-Richtung des Koordinatensystems. Berechnen Sie die in den Seilen wirksamen Kräfte.





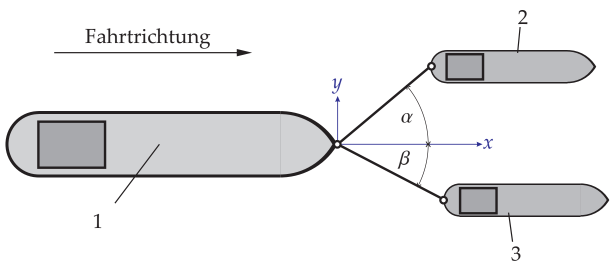
Geg: m, g, $\mathbf{r}_A = [0; 7,5; 0]^T\,\mathrm{m}$, $\mathbf{r}_B = [15,0; 7,5; 5,0]^T\,\mathrm{m}$, $\mathbf{r}_C = [12,5; 7,5; -7,5]^T\,\mathrm{m}$, $\mathbf{r}_D = [7,5; 6,0; -2,5]^T\,\mathrm{m}$

Lsg: $S_3 \approx 1,020\,m\,g$, $S_4 \approx 2,065\,m\,g$, $S_2 \approx 2,299\,m\,g$

Aufgabe 2.12.

●●●○○

Ein havariertes Schiff (1) wird von zwei unterschiedlich starken Schleppern (2, 3) mit Seilen durch einen Kanal gezogen. Die Schleppbewegung übt dabei eine Widerstandkraft F_1 auf das Schiff (1) aus, das durch die Seilkräfte S_2 und S_3 gezogen wird.



Berechnen Sie die sich während des Transports einstellenden Winkel α und β der Zugseile.

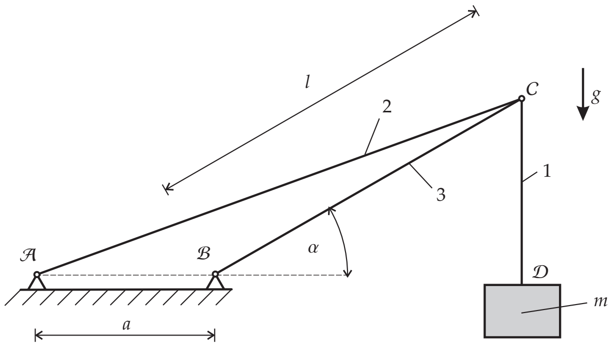
Geg: $F_1 = 10\,\mathrm{MN}$,$S_2 = 5\,\mathrm{MN}$, $S_3 = 7\,\mathrm{MN}$

Lsg: $\alpha \approx 40,413°$, $\beta \approx 27,660°$

Aufgabe 2.13.

●●●○○

Das dargestellte statische System stellt eine Hebevorrichtung dar. Die zu hebende Last m ist mit dem Punkt $\mathcal{C}$ des dargestellten Tragwerks durch ein Seil (1) verbunden. Des Weiteren ist der Punkt $\mathcal{C}$ durch ein Seil (2) mit dem Auflager $\mathcal{A}$ bzw. durch einen Stab (3) mit dem Auflager $\mathcal{B}$ verbunden. Der Stab habe die Länge l und ist gegenüber der Horizontalen um den Winkel α geneigt. Der horizontale Abstand der beiden Auflager beträgt a. Berechnen Sie die inneren Kräfte der Seile und des Stabes.

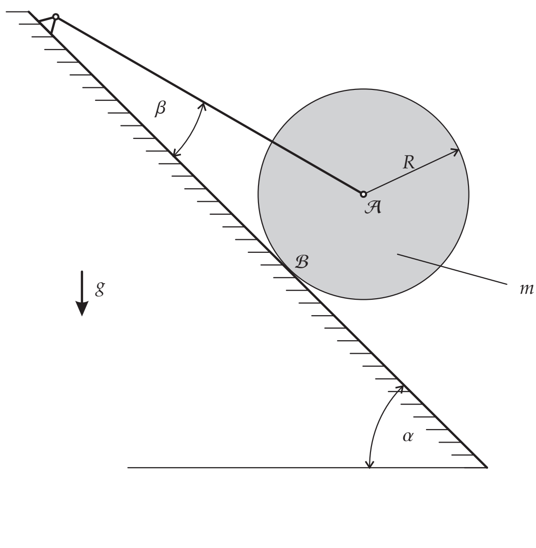


Geg: $m,\ g,\ l,\ a = l/2,\ \alpha = 30°$ **Lsg:** $S_2 \approx 5,039\, m\, g,\ S_3 \approx -5,464\, m\, g$

Aufgabe 2.14.

●●○○○

Eine Kreisscheibe (Radius R, Masse m) wird in der abgebildeten Weise durch ein im Punkt $\mathcal{A}$ befestigtes Seil im Gleichgewicht gehalten und stützt sich im Punkt $\mathcal{B}$ reibungsfrei am Fundament (Neigungswinkel α) ab. Berechnen Sie die dabei im Punkt $\mathcal{B}$ auf das Fundament einwirkende Kraft sowie die Seilkraft.



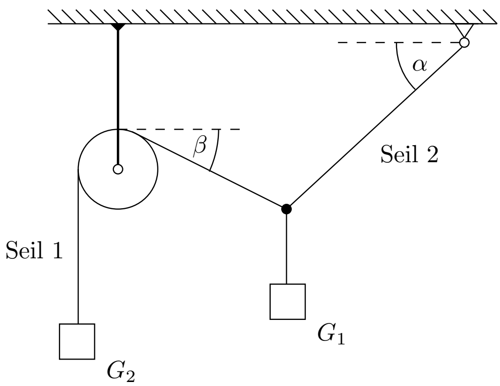
Geg: $\alpha = 45°,\ \beta = 30°,\ m,\ g$

Lsg: $B \approx 1.12\, m\, g,\ S \approx 0,82\, m\, g$

Aufgabe 2.15.

●●○○○

Das skizzierte System besteht aus Seilen, glatten Seilrollen und Gewichten. Wie groß sind α und die Seilkräfte S_1 und S_2, wenn sich das System im Gleichgewicht befindet?



Geg: G_1, G_2, β

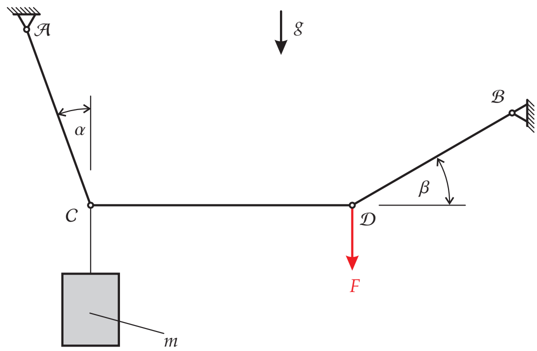
Lsg: $S_1 = G_2$, $S_2 = G_2 \dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}$,

$$\alpha = \arctan \frac{G_1 - G_2 \sin\beta}{G_2 \cos\beta}$$

Aufgabe 2.16.

●●●○○

Das abgebildete System - bestehend aus drei, in den Punkten $\mathcal{C}$ bzw. $\mathcal{D}$ gelenkig miteinander verbundenen Stäben, die in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ ebenfalls gelenkig gelagert sind - wird in der skizzierten Weise durch ein Gewicht der Masse m sowie eine Kraft F belastet. Die Gewichtskräfte der Stäbe können dabei vernachlässigt werden. Wie groß sind die Kräfte A, B und F, wenn sich das System in der abgebildeten Lage im Gleichgewicht befindet?



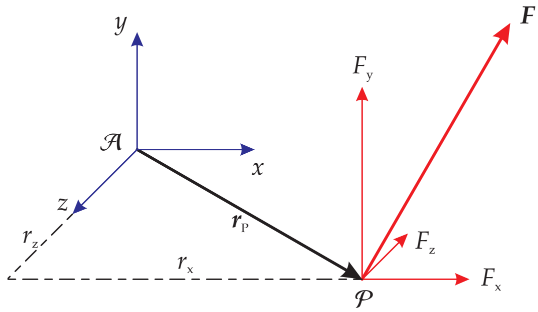
Geg: $\alpha = 20°$, $\beta = 30°$, m, g

Lsg: $A \approx 1,06\, m\, g$, $B \approx 0,42\, m\, g$, $F \approx 0,21\, m\, g$

Aufgabe 2.17.

●○○○○

Berechnen Sie das Moment bezüglich Punkt $\mathcal{A}$.



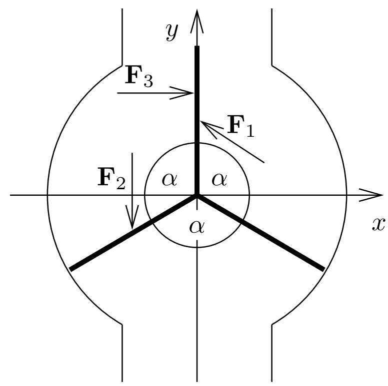
Geg:
$\mathbf{F} = [2;\ 5;\ -1]^T\,\mathrm{N}$,
$\mathbf{r}_P = [5;\ 0;\ 2]^T\,\mathrm{m}$

Lsg:
$\mathbf{M} = [-10;\ 9;\ 25]^T\,\mathrm{Nm}$,
$|\mathbf{M}| = \sqrt{806}\,\mathrm{Nm}$

Aufgabe 2.18.

●●○○○

Drei Personen üben Kräfte auf eine Drehtür aus. Die Kräfte $\mathbf{F}_1$ und $\mathbf{F}_2$ sowie deren Angriffspunkte sind bekannt ($\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$). In welcher Entfernung vom Drehkreuz muss die dritte Person die Kraft $\mathbf{F}_3$ aufbringen, wenn sich die Tür gerade nicht drehen soll und diese Kraft senkrecht zum Türarm aufgebracht wird?



Geg:

$$\mathbf{F}_1 = [-2,5\,K;\ \sqrt{2,75}\,K]^T \qquad \alpha = 120^\circ$$
$$\mathbf{F}_2 = [0;\ -3K]^T \qquad \mathbf{r}_1 = [0;\ 2a]^T$$
$$\mathbf{F}_3 = [3\,K;\ 0]^T \qquad \mathbf{r}_2 = [-\sqrt{3}\,a;\ -a]^T$$

Lsg: $\mathbf{r}_3 = [0;\ 3,4\,a]^T$

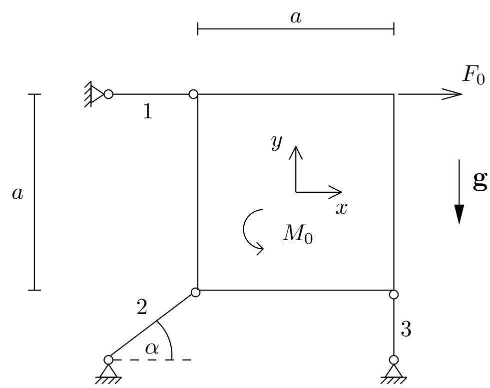
Aufgabe 2.19.

●●○○○

Die skizzierte Scheibe wird durch die Stäbe 1, 2 und 3 gestützt und durch ihr Gewicht G, ein Einzelmoment M_0 sowie eine Einzelkraft F_0 belastet.

a) Schneiden Sie die Scheibe frei.
b) Berechnen Sie die Kräfte in den Stützstäben.
c) Was passiert für $\alpha = 45°$?

Geg: α, a, F_0, M_0



Lsg: b) $S_1 = F_0 - \dfrac{\left(M_0 + G\,\frac{a}{2}\right)\cos\alpha}{a\,(\cos\alpha - \sin\alpha)}$, $S_2 = \dfrac{M_0 + G\,\frac{a}{2}}{a\,(\cos\alpha - \sin\alpha)}$,

$$S_3 = -G - \frac{\left(M_0 + G\,\frac{a}{2}\right)\sin\alpha}{a\,(\cos\alpha - \sin\alpha)}$$

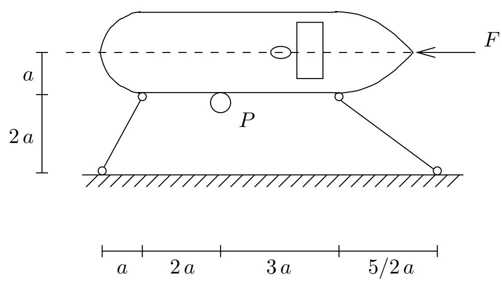
Aufgabe 2.20.

●●○○○

Ein Boot ist durch zwei Seile und einen glatten Pfahl P am Ufer eines Flusses festgemacht. Die Strömung übt auf das Boot eine resultierende Kraft F aus.

a) Bestimmen Sie die Kräfte, welche die Seile und der Pfahl auf das Boot ausüben.
b) Bleibt das Boot in dieser Lage, wenn sich die Strömungsrichtung umkehrt?

Geg: a, F

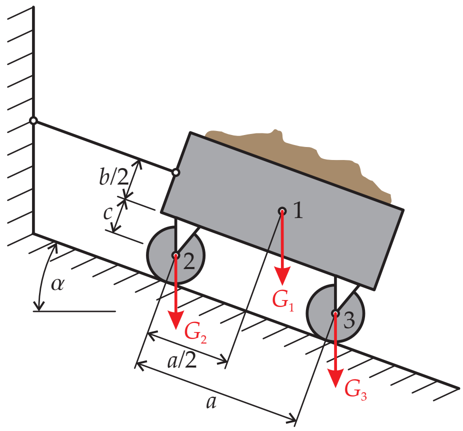


Lsg: a) $P \approx -3,249\,F$, $S_1 \approx 1,957\,F$, $S_2 \approx 2,4\,F$

Aufgabe 2.21.

●●●○○

Ein Wagen (Gewicht G_1) auf zwei Rädern (Eigengewicht G_2 bzw. G_3) befindet sich auf einer schiefen Ebene und wird durch ein parallel zur Ebene gespanntes Seil im Gleichgewicht gehalten. Das System kann als reibungsfrei betrachtet werden. Bestimmen Sie rechnerisch



a) die Seilkraft S,
b) die Druckkräfte beider Räder auf die schiefe Ebene.

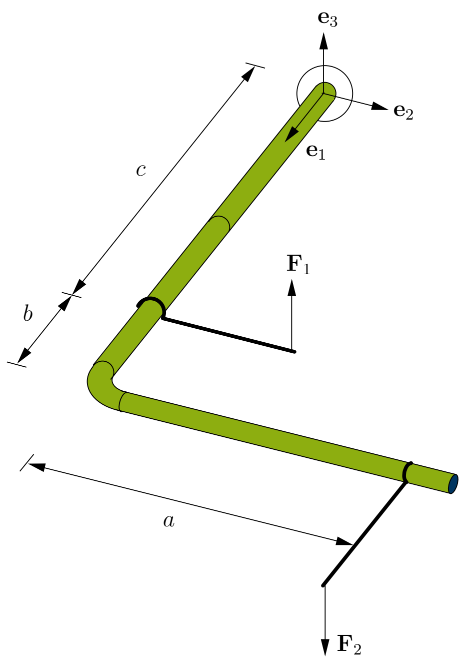
Geg: $G_1 = 100\,\mathrm{kN}$, $G_2 = 20\,\mathrm{kN}$, $G_3 = 20\,\mathrm{kN}$, $a = 8\,\mathrm{m}$, $b = 3\,\mathrm{m}$, $c = 1,25\,\mathrm{m}$, $R = 1\,\mathrm{m}$, $\alpha = 20°$

Lsg: $S \approx= 47,88\,\mathrm{kN}$, $N_2 = 70\,48\,\mathrm{kN}$, $N_3 = 61,08\,\mathrm{kN}$

Aufgabe 2.22.

●●○○○

An einem gewinkelten Rohr greifen über 2 Rohrzangen (Länge l) die Kräfte $\mathbf{F}_1 = F\,\mathbf{e}_3$ und $\mathbf{F}_2 = -F\,\mathbf{e}_3$ an. Das Drehmoment, das infolgedessen auf das Rohr wirkt, hat den Betrag $M = |\mathbf{M}|$.
Bestimmen Sie den Betrag F der angreifenden Kräfte.

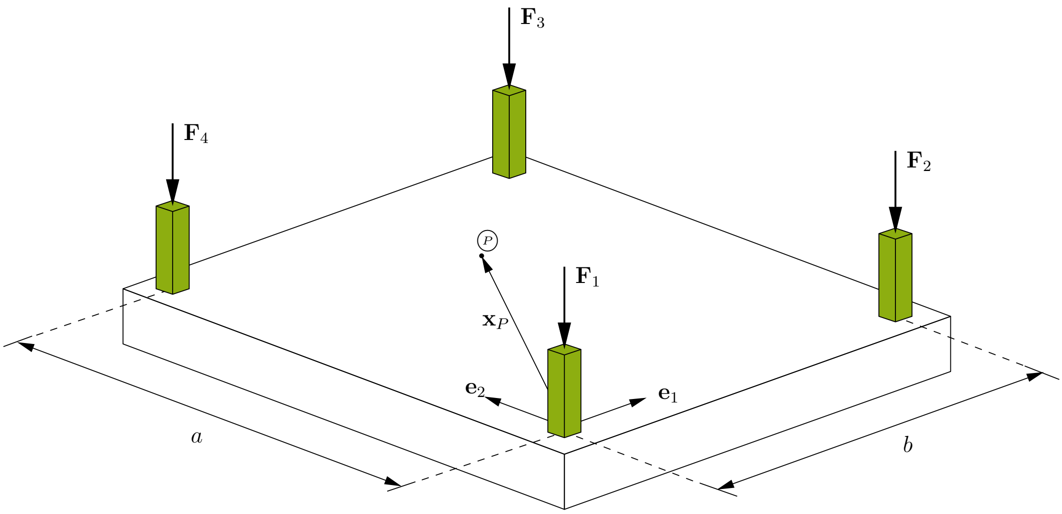


Geg: a, b, c, l, M

Lsg: $F = \dfrac{M}{\sqrt{(a-l)^2 + (b+l)^2}}$

Aufgabe 2.23.

●●○○○



Auf eine Bodenplatte wirken über 4 Stützen die Kräfte $\mathbf{F}_i$, $i = 1, 2, 3, 4$ (alle parallel zur $\mathbf{e}_3$-Richtung), ein. Berechnen Sie die Resultierende $\mathbf{R}$ der Kräftegruppe und bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P so, dass das resultierende Moment bezüglich P verschwindet ($\mathbf{M}_P = \mathbf{0}$).

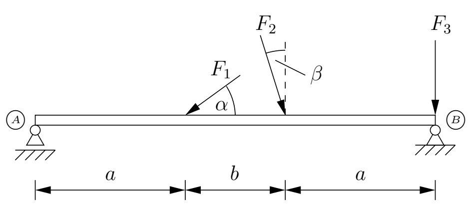
Geg: a, b, F_1, F_2, F_3, F_4 mit $F_i = |\mathbf{F}_i|$

Lsg: $x_{P1} = \dfrac{F_2 + F_3}{F_1 + F_2 + F_3 + F_4}\, b$, $x_{P2} = \dfrac{F_3 + F_4}{F_1 + F_2 + F_3 + F_4}\, a$

Aufgabe 2.24.

●●○○○

An einem Balken greifen wie skizziert die Kräfte F_1, F_2 und F_3 an. Bestimmen Sie die Dyname dieser Kräftegruppe bezüglich A sowie B.



Geg: a, b, α, β, F_1, F_2, F_3

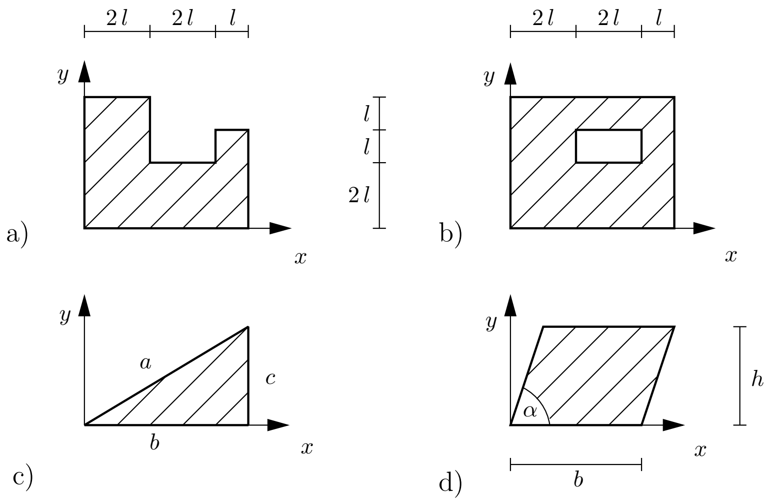
Lsg: $M_A = F_1\, a \sin\alpha + F_2\,(a+b)\cos\alpha + F_3\,(2\,a+b)$

3 Schwerpunktsberechnung

Aufgabe 3.1.

●●●○○

Berechnen Sie den Schwerpunkt der skizzierten Flächen, die durch Geraden begrenzt sind. Die Masse pro Flächeneinheit μ ist jeweils konstant.



Geg: l, a, b, c, b, h, α, μ

Lsg: a) $x_S = 2,23\,l$, $y_s = 1,63\,l$, b) $x_s = 2,44\,l$, $y_s = 1,94\,l$,

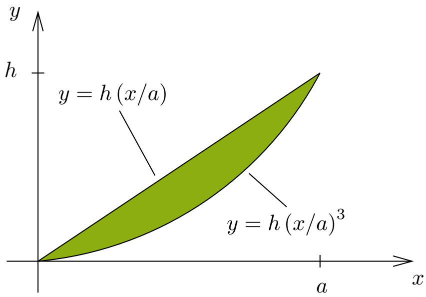
c) $x_s = 2/3\,b$, $y_s = 1/3\,c$, d) $x_s = 1/2\,(b + h\cot\alpha)$, $y_s = h/2$

Aufgabe 3.2.

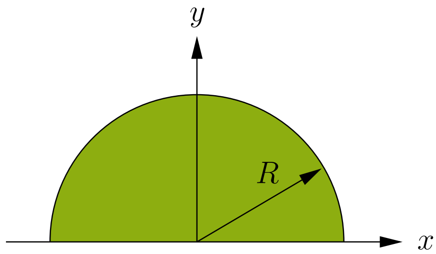
●●●●○

Berechnen Sie den Schwerpunkt der skizzierten Flächen, die durch gekrümmte Kurven begrenzt sind:

a) Begrenzung durch Gerade und kubische Parabel,
b) Begrenzung durch Halbkreis.



a)



b)

Geg: a, h, R

Lsg: a) $x_s = 8/15\,a$, $y_s = 8/21\,h$, b) $x_s = 0$, $y_s = 4\,R/(3\,\pi)$

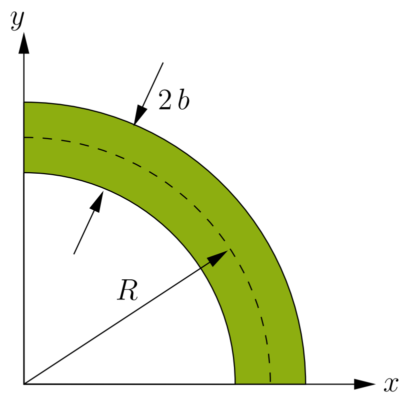
Aufgabe 3.3.

●●●●○

Gegeben ist ein Viertelkreisbogen konstanter Flächdendichte μ und konstanter Dicke $2\,b$.

a) Berechnen Sie den Schwerpunkt des Bogens für beliebige Werte b.
b) Berechnen Sie den Schwerpunkt des Bogens unter der Annahme $b \ll R$.

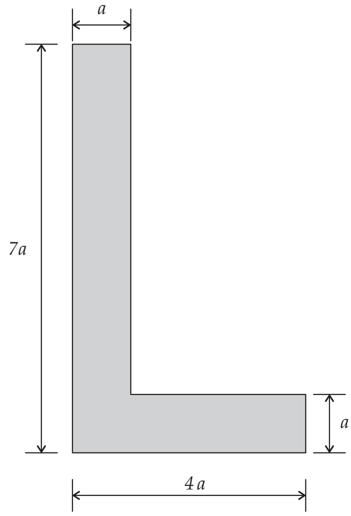
Geg: $R,\ b,\ mu$



Lsg: a) $x_s = y_s = \dfrac{2}{3}\,\dfrac{3\,R^2 + b^2}{\pi\,R}$, b) $x_s = y_s = \dfrac{2\,R}{\pi}$

Aufgabe 3.4.

●○○○○



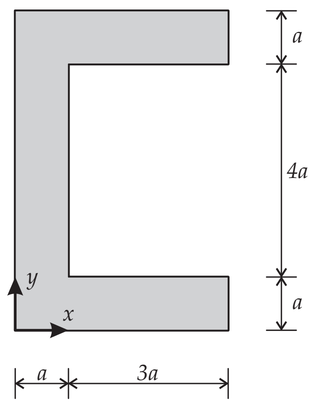
Gegeben ist eine L-förmige Fläche mit den angegebenen Längen. Bestimmen Sie den Flächenschwerpunkt bezogen auf die linke untere Ecke der Fläche.

Geg: a

Lsg: $x_s = 1,1\,a,\ y_s = 2,6\,a$

Aufgabe 3.5.

●○○○○



Berechnen Sie den Schwerpunkt der skizzierten Fläche.

Geg: a

Lsg: $x_s = 3/2\,a, y_s = 3\,a$

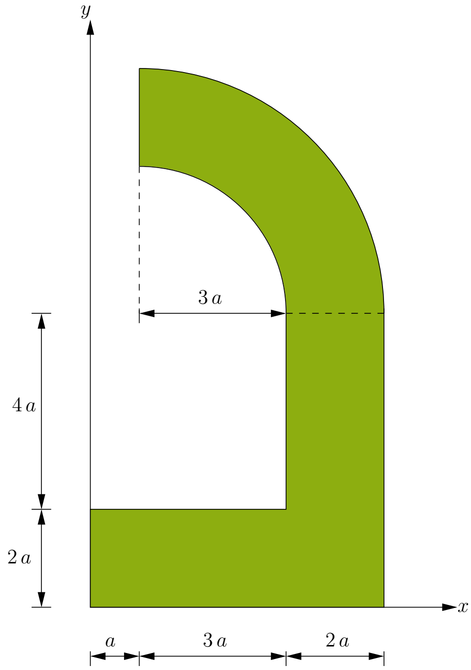
Aufgabe 3.6.

●●○○○

Bestimmen Sie den Schwerpunkt der dargestellten Fläche. 5

Geg: a

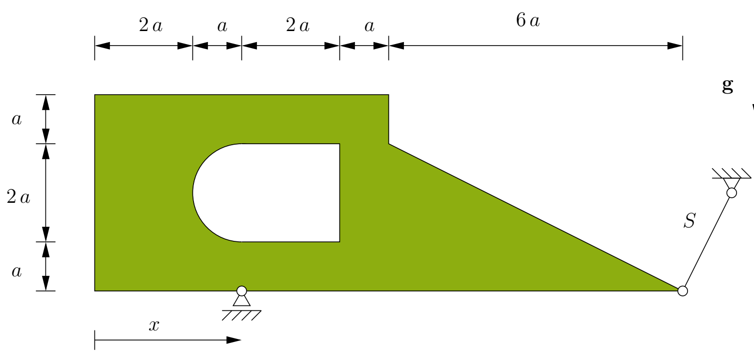
Lsg: $x_s \approx 3,723\,a$, $y_s \approx 4,669\,a$



Aufgabe 3.7.

●●○○○

Die abgebildete Scheibe konstanter Dicke und konstanter Dichte wird durch ihr Eigengewicht belastet. Bestimmen Sie die Lage x des Auflagers so, dass das Seil S unbelastet ist.

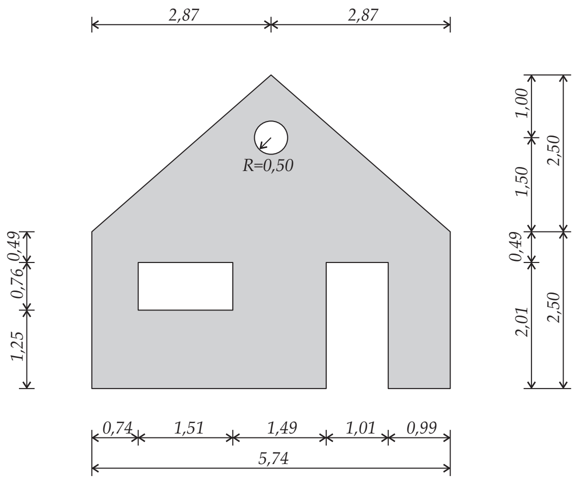


Geg: a, $\mathbf{g}$ **Lsg:** $x \approx 4,591\,a$

Aufgabe 3.8.

●●○○○

Die dargestellte Skizze zeigt eine Hauswand mit Aussparungen für Fenster und eine Tür. Bestimmen Sie den Schwerpunkt der von der Wand eingenommen Fläche bezogen auf die linke untere Ecke.



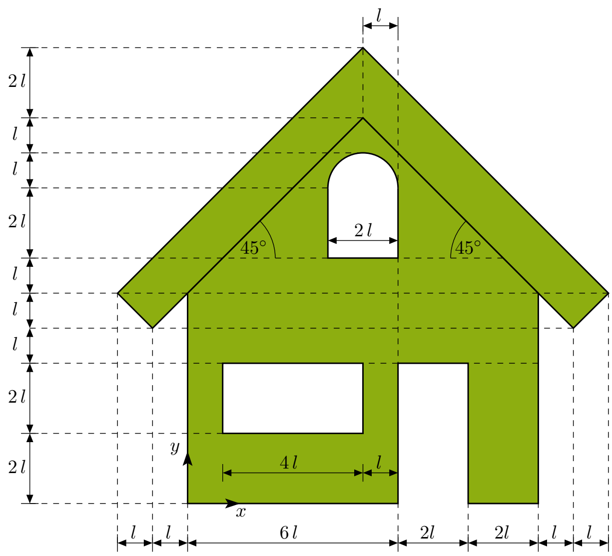
Lsg:
$x_s \approx 2,801$, $y_s \approx 1,981$

Aufgabe 3.9.

●●○○○

Gegeben ist eine Fläche, deren Aussparungen Löcher darstellen.

a) Teilen Sie die Gesamtfläche in geeignete Teilflächen ein.
b) Ermitteln Sie, bezogen auf das gegebene Koordinatensystem, Flächeninhalt und Schwerpunkt aller zur Berechnung des Gesamtschwerpunktes benötigten Teilflächen und berechnen Sie den Gesamtschwerpunkt der Fläche.



Geg: l **Lsg:** $A \approx 89,429\,l^2$, $x_s \approx 5,000\,l$, $y_s \approx 5,735\,l$

Aufgabe 3.10.

●●○○○

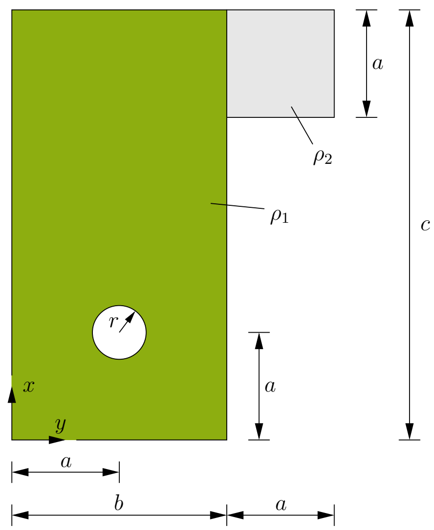
Berechnen Sie für den gegebenen Querschnitt mit Loch die Koordinaten des Massenschwerpunkts mit

a) $\rho_1 = \rho_2$,
b) $\rho_1 = 10\,\mathrm{kg/cm^3}$,
$\rho_2 = 20\,\mathrm{kg/cm^3}$

Geg: $r = 5\,\mathrm{cm}$, $a = 20\,\mathrm{cm}$,
$b = 40\,\mathrm{cm}$, $c = 80\,\mathrm{cm}$

Lsg: a) $x_s \approx 23{,}41\,\mathrm{cm}$,
$y_s \approx 43{,}86\,\mathrm{cm}$

b) $x_s \approx 26{,}12\,\mathrm{cm}$,
$y_s \approx 46{,}52\,\mathrm{cm}$



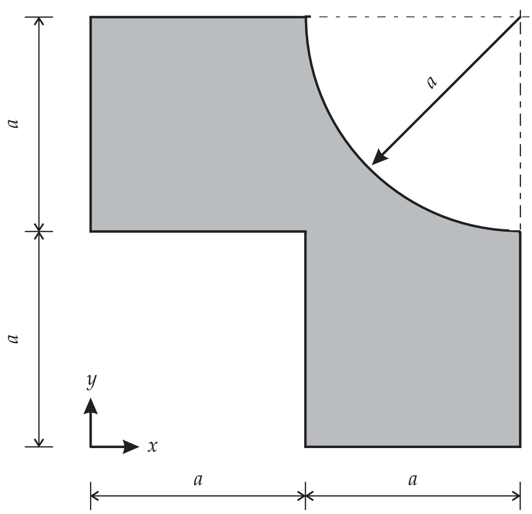
Aufgabe 3.11.

●●○○○

Berechnen Sie den Schwerpunkt des skizzierten Fläche.

Geg: a

Lsg: $x_s \approx 1{,}0216\,a, y_s \approx 1{,}0216\,a$

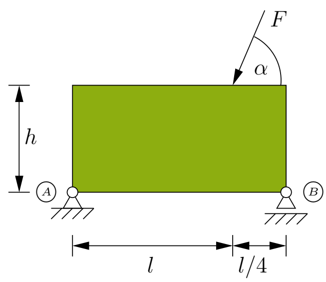


4 Auflagerkräfte

Aufgabe 4.1.

●○○○○

Die skizzierte starre Scheibe wird durch die Kraft F belastet. Berechnen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten Ⓐ sowie Ⓑ.



Geg: F, α, l, h

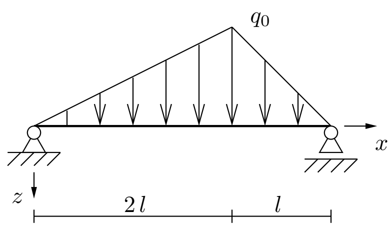
Lsg: $A_H = F \cos\alpha$, $A_V = F \sin\alpha - B_V$,

$B_V = (3/4 \sin\alpha\, l - h \cos\alpha)\, F/l$

Aufgabe 4.2.

●●○○○

Ein Balken der Länge $3\,l$ wird wie skizziert durch eine Linienkraft $q(x)$ beansprucht. Bestimmen Sie Größe und Angriffspunkt der aus $q(x)$ resultierenden Kraft R sowie die Auflagerkräfte.



Geg: l, q_0

Lsg: $R = 3/2\, q_0\, l$, $x_R = 5/3\, l$

Aufgabe 4.3.

●●○○○

Die skizzierte starre Scheibe wird durch die Kraft F sowie

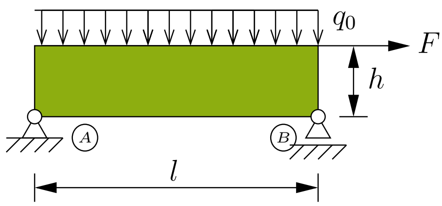
a) eine konstante Linienkraft q_0 und
b) eine lineare Linienkraft mit dem Maximalwert q_0

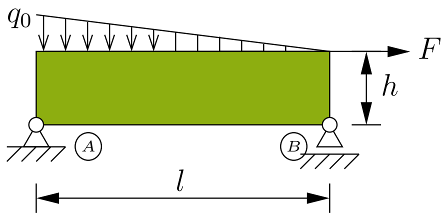
beansprucht. Berechnen Sie die jeweiligen Auflagerkräfte in den Punkten Ⓐ sowie Ⓑ.

Geg: F, $q_0 = F/l$, l, $h = l/8$

Lsg: a) $A_H = -F$, $A_v = 3/8\,F$, $B_V = 5/8\,F$

b) $A_H = -F$, $A_v = 5/24\,F$, $B_V = 7/24\,F$





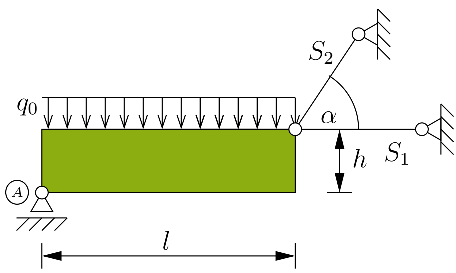
Aufgabe 4.4.

●●●○○

Bestimmen Sie für die belastete Scheibe die Stabkräfte S_1 und S_2 sowie die Auflagerkräfte in Ⓐ ausschließlich über Auswertung von Momentengleichgewichten.

Geg: q_0, l, $h = l/4$, α

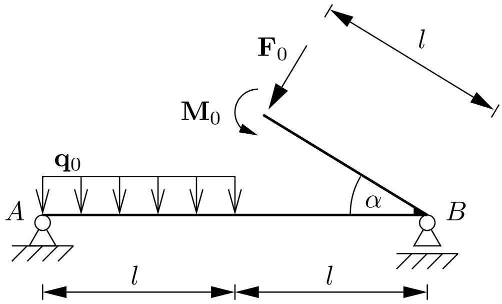
Lsg: $S_1 = -q_0\,l/(2\,\tan\alpha)$,
$S_2 = q_0\,l/(2\,\sin\alpha)$,
$A_v = q_0\,l/2$



Aufgabe 4.5.

●●●○○

Berechnen Sie die Auflagerkräfte des skizzierten Systems.



Geg: $\alpha = 30°$, l, F_0,
$M_0 = F_0\, l$, $q_0 = F_0/l$

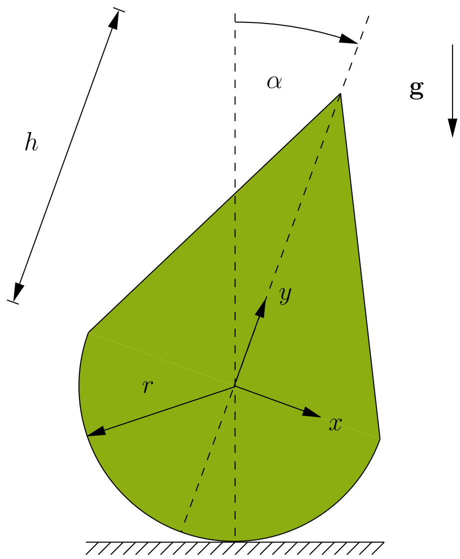
Lsg: $A_h = 1/2\, F_0$, $A_v = 7/4\, F_0$,
$B = \left(1/2\sqrt{3} - 3/4\right)\, F_0$

Aufgabe 4.6.

●●●○○

Gegeben ist das skizzierte Stehaufmännchen mit der konstanten Flächendichte μ.

a) Berechnen Sie den Schwerpunkt der Figur bezüglich des eingezeichneten x-y-Koordinatensystems.
b) Geben Sie das resultierende Moment um den Auflagepunkt auf der (glatten) Unterlage an.
c) Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit sich die Figur aus einem um $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ ausgelenkten Zustand wieder aufrichten kann und wie groß darf $h \geq 0$ werden?



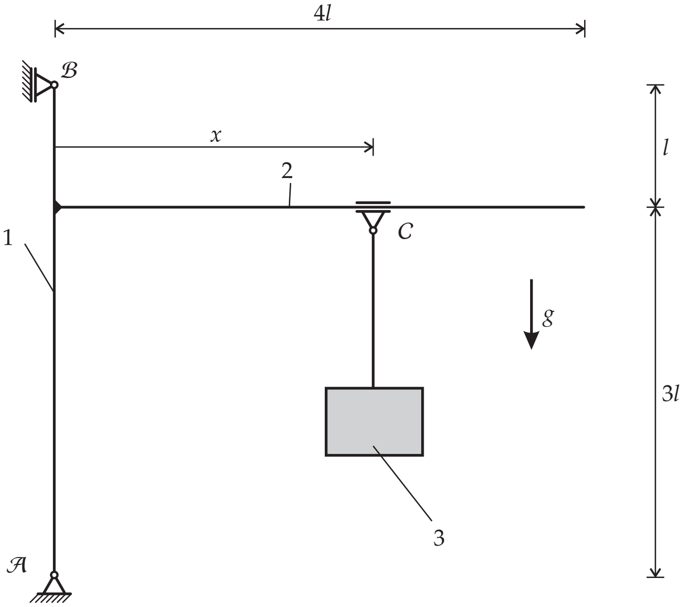
Geg: r, μ, $\mathbf{g}$

Lsg: a) $x_s = 0$, $y_s = (h^2 - 2\, r^2)/(3\,(h + \pi/2\, r))$, c) $h < \sqrt{2}\, r$

Aufgabe 4.7.

●●○○○

Die dargestellte Tragkonstruktion ist in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ gelagert und dient dem Heben und Transportieren von Lasten. Dazu ist eine Vorrichtung im Punkt $\mathcal{C}$ angebracht, die eine Last (3) (Masse m_L) heben kann sowie entlang des horizontalen Balkens verschieblich ist (Koordinate x). Das Eigengewicht der Balken $(1, 2)$ (Masse jeweils m) soll berücksichtigt werden. Bestimmen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ in Abhängigkeit der gegeben Größen sowie der Position x des Punktes $\mathcal{C}$.



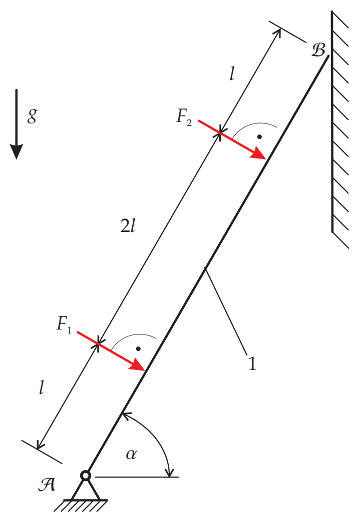
Geg: m, m_L, g, l

Lsg: $A_H = m\,g\,(x\,m_L/(m\,l) + 2)/4$, $A_V = m\,g\,(m_L/m + 2)$, $B_H = -A_H$

Aufgabe 4.8.

●●●○○

Auf den abgebildeten Balken (1) (Länge $4l$, Eigengewicht $G = mg$), der im Punkt $\mathcal{A}$ gelagert ist und sich im Punkt $\mathcal{B}$ reibungsfrei am Fundament abstützt, wirken die gegebenen Einzelkräfte F_1 und F_2. Ermitteln Sie die Auflagerkräfte.



Geg: $G = 2$ kN, $F_1 = 7$ kN, $F_2 = 5$ kN, $\alpha = 60°$, l

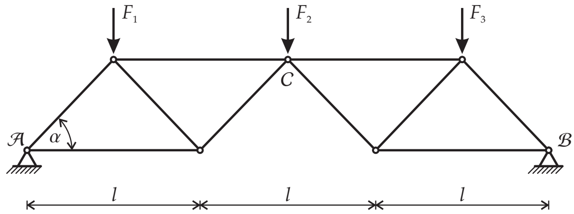
Lsg: $A_H \approx -3,46\,\text{kN}$, $A_V = 8\,\text{kN}$, $B \approx 6,93\,\text{kN}$

5 Tragwerke

Aufgabe 5.1.

●●●○○

Das dargestellte Fachwerk wird durch die äußeren Kräfte F_1, F_2 und F_3 an den oberen Gelenken belastet. Bestimmen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ sowie die im Punkt $\mathcal{C}$ wirksamen Gelenkkräfte.



Geg: $F_1 = 2\,F$, $F_2 = 3/2\,F$, $F_3 = F$, $\alpha = 45°$, l

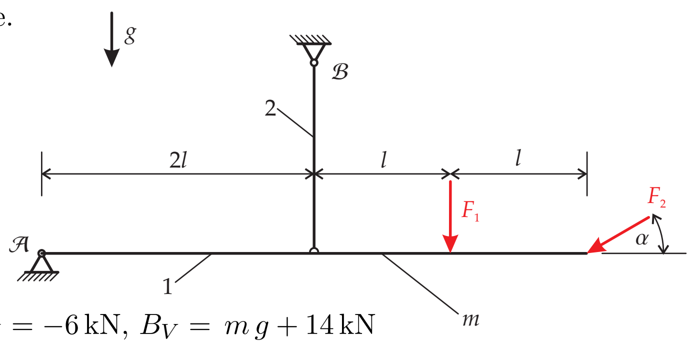
Lsg: $A_H = 15/4\,F$, $A_V = 31/12\,F$, $B_H = -15/4\,F$, $B_V = 23/12\,F$

Aufgabe 5.2.

●●●○○

Das skizzierte Tragwerk, bestehend aus einem im Punkt $\mathcal{A}$ gelenkig gelagerten Balken (1) - Länge $4l$, Masse m - sowie einem ebenfalls gelenkig an den Balken angeschlossenen Stab (2), wird durch die Kräfte F_1 und F_2 belastet. Das Gewicht des Stabes kann dabei vernachlässigt werden. Berechnen Sie sämtliche Auflagerkräfte.

Geg: $\alpha = 30°,\ l,\ m,\ g,$
$F_1 = 4\,\mathrm{kN}$,
$F_2 = 8\,\mathrm{kN}$

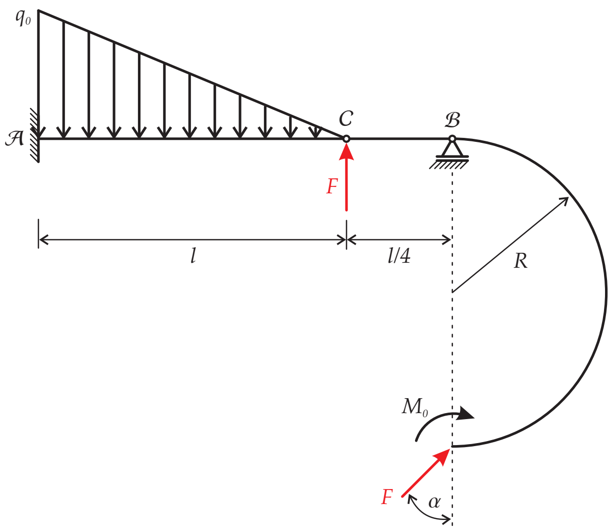


Lsg: $A_H = 4\sqrt{3}\,\mathrm{kN}$, $A_V = -6\,\mathrm{kN}$, $B_V = m\,g + 14\,\mathrm{kN}$

Aufgabe 5.3.

●●●○○

Gegeben ist das skizzierte Tragwerk. Im Punkt $\mathcal{C}$ befindet sich ein Gelenk. Bestimmen Sie sämtliche Auflager- und Gelenkkräfte.



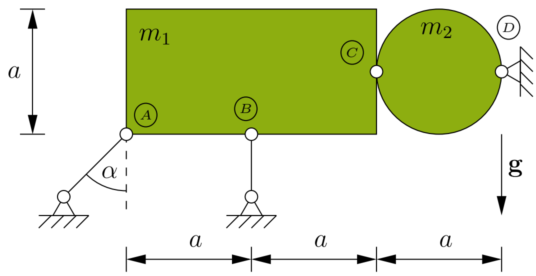
Geg: l, $R = l/2$, F, $q_0 = 12\,F/l$, $\alpha = 45°$, $M_0 = F\,l\,(1 + \sqrt{2}/2)$

Lsg: $A_H = -\sqrt{2}\,F/2$, $A_V = F$, $M_A = -3\,F\,l$, $B_V = (4 - \sqrt{2}/2)\,F$, $C_H = \sqrt{2}\,F/2$, $C_V = 4\,F$

Aufgabe 5.4.

●●○○○

Zwei gelenkig verbundene Scheiben der Massen m_1 sowie m_2 befinden sich im Schwerefeld der Erde und sind wie skizziert gelagert. Bestimmen Sie die Auflagerkräfte sowie die Gelenkkraft in Punkt Ⓒ.



Geg: m, $m_1 = 3\,m$, $m_2 = 2\,m$, $\mathbf{g}$, $\alpha = 45°$

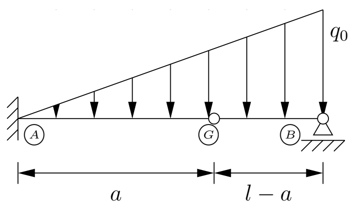
Lsg: $A = 2\sqrt{2}\,m\,g$, $B = -6\,mg$, $C_H = 2\,m\,g$, $C_V = m\,g$,

$D_H = 2\,m\,g$, $D_V = -m\,g$

Aufgabe 5.5.

●●○○○

Berechnen Sie die Auflager- sowie Gelenkkräfte für den skizzierten Balken unter der linearen Streckenlast mit dem Maximalwert q_0.



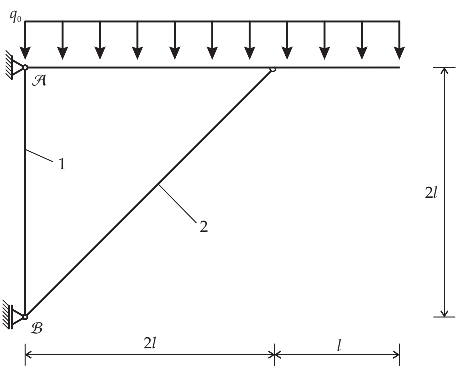
Geg: a, l, q_0

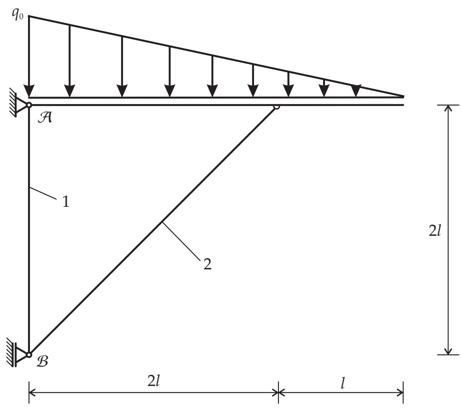
Lsg: $A_V = \frac{q_0}{6\,l}\,(a^2 + a\,l + l^2)$, $M_A = -\frac{1}{6}\,q_0\,a\,(a+l))$, $G_V = -\frac{1}{3}\,\frac{(l-a)\,(a+\frac{l}{2})}{l}$,
$B = \frac{q_0}{6\,l}\,(l-a)\,(a+2\,l)$

Aufgabe 5.6.

●●●○○

Das abgebildete Vordach einer Skihütte ist im Punkt $\mathcal{A}$ frei drehbar gelagert und wird durch eine Stabkonstruktion, bestehend aus den Stäben (1) und (2), zusätzlich im Punkt $\mathcal{B}$ an der Hauswand abgestützt. Durch den auf dem Vordach liegenden Schnee werden die gezeigten Linienkräfte mit dem Maximum q_0 auf das Tragwerk übertragen.





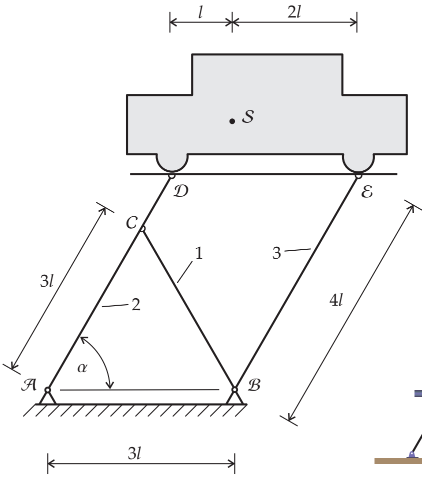
Bestimmen Sie alle Auflager- und Stabkräfte für a) die konstante sowie b) die lineare Streckenlast mit dem Maximalwert q_0.

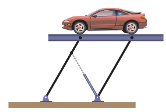
Geg: l, q_0

Lsg: a) $S_2 = -9/4\,\sqrt{2}\,q_0\,l$, $M(2\,l) = -q_0\,l^2/2$,
b) $S_2 = -3/4\,\sqrt{2}\,q_0\,l$, $M(2\,l) = -q_0\,l^2/18$

Aufgabe 5.7. ●●●○○

Die Abbildung zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Hebebühne für Kraftfahrzeuge (Masse m, Schwerpunkt $\mathcal{S}$). Das Anheben und Absenken erfolgt über die Kraftsteuerung innerhalb eines Hubzylinders (1).
Eigengewichte der Konstruktionselemente der Hebebühne können in Relation zum Gewicht des Fahrzeugs vernachlässigt werden. Bestimmen Sie die erforderliche Kraft F_H des Hubzylinders (Stab 1), um das System für beliebige Werte von α im Gleichgewicht zu halten. Welche Auflagerkräfte treten dabei auf? Geben Sie abschließend alle gesuchten Größen für $\alpha = 60°$ in Abhängigkeit des zu hebenden Gewichts an.



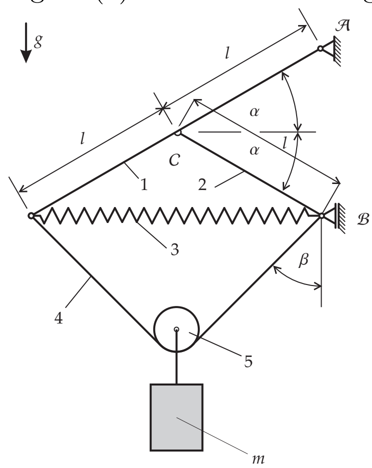


Geg: m, g, l

Lsg: $F_H = -4\sqrt{3}/9\, m\, g$, $A_H = \sqrt{3}/9\, m\, g$, $A_V = 0$,
$B_H = -\sqrt{3}/9\, m\, g$, $B_V = m\, g$

Aufgabe 5.8. ●●●○○

Das dargestellte Tragwerk besteht aus zwei gelenkig miteinander verbundenen Stäben (1,2), einer Feder (3), einem Tragseil (4) sowie einer reibungsfrei gelagerten Rolle (5). Die Rolle trägt ein Gewicht der Masse m. Das Gewicht der gesamten Konstruktion kann gegenüber der Last vernachlässigt werden. In der abgebildeten Lage befindet sich das System im Gleichgewicht. Bestimmen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$, die Seilkraft, die Federkraft sowie die Kraft im Stab 2.



Geg: m, g, l, $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$

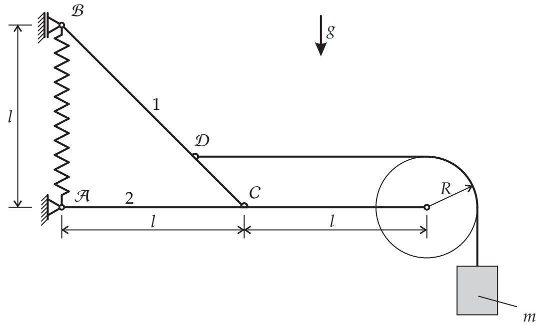
Lsg: $F_F = -m\, g\,(1/2 + \sqrt{3})$, $F_S = m\, g$,
$S = m\, g/\sqrt{2}$

Aufgabe 5.9.

●●●●○

Das abgebildete Tragwerk besteht aus zwei im Punkt $\mathcal{C}$ gelenkig miteinander verbundenen Stäben $(1, 2)$, einer Feder sowie einem im Punkt $\mathcal{D}$ gelenkig am Stab 1 befestigten Seil, das über eine reibungsfrei gelagerte Rolle umgelenkt wird und eine Last der Masse m trägt.

Das Gewicht der Konstruktion ist dabei gegenüber der Last vernachlässigbar. In der gezeichneten Lage befindet sich das System im Gleichgewicht. Bestimmen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ sowie die Federkraft.



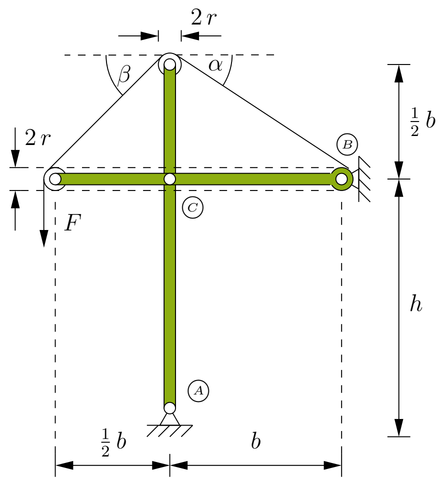
Geg: $m,\ g, l, R = l/4$

Lsg: $A_H = \frac{9}{4}\, m\, g,\ A_V = m\, g,\ B_H = -\frac{9}{4}\, m\, g,\ F_f = 2\, m\, g$

Aufgabe 5.10.

●●●●○

Der skizzierte Kran besteht aus zwei im Punkt Ⓒ gelenkig verbundenen Balken und einem mit der Kraft F belastetem Seil. Das Seil wird über zwei reibungsfrei gelagerte Umlenkrollen mit dem Radius r zu der im Punkt Ⓑ fest mit dem Balken verbundenen Seiltrommel (ebenfalls Radius r) geführt. Das Eigengewicht der Bauteile kann gegenüber der Last F vernachlässigt werden. Bestimmen Sie die Gelenkkräfte im Punkt Ⓒ.



Geg: $r,\ b,\ h,\ F$

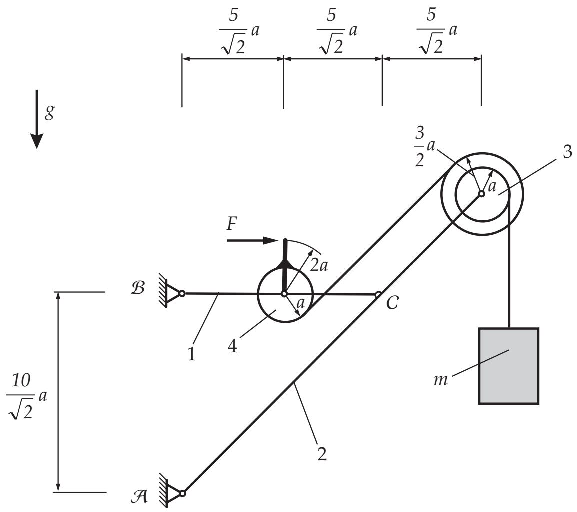
Lsg: $C_H = (1 + \frac{b}{2\,h})\, F\, (cos\beta - \cos\alpha),\ C_V = -(\frac{3}{2}\,(1 - \sin\beta) + \frac{r}{b})\, F$

Aufgabe 5.11.

●●●●○

Die dargestellte Krankonstruktion besteht aus zwei gelenkig miteinander verbundenen Stäben (1,2), einer Umlenkrolle (3) und einer Feststellrolle (4). Die Umlenkrolle setzt sich dabei aus zwei Seiltrommeln zusammen, auf die zwei Seile aufgewickelt sind. Das vertikale Seil trägt eine Masse m.

Die Feststellrolle besteht ebenfalls aus einer Seiltrommel, auf die das Seil aufgewickelt ist, sowie aus einem Hebel, über den eine Feststellkraft F eingeleitet werden kann. Ferner kann das Gewicht der gesamten Konstruktion gegenüber der Last vernachlässigt und die Lagerung der Rollen als reibungsfrei angenommen werden. Das Seil verläuft zwischen den beiden Rollen parallel zu Stab 2!



a) Bestimmen Sie die Feststellkraft F, die nötig ist, um das System im Gleichgewicht zu halten.

b) Ermitteln Sie die Auflagerkräfte in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ sowie die Gelenkkraft im Punkt $\mathcal{C}$.

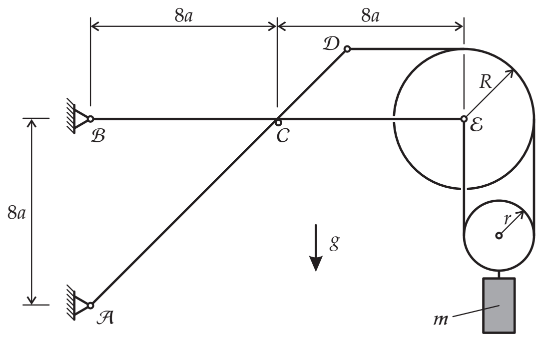
Geg: a, m, g

Lsg: a) $F = m\,g/3$, b) $A_H = (2\sqrt{2} + 18)/12\,m\,g$, $A_V = (\sqrt{2} + 6)/6\,m\,g$

Aufgabe 5.12.

●●●●○

Das skizzierte Tragwerk besteht aus zwei im Punkt $\mathcal{C}$ gelenkig miteinander verbundenen Stäben, zwei reibungsfrei gelagerten Rollen sowie einem Seil, das in den Punkten $\mathcal{D}$ und $\mathcal{E}$ gelenkig an den beiden Stäben befestigt ist. Belastet wird das System durch eine an die untere Rolle angehängte Last mit der Masse m, wobei das Gewicht des Tragwerkes vernachlässigt werden kann. Ermitteln Sie die Auflagerkräfte in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ sowie die Gelenkkraft im Punkt $\mathcal{C}$.



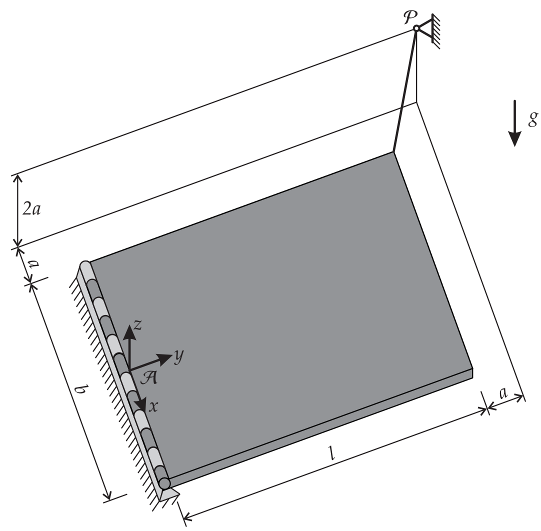
Geg: $a,\ R = 3\,a,\ r = 3/2\,a,\ m,\ g$

Lsg: $A_y = 35/16\,m\,g,\ A_x = 2\,m\,g,\ B_y = -35/16\,m\,g,\ B_x = -m\,g,$
$C_y = 43/16\,m\,g,\ C_x = 2\,m\,g$

Aufgabe 5.13.

●●●○○

Eine rechteckige Platte (Breite b, Länge l, Eigengewicht G) ist in der abgebildeten Weise gelagert und wird zudem durch ein Seil im Gleichgewicht gehalten, das im Punkt $\mathcal{P}$ am Fundament befestigt ist. Bestimmen Sie die durch das Eigengewicht der Platte bedingten Auflagerkräfte und -momente sowie die im Seil wirksame Kraft.



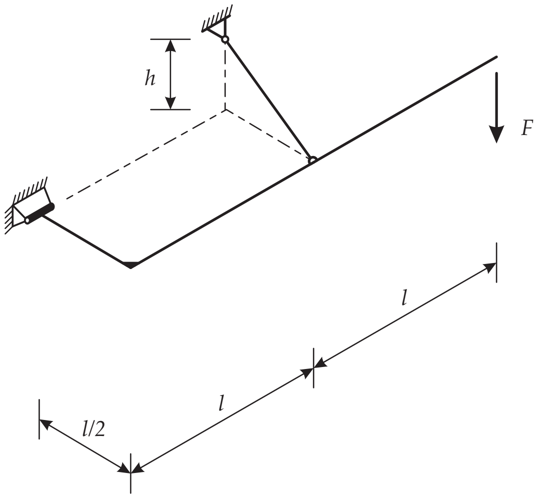
Geg: $b,\ l,\ a,\ G$

Lsg: $A_x = G/4,\ A_y = -G/4,$
$A_z = G/2,\ M_y^A = -G\,b/4,$
$M_z^A = G/4\,(b/2 - l),\ S = \sqrt{6}/4\,G$

Aufgabe 5.14.

●●●●○

Zur Anbringung eines Hinweisschildes wird die dargestellte Konstruktion, die aus einem abgeknickten Balken und einem Seil besteht, verwendet. Der Balken ist dabei an einem Ende durch ein Scharnier mit der Wand befestigt und wird zudem durch ein Seil gehalten. Bestimmen Sie die Auflagerkräfte und -momente des räumlichen Systems.



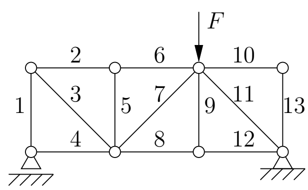
Geg: F, l, h

Lsg: $A_H = F\,l/(2\,h)$, $M_x^{\mathcal{A}} = F\,l$

Aufgabe 5.15.

●○○○○

Geben Sie (ohne Berechnung) die offensichtlichen Nullstäbe des skizzierten Fachwerks an.

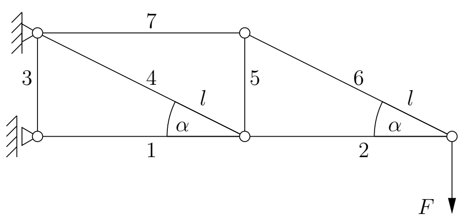


Lsg: 4, 5, 9, 10, 13

Aufgabe 5.16.

●●○○○

Bestimmen Sie für das gegebene Fachwerk die wirkenden Stabkräfte.



Geg: F, l, $\alpha = 30°$

Lsg: $S_1 = -2\sqrt{3}\,F$,

$S_2 = -\sqrt{3}\,F$, $S_3 = 0$,

$S_4 = 2\,F$, $S_5 = -F$, $S_6 = 2\,F$,

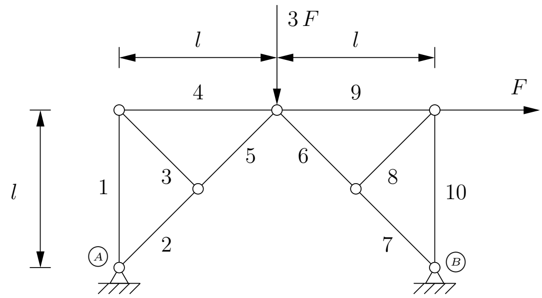
$S_7 = \sqrt{3}\,F$

Aufgabe 5.17.

●●●○○

Gegeben ist nebenstehendes System aus gelenkig miteinander verbundenen Stäben.

a) Überprüfen Sie das System auf statische Bestimmtheit und berechnen Sie die Auflagerkräfte des Systems.
b) Berechnen Sie alle Stabkräfte im System.



Geg: F, l

Lsg: a) $A_H = F$, $A_V = F$, $B_H = -2\,F$, $B_V = 2\,F$,

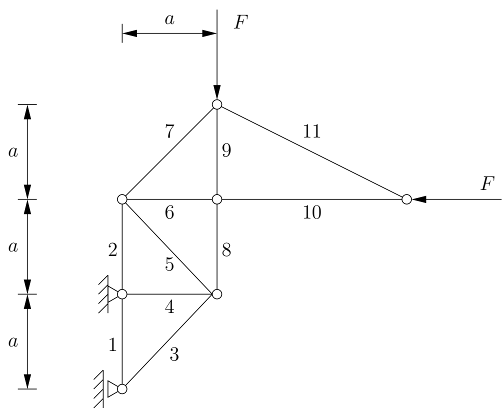
b) $S_2 = S_5 = -\sqrt{2}\,F$, $S_6 = S_7 = -2\,\sqrt{2}\,F$, $S_9 = F$

Aufgabe 5.18.

●●○○○

Gegeben ist nebenstehendes Fachwerk.

a) Untersuchen Sie das System auf statische Bestimmtheit und ermitteln Sie die offensichtlichen Nullstäbe.
b) Berechnen Sie die Kräfte in den Stäben 2, 5 und 8.
c) Ermitteln Sie die übrigen Stabkräfte im System.



Geg: F, l

Lsg: b) $S_2 = -F$, $S_5 = \sqrt{2}\,F$, $S_8 = -F$

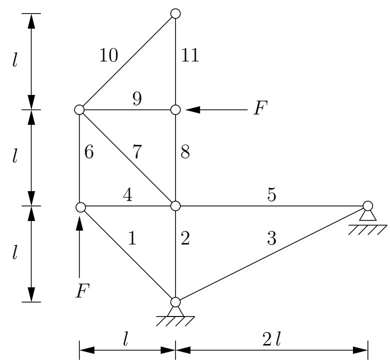
Aufgabe 5.19.

●●○○○

Gegeben ist das abgebildete Fachwerk.

a) Überprüfen Sie die statische Bestimmtheit des Systems und geben Sie zeichnerisch alle offensichtlichen Nullstäbe an.

b) Bestimmen Sie Auflagerkräfte sowie die im Fachwerk wirkenden Stabkräfte.



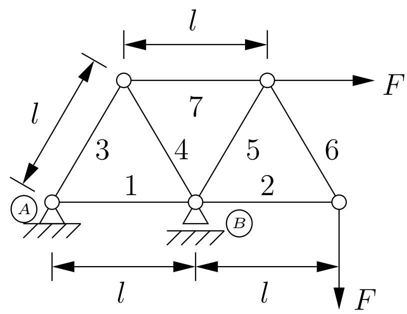
Geg: F, l

Lsg: c) $S_1 = 0$, $S_2 = F$, $S_7 = \sqrt{2}\,F$

Aufgabe 5.20.

●●○○○

Gegeben ist das abgebildete Fachwerk. Berechnen Sie alle Auflager- und Stabkräfte.



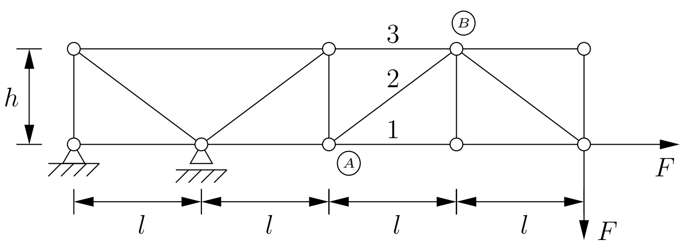
Geg: F, l

Lsg: $A_H = -F$, $A_V = -F\,(\tan\alpha/2 + 1)$,
$B_V = F\,(\tan\alpha/2 + 2)$ mit $\alpha = 60°$,
$S_2 = -F/\tan\alpha$, $S_5 = -F/\sin\alpha$

Aufgabe 5.21.

●●○○○

Ermitteln Sie alle offensichtlichen Nullstäbe und berechnen Sie die Kräfte in den Stäben 1, 2 und 3.



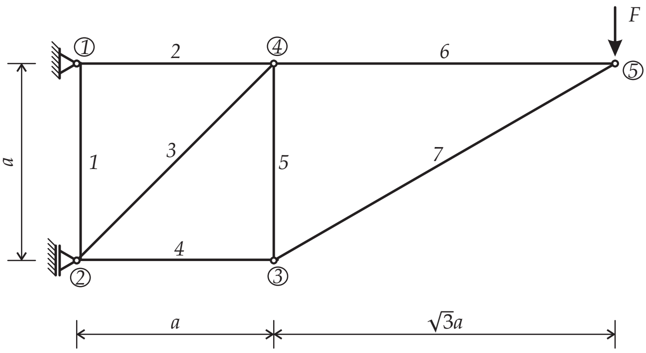
Geg: l, h, F **Lsg:** $S_1 = F\,(1 - l/h)$, $S_3 = 2\,F\,l/h$, $S_2 = -F\,(1 + l/h)/\cos\alpha$

Aufgabe 5.22.

●●○○○

Die dargestellte Konstruktion - bestehend aus gelenkig miteinander verbundenen Stäben, deren Massen vernachlässigt werden können - wird in der abgebildeten Weise durch die Einzelkraft F belastet.

Berechnen Sie die aus der gegebenen Belastung resultierenden Auflagerkräfte sowie die in den einzelnen Stäben wirkenden Stabkräfte.



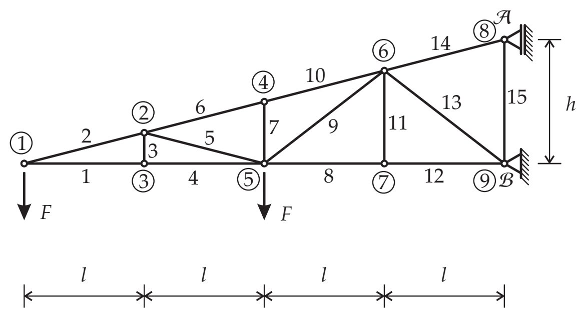
Geg: a, F

Lsg: $S_1 = F$, $S_2 = F\,(1+\sqrt{3})$, $S_3 = -\sqrt{2}\,F$,
$S_4 = -\sqrt{3}\,F$, $S_5 = F$, $S_6 = \sqrt{3}\,F$, $S_7 = -2F$

Aufgabe 5.23.

●●○○○

Das dargestellte Fachwerk symbolisiert den Kragarm eines Strommastes. Die durch die Stromleitungen übertragenen Kräfte F werden in zwei Punkten in das Fachwerk eingeleitet, welches durch ein Festlager und ein Loslager mit dem vertikalen Hauptmast verbunden ist.



Berechnen Sie alle Stabkräfte sowie die vom Kragarm auf den Hauptmast übertragenen Kräfte.

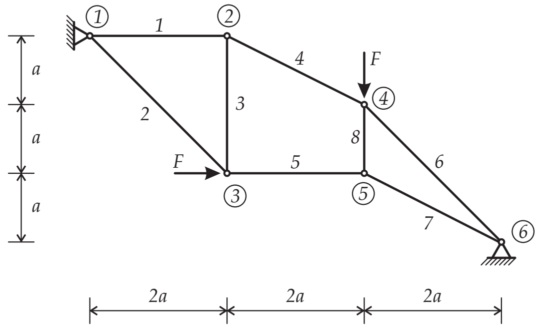
Geg: F, l, $h = 4\left(2-\sqrt{3}\right) l$

Lsg: $S_1 \approx -3{,}732\,F$, $S_2 \approx 3{,}864\,F$ $S_3 = 0$, $S_4 = S_1$, $S_5 = 0$, $S_6 = S_2$,
$S_7 = 0$, $S_8 \approx -4{,}976\,F$, $S_9 \approx 1{,}596\,F$, $S_{10} = S_6$, $S_{11} = 0$, $S_{12} = S_8$,
$S_{13} \approx -0{,}798\,F$, $S_{14} \approx 5{,}796\,F$, $S_{15} = 1{,}5\,F$,
$A \approx -5{,}598\,F$, $B_H = A$, $B_V = 2\,F$

Aufgabe 5.24.

●●●○○

Das dargestellte Fachwerk wird wie skizziert durch zwei Einzelkräfte F belastet, wobei das Gewicht der Konstruktion gegenüber der Belastung vernachlässigt werden kann. Bestimmen Sie die Auflagerkräfte der Konstruktion sowie sämtliche Stabkräfte.



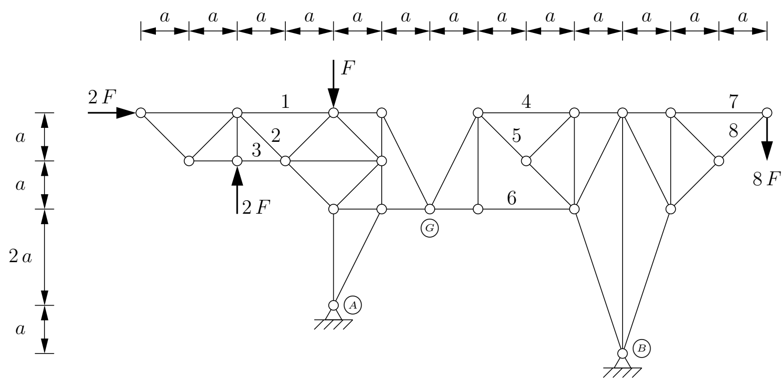
Geg: a, F

Lsg: $S_1 = -2/3\,F$, $S_2 = -\sqrt{2}/3\,F$, $S_3 = F/3$, $S_4 = -\sqrt{5}/3\,F$,
$S_5 = -4/3\,F$, $S_6 = -2\sqrt{2}/3\,F$, $S_7 = -2\sqrt{5}/3\,F$, $S_8 = -2/3\,F$

Aufgabe 5.25.

●●●○○

Gegeben ist das abgebildete Fachwerk.



a) Überprüfen Sie die statische Bestimmtheit des Systems und geben Sie zeichnerisch alle offensichtlichen Nullstäbe an.
b) Ermitteln Sie die Auflagerkräfte in Ⓐ und Ⓑ sowie die Gelenkkräfte in Ⓖ.
c) Bestimmen Sie die Stabkräfte der nummerierten Stäbe 1 bis 8.

Geg: F, a

Lsg: c) $S_1 = -4\,F$, $S_3 = 0$, $S_6 = -3\,F$, $S_8 = -8\sqrt{2}\,F$

Aufgabe 5.26.

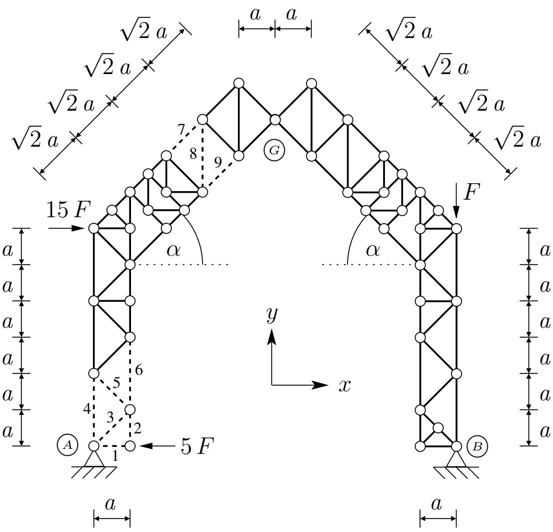
●●●○○

Gegeben ist das abgebildete Fachwerk.

a) Geben Sie zeichnerisch alle offensichtlichen Nullstäbe an.
b) Ermitteln Sie die Auflagerkräfte in Ⓐ und Ⓑ sowie die Gelenkkräfte in Ⓖ.
c) Bestimmen Sie die Kräfte in den gestrichelt gekennzeichneten Stäben 1 bis 9.

Geg: F, a, $\alpha = 45°$

Lsg: c) $S_1 = -5\,F$, $S_8 = 14\,F$

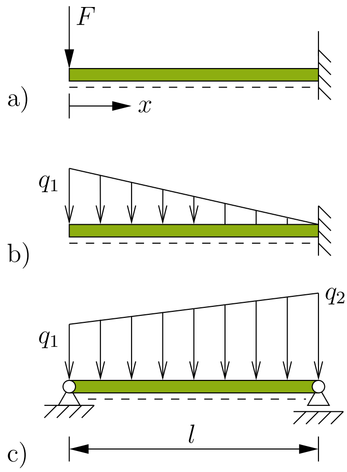


6 Schnittgrößen

Aufgabe 6.1.

●●○○○

Gegeben ist ein Balken, der drei verschiedenen Lastfällen ausgesetzt ist. Bestimmen Sie die jeweiligen Schnittgrößen unter Angabe der charakteristischen Werte durch Integration der Linienkräfte und stellen Sie die Schnittgrößenverläufe grafisch dar.



Geg: l, F, q_1, $q_2 = 2\,q_1$

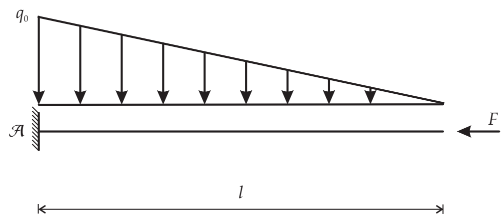
Lsg: a) $M(x = l) = -F\,l$
b) $M(x = l) = -q_1\,l^2/3$
c) $M(x = l/2) = q_1\,l^2/6$

Aufgabe 6.2.

●●●○○

Auf den dargestellten einseitig eingespannten Träger wirkt eine lineare Linienkraft. An seinem freien Ende wirkt zusätzlich die Kraft F.

Bestimmen Sie die Schnittgrößenfunktionen innerhalb des Trägers und stellen Sie diese unter Angabe der charakteristischen Werte qualitativ richtig dar. Berechnen Sie die Auflagerreaktionen im Punkt $\mathcal{A}$.



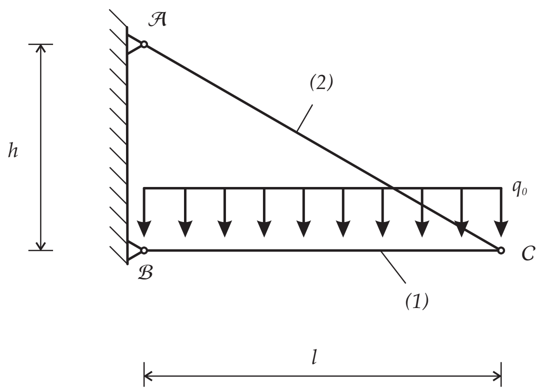
Geg: q_0, l, F **Lsg:** $A_H = -F$, $A_V = q_0\, l/2$, $M_\mathcal{A} = q_0\, l^2/6$

Aufgabe 6.3.

●●●○○

Gegeben ist die dargestellte Vordachkonstruktion. Die Belastung durch Eigengewicht und eventuell anfallende Schneelasten, die von der Dachplatte auf die Träger (1) übertragen werden, wird durch die Linienkraft q_0 berücksichtigt. Die aufgrund ihrer relativ zur Länge geringen Höhe und Breite als Balken anzunehmenden Träger der Länge l sind im Punkt $\mathcal{B}$ durch ein Festlager und zusätzlich über je einen Stab (2) in der Höhe h im Punkt $\mathcal{A}$ mit der Außenwand verbunden.

a) Berechnen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$.
b) Bestimmen Sie die Verläufe der Schnittgrößenfunktionen für den Balken (1) und skizzieren Sie diese unter Angabe charakteristischer Werte.



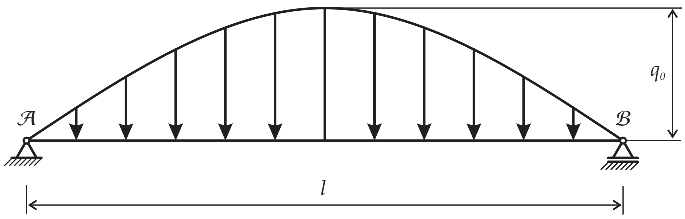
Geg: q_0, h, l

Lsg: $M_y(x) = q_0\, x\,(l-x)/2$

Aufgabe 6.4.

●●○○○

Ein Tragwerk wird in der skizzierten Weise durch eine sinusförmige (Periodenlänge $2l$) verlaufende Linienkraft belastet. Bestimmen Sie die aus der gegebenen Belastung resultierenden Auflagerkräfte des Tragwerks sowie die im Tragwerk wirksamen Schnittgrößen. Stellen Sie letztere unter Angabe der charakteristischen Werte grafisch dar.



Hinweis: $q(x) = q_0 \sin(\frac{\pi}{l} x)$, x startet bspw. bei $\mathcal{A}$ in Richtung $\mathcal{B}$

Geg: $l = 3\,\mathrm{m}$, $q_0 = 5\,\mathrm{kN/m}$

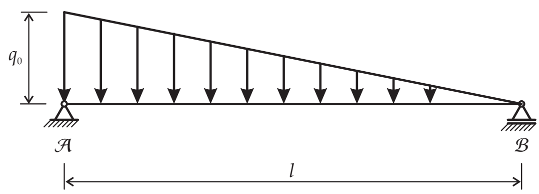
Lsg: $A_H = 0$, $A_V = B_V$, $B_V \approx 4{,}77\,\mathrm{kN}$, $M_{\max} \approx 4{,}56\,\mathrm{kN\,m}$

Aufgabe 6.5.

●●●○○

Das abgebildete Tragwerk wird in der skizzierten Weise durch eine linear verlaufende Linienkraft beansprucht.

Bestimmen Sie die Auflagerkräfte des Tragwerkes sowie die im Tragwerk wirksamen Schnittgrößen und zeichnen Sie die Verläufe der Schnittgrößenfunktionen.



Geg: $l = 5\,\mathrm{m}$, $q_0 = 7\,\mathrm{kN/m}$

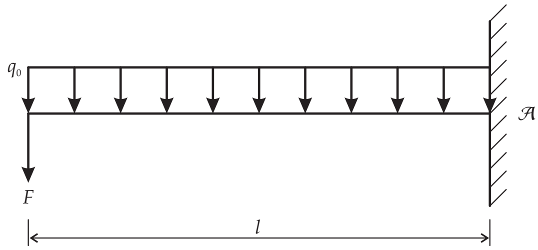
Lsg: $A_H = 0$, $A_V = q_0\, l/3$, $B_V = q_0\, l/6$, $M_{\max} = q_0\, l^2 \sqrt{3}/27$

Aufgabe 6.6.

●●●○○

Der abgebildete, im Punkt $\mathcal{A}$ fest eingespannte Träger wird in der skizzierten Weise durch ein konstante Linienkraft und eine Einzelkraft belastet.

Ermitteln Sie die Auflagergrößen sowie die im Träger wirksamen Schnittgrößen und zeichnen Sie die Verläufe der Schnittgrößenfunktionen.



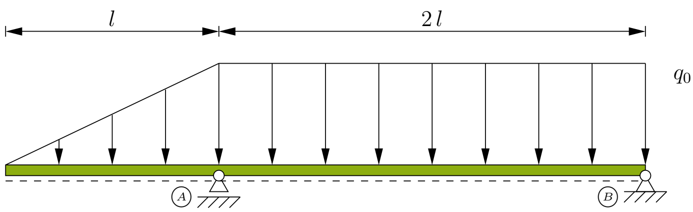
Geg: $l,\ q_0,\ F = 3\,q_0\,l$

Lsg: $A_H = 0$, $A_V = 4\,q_0\,l$, $M_{\mathcal{A}} = 7/2\,q_0\,l^2$, $M_{\min} = -7/2\,q_0\,l^2$

Aufgabe 6.7.

●●○○○

Bestimmen Sie die Schnittgrößenverläufe des skizzierten Balkens und geben Sie die charakteristischen Eckwerte an.



Geg: q_0, l **Lsg:** in Ⓐ: $M = -1/6\,q_0\,l^2$

Aufgabe 6.8.

●●○○○

Der nebenstehende Gerberträger wird mit einer Einzelkraft F sowie mit einer linear anwachsenden Linienkraft mit dem Maximalwert q_0 belastet.

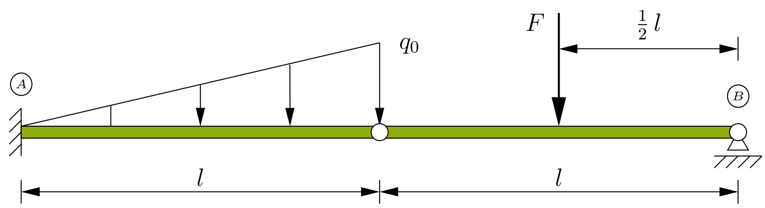
a) Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Punkten Ⓐ sowie Ⓑ.

b) Bestimmen Sie die Verläufe der Querkraft sowie des Schnittmoments mittels Gleichgewichtsuntersuchung.

c) Ermitteln Sie die entsprechenden Verläufe unter Verwendung der Integrationsmethode.

d) Stellen Sie die ermittelten Verläufe grafisch dar unter Angabe der charakteristischen Eckwerte.

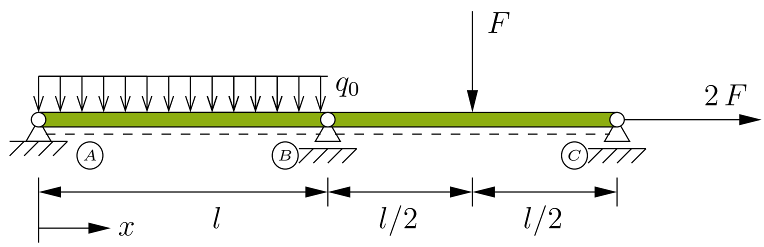
Geg: q_0, l, $F = q_0\, l$ **Lsg:** $M_A = -5/6\, F\, l$



Aufgabe 6.9.

●●○○○

Bestimmen Sie für die dargestellte Balkenstruktur alle Auflager- und Gelenkkräfte sowie die Schnittgrößenverläufe und stellen Sie diese grafisch dar.

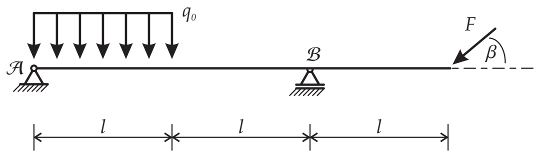


Geg: l, F, $q_0 = F/l$ **Lsg:** $M(x = l) = q_0\, l^2/8$, $M(x = 3\, l) = F\, l/4$

Aufgabe 6.10.

●●○○○

Gegeben ist der vorliegende Balken, welcher durch eine Linienkraft q_0 und eine unter dem Winkel β angreifende Einzelkraft F belastet wird. Berechnen Sie die Auflagerreaktionen und die Schnittgrößen für das gegebene System.



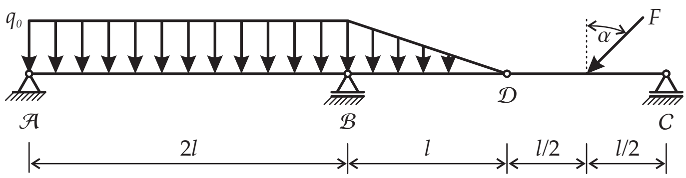
Geg: q_0, l, $\beta = 30°$, $F = q_0\, l/3$

Lsg: $M_1(x) = q_0\,(2\,l\,x/3 - x^2/2)$, $M_2(x) = q_0\,l(l/2 - x/3)$,
$M_3(x) = q_0\,l\,(x/6 - l/2)$

Aufgabe 6.11.

●●●○○

Ein aus zwei im Punkt $\mathcal{D}$ gelenkig miteinander verbundenen Balken bestehendes Tragwerk, das in den Punkten $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ und $\mathcal{C}$ gelagert ist, wird in der dargestellten Weise durch eine Linienkraft sowie eine Einzelkraft beansprucht. Bestimmen Sie die aus der gegebenen Belastung im Tragwerk wirksamen Schnittgrößen. Stellen Sie diese unter Angabe der charakteristischen Werte grafisch dar.



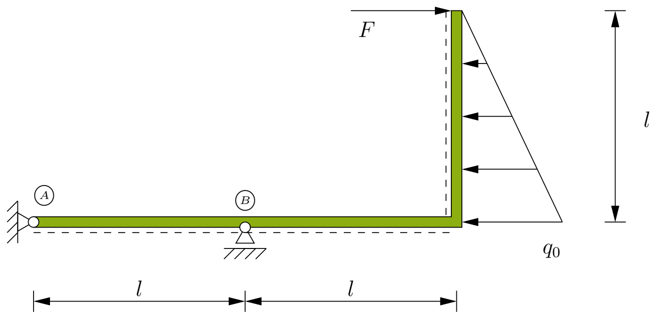
Geg: l, $\alpha = 45°$, q_0, $F = \sqrt{2}\,q_0\,l$

Lsg: $A_H = q_0\,l$, $A_V = 2/3\,q_0\,l$, $B_V = 7/3\,q_0\,l$, $C_V = q_0\,l/2$,
in $\mathcal{B}$: $M = -2/3\,q_0\,l^2$

Aufgabe 6.12.

●●●○○

Ein abgewinkelter Balken wird wie dargestellt durch eine lineare Linienkraft mit dem Maximalwert q_0 sowie durch eine Einzelkraft F belastet. Bestimmen Sie die Schnittgrößenverläufe unter Angabe der charakteristischen Eckwerte.



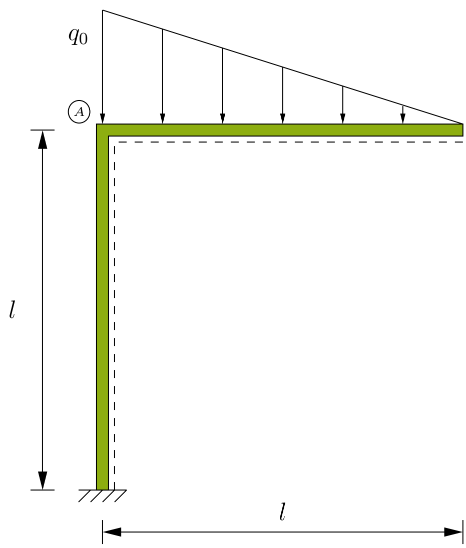
Geg: $F = 1/12\, q_0\, l$, l, q_0 **Lsg:** in Ⓑ: $M = 1/12\, q_0\, l^2$

Aufgabe 6.13.

●●○○○

Der skizzierte Rahmen besteht aus einem gewinkelten Balken, dessen horizontaler Bereich mit einer linearen Linienkraft mit dem Maximalwert q_0 beansprucht ist.

a) Ermitteln Sie die Schnittgrößenverläufe über Gleichgewichtsuntersuchungen am geschnittenen System.
b) Ermitteln Sie die Schnittgrößenverläufe mit Hilfe des Integrationsverfahrens.
c) Stellen Sie die ermittelten Schnittgrößenverläufe grafisch dar unter Angabe der charakteristischen Eckwerte.



Geg: l, q_0 **Lsg:** in Ⓐ: $M = 1/6\, q_0\, l^2$

Aufgabe 6.14.

●●●○○

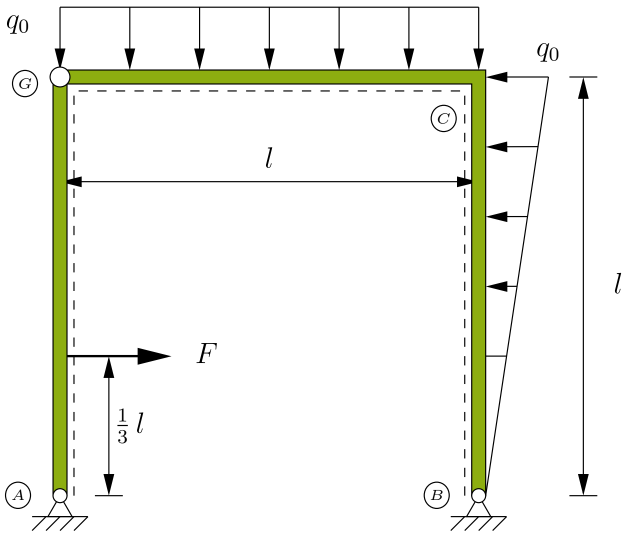
Der skizzierte Rahmen besteht aus zwei im Punkt G gelenkig miteinander verbundenen Balken. Er wird durch eine Einzellast F, eine konstante sowie eine linear anwachsende Linienkraft mit dem Maximalwert q_0 beansprucht.

a) Berechnen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten A und B.

b) Ermitteln Sie die Schnittgrößenverläufe im Rahmen und stellen Sie diese unter Angabe der charakteristischen Eckwerte grafisch dar.

Geg: q_0, l, $F = q_0\, l$

Lsg: in B: $M = 0$



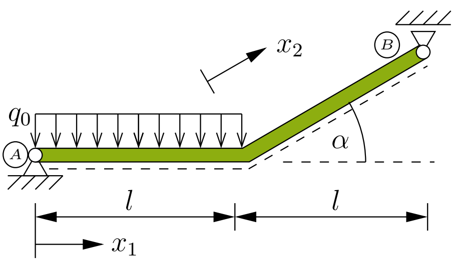
Aufgabe 6.15.

●●●○○

Bestimmen Sie für die dargestellte, gewinkelte Balkenstruktur alle Lagerreaktionen sowie Schnittgrößen unter Angabe der charakteristischen Werte und stellen Sie deren Verläufe grafisch dar.

Geg: l, q_0, $\alpha = 30°$

Lsg: $M(x_1 = l) = q_0\, l^2/4$



Aufgabe 6.16.

●●●●○

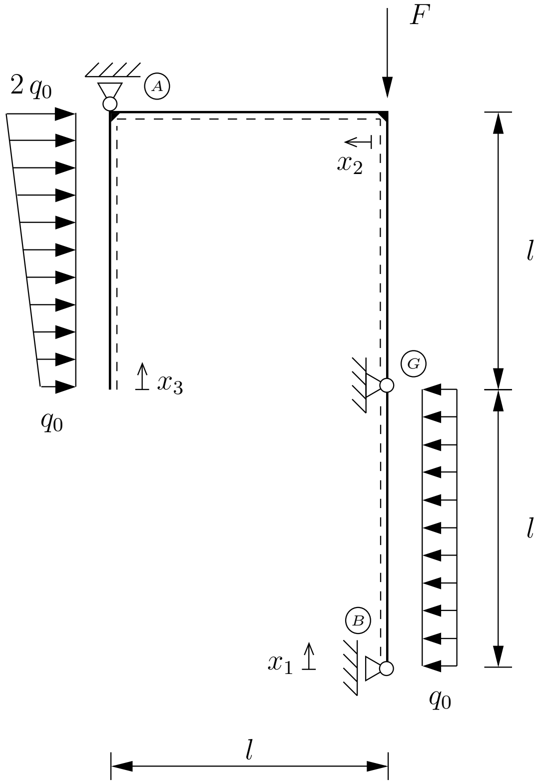
Der skizzierte Rahmen besteht aus zwei im Punkt Ⓖ gelenkig miteinander verbundenen Balken.

a) Ermitteln Sie die Schnittgrößenverläufe im System. Verwenden Sie dazu die vorgegebenen Laufkoordinaten x_1, x_2, x_3.

b) Stellen Sie die ermittelten Schnittgrößenverläufe unter Angabe der charakteristischen Werte (Nulldurchgänge, Minima, Maxima, Eckwerte) grafisch dar.

Geg: q_0, l, $F = q_0\, l$

Lsg: $M(x_2 = 0) = -3/2\, q_0\, l^2$



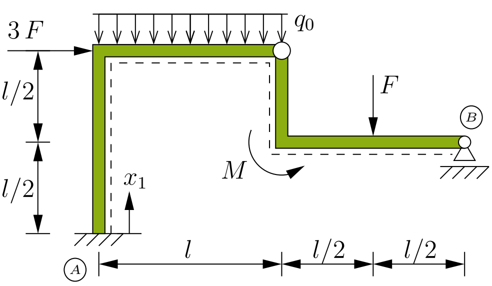
Aufgabe 6.17.

●●●○○

Bestimmen Sie für die dargestellte, gewinkelte Balkenstruktur alle Auflagerreaktionen sowie Schnittgrößen unter Angabe der charakteristischen Werte und stellen Sie deren Verläufe grafisch dar.

Geg: l, F, $M = F\, l$, $q_0 = F/l$

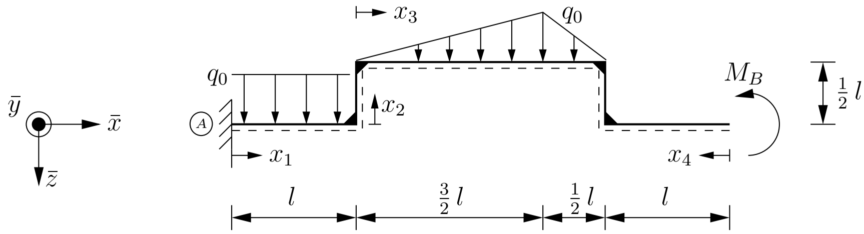
Lsg: $M_A = 5\, F\, l$, $M(x_1 = l) = -2\, F\, l$



Aufgabe 6.18.

●●●●○

Gegeben ist ein mehrfach biegesteif gewinkelter Balken, der wie skizziert durch mehrere Linienkräfte mit dem Maximalwert q_0 sowie ein Einzelmoment M_B belastet wird.



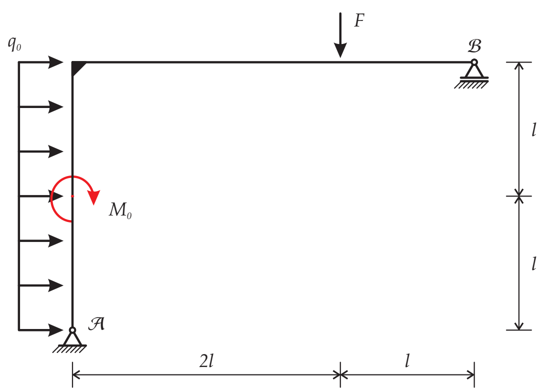
a) Berechnen Sie die Auflagerreaktionen im Punkt A im vorgegebenen globalen Koordinatensystem ($\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$).
b) Ermitteln Sie die Schnittgrößenverläufe unter Verwendung der vorgegebenen Laufkoordinaten x_1, x_2, x_3, x_4.
c) Stellen Sie die ermittelten Schnittgrößenverläufe unter Angabe der charakteristischen Werte (Nulldurchgänge, Minima, Maxima, Eckwerte) grafisch dar.

Geg: $q_0\,l$, $M_B = -q_0\,l^2/3$ **Lsg:** $M(x_4 = l) = -q_0\,l^2/3$

Aufgabe 6.19.

●●●○○

Der vorliegende biegesteife Balken ist in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ gelenkig gelagert und wird durch eine Einzelkraft F, eine horizontal angreifende Linienkraft q_0 und ein Einzelmoment M_0 belastet. Berechnen Sie die Auflagerkräfte und die Verläufe der Normal- und Querkraft und den Momentenverlauf.



Geg: q_0, l, $F = q_0\,l$, $M_0 = 2q_0\,l^2$

Lsg: in Winkel: $M = 4\,q_0\,l^2$

Aufgabe 6.20.

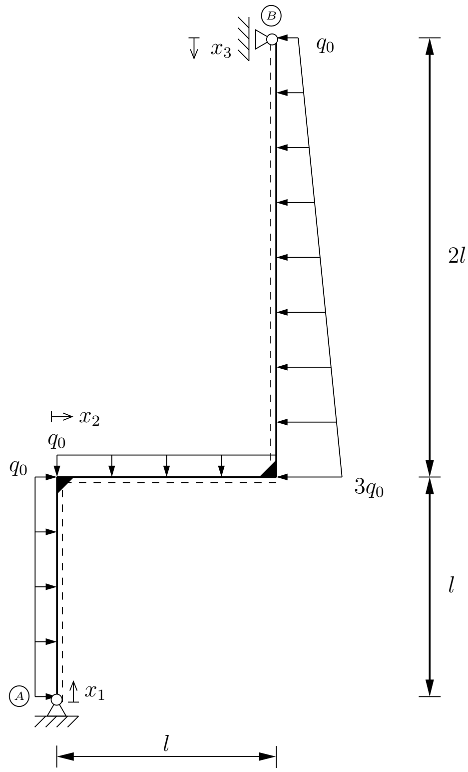
●●●●○

Gegeben ist ein mehrfach biegesteif gewinkelter Balken, der wie skizziert durch mehrere Linienkräfte beansprucht wird.

a) Berechnen Sie die Auflagerkräfte in den Punkten Ⓐ und Ⓑ.
b) Ermitteln Sie die Schnittgrößenverläufe unter Verwendung der vorgegebenen Laufkoordinaten x_1, x_2, x_3.
c) Stellen Sie die ermittelten Schnittgrößenverläufe unter Angabe der charakteristischen Werte (Nulldurchgänge, Extremwerte, Eckwerte) grafisch dar.

Geg: q_0, l

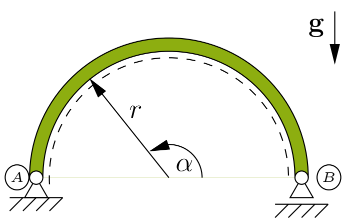
Lsg: b) $M(x_2 = l) = -8/9\, q_0\, l^2$



Aufgabe 6.21.

●●●●○

Berechnen Sie für das dargestellte Kreisbogentragwerk alle Schnittgrößen für die Lastfälle



a) Eigengewicht,
b) Schneelast und
c) Außendruck.

Geg: r, ρ, $\mathbf{g}$, q_0, p

Lsg: a) $M(\alpha) = (\pi/2\,(1 - \cos\alpha) - (\sin\alpha - \alpha\,\cos\alpha))\,\rho\, g\, r^2$,

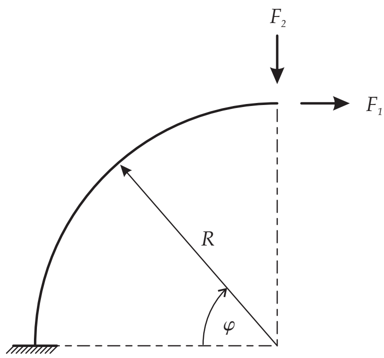
b) $M(\alpha) = 1/2\, q_0\, r^2\, \sin^2\alpha$

c) $M(\alpha) = p\, r^2 \left[1 - \cos\alpha - \sin(\alpha/2)\sqrt{2\,(1 - \cos\alpha)}\right]$

Aufgabe 6.22.

●●●●○

Die Abbildung zeigt ein als Viertelkreisbogen ausgeführtes Tragwerk, an dessen Ende zwei Kräfte F_1 und F_2 angreifen. Berechnen Sie die Schnittgrößen und skizzieren Sie deren Verläufe unter Angabe der charakteristischen Werte.



Geg: F_1, F_2, R, φ

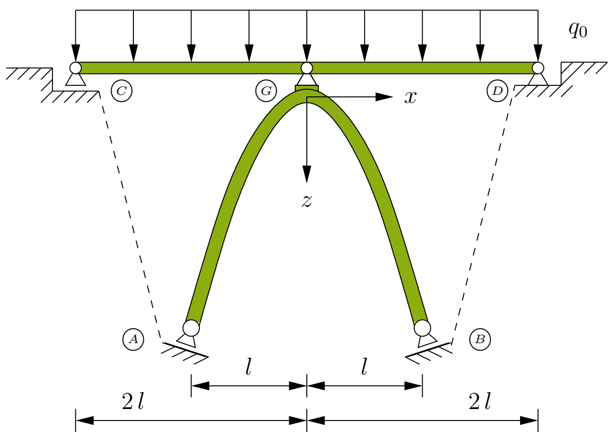
Lsg: $M(\varphi) = -F_1\, R\,(1 - \sin\varphi) - F_2\, R\, \cos\varphi$

Aufgabe 6.23.

●●●●●

Die skizzierte Brücke besteht aus zwei gelenkig verbundenen Fahrbahnabschnitten. Im Gelenk Ⓖ ist die Fahrbahn fest mit einem parabelförmigen Träger verbunden, dessen Mittellinie durch die Funktion $z(x)$ bestimmt ist. Die Gewichtskräfte der Struktur können vernachlässigt werden. Die Gleitebenen der Lager Ⓐ und Ⓑ stehen jeweils senkrecht auf der Mittelachse des Trägers. Die Fahrbahn wird mit der Streckenlast q_0 beansprucht. Der Brückenkörper selbst soll als masselos angenommen werden.

a) Bestimmen Sie die Auflagerkräfte des Systems.
b) Berechnen Sie die Schnittgrößenverläufe im System und stellen Sie diese grafisch dar.



Geg: q_0, l, $z(x) = 2\,x^2/l$

Lsg: a) $A = B \approx 1,031\, q_0\, l$,

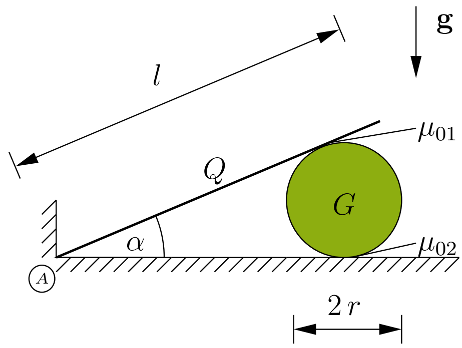
b) in Ⓖ: $M = 1/2\, q_0\, l^2$

7 Reibung

Aufgabe 7.1.

●●●○○

Eine im Punkt Ⓐ gelagerte Stange der Länge l (Gewichtskraft Q) lehnt wie skizziert an einer Walze (Radius r, Gewichtskraft G). Wie groß müssen die Haftreibungskoeffizienten μ_{01} sowie μ_{02} mindestens sein, damit sich das System im Gleichgewicht befindet?



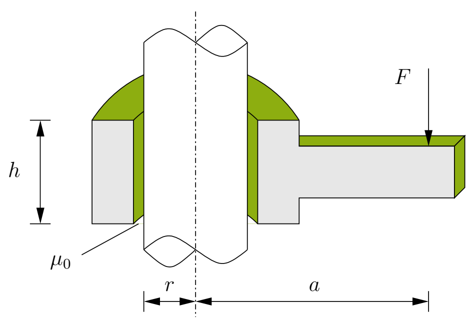
Geg: $0 < \alpha < 90°$, l, r, Q, G

Lsg: mit $\tan\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$: $\mu_{01} > \tan\dfrac{\alpha}{2}$, $\mu_{02} > \dfrac{Ql\,\cos\alpha\tan^2\frac{\alpha}{2}}{2\,Gr + Ql\,\cos\alpha\tan\frac{\alpha}{2}}$

Aufgabe 7.2.

●●●○○

An einer auf einer senkrechten Stange verschieblichen Führungsbuchse ist ein Arm befestigt, der durch eine Kraft F beansprucht wird. In welchem Abstand a muss die Kraft angreifen, damit die Vorrichtung nicht herabrutscht (Selbsthemmung)? Der Spalt zwischen Stange und Führungsbuchse soll als sehr dünn angenommen werden.

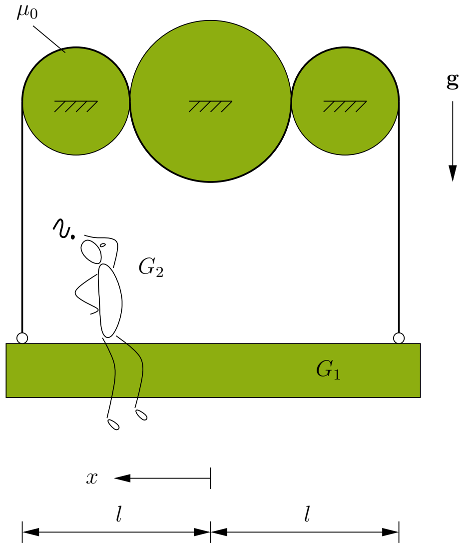


Geg: r, h, F, μ_0 **Lsg:** $a > h/(2\,\mu_0)$

Aufgabe 7.3.

●●●●○

Über drei starre Walzen wird wie skizziert ein masseloser Riemen gelegt. Zwichen dem Riemen und den Walzen herrscht der Haftreibungskoeffizient μ_0. An den beiden Enden des Riemens ist ein homogener Balken mit der Gewichtskraft G_1 horizontal aufgehängt.
In welchem Abstand x von der Balkenmitte entfernt kann ein/e Ingenieur/in mit der Gewichtskraft G_2 sitzen, so dass sich das System in Ruhe befindet?



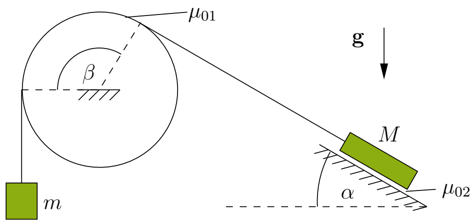
Geg: l, μ_0, G_1, G_2

Lsg: $-\dfrac{(G_1+G_2)\,l}{G_2}\,\dfrac{\exp(3\pi\mu_0)-1}{\exp(3\pi\mu_0)+1} < x < \dfrac{(G_1+G_2)\,l}{G_2}\,\dfrac{\exp(3\pi\mu_0)-1}{\exp(3\pi\mu_0)+1}$

Aufgabe 7.4.

●●●●○

Im Schwerefeld der Erde sind an einem Seil zwei Massen m und M befestigt. Das Seil wird über eine starre, nicht drehbare Walze gelegt (Haftreibungskoeffizient μ_{01}). Die Masse M ruht auf einer schiefen Ebene (Haftreibungskoeffizient μ_{02}).



In welchen Grenzen darf das Verhältnis m/M gewählt werden, damit kein Rutschen auftritt?

Hinweis: Das System kann sowohl nach links als auch nach rechts abrutschen.

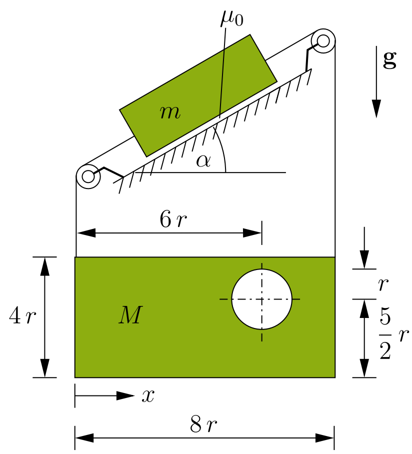
Geg: g, μ_{01}, μ_{02}, $0 \le \alpha \le \pi/2$, $\beta = \alpha + \pi/2$

Lsg: $(\sin\alpha - \mu_{02}\cos\alpha)\exp(-\mu_{01}\,\beta) \le m/M \le (\sin\alpha + \mu_{02}\cos\alpha)\exp(\mu_{01}\,\beta)$

Aufgabe 7.5.

●●●●○

Im Schwerefeld der Erde sind eine Scheibe mit kreisförmigem Loch (Radius r, Gesamtmasse der Scheibe $M \geq 0$) und ein Block der Masse $m \geq 0$ wie skizziert mit zwei reibungsfrei geführten, masselosen Seilen verbunden. Die Masse m ruht auf einer schiefen Ebene (Haftreibungskoeffizient μ_0). In welchen Grenzen darf M/m gewählt werden, damit kein Rutschen auftritt und wie groß muss μ_0 mindestens sein?



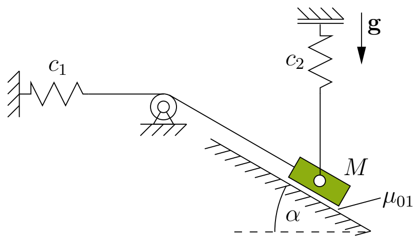
Geg: $\alpha = 30°$, r, μ_0, $\mathbf{g}$

Lsg: $0 \leq M/m \leq (64 - 2\,\pi)/\pi\,(\mu_0\,\cos\alpha - \sin\alpha)$, $\mu_0 \geq \tan\alpha$

Aufgabe 7.6.

●●●●○

Im Schwerefeld der Erde kann sich eine Masse M entlang einer schiefen Ebene (Neigungswinkel α, Haftreibungsbeiwert μ_{01}) bewegen. Über masselose Seile und eine reibungsfrei gelagerte Umlenkrolle ist die Masse mit zwei Federn der Steifigkeit c_1 und c_2 verbunden.



Bestimmen Sie die Masse M so, dass sie gerade noch nicht rutscht und die Auslenkung der linken Feder Δl beträgt.

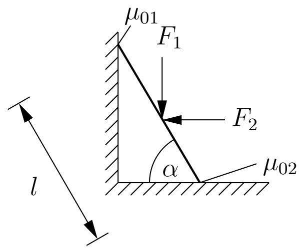
Geg: g, μ_{01}, $\alpha = 30°$, Δl, c_1, c_2

Lsg: $$M = \frac{\Delta l}{g}\,\frac{2\,c_1 + 1/2\,c_2 - \sqrt{3}/2\,\mu_{01}\,c_2}{1 - \sqrt{3}\,\mu_{01}}$$

Aufgabe 7.7.

●●●○○

Gegeben ist eine Leiter, die wie skizziert an der Wand lehnt. Die Leiter wird durch zwei Kräfte F_1 und $F_2 = \lambda F_1$ beansprucht, die in der Mitte der Leiter angreifen. Die Masse der Leiter kann vernachlässigt werden.



a) Zunächst ist μ_0 so groß, dass Rutschen ausgeschlossen werden kann. Welche Werte darf λ annehmen, damit Gleichgewicht herrschen kann?
b) Berechnen Sie für beliebige λ, wie groß μ_0 mindestens sein muss, um Rutschen der Leiter auszuschließen.

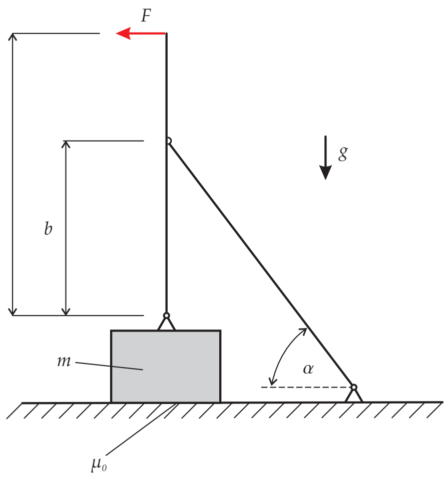
Geg: α, $\mu_{01} = 0$, $\mu_{02} = \mu_0$, μ_0, l, F_1, $F_2 = \lambda F_1$

Lsg: a) $\lambda \geq -\cot\alpha$, b) $\mu_0 \geq (\cot\alpha - \lambda)/2$

Aufgabe 7.8.

●●●○○

Eine Masse m liegt im Erdschwerefeld auf einem reibbehafteten Fundament (Reibkoeffizient μ_0). Die Masse ist über ein Festlager mit einer Stangenkonstruktion verbunden, die durch die Kraft F belastet wird.



a) Wie groß darf die Kraft F (bei vorgegebenem α) maximal sein, ohne dass die Masse in Bewegung gerät?
b) Für welchen Winkel α tritt Selbsthemmung auf?

Geg: m, g, μ_0, α, a, b

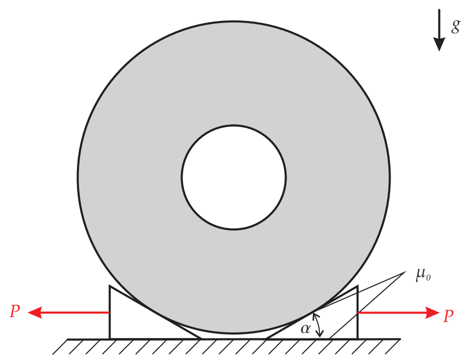
Lsg: a) $F \leq \mu_0\, m\, g\, b/(a - \mu_0\, a \tan\alpha - b)$, b) $\alpha \geq \arctan((1 - b/a)/\mu_0)$

Aufgabe 7.9.

●●●●○

Ein Stahl-Coil (aufgerolltes Blech) mit dem Eigengewicht G wird in der dargestellten Weise durch zwei identische Keile gelagert, deren Massen vernachlässigbar klein sind.

Die Schräge der Keile verläuft unter einem Winkel $\alpha = 30°$ zur Horizontalen. An allen Kontaktstellen des Systems soll Reibung (Haftreibungskoeffizient $\mu_0 = 0,75$ (Stahl auf Holz)) vorherrschen. Nun sollen auf beiden Seiten des Stahl-Coils die Keile durch Aufbringen einer Kraft P entfernt werden. Welche Kraft P muss auf die Keile einwirken, um diese zu lösen?



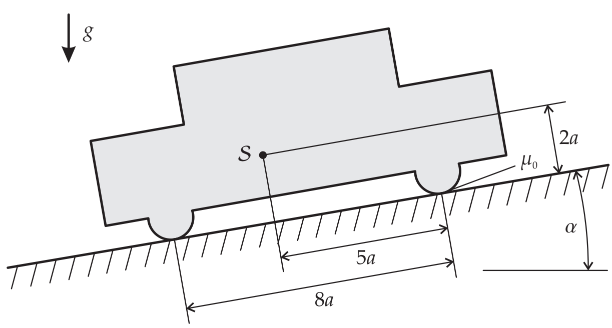
Geg: G, $\alpha = 30°$, $\mu_0 = 3/4$ **Lsg:** $P \approx 0,435\,G$

Aufgabe 7.10.

●●○○○

Ein heckgetriebener Geländewagen (Gewicht G, Schwerpunkt S) soll mit Hilfe der Feststellbremse, deren Bremswirkung sich ausschließlich auf die Hinterachse beschränkt, in der dargestellten Weise geparkt werden. Die Oberflächenbeschaffenheit der Fahrbahn sowie der Reifen kann dabei durch den Haftreibungskoeffizienten μ_0 beschrieben werden.

Ermitteln Sie unter Vernachlässigung der Radlagerreibung sowie des Rollwiderstandes der Reifen den erforderlichen Mindestwert des Haftreibungskoeffizienten μ_0, damit das Fahrzeug nicht abrutscht.



Geg: $\alpha = 10°,\ G,\ a$

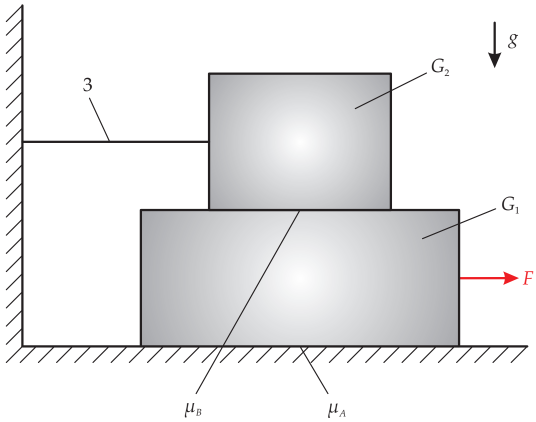
Lsg: $\mu_0 > \dfrac{8\sin(\alpha)}{3\cos(\alpha) - 2\sin(\alpha)} \approx 0,53$

Aufgabe 7.11.

●●○○○

Zwei schwere Blöcke (Gewichte $G1$ und $G2$) sind in der skizzierten Weise aufeinander gestapelt, wobei der obere Block zusätzlich über ein Seil (3), dessen Gewicht vernachlässigt werden kann, mit dem Fundament verbunden ist.

Die Oberflächenbeschaffenheit der Kontaktfläche zwischen den beiden Blöcken sowie dem unteren Block und dem Fundament kann dabei durch die Haftreibungskoeffizienten μ_A bzw. μ_B beschrieben werden. Berechnen Sie die maximale Kraft F, die am unteren Block angreifen darf, damit die Anordnung nicht rutscht.



Geg: $G_1 = 5\,\mathrm{kN}$, $G_2 = 3\,\mathrm{kN}$, $\mu_A = 0,35$, $\mu_B = 0,15$

Lsg: $F \leq \mu_A\,(G_1 + G_2) + \mu_B\,G_2$

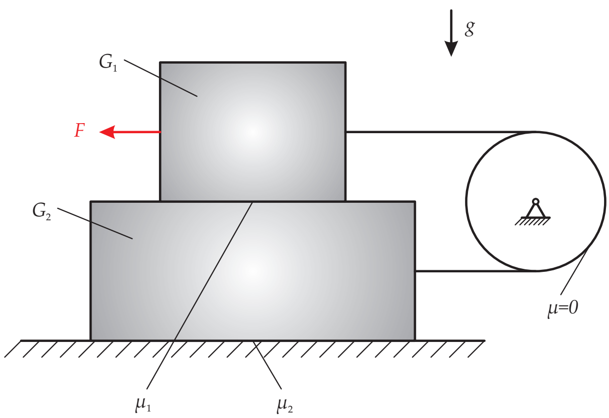
Aufgabe 7.12.

●●●○○

Die beiden dargestellten Körper (Gewicht G_1 bzw. G_2) ruhen übereinander gestapelt auf einem Fundament. Zudem sind beide Körper mit einem Seil verbunden, das reibungsfrei um eine Rolle gelenkt wird. Die Kontaktflächen zwischen den Körpern sowie dem unteren Körper und dem Fundament sind dabei reibungsbehaftet (Haftreibungskoeffizient μ_1 bzw. μ_2).

Bestimmen Sie die maximale Kraft F, so dass beide Körper noch im statischen Gleichgewicht verweilen.

Geg: $G_1,\ G_2,\ \mu_1,\ \mu_2$



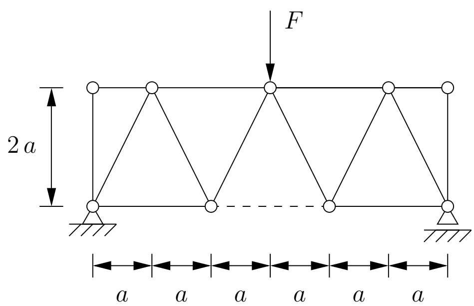
Lsg: $F_{\max} = 2\,\mu_1\,G_1 + \mu_2\,(G_1 + G_2)$

8 Prinzip der virtuellen Verrückungen

Aufgabe 8.1.

●●●○○

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Kraft S im gestrichelt gezeichneten Stab mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen.



Geg: a, F

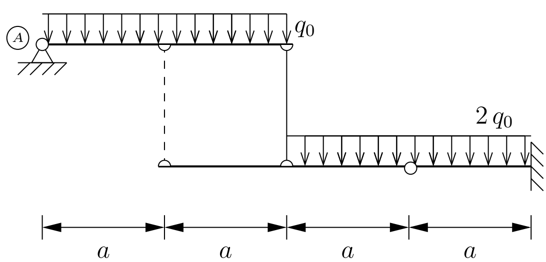
Lsg: $S = 3/4\,F$

Aufgabe 8.2.

●●●●○

Gegeben ist ein System aus Balken und Stäben, das mit einer konstanten Linienkraft q_0 beansprucht wird.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen die Kraft S, die im gestrichelt gezeichneten Stab wirkt.
b) Berechnen Sie ebenfalls unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verrückungen die Lagerreaktionen im Punkt A.

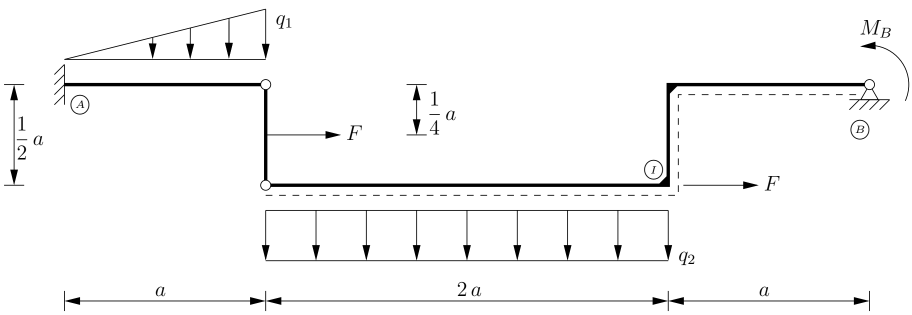


Geg: a, q_0 **Lsg:** a) $S = 4/3\,q_0\,a$, b) $A_H = 0$, $A_V = 5/3\,q_0\,a$

Aufgabe 8.3.

●●●○○

Das skizzierte System besteht aus drei gelenkig verbundenen Balken und wird durch die Einzelkräfte F, das Drehmoment M_B sowie zwei Linienkräften mit den Maximalwerten q_1, q_2 beansprucht. Bestimmen Sie das Schnittmoment an der Stelle (I) mittels des Prinzips der virtuellen Verrückungen.

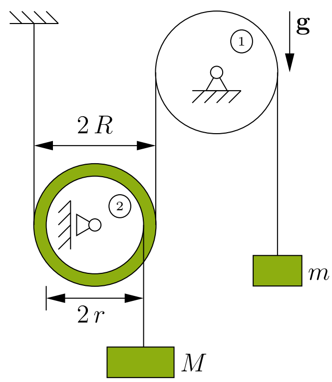


Geg: q_1, q_2, a, F, M_B **Lsg:** $M_I = 2/3\,(M_B + 3/4\,F\,a + q_2\,a^2)$

Aufgabe 8.4.

●●●○○

Gegeben ist ein Flaschenzug, der aus der festen Rolle (1) und der vertikal verschieblichen, masselosen Rolle (2) mit dem Radius R besteht. Wie skizziert sind die Rollen über ein Seil mit der Masse m verbunden. Weiterhin ist an Rolle (2) über den Radius r ein zweites Seil aufgewickelt, das mit einem Gewicht der Masse M belastet ist.



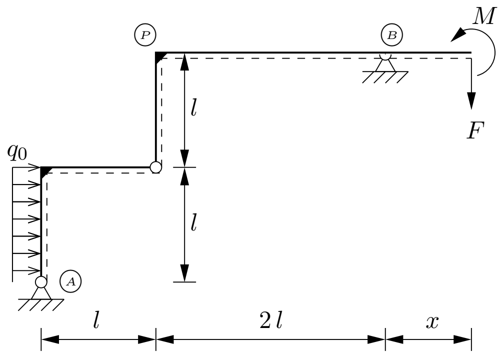
a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verrückungen das Verhältnis der Massen m/M derart, dass sich das System im Gleichgewicht befindet.
b) Welchen Wert muss r/R annehmen, damit die Masse m eine möglichst große Masse M anheben kann?

Geg: r, R **Lsg:** $m/M = (1 + r/R)/2$, $r = 0$

Aufgabe 8.5.

●●●○○

Zwei gelenkig verbundene, biegesteif gewinkelte Balken werden wie skizziert durch die konstante Linienkraft q_0, die Einzelkraft F sowie das Einzelmoment M beansprucht. Bestimmen Sie unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verrückungen die Länge x so, dass das Schnittmoment in der Tragwerksecke am Punkt (P) verschwindet.



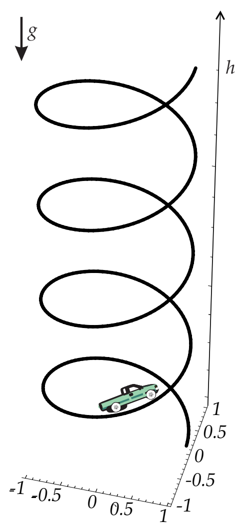
Geg: $q_0,\ l,\ F = q_0\, l,\ M = q_0\, l^2$ **Lsg:** $x = 2\, l$

9 Arbeit, Potential, Stabilität von Gleichgewichtslagen

Aufgabe 9.1.

●○○○○

Die Auffahrt eines Parkhauses mit der Gesamthöhe h sei in der dargestellten Form ausgeführt, wobei die Auffahrt vier komplette Windungen bis zum Erreichen des obersten Stockwerkes aufweist. Der zurückgelegte Fahrweg $s(t)$ kann dabei angegeben werden durch $s(t) = [\cos(t);\ \sin(t);\ h\,t/(8\,\pi)]^T$. Ein Fahrzeug mit dem Gewicht G befindet sich im Schwerefeld der Erde und fährt über die Rampe ins obere Stockwerk dieses Parkhauses. Wie groß ist die dafür aufgewendete Arbeit?



Geg: G, h, $s(t)$

Aufgabe 9.2.

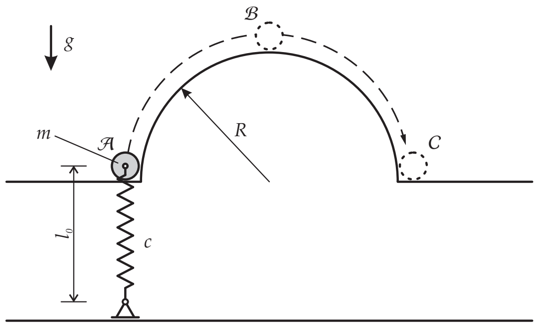
●○○○○

Eine Punktmasse mit dem Gewicht $G = mg$ befindet sich im Schwerefeld der Erde an der Position $\mathcal{A}$. An der Masse ist eine Feder (Federsteifigkeit c) befestigt, welche horizontal verschieblich gelagert ist; d.h. die Feder wandert mit und bleibt dadurch in jeder Lage vertikal. In der dargestellten Lage ist die Feder ungespannt. Die Abmessungen der Punktmasse können gegenüber den übrigen Größen vernachlässigt werden.

Nun soll das Gewicht über einen halbkreisförmigen Berg bewegt werden. Wie groß ist die aufgewendete Arbeit, um das Gewicht

a) auf die Spitze des Bergs (Position $\mathcal{B}$) bzw.
b) auf die andere Seite des Bergs (Position $\mathcal{C}$)

zu bewegen?

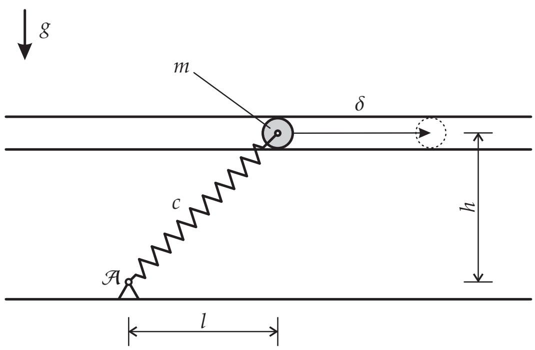


Geg: m, g, R, l_0, c **Lsg:** a) $W = -m\,g\,R - c\,R^2/2$, b) $W = 0$

Aufgabe 9.3.

●●○○○

Ein Gewicht $G = mg$ gleitet reibungsfrei in einer horizontalen Führung. Am Gewicht ist eine Feder (Federsteifigkeit c) drehbar befestigt, welche wiederum im Punkt $\mathcal{A}$ am Fundament drehbar gelagert ist. In der dargestellten Lage ist die Feder ungespannt. Wie groß ist die aufgewendete Arbeit, um das Gewicht um den Weg δ nach rechts zu bewegen?



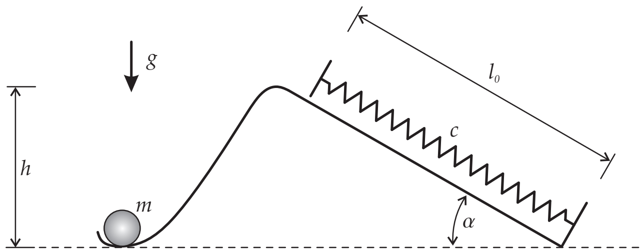
Geg: m, g, l, h, c, δ **Lsg:** $W = -c\,(\sqrt{h^2 + (l+\delta)^2} - l_0)^2/2$

Aufgabe 9.4.

●○○○○

Gegeben ist das skizzierte System aus einer Kugel mit der Masse m welche sich am Fuße eines Anstiegs befindet. Auf der anderen Seite des Berges ist auf einer Schräge mit dem Winkel α eine Feder mit der Federkonstante c angebracht, welche in der dargestellten Weise ungespannt ist.

Welche Arbeit muss aufgewendet werden, um die Masse derart in Position zu bringen, dass die Feder um die Hälfte ihrer Länge gestaucht wird?



Geg:
$m,\ h,\ g,$
$\alpha = 30°,\ c = m\,g/h$

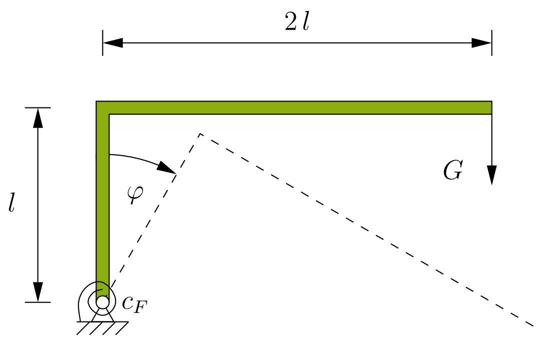
Lsg: $W = -mgh$

Aufgabe 9.5.

●●●○○

Am Ende eines Winkelträgers hängt eine Masse, die die Gewichtskraft G auf den Träger ausübt.

Im Lagerpunkt wird der Träger durch eine Drehfeder mit der Federsteifigkeit c_F gestützt. Die Feder ist bei einem Auslenkungswinkel $\varphi = -\pi/4$ entspannt. Bestimmen Sie die Federsteifigkeit c_F so, dass sich für $\varphi = 0$ eine Gleichgewichtslage einstellt und untersuchen Sie diese auf Stabilität.

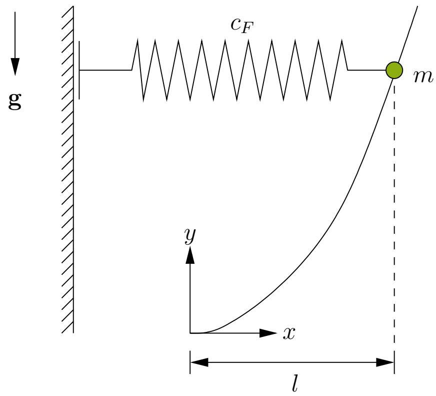


Geg: $l,\ F$ **Lsg:** $c_F = 8/\pi\,G\,l$

Aufgabe 9.6.

●●○○○

Eine punktförmige Masse m kann reibungsfrei entlang einer parabelförmigen Führungsschiene gleiten. Die Masse m ist mit einer ebenfalls reibungsfrei beweglichen Feder der Steifigkeit c_F verbunden. Bei $x = l$ ist die Feder spannungsfrei. Ermitteln Sie die Gleichgewichtslage(n) des Systems und untersuchen Sie deren Stabilität.



Geg: $y(x) = \dfrac{x^2}{l}$, $x \in [0, l]$, l, m, $c = \dfrac{2\,m\,g}{l}$

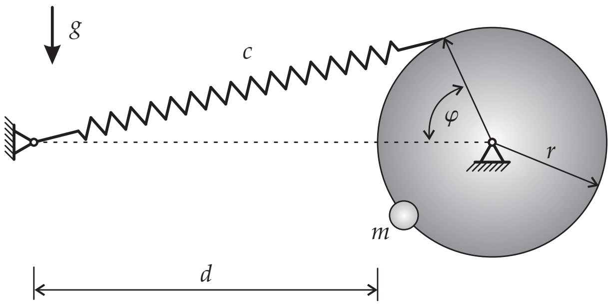
Lsg: $x = 1/2\,l$

Aufgabe 9.7.

●●●○○

Gegeben ist das skizzierte System bestehend aus einer Kreisscheibe mit dem Radius r und einem Gewicht mit der Masse m. Zusätzlich ist an der Kreisscheibe um 90° zum Gewicht versetzt eine Feder (Federkonstante c, Federlänge l_0) angebracht. In der dargestellten Lage ist die Feder ungespannt.

Bestimmen Sie die Gleichgewichtslagen des Systems und untersuchen Sie diese auf Stabilität.



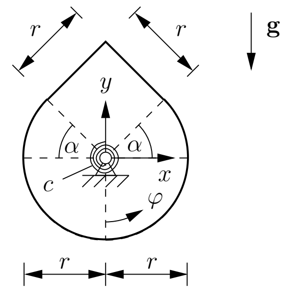
Geg: m, g, r, $d = 3\,r$, $c = mg/r$, $l_0 = 4\,r$

Lsg: $\varphi_{1,2} \approx \pm 32,33°$, $\varphi_3 = 0°$, $\varphi_4 = 180°$

Aufgabe 9.8.

●●●○○

Gegeben sei eine Scheibe der Masse m, die sich aus einem Kreisausschnitt mit dem Radius r sowie einem Quadrat mit der Kantenlänge r zusammensetzt. Die Scheibe ist wie skizziert im Rotationsmittelpunkt des Kreisausschnitts drehbar gelagert und durch eine Drehfeder mit der Federsteifigkeit c gestützt. In der gezeichneten Lage $\varphi = 0$ ist die Feder entspannt.



a) Bestimmen Sie den Schwerpunkt der Scheibe bezogen auf den Lagerpunkt

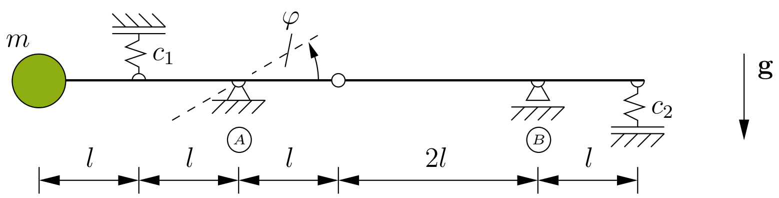
b) Wie groß muss c mindestens sein, damit das System bei $\varphi = 0$ eine stabile Gleichgewichtslage besitzt?

Geg: r, m, g, c, $\alpha = 45°$ **Lsg:** a) $y_s = \frac{2\sqrt{2}}{3\,(4+3\,\pi)}\,r$, b) $c > \frac{2\sqrt{2}}{3\,(4+3\,\pi)}\,m\,g\,r$

Aufgabe 9.9.

●●○○○

Das dargestellte System besteht aus zwei gelenkig verbundenen, masselosen Balken, die über die Lagerpunkte Ⓐ und Ⓑ sowie zwei Federn mit den Steifigkeiten c_1 und c_2 gestützt werden. Das System wird im Schwerefeld der Erde durch die Gewichtskraft der Masse m belastet. Im dargestellten Zustand ($\varphi = 0$) sind die Federn entspannt.



a) Bestimmen Sie die Potentialfunktion des Systems für beliebig große Auslenkungen φ.

b) Vereinfachen Sie die Potentialfunktion unter der Annahme kleiner Auslenkungen ($|\varphi| \ll 1$) und ermitteln Sie die Gleichgewichtslage des Systems. Untersuchen Sie diese auf Stabilität.

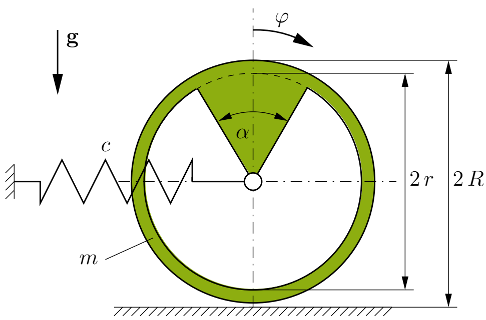
Geg: l, m, g, c_1, c_2, $-45° < \varphi < 45°$, $\left|\dfrac{2\,m\,g}{(c_1 + 1/4\,c_2)}\right| \ll l$

Lsg: b) $\varphi = \dfrac{2\,m\,g}{(c_1 + 1/4\,c_2)\,l}$, stabiles GG

Aufgabe 9.10.

●●●●○

Die nebenstehend dargestellte Scheibe setzt sich aus einem Kreisring und einem Kreisabschnitt zusammen. Die Scheibe ruht im Schwerefeld der Erde auf einer horizontalen Ebene und ist gelenkig mit einer Feder der Steifigkeit c verbunden. In der gezeichneten Lage $\varphi = 0$ ist die Feder entspannt.



a) Bestimmen Sie den Schwerpunkt der Scheibe bezogen auf das Gelenk.

b) Werten Sie die Potentialformulierung für das gegebene System aus. Zeigen Sie, dass sich das System für $\varphi = 0$ sowie $\varphi = 45°$ im Gleichgewicht befindet. Untersuchen Sie unter diesen Winkeln die Gleichgewichtszustände auf Stabilität.

Geg: r, m, g, $\alpha = 60°$, $R = 7\,r/6$, $c = 12\,\sqrt{2}\,m\,g/(7\,r\,\pi^2)$

Lsg: a) $y_s = r/\pi$ (Ursprung im Mittelpunkt der Scheibe),

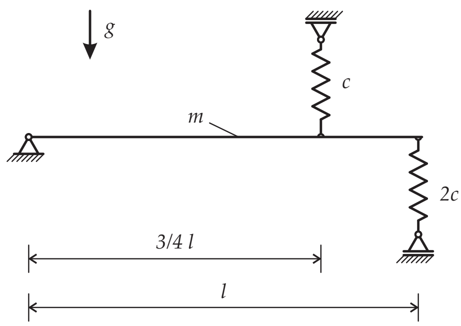
b) $\varphi = 0$ instabil, $\varphi = 45°$ stabil

Aufgabe 9.11.

●●○○○

Das dargestellte System besteht aus einem Balken der Masse m und der Länge l, welcher an seinem linken Ende frei drehbar gelagert ist. Ferner sind zwei Federelemente (Federsteifigkeit c und $2\,c$) an den angegebenen Stellen mit dem Balken verbunden. In der dargestellten Lage sind die Federn ungespannt.

Bestimmen Sie die Gleichgewichtslagen des Systems. Berechnen Sie die erforderliche Masse des Balkens, damit bei einer Drehung des Balkens um 30° im Uhrzeigersinn eine Gleichgewichtslage besteht. Untersuchen Sie für diesen Fall die Stabilitätseigenschaft aller vorhandenen Gleichgewichtslagen.



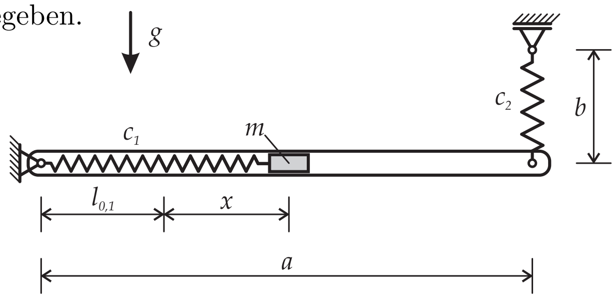
Geg: m, l, c, g

Lsg: $m = 41\,c\,l/(16\,g)$

Aufgabe 9.12.

●●●○○

Der dargestellte, durch Festlager sowie eine Feder der Steifigkeit c_2 gehaltene, Balken vernachlässigbarer Masse weist eine Nut auf, in der sich die Masse m befindet. Diese ist ihrerseits durch eine zweite Feder der Steifigkeit c_1 mit einem Ende des Balkens verbunden und kann sich in Richtung der Balkenachse reibungsfrei bewegen. Die ungespannten Federlängen sind durch $l_{0,1}$ und $l_{0,2}$ gegeben.



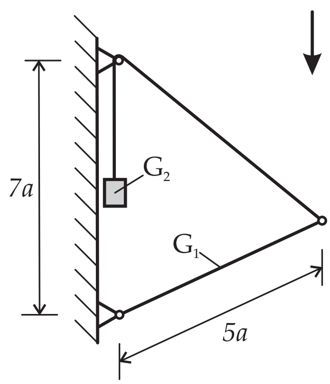
a) Bestimmen Sie für $l_{0,2} = b$ die Gleichgewichtslagen des Systems.
b) Wir groß müsste die ungespannte Federlänge $l_{0,2}$ sein, damit die gezeichnete Lage einen Gleichgewichtszustand repräsentiert?

Geg: m, g, a, b, c_1, c_2, $l_{0,1} = a/4$

Aufgabe 9.13.

●●●○○

Das abgebildete System besteht aus einem gelenkig gelagerten Balken (Gewicht G_1), einem Tragseil, einem Gegengewicht G_2 sowie einer Umlenkrolle, deren Radius gegenüber den übrigen Abmessungen vernachlässigt werden kann. Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslagen des Systems.



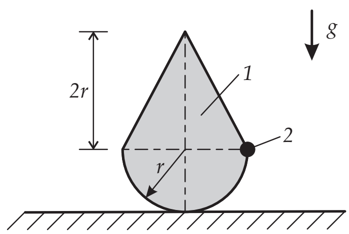
Geg: α, $G_1 = 3G$, $G_2 = G$

Lsg: $\varphi_{1,2} = \pm 90°$, $\varphi_3 \approx 48,25°$,
stabils GG bei φ_2

Aufgabe 9.14.

●●●○○

Gegeben sei der skizzierte, aus einer Halbkreis- und einer Dreiecksscheibe zusammengesetzte Körper (Gewicht $G_1 = G$), an dem in der abgebildeten Weise ein Zusatzgewicht $G_2 = G/4$ befestigt ist. Bestimmen Sie die Gleichgewichtslagen des Körpers und untersuchen Sie diese hinsichtlich ihrer Stabilität.



Geg: r, $G_1 = G$, $G_2 = G/4$ **Lsg:** $\varphi = -53,25°$ (instabiles GG)

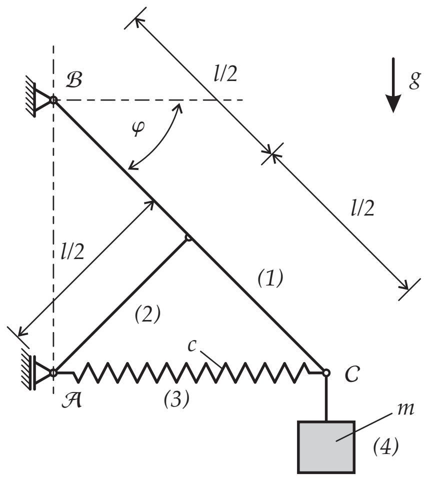
Aufgabe 9.15.

●●●○○

Die dargestellte, in den Punkten $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ gelagerte Konstruktion besteht aus zwei starren Balken (1) und (2), deren Massen vernachlässigbar gegenüber der Masse m des zu tragenden Körpers (4) sind. Die Punkte $\mathcal{A}$ und $\mathcal{C}$ sind durch eine elastische Feder (3) (ungespannte Länge l_0, Federsteifigkeit c) miteinander verbunden. Die Masse m hängt über ein starres Seil am Gelenk $\mathcal{C}$.

a) Welchen Wert muss die ungespannte Federlänge l_0 aufweisen, damit für den Winkel $\varphi = 45°$ eine Gleichgewichtslage besteht?

b) Was gilt in diesem Fall für die Stabilität der Gleichgewichtslage?



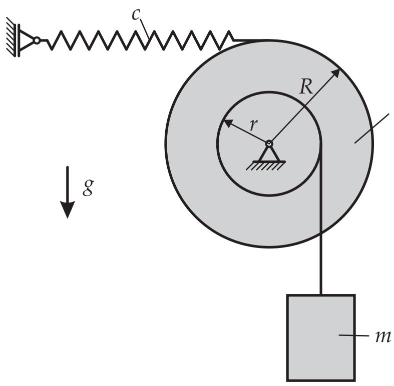
Geg: l, m, g, c

Lsg: $l_0 = m\,g/c + \sqrt{2}\,l/2$ (stabiles GG)

Aufgabe 9.16.

●●●○○

Eine Masse m ist über ein dehnstarres Seil an einer Walze (Innenradius r, Außenradius R, Masse $2m$) befestigt, welche mit einer Feder (Federsteifigkeit c) verbunden ist. Die Feder ist in der skizzierten Lage ungespannt.



a) Wieviele Gleichgewichtslagen (stabile und instabile) sind möglich?
b) Was muss für $\frac{mg}{c}\frac{r}{R^2}$ gelten, damit überhaupt Gleichgewicht möglich ist?

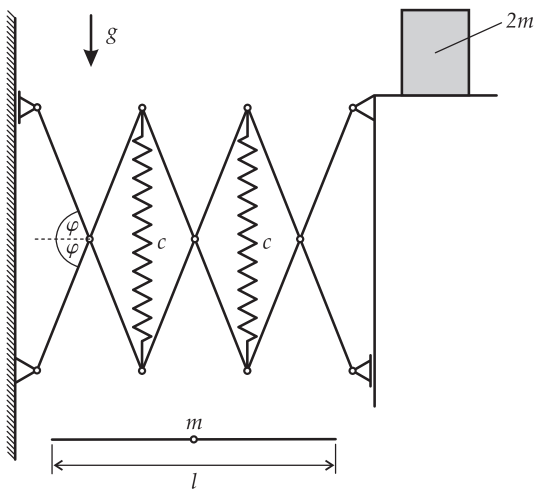
Geg: m, g, c, r, R **Lsg:** b) $\dfrac{m\,g}{c}\,\dfrac{r}{R^2} \leq \dfrac{1}{2}$

Aufgabe 9.17.

●●●●○

Die Skizze veranschaulicht eine bewegliche Aufhängung der Masse $2\,m$. Jeder verwendete Balken hat die Masse m und die Länge l, die Federn haben die Federsteifigkeit c und die ungespannte Federlänge $2/3\,l$. Alle Balken sind an den Verbindungspunkten gelenkig miteinander verbunden. Das Gewicht der Trageplatten und der Aufhängung sind zu vernachlässigen.

a) Bestimmen Sie allgemein die Gleichgewichtslagen des Systems.
b) Für welche Federkonstante c stellt $\varphi = 30°$ eine Gleichgewichtslage dar? Bestimmen Sie für diesen Fall die Stabilität aller ermittelten Gleichgewichtslagen.



Geg: $l,\ m,\ c,\ g$

Lsg: a) $\varphi = \pi/2$,
$\sin\varphi = 2/3 - 5\,m\,g/(2\,c\,l)$

b) $c(30°) = 15\,m\,g/l$

Aufgabe 9.18.

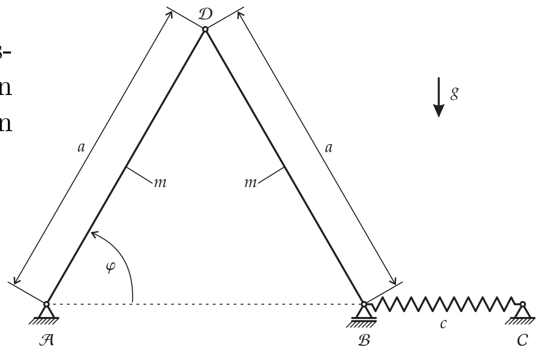
●●○○○

Das abgebildete System setzt sich aus zwei im Punkt D gelenkig miteinander verbundenen Stäben (Länge a, Masse m) zusammen, die in den Punkten A und B gelagert sind. Ferner stützt sich der rechte Stab in der skizzierten Weise über eine Feder (Federkonstante c) am Fundament (Punkt C) ab. In der Lage $\varphi = -90°$ und $\varphi = +90°$ sei die Feder dabei ungespannt.

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslagen des Systems und untersuchen Sie die Stabilität der jeweiligen Gleichgewichte.

Geg: $a,\ m,\ g,\ c = m\,g/(2\,a)$

Lsg: $\varphi_1 = +\pi/2$, $\varphi_2 = 30°$, $\varphi_3 = -\pi/2$



Aufgabe 9.19.

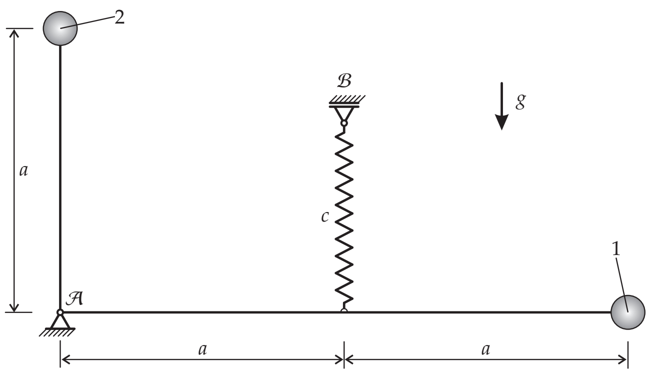
●●○○○

Das dargestellte System setzt sich aus zwei Gewichten (G_1, G_2) zusammen, die an einem abgewinkelten Balken befestigt sind, wobei das Eigengewicht des Balkens vernachlässigt werden kann. Die Konstruktion ist im Punkt A gelenkig gelagert und soll zusätzlich durch eine verschieblich gelagerte Feder (Federkonstante c) am Fundament (Punkt B) abgestützt werden.

Ermitteln Sie den maximal zulässigen Wert der Gewichtskraft G_2, damit sich das System in der skizzierten Lage im stabilen Gleichgewicht befindet.

Geg: $a,\ G_1,\ c$

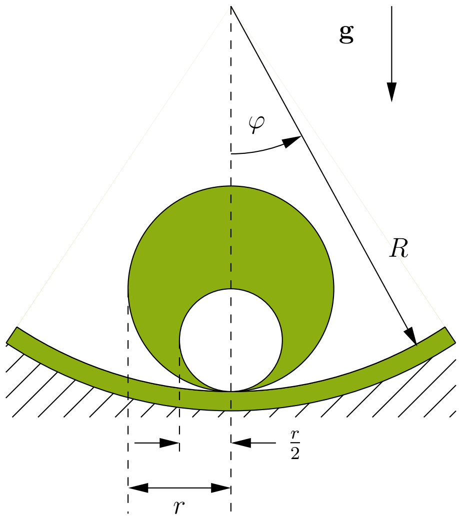
Lsg: $(\varphi = 0°)\ G_2 \leq c\,a$



Aufgabe 9.20.

●●●●●

In einer zylindrischen Rinne mit dem Radius R ruht wie skizziert eine Kreisscheibe (Radius r) mit kreisförmigem Loch (Radius $r/2$).
Ermitteln Sie das Verhältnis R/r so, dass das System für $\varphi = 0$ einen stabilen Gleichgewichtszustand einnimmt. Die zylindrische Rinne ist unbeweglich und fest mit dem Untergrund verbunden. Gleiten der Scheibe in der Rinne ist ausgeschlossen.



Geg: r, $\mathbf{g}$, $R > r$

Lsg: $R < 7\,r$

Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM
Nr. 157

ISBN 978-3-935892-35-3